

Fourier-Transformspektroskopie

Leonie Auer, Charlotte Geiger

Gruppe 9

Leonie.Auer@uni-bayreuth.de

September 2021

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Fragen zur Vorbereitung	4
2.1 Prinzip eines Michelson-Interferometers	4
2.2 Ausgleichsplatte	4
2.3 Kohärenzzeit und -länge	4
2.4 Vorteile eines Fourier-Transformspektrometers gegenüber einem Spektrometer mit Monochromator	5
2.5 Mathematische Bedeutung	5
2.5.1 Faltungsprodukt	5
2.5.2 Autokorrelationsfunktion	5
2.6 Quasimonochromatisches Licht	6
2.7 Linienverbreiterung	6
2.7.1 Natürliche Linienbreite	6
2.7.2 Dopplerverbreiterung	7
2.7.3 Druckverbreiterung	8
2.8 Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite einer Spektrallinie und der 1/e-Breite der Einhüllenden	8
2.9 Schwebung	9
3 Auswertung	11
3.1 Messung der atomaren Spektrallinien Na-D	11
3.1.1 Ermittlung des Korrekturfaktors des Motors M2 aus der Einhüllenden der Na-D-Linien	12
3.1.2 Bestimmung der Wellenlänge	13
3.1.3 Bestimmung der Kohärenzlänge	14
3.1.4 Bestimmung der Linienbreite	15
3.1.5 Bestimmung des Intensitätsverhältnisses und des Abstands der beiden Natrium-D Linien	15
3.2 Messung der atomaren Spektrallinien Hg-high und Hg-low	17
3.2.1 Wellenlängenbestimmung	18
3.2.2 Kohärenzlängenbestimmung	19
3.2.3 Bestimmung der Linienbreite	21
4 Fazit	22

1 Einleitung

Spektroskopie ist eine sehr wichtige experimentelle Herangehensweise um verschiedenste Phänomene auf Erden und im All zu erklären und zu erforschen. Fraunhoferlinien sind sehr bekannte Absorptionslinien im Spektrum der Sonne. So lässt sich die Intensitätsverteilung des Spektrums und die Oberflächentemperatur der Gasatmosphäre der Sonne und von Sternen bestimmen. Auch die genaue Zusammensetzung der Sterne kann nur durch ihre Spektrallinien erkannt werden, da diese für jedes Element andere Wellenlängen haben und aus ihrer Wellenlängenverschiebung die Bewegung des Sterns uns gegenüber zu erkennen ist. Aus der Form der betrachteten Linien lässt sich der Druck innerhalb des Strahlers erkennen, wie im folgenden Versuch anhand von Quecksilberdampflampen gezeigt wird. Doch um aus dem auf die Erde fallenden Licht so viele Informationen ziehen zu können, muss es erst in ein Spektrum zerlegt werden. Letzten Endes beruht solch eine Zerlegung einer Strahlung in die Spektralkomponenten auf der Fouriertransformation des Strahlungsgemisches.

Unter ‘Fouriertransformationsspektroskopie’ versteht man ein Verfahren, in dem man mit einem Michelson-Interferometer ein Zweistrahl-Interferogramm der zu untersuchenden Strahlung aufnimmt und das Spektrum anschließend durch eine Fouriertransformation berechnet. Dieses Interferogramm enthält dann die gesamte Information über das unbekannte Spektrum.

In unserem Versuch wird die Natrium Dampflampe und die Hg-low- bzw. Hg-high Lampe untersucht und anhand der Messergebnisse die Kohärenzlinien, Wellenlängen und Linienbreiten der charakteristischen Linien bestimmt. Ein Laser dessen Strahl neben dem zu messenden Licht das Interferometer durchläuft kann genutzt werden, um systematische Fehler, welche aus dem Aufbau kommen, zu erkennen und in der Analyse der Spektren zu berücksichtigen.

2 Fragen zur Vorbereitung

Als Quelle zu den Fragen zur Vorbereitung wurde [1] benutzt, so keine Quelle explizit genannt ist. Der Versuchsaufbau ist folgender Abbildung aus [4] zu entnehmen.

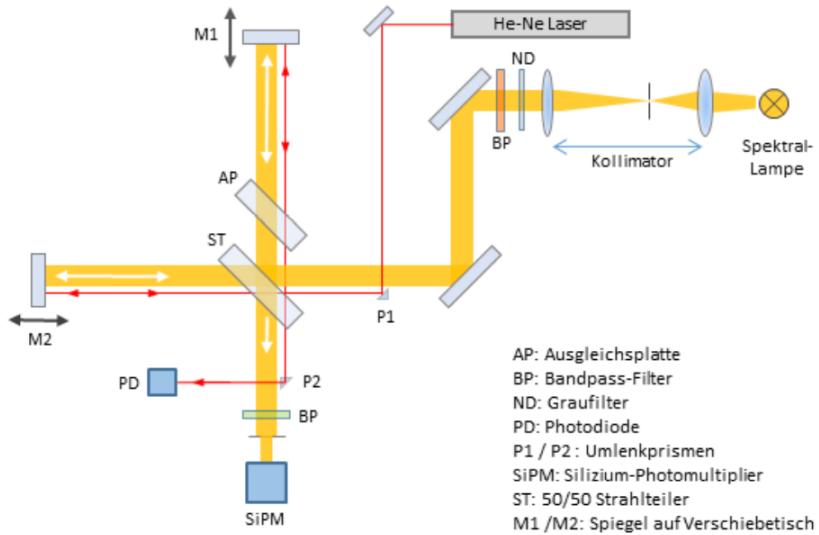


Abbildung 1: Versuchsaufbau des Fourier-Transformspektrometers

2.1 Prinzip eines Michelson-Interferometers

Das Michelson - Interferometer wurde unter anderem für den Nachweis des Lichtäthers gebaut und ist ein Zweistrahlinterferometer und funktioniert folgendermaßen:

Die Lichtstrahlen einer Punktquelle treffen auf einen Strahlteiler, ein halbdurchlässiger Spiegel, der die Lichtstrahlen gleichmäßig in zwei gleichphasige Teilstrahlen zerteilt. Diese Teilstrahlen legen nun die Abstände l_1 und l_2 zu jeweils einem Spiegel zurück und werden dort zurück zum Strahlteiler reflektiert. Da diese Abstände unterschiedlich groß sein können, entsteht eine Phasendifferenz δ . Beim Aufeinandertreffen beider Teilstrahlen kommt es zur Interferenz.

Wird ein Spiegel und dadurch der Abstand des Lichtweges eines Teilstrahls und dadurch die optische Weglänge einer der beiden Wellen verändert, so verschieben sich die Phasen der beiden Wellen gegeneinander. Sind sie dadurch in Phase, so addieren sich ihre Amplituden, daher es ist konstruktive Interferenz. Sind sie gegenphasig, so löschen sie sich gegenseitig aus, man spricht daher von destruktiver Interferenz. Kleinsten Veränderungen des Gangunterschieds zwischen den beiden Wellen können über die Intensitätsmessung der resultierenden Welle bereits gemessen werden.

2.2 Ausgleichsplatte

Wie oben beschrieben passiert bei einem einfachen Michelson-Interferometer ein Strahl dreimal den Strahlteiler, der andere jedoch nur einmal. Um dies zu korrigieren, wird eine zusätzliche Ausgleichsplatte gleicher Dicke eingebaut. Wenn man diese Platte nicht eingesetzt hat, kommt es zu anderen Interferenzen, aus denen man diesen Fehler rausrechnen müsste. Dies ist sehr aufwendig bis nahezu unmöglich. Dies ist von Bedeutung bei breitbandigen Lichtquellen, da sich sonst wegen der Dispersion verschiedene Gangunterschiede für die einzelnen Wellenlängen ergeben. Außerdem möchte man möglichst eine 50:50 Aufteilung des Strahls, da ein Teil davon vom Strahlteiler absorbiert wird, würde ein Strahl ohne Ausgleichsplatte stärker absorbiert als der andere. Die Ausgleichsplatte sorgt also auch für gleiche Absorption beider Strahlteile.

2.3 Kohärenzzeit und -länge

Als kohärent bezeichnet man zwei Wellensysteme, die von Quellen gleicher Frequenz mit übereinstimmender Phase oder konstanter Phasendifferenz abgestrahlt werden. Zum Beispiel liefert ein Zweistrahl-

interferometer kohärentes Licht.

Als Kohärenzlänge bezeichnet man die Strecke L , auf der Interferenzen gemessen werden können. Die größten Kohärenzlängen erreicht man mit Lasern.

Die zugehörige Kohärenzzeit T erhält man aus $T = \frac{L}{c}$ mit c als Lichtgeschwindigkeit.

Die Kohärenzlänge lässt sich aus der Einhüllenden des Interferogramms berechnen, sie ist nämlich die halbe Breite auf der Höhe, wo die Intensität $1/e$ des Maximums ist.

