

Fortgeschrittenes physikalisches Praktikum

Wintersemester 2021/2022

Versuch LASER

Eigenschaften der Strahlung und ihre Anwendung

Gruppe: 6

Versuchstag: 13.09.2021

Betreuer: Dr. Lisa Günther

Anna-Maria Pleyer · Dominik Müller



**UNIVERSITÄT
BAYREUTH**

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	5
2 Theorie	6
2.1 Laser	6
2.1.1 Absorption, spontane und induzierte Emission, Besetzungsinversion	6
2.1.2 Lasermedium	7
2.1.3 Pumpe	7
2.1.4 Resonator	7
2.1.5 He-Ne-Laser	8
2.1.6 Drei- und Vierniveaulaser	9
2.2 Linienbreiten und Verbreiterung	9
2.3 Schwingungsmoden	10
2.3.1 Axialmoden	10
2.3.2 Transversale Moden	11
2.3.3 Single-Mode Laser	12
2.4 Messung von Mischfrequenzen mittels einer Photodiode	12
2.5 Dielektrische Spiegel	13
2.6 Fresnel'sche Gleichungen	13
2.7 Fabry-Pérot-Interferometer	14
2.8 Gaußoptik	16
2.8.1 ABCD-Gesetz in der geometrischen Optik	16
2.8.2 Gaußstrahlen	17
2.8.3 Der Strahlausbreitungsfaktor M^2	17
2.9 Definition der Basiseinheit Meter	17
2.10 Holographie	18
3 Aufbau	19
3.1 Versuchsaufbau	19
3.2 Justierung	20
4 Auswertung	21
4.1 Lasermoden	21
4.1.1 Darstellung verschiedener transversaler Moden	21
4.1.2 Axiale Moden	22
4.2 Bestimmung des Verstärkungsfaktor des laseraktiven Mediums	27
4.2.1 Messung der Intensität	27
4.2.2 Gewinn-Verlust-Bilanz	28
4.2.3 Dicke des Glasplättchens	30
4.3 Gauß'sche Strahlenoptik	31
4.3.1 Herleitung von Gleichung 10 aus Gleichung 4	31
4.3.2 Bestimmung von M^2	31
4.3.3 Brennweite der Linse	34
4.3.4 Berechnung minimale Strahlentaille	35
4.3.5 Berechnung des Taillenradius hinter der Linse	35

Inhaltsverzeichnis

4.3.6	Laserleistungsdichte	35
4.4	Holographie	36
5	Fazit	37
A	Messprotokoll	38
B	Fehlerfortpflanzungen	42
B.1	Axiale Moden	42
B.2	Bestimmung des Verstärkungsfaktor des laseraktiven Mediums	42
B.2.1	Messung der Intensität	42
B.2.2	Gewinn-Verlust-Bilanz	42
B.3	Gauß'sche Strahlenoptik	43
	Literaturverzeichnis	45

1 Einleitung

Laser ist eine Abkürzung und steht für *light amplification by stimulated emission of radiation*. Zu Deutsch bedeutet dies in etwa: 'Licht Verstärkung durch stimulierte Emission von Strahlung'. Das besondere an Laserstrahlen, im Vergleich zu z.B. Glühlampen ist, dass sie häufig eine hohe Intensität und meist monochromatisches Licht aussenden.

Aus diesen und noch weiteren Gründen sind sie aus der modernen Technik nicht mehr wegzudenken. Dort haben sie sehr viele Anwendungsbereiche: In der Medizin, Industrie aber auch im Alltag sind sie vielseitig einsetzbar. Einige Beispiele hierfür wären Laserdrucker oder freiverkäufliche Laserpointer. Laser können allerdings auch als Messinstrument genutzt werden, sie finden beispielsweise Anwendung in der Spektroskopie. Dies ist auch der Anwendungsbereich, welcher während dem Versuch genauer betrachtet wird. Im Vordergrund des Versuches steht der Aufbau und die Justierung des Lasers, in unserem Fall ein Helium-Neon Laser. Zunächst soll mit einfachen Messmethoden dessen Verstärkung, sowie die Modenstruktur untersucht werden. Des Weiteren wird noch das Fabry-Perot-Interferometer verwendet, dieses wird ebenfalls eingehend betrachtet werden und dient als Laserstrahlanalyse. Zuerst sollen im Folgenden die theoretischen Grundlagen etwas genauer beleuchtet werden.

2 Theorie

2.1 Laser

Ein Laser besteht prinzipiell aus 3 Bestandteilen: dem laseraktiven Medium, der Pumpe und dem Resonator.

Bevor die Funktionsweise des Lasers beschrieben werden kann, müssen vorher einige Begriffe geklärt werden:

2.1.1 Absorption, spontane und induzierte Emission, Besetzungsinverson

Wird ein Atom im Grundzustand E_1 in ein Strahlungsfeld gebracht, so kann es durch beispielsweise **Absorption** eines Photons Energie aufnehmen und somit in einen angeregten Zustand E_2 übergehen. Das Photon muss mindestens eine Energie von $E_p = h\nu = E_2 - E_1$ besitzen, diese wird dem Strahlungsfeld entzogen.

Dieser angeregte Zustand E_2 möchte wieder in den Grundzustand E_1 zurück, da dieser der energetisch günstigere (niedrigere) Zustand ist, dies kann auf zwei verschiedene Emissionsarten geschehen:

Bei der **spontanen Emission** sendet der