2.4 Vorteile eines Fourier-Transformspektrometers gegenüber einem Spektrometer mit Monochromator

- Jacquinot-Vorteil(Durchsatz): Durch Wegfall des bei den dispersiven Spektrometern nötigen Spaltes, welcher die Auflösung bestimmt, erreicht eine größere Lichtmenge den Detektor. Es lässt sich so die Lichtausbeute um den Faktor 200 verbessern und damit wiederum das Signal-Rausch-Verhältnis.
- Fellgett-Vorteil (Multiplex): Durch die Verwendung eines Interferometers statt eines Gittermonochromators wird das Spektrum nicht kontinuierlich in Abhängigkeit von der Wellenlänge gemessen, sondern alle Wellenlängen gleichzeitig, quasi als Momentaufnahme über den gesamten definierten Spektralbereich (Frequenzbereich). Dadurch erhöht sich das Signal-Rausch-Verhältnis um \sqrt{N} (bei N Spektralelementen).
- Connes-Vorteil: Durch die Verwendung eines HeNe-Lasers ergibt sich eine wesentlich höhere Genauigkeit der Frequenz- oder Wellenlängen-Achse im IR-Spektrum als bei dispersiven Spektrometern. Eine Genauigkeit der Wellenzahl von $0,001 \text{ cm}^{-1}$ ist erreichbar.
- Hohes Auflösungsvermögen
- Hohe Wellenzahlgenauigkeit und hoher -bereich
- Kurze Scanzeit
- relativ geringe Kosten durch basic optical Equipment

2.5 Mathematische Bedeutung

2.5.1 Faltungsprodukt

Seien $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zwei Funktionen und $F(f_1)$ und $F(f_2)$ ihre Fourier-Transformierten, dann definiert man das Faltungsprodukt von $f_1(x)$ und $f_2(x)$ wie folgt:

$$f_1 * f_2 = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(u) \cdot f_2(x-u) du \quad (1)$$

$$F(f_1 * f_2) = F(f_1) \cdot F(f_2) \quad (2)$$

Hierbei sieht man, dass die Definition des Faltungstheorems besagt, dass die Fourier-Transformierte des Faltungsproduktes von f_1 und f_2 gleich dem Produkt der Fourier-Transformierten von f_1 und f_2 ist.

2.5.2 Autokorrelationsfunktion

Diese Funktion ist Begriff aus der Signalverarbeitung und beschreibt die Korrelation einer Funktion oder eines Signals mit sich selbst zu einem früheren Zeitpunkt. Es beschreibt das Faltungsprodukt einer Größe mit sich selbst.

Die Funktion zeigt Zusammenhänge zwischen den beobachteten Ergebnissen zu verschiedenen Beobachtungszeitpunkten einer Messreihe auf.

Das Interferometer gibt die Autokorrelationsfunktion des elektrischen Wellenfeldes. Die Autokorrelationsfunktion ist die inverse Fouriertransformierte des Leistungsdichtespektrums [6].

2.6 Quasimonochromatisches Licht

Quasimonochromatisches Licht ist Licht mit einer spektralen Intensitätsfunktion $G(k)$, die auf die Umgebung ihres Maximums k_0 beschränkt ist. Dies ist bei jeder Spektrallinie gegeben.

D.h. im Lichtbündel ist nicht nur Licht einer Frequenz wie es bei monochromatischem Licht der Fall ist, aber die Frequenzen sind sehr nah aneinander und bei Betrachtung der Intensität glockenförmig verteilt (z.B. gaußförmig).

Die Herleitung des Interferogramms funktioniert folgendermaßen: Zuerst nimmt man die Fouriertransformation:

$$I(l) = I_0 \cdot \int_0^{\infty} G(k) \cdot \cos(k \cdot l) dk \quad (3)$$

Dann substituiert man k' zu $k-k_0$ um den Koordinatenursprung nach k_0 zu verschieben. Daraus folgt:

$$I(l) = I_0 \cdot \int_0^{\infty} H(k') \cdot \cos((k' + k_0) \cdot l) dk' \quad (4)$$

Da $H(k') \approx 0$ in $-\infty < k < -k_0$ folgt:

$$I(l) \approx I_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H(k') \cdot \cos((k' + k_0) \cdot l) dk' \quad (5)$$

$$I(l) = I_0 \cdot \cos(k_0 l) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H(k') \cdot \cos((k' \cdot l) dk' - I_0 \cdot \sin(k_0 l) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} H(k') \cdot \sin((k' \cdot l) dk' \quad (6)$$

Daraus, und der Annahme, dass $C(l)$ und $S(l)$) sich langsam veränderliche Amplitudenfunktionen darstellen, folgt:

$$I(l) = C(l) \cdot \cos(k_0 l) - S(l) \sin(k_0 l) \quad (7)$$

Mensch erkennt, dass die Symmetrie zu $l=0$ erhalten bleibt.

Bei um k_0 symmetrische Spektrallinien entfällt die Sinustransformation und es folgt $S(l) = 0$. Dann ergibt sich für $I(l)$:

$$I(l) = C(l) \cdot \cos(k_0 l) \quad (8)$$

Dadurch folgt folgender Zusammenhang für das Wellenfeld:

$$E(l) = A(1) \cos(k_0 l) = \operatorname{Re} A() \exp(ik_0 l) \quad (9)$$

Woraus sich wiederum unter Berücksichtigung der Autokorrelationsfunktion folgendes ergibt:

$$I(l) = E(l) * E(l) = \int_0^{\infty} E(x) E(x - l)^* dx = \cos(k_0 l) \cdot C(1) \quad (10)$$

Durch diese Gleichung haben wir nun die Beziehung für das Interferogramm einer quasimonochromatischen Lichtquelle hergelitten und da hierdurch ersichtlich ist, dass allein der Amplitudenverlauf der Wellenfelder die Gestaltungsfunktion $C()$ des Interferometers bestimmt, kann man durch diese Gleichung die Linienform der Spektrallinien bestimmen.

2.7 Linienvbreiterung

2.7.1 Natürliche Linienbreite

Die natürliche Linienbreite einer Spektrallinie kann klassisch und quantenmechanisch hergeleitet werden. Die quantenmechanische Betrachtung erschließt sich besser aus theoretischen Überlegungen, die klassische erklärt sich nur durch Rechnung.

Quantenmechanisch

Kurz gesagt sind die abgestrahlten Linien kein Delta-Peak wegen der Unschäferelation. Das Licht der Lampen entsteht durch Anregung von Atomen und Emission von Strahlung beim Rückfall der Elektronen auf niedrige Energieniveaus oder den Grundzustand. Die Energie-Zeit-Umschäferelation

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (11)$$

gibt dabei vor, dass bei endlicher Lebensdauer der angeregten Zustände deren Energie nicht exakt bestimmt werden kann. Deshalb ist die Linie nicht scharf sondern hat eine natürliche Linienbreite.

Klassisch

Ein strahlendes Atom oder Molekül kann klassisch als strahlender Oszillatator betrachtet werden, welcher eine gedämpfte Cosinus-Welle abstrahlt. Für die Zeit $t \geq 0$ gilt

$$E(t) = A_0 e^{-\frac{t}{t_n}} \cos(k_0 l) \quad (12)$$

mit t_n mittlere Lebensdauer der gedämpften Welle. Das sich über eine Faltung in das Interferogramm

$$I(l) = e^{-\frac{|l|}{c t_n}} \cos(k_0 l) \quad (13)$$

umrechnen lässt. Dieses Interferogramm hat auch die Form eines Interferogramms von mehreren gleichen Oszillatoren. Das Spektrum

$$G(k) = \frac{2(t_n c)^{-1}}{(t_n c)^{-2} + (k - k_0)^2} \quad (14)$$

errechnet sich aus dem Interferogramm durch die inverse Fourier-Trafo und ist eine Lorenztfunktion um k_0 mit Halbwertsbreite $\frac{2}{t_n c}$.

2.7.2 Dopplerverbreiterung

Dopplerverbreiterung basiert auf einem emittierenden Dipol, den man bei der natürlichen Breite vernachlässigt. Da sich Atome und Moleküle aber mit großen, von der Temperatur des Gases abhängigen Geschwindigkeiten bewegen, sind diese Teilchen Oszillatoren, die mit einer bestimmten Frequenz f schwingen. Da aber mehrere Teilchen aufgrund der thermischen Bewegung kein gemeinsames Ruhesystem mehr haben und sich eher relativ zueinander bewegen, entsteht der sogenannte Doppler-Effekt, wodurch verschiedene Schwingungsfrequenzen entstehen. Bei der Beschreibung dieser Frequenzen nutzt man die Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Die Teilchengeschwindigkeit ist die Verteilung der Frequenzen (bzw. Wellenlängen). Der Mittelwert der Verteilung bleibt die unveränderte Frequenz f , wohingegen die Breite (Standardabweichung) der Frequenzverteilung von der Temperatur T und der Teilchenmasse m abhängt. Im Gegensatz zur gleich beschriebenen Druckverbreiterung beschreibt die Dopplerverbreiterung ein Beobachtungsproblem. Im folgenden wird die Kohärenzlänge für ein durch die Dopplerverbreitung verursachten Effekt das Gaußprofil hergeleitet:

Bei Bewegung von Teilchen (Atom oder Molekül) mit einer Geschwindigkeit v auf einer Geraden zwischen Beobachter und dem Teilchen, das quasimonochromatisches Licht der Wellenzahl k_0 ausstrahlt, misst der Beobachter folgende Wellenzahl:

$$k = k_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \Rightarrow v = \frac{k - k_0}{k_0} \cdot c \quad (15)$$

Bei Temperaturlgleichgewicht der Moleküle ist die Geschwindigkeit nach Maxwell verteilt:

$$P(v) dv = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \exp(-\beta v^2) dv \quad (16)$$

wobei $\beta := \frac{m}{2k_B T}$, m = Molekülmasse, T = absolute Temperatur.
Dadurch ergibt sich die spektrale Verteilungsfunktion:

$$G(k) = \left(\frac{\beta}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{k_0}{c} \exp\left(-\beta c \left(\frac{k - k_0}{k_0}\right)^2\right) \quad (17)$$

Mit Koordinatentransformation und $a = \text{Breite von } H(k')$, an der $H(k')$ auf $\frac{1}{e} H(0)$ abgefallen ist, und der Normierung $\int_{-\infty}^{\infty} H(k') dk' = 1$ folgt:

$$H(k') = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{2}{a}\right)^2 \cdot k'^2\right) \quad (18)$$

Wie oben schon hergeleitet bestimmt sich das Interferometer wie folgt:

$$I(l) = C(l) \cos(k_0 l) \quad (19)$$

Für nähere Infos siehe [1].

2.7.3 Druckverbreiterung

Die Druck- / Stoßverbreiterung der Spektrallinien entsteht durch Wechselwirkungen der Atome (oder Moleküle) untereinander. Es handelt sich dabei um verschiedene Mechanismen, die aber durch Betrachtung der Linien nicht vollständig unterschieden werden können. Da die Wechselwirkungen stärker werden durch höhere Dichte der Atome, verstärkt sich die Verbreiterung durch erhöhten Druck, daher der Name Druckverbreiterung. Ein Beispiel einer Wechselwirkung ist, dass Stöße der Atome zu einer verkürzten Lebensdauer der an der Lichtemission beteiligten angeregten Zustände führen können. Ein Atom strahlt Licht der Frequenz $\nu_0 = \frac{ck_0}{2\pi}$ ab, Stöße beenden aber diese Abstrahlung und das Atom beginnt, mit gleicher Frequenz, neu zu strahlen. Damit ist zwar die Strahlungsfrequenz immer gleich, die Wellenzüge sind also in \hat{t} lange Stücke gehackt. Die Dauer \hat{t} ist die Dauer zwischen zwei Stößen. Die Amplitude des Wellenzugs kann als quasi konstant angenommen werden, also ist die einhüllende Funktion des Wellenzug-Teilstücks gegeben durch eine Rechteckfunktion

$$A(\tau, \hat{t}) = \begin{cases} A_0, & \tau - \frac{\hat{t}}{2} \leq \frac{\hat{t}}{2} + \tau \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (20)$$

aus der durch Faltung das Interferogramm des j-ten Atoms berechnet wird

$$I_j(\tau, \hat{t}) = \cos(2\pi\nu_0\tau)\bar{C}_j(\tau, \hat{t}) \quad (21)$$

mit

$$\bar{C}_j(\tau, \hat{t}) = \begin{cases} \int_{-\frac{\hat{t}}{2}}^{\tau + \frac{\hat{t}}{2}} A_0^2 dt = A_0^2(\hat{t} + \tau), & \text{für } -\hat{t} < \tau < 0 \\ \int_{\tau - \frac{\hat{t}}{2}}^{\frac{\hat{t}}{2}} A_0^2 dt = A_0^2(\hat{t} - \tau), & \text{für } 0 < \tau < \hat{t} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (22)$$

also

$$\bar{C}_j(\tau, \hat{t}) = A_0^2(\hat{t} - |\tau|) \quad (23)$$

für $|\tau| < \hat{t}$. Damit ist die Interferogrammhüllkurve eine Dreiecksfunktion um $\tau=0$. Bei mehreren strahlenden Atomen ist die Amplitude gemittelt die gleiche, also kann durch Superposition der eben berechneten Interferogramme das Interferogramm vieler strahlender Atome berechnet werden. Dafür muss es aber noch mit der Wahrscheinlichkeit multipliziert werden, dass ein Wellenzug verfrüht abbricht. Diese Wahrscheinlichkeit bekommt man aus der kinetischen Gastheorie. Das Spektrum wird durch inverse Fourier-Transformation errechnet und ins alte Koordinatensystem zurückgeschoben ergibt sich folgende Lorentzverteilung

$$G(k) = \frac{2\bar{t}c)^{-1}}{(\bar{t}c)^{-2} + (k - k_0)^2}. \quad (24)$$

um k_0 mit Halbwertsbreite $\frac{2}{\bar{t}c}$. Mit der Definition der Kohärenzlänge L als halbe Breite des Interferogramms, wenn dieses auf $1/e$ abgefallen ist, ergibt sich

$$L = \bar{t}c. \quad (25)$$

2.8 Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite einer Spektrallinie und der $1/e$ -Breite der Einhüllenden

Die Linienbreite einer Spektrallinie wird meist als volle Halbwertsbreite (FWHM) $\Delta\lambda$ oder halbe Halbwertsbreite (HWHM) angegeben (vgl. [2]), also als Breite an der Höhe halber Intensität des Maximums. Die Kohärenzlänge ist per Definition die halbe Breite der Einhüllenden des gesamten Interferogramms, auf Höhe $1/e$ des Maximalwerts. Aus der Kohärenzlänge einer Linie lässt sich die Halbwertsbreite der Spektrallinie bestimmen. Dabei wird unterschieden, ob es sich um eine gauß- oder eine lorentzförmige Linie handelt.

Die volle Halbwertsbreite der Lorentzverteilung, also einer Linie mit Druckverbreiterung, ergibt sich aus Gleichung 24 mit $k_0=0$. Diese Lorentzverteilung im k -Raum wird rücktransformiert zum Interferogramm der Spektrallinie

$$I(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\bar{t}c)^{-1}}{(\bar{t}c)^{-2} + k^2} e^{-ikl} dk = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{l}{\bar{t}c}}, \quad (26)$$

eine abfallende Exponentialfunktion. Die volle Halbwertsbreite ist (vgl. mit γ aus [7])

$$\Delta k = \frac{2}{t_c}. \quad (27)$$

Damit gibt sich durch Gleichung 25 folgender Zusammenhang zwischen der Halbwertsbreite in Kreiswellenzahlen Δk und der Kohärenzlänge L (vgl. [1])

$$\Delta k = \frac{2}{t_c} = \frac{2}{L}. \quad (28)$$

Mit $k=\omega/c$ ergibt sie sich zu

$$\Delta\omega = \frac{2}{\bar{t}} = \frac{2c}{L}. \quad (29)$$

Die Halbwertsbreite in Wellenlängen $\Delta\lambda$ bekommt man aus $k=2\pi/\lambda$ über

$$\frac{\Delta k}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (30)$$

umgestellt führt das zu

$$\Delta\lambda = \Delta k \cdot \frac{\lambda^2}{2\pi} = \frac{2\lambda^2}{2\pi L} = \frac{\lambda^2}{\pi L}. \quad (31)$$

Damit lässt sich also die Halbwertsbreite der Linie aus der Wellenlänge des Maximums und der Kohärenzlänge berechnen.

Für ein gaußförmiges Interferogramm

$$I(l) = e^{-\frac{1}{2}l^2a^2} \quad (32)$$

ergibt sich als Fouriertransformierte wieder eine Gaußverteilung

$$H(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikl} e^{-\frac{1}{2}l^2a^2} dl = e^{-\frac{k^2}{2a^2}}. \quad (33)$$

Die volle Halbwertsbreite der Gauß-Verteilung (vgl. [2]) im k -Raum gibt sich aus

$$\Delta k = 2\sqrt{2\ln(2)} \cdot \frac{1}{a}. \quad (34)$$

Des Weiteren gilt zwischen a und der Kohärenzlänge L im l -Raum der Zusammenhang $L=\sqrt{2}a$, also

$$\Delta k = \frac{2\sqrt{2\ln(2)} \cdot \sqrt{2}}{L} = \frac{4}{L}\sqrt{\ln(2)}. \quad (35)$$

Aufgrund des oben genannten Zusammenhangs zwischen der Wellenlänge λ und der Kreiswellenzahl k ist die Halbwertsbreite in Wellenlängen

$$\Delta\lambda = \frac{4\lambda^2\sqrt{\ln(2)}}{2\pi L} = \frac{2\lambda^2\sqrt{\ln(2)}}{\pi L}. \quad (36)$$

2.9 Schwebung

Nun berechnen wir das Interferogramm zweier monochromatischer, dicht benachbarter Spektrallinien mit den Intensitäten I_1 und I_2 . Dieses Phänomen nennt man Schwebung. Es beschreibt Überlagerung zweier Schwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen v_1 und v_2 , wobei diese nahe beieinander liegen.

Mensch betrachte zwei ebene, parallel polarisierte Wellen, die als skalare Felder betrachtet werden können:

$$E_1(\mathbf{r}, t) = A_1 \exp(i\phi_1(\mathbf{r}, t)) \quad (37)$$

$$E_2(\mathbf{r}, t) = A_2 \exp(i\phi_2(\mathbf{r}, t)) \quad (38)$$

Für Felder gilt das Superpositionsprinzip: $E = E_1 + E_2$ Daraus folgt für die Gesamtintensität:

$$I = \frac{1}{2Z}|E|^2 = \frac{1}{2Z}|E_1 + E_2| = \frac{1}{2Z}(E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) \quad (39)$$

$$I = \frac{1}{2Z} (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\delta\phi)) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\phi) \quad (40)$$

Bei der Schwebung ergibt die vorherige Interferenz-Gleichung eine zeitliche Phasendifferenz $\delta\phi = |\omega_2 - \omega_1|$ und eine Gesamtintensität von:

$$I(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(|\omega_2 - \omega_1|t) \quad (41)$$

was einer Schwebung mit der Kreisfrequenz $|\omega_2 - \omega_1|$ entspricht.

3 Auswertung

3.1 Messung der atomaren Spektrallinien Na-D

Bei der Messung des Interferogramms hatten wir folgende Werte:

Länge: $400\mu\text{m}$, Speed: $1\mu\text{m}/\text{s}$, Filter: 1,6 und 5Hz

Bei der Messung der Einhüllenden hatten wir folgende Werte:

Länge: $17000\mu\text{m}$, Speed: $100\mu\text{m}$, Filter: 1,6 und 10Hz

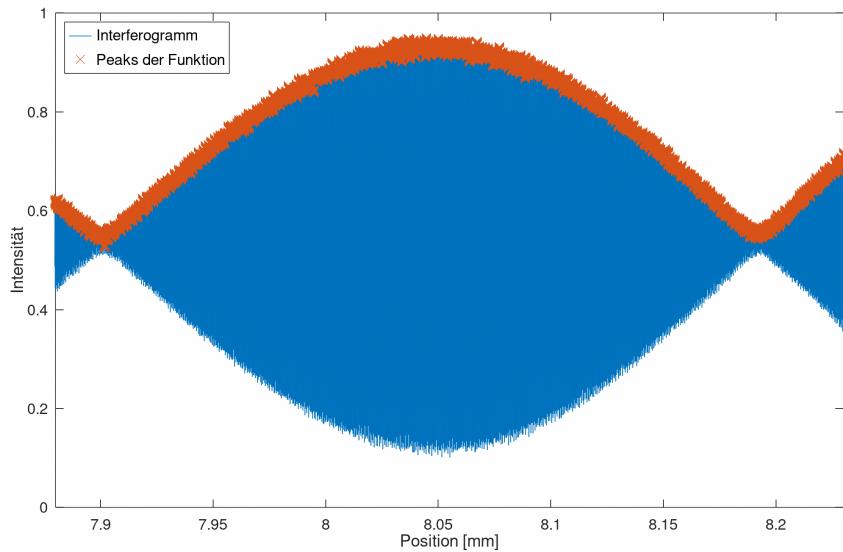


Abbildung 2: Interferogramm der Na-D Linien

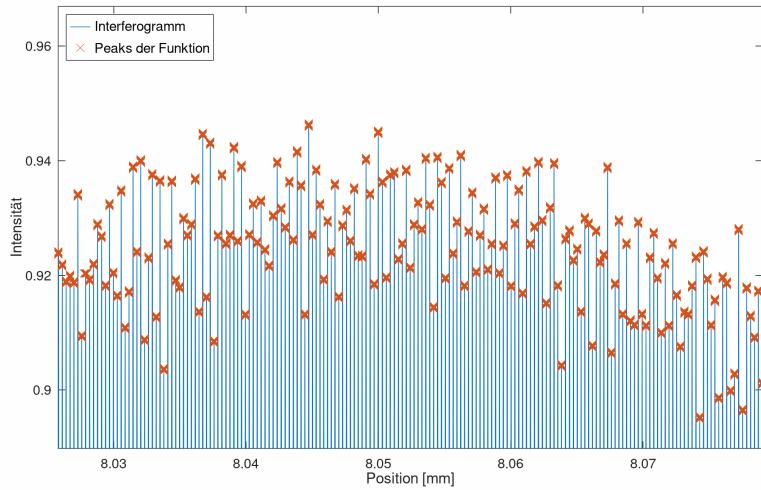


Abbildung 3: Ausschnitt von dem Interferogramms mit Funktion findpeaks des Programms Octave

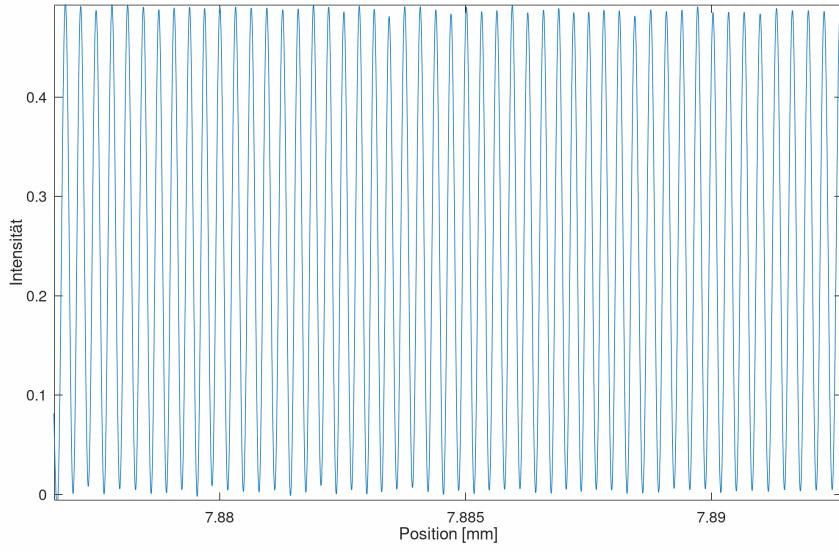


Abbildung 4: Ausschnitt des Interferogramms der Na-D Linie

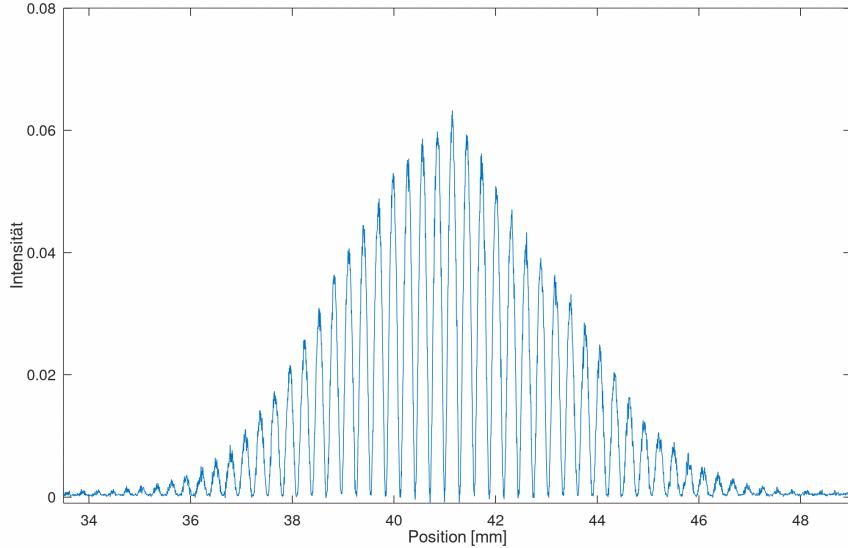


Abbildung 5: Einhüllende der Na-D Linien

3.1.1 Ermittlung des Korrekturfaktors des Motors M2 aus der Einhüllenden der Na-D-Linien

Die Schwebungsfrequenz, also von Knoten zu Knoten der Einhüllenden, berechnet sich aus

$$\nu_S = |\nu_1 - \nu_2| \quad (42)$$

(vlg. [5]) mit ν_1 und ν_2 als Frequenzen der einzelnen Linien. Die Positionen der Linien sind $\lambda_{1,L}=589,0\text{nm}$ und $\lambda_{2,L}=589,6\text{nm}$ (vlg. [4]), in Frequenzen also

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{2,99792458 \cdot 10^8 \text{m/s}}{589,0\text{nm}} = 5,08985497 \cdot 10^{14} \text{m}^{-1} \quad (43)$$

und

$$\nu_2 = 5,08467534 \cdot 10^{14} \text{m}^{-1}. \quad (44)$$

Damit ergibt sich die Schwebungsfrequenz zu

$$\nu_{S,L} = 5,17963 \cdot 10^{11} \text{m}^{-1} \quad (45)$$

und die Wellenlänge zu

$$\lambda_{S,L} = \frac{c}{\nu_{S,L}} = 0,57879126\text{mm}. \quad (46)$$

Im aufgenommenen Interferogramm, zu sehen in Abbildung 2, befinden sich die Knoten der Schwebung an den Positionen $p_1=8,1921\text{mm}$ und $p_2=7,9011\text{mm}$ mit dem abgeschätzten Ablesefehler von $s_p=0,0011\text{mm}$. Der Abstand der Knoten ist

$$\Delta p = 0,291\text{mm}. \quad (47)$$

Das Licht hat den doppelten Weg des Spiegels zurückgelegt, also ergibt sich die Schwebungswellenlänge aus

$$\lambda_{S,M} = 2 \cdot \Delta p = 0,582\text{mm}. \quad (48)$$

Der Korrekturfaktor des Motors M2 (β)⁻¹ ergibt sich wieder durch Vergleich der tatsächlichen Schwebungswellenlänge mit der aus der Messung der Einhüllenden berechneten Schwebungswellenlänge

$$\frac{\lambda_{S,M}}{\lambda_{S,L}} = 1,00554386 = \beta. \quad (49)$$

Also ist der Korrekturfaktor

$$\frac{1}{\beta} = 0,994486705. \quad (50)$$

Die tatsächliche Schwebungswellenlänge lässt sich also aus der gemessenen berechnen durch

$$\lambda_S = \lambda_{S,M} \cdot \frac{1}{\beta} \quad (51)$$

In die Fehlerrechnung spielt nur der Ablesefehler der Knotenpunkte hinein. Dieser Ablesefehler ist $s_p=0,0011\text{mm}$. Der Fehler der Weglängendifferenz ist also

$$s_{\Delta p} = \sqrt{s_p^2 + s_p^2} = \sqrt{2}s_p = 0,0015556349\text{mm}, \quad (52)$$

der der gemessenen Schwebungswellenlänge

$$s_{\lambda_{S,M}} = 2s_{\Delta p} = 0,003111269\text{mm}. \quad (53)$$

Der Fehler von β ergibt sich aus

$$s_\beta = \frac{s_{\lambda_{S,M}}}{\lambda_{S,L}} = 0,005375459\text{mm} \quad (54)$$

und damit

$$s_{\beta^{-1}} = \frac{s_\beta}{\beta^2} = 0,00534582. \quad (55)$$

Damit ist der Korrekturfaktor

$$\frac{1}{\beta} = (0,994 \pm 0,005). \quad (56)$$

3.1.2 Bestimmung der Wellenlänge

Um die Anzahl der Peaks zu ermitteln, haben wir die gemessenen Daten plotten lassen und mit der Funktion 'findpeaks' in Octave die Maxima bestimmt. Danach haben wir die Anzahl der gefundenen Maxima ausgeben lassen. Dieses Verfahren minimiert den Fehler des Verzählens, jedoch kann es durch das Anwenden der Funktion durchaus zu erkannten Peaks kommen, obwohl es keine wirklichen Maxima sind, oder andersrum. Wir haben zwar an vielen Stellen an die Funktion rangezoomt, jedoch haben wir dies nicht überall gemacht, wodurch es durchaus zu diesen Fehlern kommen kann. Als Fehler wird angenommen, dass ein Peak zu viel oder zu wenig an den Rändern erkannt werden könnte, also einen Fehler von 2 Peaks pro Messung. Die Wellenlänge der Natrium-D-Linien der Natriumdampflampe ergibt sich aus

$$\lambda_{Na} = \frac{N_L}{N_{Na}} \cdot \lambda_L \quad (57)$$

mit $N_L=1136$ Anzahl der Maxima des Lasers auf gemessener Strecke, $N_{Na}=1223$ Anzahl der Maxima der Natriumdampflampe auf gemessener Strecke und der Wellenlänge des Lasers $\lambda_L=632,8\text{nm}$. Damit ergibt sich die Wellenlänge der Na-D-Linien zu

$$\lambda_{Na} = 587.8\text{nm}. \quad (58)$$

Aus dem Fehler $s_{N_L}=2$ Peaks pro Messung für die Anzahl des Lasers und $s_{N_{Na}}=2$ der Natrium-dampflampe ergibt sich der Fehler für die Wellenlänge durch

$$s_{\lambda_{Na}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{Na}}{\partial N_L} \cdot s_{N_L}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{Na}}{\partial N_{Na}} \cdot s_{N_{Na}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda_L}{N_{Na}} \cdot s_{N_L}\right)^2 + \left(-\frac{N_L \lambda_L}{N_{Na}^2} \cdot s_{N_{Na}}\right)^2} \quad (59)$$

und der Fehler ist

$$s_{\lambda_{Na}} = 1,4\text{nm}. \quad (60)$$

Also ist die Wellenlänge der Natrium-D-Linie

$$\lambda_{Na} = (587,8 \pm 1,4)\text{nm}. \quad (61)$$

Der Vergleich mit den Literaturwerten [4] $\lambda_{Na-D,1}=589,0\text{nm}$ und $\lambda_{Na-D,2}=589,6\text{nm}$ zeigt, dass der berechnete Wert im Bereich des Fehlers mit dem unteren Literaturwert übereinstimmt oder zwischen beiden Werten liegt.

3.1.3 Bestimmung der Kohärenzlänge

Die Kohärenzlänge der Na-Lampe ist begrenzt, da eine Na-Dampflampe zum einen keine streng kohärente Lichtquelle ist (z.B. wegen der Doppelspektrallinie), zum anderen auch wegen der Doppler- und Stoßverbreiterung der Spektrallinien. Die Kohärenzlänge kann direkt aus der Einhüllenden bestimmt werden, wenn die Intensität auf $1/e$ gefallen ist. Erneut kann der Fehler von oben als einziger Fehler betrachtet werden, da es außer von Konstanten nur noch den, von uns als fehlerlos bzw. vernachlässigbar fehlerbehafteten Wert der Länge in die Formel einspielt.

$$I_{max} = 0,062664 \quad (62)$$

$$L_c = \Delta s = \Delta x \left(\frac{1}{e} \cdot I_{max} \right) = (5,81 \pm 0,10) \text{ mm} \quad (63)$$

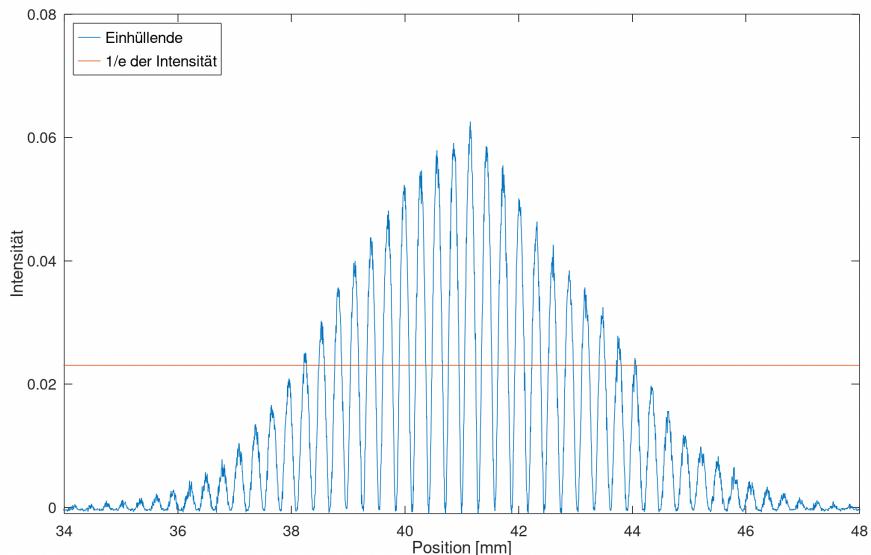


Abbildung 6: Kohärenzbestimmung Na-Linie

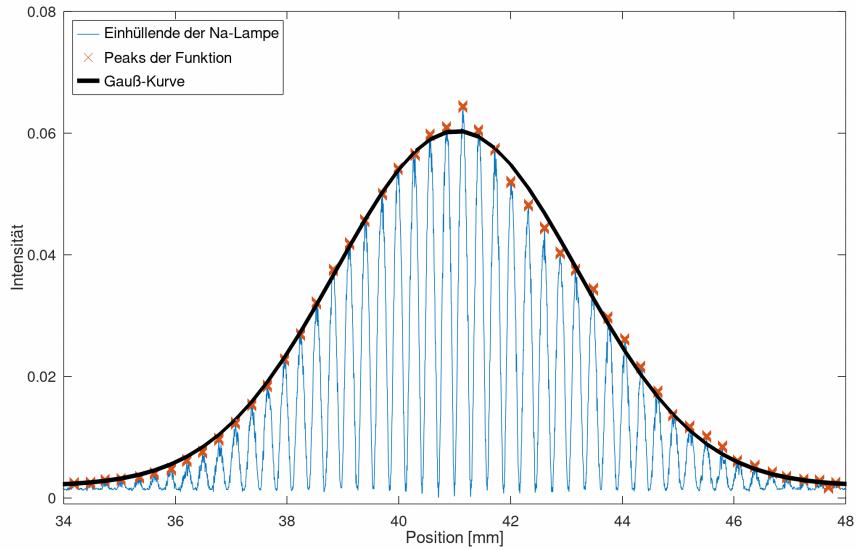


Abbildung 7: Einhüllende des Interferometers der Na-Linie mit Gauß-Fit

3.1.4 Bestimmung der Linienbreite

Die Berechnung der Halbwertsbreite einer Spektrallinie wurde in den vorbereitenden Fragen erläutert. Die Na-Lampe zeigt eine gaußförmige Einhüllende, weshalb die Linienverbreiterung auf Doppler-verbreiterung zurückzuführen ist. Für die Berechnung der Halbwertsbreite verwendet werden die oben berechnete Wellenlänge $\lambda_{Na} = (588,7 \pm 2,4)\text{nm}$ und die Kohärenzlänge L. Mit der Formel

$$\Delta\lambda = \frac{4\lambda^2 \sqrt{\ln(2)}}{2\pi L_c} \quad (64)$$

und der folgenden Fehlerfortpflanzung:

$$s = \sqrt{\frac{4\ln(2)}{2\pi}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{L} \cdot s_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\lambda^2}{L^2} \cdot s_L\right)^2} \quad (65)$$

ergibt sich die Halbwertsbreite zu

$$\Delta\lambda_{Na} = (0,032 \pm 0,001) \text{ nm} \quad (66)$$

3.1.5 Bestimmung des Intensitätsverhältnisses und des Abstands der beiden Natrium-D Linien

Beim Interferogramm der Na-Dampflampe Abbildung 2 ist eine Schwebung zu erkennen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Dampflampe zwei eng beieinanderliegende Spektrallinien im sichtbaren Spektrum hat. Jede Linie erzeugt ein Interferenzmuster; die beiden Interferenzmuster überlagern sich. Bei einem konstruktiven Zusammenfallen sind die Interferenzstreifen am deutlichsten

Die Differenz der Minima der Schwebungsfunktion beim Interferogramm ist:

$$\Delta l_{Na} = 0,289\text{mm} \quad (67)$$

Der Unterschied in den optischen Weglängen zwischen zwei Punkten maximalen oder minimalen Kontrasts, ist gegeben durch die Formel:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\Delta l} \quad (68)$$

Jedoch haben wir hier noch einen weiteren Fehler als nur den Fehler der Peakanzahl, da zusätzlich das genaue Minimum vor bzw. nach der Schwebung sehr schwer zu ermitteln ist. Daher beläuft

sich der Fehler durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$s_{\Delta \lambda_{Na}} = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\Delta l} \cdot s_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\lambda^2}{2\Delta l^2} \cdot s_l\right)^2} \quad (69)$$

Daraus folgt für den Abstand der beiden Natrium-D-Linien:

$$\Delta \lambda_{Na} = \frac{\lambda_{Na}^2}{2\Delta l_{Na}} = (0,5996 \pm 0,0013) \text{ nm} \quad (70)$$

Um diesen Wert einordnen zu können hier der Literaturvergleich beider Wellenlängen:

$$\lambda_2 = 588,995 \text{ nm} \quad (71)$$

$$\lambda_1 = 589,592 \text{ nm} \quad (72)$$

Hierbei ist der Abstand $\Delta \lambda_{Na,l}=0,597 \text{ nm}$, bei dem wir sehr nah dran liegen. Somit stimmt unser Wert mit den Literaturwerten überein.

Die gemessene Linie besteht eigentlich aus zwei eng beieinander liegenden Linien, mit Wellenzahlen k_1 und k_2 , mit den Intensitäten a_1 und a_2 . Dieses Spektrum kann man auch als Faltungsprodukt darstellen:

$$G_2(k) = a_1\delta(k - k_1) + a_2\delta(k - k_2) \quad (73)$$

Diese Form ist möglich, da man davon ausgeht dass die zwei Linien auch darstellbar sind als eine verbreiterte Linie einer mittleren Wellenzahl $k=0$ mit einem Spektrum $G_2(k)$ bestehend aus zwei δ -Funktionen. Obwohl dies mathematisch zu einer Vereinfachung der Rechnung führt ist dies physikalisch nicht sinnvoll.

$$G(k) = G_1(k) * G_2(k) = a_1G_1(k - k_1) + a_2G_1(k - k_2) \quad (74)$$

Nach dem Faltungstheorem gilt folgendes:

$$I(l) = \int_{-\infty}^{\infty} G(k)\cos(kl) dk = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(k)\cos(kl) dk \cdot \int_{-\infty}^{\infty} G_2(k)\cos(kl) dk \quad (75)$$

Da $I_i(l) = \int_{-\infty}^{\infty} G_i(k)\cos(kl) dk$ mit $i \in [1;2]$ folgt:

$$I(l) = I_1(l) \cdot I_2(l) \quad (76)$$

Um das Intensitätsverhältnis a_1/a_2 zu ermitteln, betrachtet man die Hüllkurve an den Extrema. An Schwebungsminima erhält man dadurch für ein Interferogramm mit Amplitude $A_{min} = a_1 - a_2$

$$I_{min} = (a_1 - a_2)\cos(k_1 l) \quad (77)$$

$$I_{max} = (a_1 - a_2)\cos(\bar{k} + \Delta k)l + 2a_2\cos(\bar{k}l)(A_{min} + 2a_2)\cos(\bar{k}l) \quad (78)$$

Woraus die Amplitude folgt:

$$A_{max} = A_{min} + 2a_2 \quad (79)$$

$$a_1 = A_{min} + a_2 \quad (80)$$

Zusätzlich zu dem Fehler der Intensität wird hier auch einem systematischen Fehler von 10 % gerechnet, da beim Vergleich von maximaler und minimaler Intensität auch Nichtlinearitäten des Detektors und Verstärkers beachtet werden muss.

Die Formel lautet nun:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{A_{max} + A_{min}}{A_{max} - A_{min}} \quad (81)$$

Mit unseren Messwerten folgt daraus:

$$\frac{a_1}{a_2} = 1,64 \pm 0,21 \quad (82)$$

$$\frac{a_2}{a_1} = 0,61 \pm 0,08 \quad (83)$$

Hier zum Vergleich der Literaturwert aus [1], $a_1=10$ und $a_2=8$, also

$$\frac{a_2}{a_1} = 0,8. \quad (84)$$

Der Literaturwert liegt zwar nicht im Fehlerbereich des ermittelten Werts, sie sind aber beide von der gleichen Größenordnung.

3.2 Messung der atomaren Spektrallinien Hg-high und Hg-low

- Hg-Low:

Bei der Messung des Interferogramms hatten wir folgende Werte:

Länge: $100\mu\text{m}$, Speed: $1\mu\text{m}/\text{s}$, Filter: 0,3, grünen Filter und 10Hz

Bei der Messung der Einhüllenden hatten wir folgende Werte:

Länge: $15000\mu\text{m}$, Speed: $100\mu\text{m}/\text{s}$, Filter: 0,3, grünen Filter und 10Hz

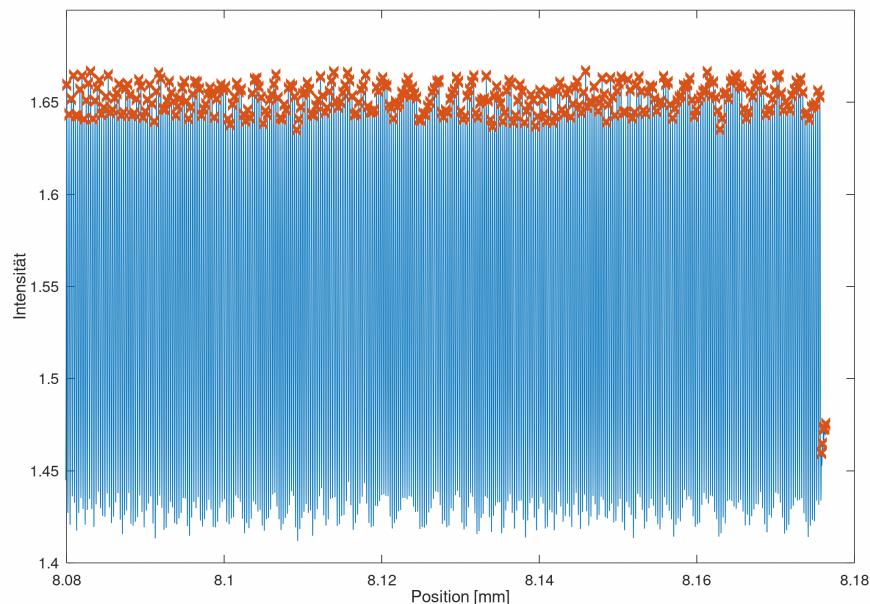


Abbildung 8: Interferogramm der Hg-Low Lampe

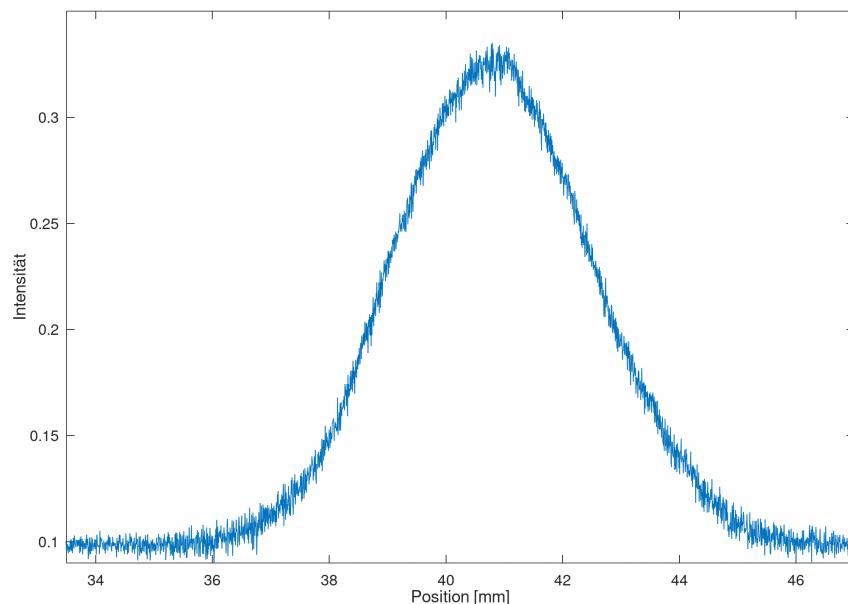


Abbildung 9: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Low Lampe

- Hg-High

Bei der Messung des Interferogramms hatten wir folgende Werte:

Länge: $100\mu\text{m}$, Speed: $1\mu\text{m}/\text{s}$, Filter: 2,9, grünen Filter und 10Hz

Bei der Messung der Einhüllenden hatten wir folgende Werte:

Länge: $4000\mu\text{m}$, Speed: $100\mu\text{m}/\text{s}$, Filter: 2,9, grünen Filter und 10Hz

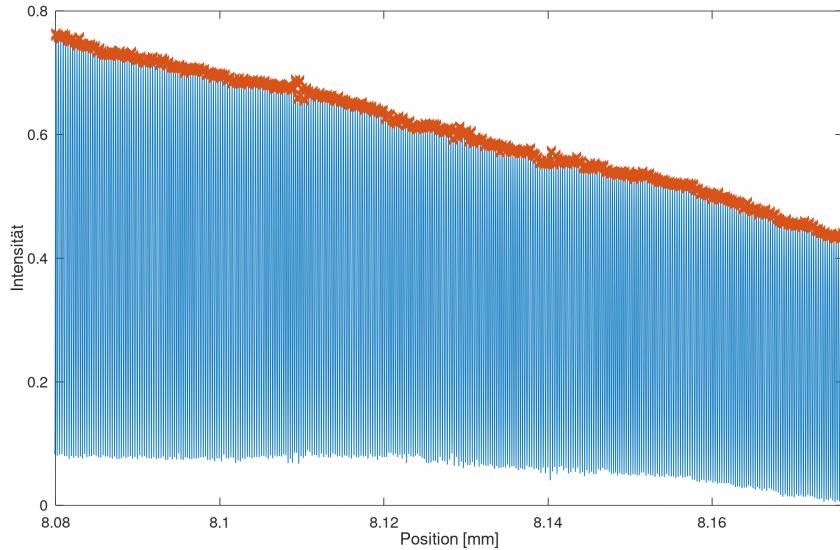


Abbildung 10: Interferogramm der Hg-High Lampe

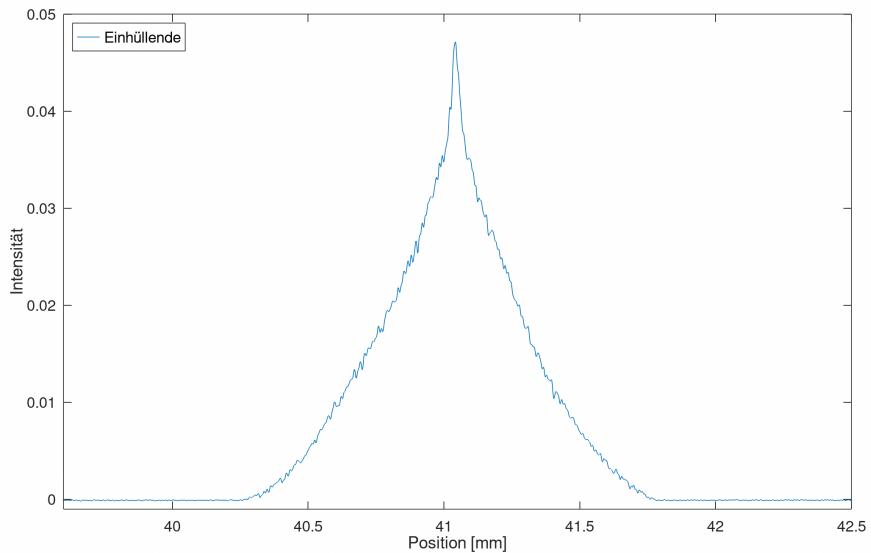


Abbildung 11: Einhüllende des Interferogramms der Hg-High Lampe

3.2.1 Wellenlängenbestimmung

Die Bestimmung der Wellenlängen erfolgt wie schon bei der Na-Linie über Auszählung der Koinzidenzperioden durch die Funktion 'findpeaks' mittels Octave. Für Anzahl der Maxima der Quecksilberhochdrucklampe ergibt sich aus Abbildung 10 $N_{Hg,h}=335$, $N_{L,2}=306$ Anzahl der Maxima des Lasers und $\lambda_L=632,8\text{nm}$ ergibt sich daraus die Wellenlänge

$$\lambda_{Hg,h} = \frac{N_{L,2}}{N_{Hg,h}} \cdot \lambda_L = 578\text{nm}. \quad (85)$$

Für die Quecksilberniederdrucklampe ist die Anzahl der Maxima $N_{Hg,l}=373$ aus Abbildung 8 und die des Lasers $N_{L,3}=311$, die Wellenlänge der Lampe ergibt sich zu

$$\lambda_{Hg,l} = \frac{N_{L,3}}{N_{Hg,l}} \cdot \lambda_L = 528\text{nm}. \quad (86)$$

Die Fehler ergeben sich wieder aus

$$s_{\lambda_{Hg}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{Hg}}{\partial N_L} \cdot s_{N_L}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{Hg}}{\partial N_{Hg}} \cdot s_{N_{Hg}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda_L}{N_{Hg}} \cdot s_{N_L}\right)^2 + \left(-\frac{N_L \lambda_L}{N_{Hg}^2} \cdot s_{N_{Hg}}\right)^2} \quad (87)$$

mit dem Fehler von 2 Maxima pro Messung, womit die Wellenlängen bestimmt werden als

$$\lambda_{Hg,h} = (578 \pm 5)\text{nm} \quad (88)$$

und

$$\lambda_{Hg,l} = (528 \pm 4)\text{nm}. \quad (89)$$

Der Literaturwert ist $\lambda_{Hg}=546,1\text{nm}$ [4]. Im Vergleich zur Literatur sieht man, dass die Wellenlängen der Hg-high Lampe und der Hg-low Lampe beide vom eigentlichen Wert abweichen, die Wellenlänge der Quecksilberhochdrucklampe ist größer, die der Quecksilberniederdrucklampe ist kleiner als der Literaturwert. Dies hat wie schon oben beschrieben wahrscheinlich die Tatsache zu Grunde, dass die Ungenauigkeit der Spiegelbewegung auf Vorschubschwankung und Verkippen des Spiegels zurückzuführen sind.

3.2.2 Kohärenzlängenbestimmung

Die Kohärenzlänge kann wie oben beschrieben direkt aus der Einhüllenden des Interferogramms bestimmt werden, wenn die Intensität auf $1/e$ gefallen ist, wie man in Abbildung 15,13 sieht. Erneut kann der Fehler von oben als einziger Fehler betrachtet werden, da es außer von Konstanten nur noch den, von uns als fehlerlos bzw. vernachlässigbar fehlerbehafteten Wert der Länge in die Formel einspielt. Jedoch geht der Fehler quadratisch ein, wodurch wir nun einen Fehler von 0,16 haben.

$$I_{max_{low}} = 0,22703 \quad (90)$$

$$I_{max_{high}} = 0,04725 \quad (91)$$

$$L_{c_{high}} = \Delta s = \Delta x \left(\frac{1}{e} \cdot I_{max} \right) = (0,55 \pm 0,02) \text{ mm} \quad (92)$$

$$L_{c_{low}} = \Delta s = \Delta x \left(\frac{1}{e} \cdot I_{max} \right) = (4,73 \pm 0,16) \text{ mm} \quad (93)$$

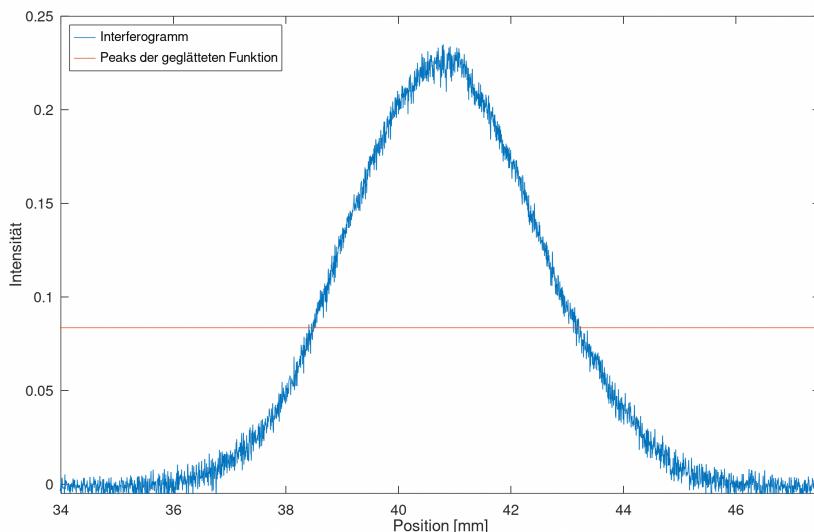


Abbildung 12: Kohärenzbestimmung Hg_{low}

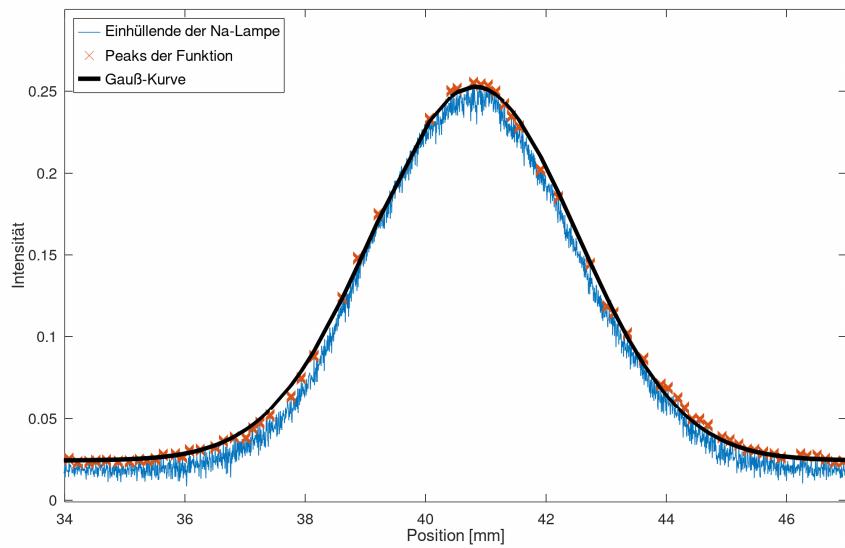


Abbildung 13: Einhüllende des Interferogramms der Hg_{High} Lampe mit Gauß-Fitfunktion.

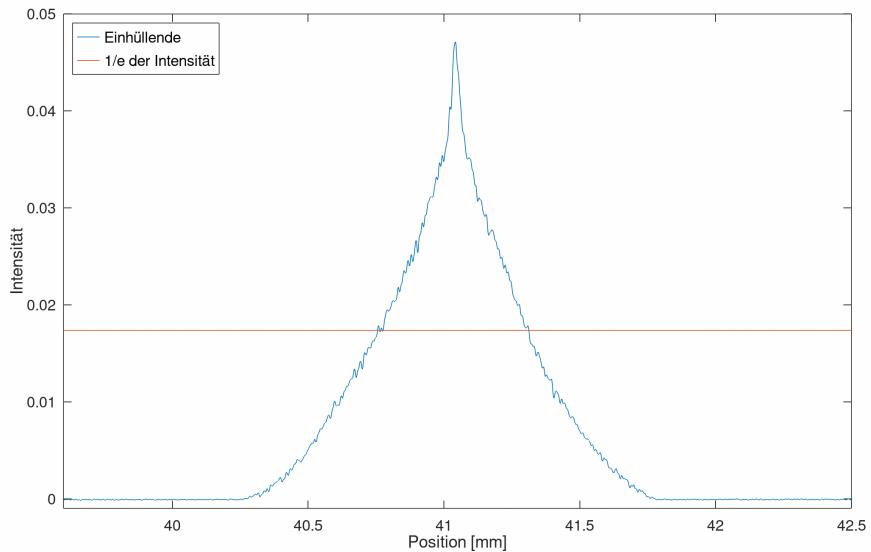


Abbildung 14: Kohärenzbestimmung Hg_{High}

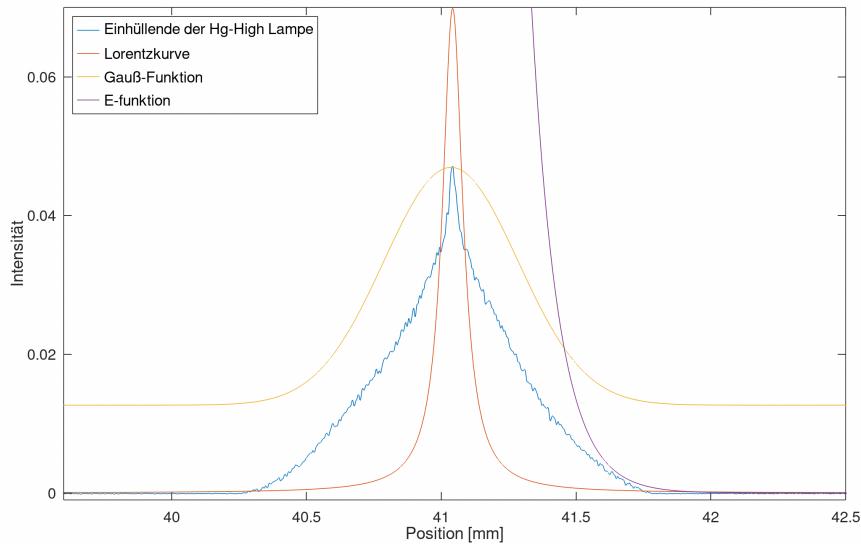


Abbildung 15: Einhüllende des Interferogramms der *HgHigh* Lampe mit Fitfunktionen. Man erkennt, dass keine reinen Fits genau ranpassen. So ist die Linie wahrscheinlich eine Faltung zwischen zwei Funktionen, voraussichtlich zwischen Gauß und Lorentz Funktion.

3.2.3 Bestimmung der Linienbreite

Für ein Lorentzprofil, wie wir es bei der Hg-high-Lampe vorliegen haben, lautet die Formel zur Berechnung der Halbwertsbreite

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\pi L}. \quad (94)$$

Die Messung der Hg-low-Einhüllende zeigt eine gaußförmige Linie, deshalb wird die Linienbreite berechnet wie bei der Natriumlampe. Die Fehlerfortpflanzung wie bereits bei der Na-Linie:

$$s = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2\lambda}{L} \cdot s_\lambda\right)^2 + \left(\frac{\lambda^2}{L^2} \cdot s_L\right)^2} \quad (95)$$

woraus sich folgende Halbwertsbreiten für die Spektrallinien ergaben:

$$\Delta\lambda_{Hg_{low}} = (0,0131 \pm 0,0021) \text{ nm} \quad (96)$$

$$\Delta\lambda_{Hg_{high}} = (0,176 \pm 0,021) \text{ mm}. \quad (97)$$

Da die Einhüllende der Quecksilberniederdrucklampe eine Gaußfunktion ist, liegt die Linienverbreiterung hauptsächlich an der Dopplerverbreiterung. Bei der Quecksilberhochdrucklampe ist die Einhüllende eine Lorentzfunktion, also wird die Linie durch den Druck in der Lampe verbreitert. Dieser Zusammenhang ergibt Sinn, da, wie die Namen schon sagen, in der Quecksilberhochdrucklampe ein deutlich höherer Druck vorliegt als in der Quecksilberniederdrucklampe.

4 Fazit

Die Fouriertransformationsspektroskopie hat sich als legitime Alternative zur klassischen Spektroskopie, bei der das Licht durch einen Monochromator in sein Spektrum zerlegt wird, bewiesen. Tatsächlich hat sie sogar einige Vorteile gegenüber der klassischen, da sie zu einer höheren Auflösung, Genauigkeit und geringeren Fehlern in der Lage ist. Gerade heute, wo Computer immer leistungsfähiger und günstiger werden, ist die digitale Zerlegung in Spektren von Vorteil.

In diesem Versuch wurde betrachtet wie viele Informationen über das Spektrum aus dem gemessenen Interferogramm gezogen werden können, ohne dass dieses explizit über eine Fouriertrafo ins Spektrum zerlegt wird. Die Durchführung des Versuchs bestand zu einem guten Teil aus der Justierung der Geräte, da die exakte Ausrichtung maßgeblich für ein genaues Messergebnis ist. Die Aufnahmen der Interferogramme und Einhüllenden gingen dann im Verhältnis sehr schnell, wodurch schlechtere Aufnahmen direkt wiederholt werden konnten. Aus den Aufnahmen der Einhüllenden der Interferogramme konnte schnell erkannt werden, dass bei der Natrium- und der Quecksilbertiefdrucklampe die Linienbreite hauptsächlich auf Dopplerverbreiterung zurückzuführen ist, während bei der Quecksilberhochdrucklampe eindeutig eine Lorentzverteilung vorlag, der Druck und damit die Wechselwirkung der Atome untereinander zu einer verbreiterten Spektrallinie führten. Für die Einfache handhabung des Aufbaus, konnten die Wellenlängen der Spektrallinien, sowie der Abstand der Na-D-Linien, genau bestimmt werden und kamen nah an die Literaturwerte heran.

Literatur

- [1] Das Michelson-Interferometer als Fourierspektrometer (Aufbau eines Versuches für das Fortgeschrittenenpraktikum für Physiker), Universität Bayreuth, Fachbereich Mathematik und Physik, Vorgelegt von: Hanswolf Popp, Fachvertreter: Prof. Dr. W. Kiefer, Bayreuth 1980
- [2] Linienbreite, spektrum.de, 16.09.21, <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/linienbreite/9080>
- [3] Doppler-Verbreiterung, spektrum.de 17.09.21, <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/doppler-verbreiterung/3280>
- [4] Fourier-Transformspektroskopie, Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene, Physikalisches Institut der Universität Bayreuth, Versuchsanleitung, Dr. U. Gerken, H. Popp, W. Richter, 2021
- [5] Schwebung, Akustische Wellen, leifiphysik.de, 19.09.21, <https://www.leifiphysik.de/akustik/akustische-wellen/grundwissen/schwebung>
- [6] Fourier-Transformation und Signalanalyse, Methoden der Messtechnik - Signal und Bildverarbeitung, Physikalisches Praktikum, Hrsg. W. Schenk, F. Kremer, file:///C:/Users/Leoni/Downloads/7_Fouriertransformation_PB14.pdf
- [7] Linienformen, spektrum.de, <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/linienformen/9081>
- [8] Kontinuierliche Fouriertransformation, https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-663-10086-7_3.pdf

Fouriertransforskopie

Messprotokoll von
Leonie Aeber und Charlotte Geiger
14.09.21, Uni Bayreuth

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in der Anleitung beschrieben.

Durchführung

Justage

Für die Justage wurde zuerst der Laser so eingestellt, dass das Licht parallel zur Tischplatte verlief. Dafür stand eine Hochblende zur Verfügung, die in zwei Entfernung zum Laser in dessen Strahlengang positioniert werden konnte. Als das richtig eingestellt war wurde der Umlenktor justiert. Dieser wurde an seine Halterung im Strahlengang gesteckt und mit Hilfe einer

Schreibe mit Zellwaxz und einem Blatt Papier so eingestellt, dass der Laser mittig in den Kollimator hinein trifft, zu diesem mittig durch die Linsen geht und aus dem Kollimator raus auf ein Blatt Papier fällt und auf dessen als Kreis erkennbar ist.

Als nächstes wurden die zwei Spiegel justiert, die den Strahl in das Interferometer laufen. Dafür stand eine Leine zur Verfügung, die in den Strahlengang bis zum Spiegel freigesetzt werden konnte.

Der Strahl musste wieder parallel zum Tisch gehen und einen (nicht abgeschnittenen) Kreis auf der Leine geben. Daraufhin wurden die Interferometer-Spiegel so eingestellt, dass das reflektierte Laser-Licht zurück auf dessen Öffnung fiel. Dann wurde auf der Abdunklung des Detektors die Interferenz betrachtet und die Spiegel so fein justiert, dass die Mitte der Interferenzringe auf den Detektor trifft.

Vom Bedienar werde noch der Kalibrierungs-Laser eingestellt.

Messungen

Mit Hilfe des Messprogramms auf dem Computer wurden die Intensivgramme und Einhüllenden der verschiedenen Lampen gemessen.

Die Tiefpass-Filte Einstellungen, bewegte Länge des entsprechenden Spiegels, Spiegelgeschwindigkeit und Filter der hinteren Kollimator befestigt wurde werden in den Dateien der Messdaten notiert.

Es werden gemessen die Na-D-Linien der Na-Lampe ($589,0$ & $589,6\text{ nm}$), He-Linie ($587,6\text{ nm}$) der He-Lampe, Hg-Linie ($546,1\text{ nm}$) der Hg-Tiefdruck- und der Hg-Hochdruck-Lampe. Für die Na-Lampe werde ein GelbfILTER benutzt, für die Hg-Lampen ein Grünfilter.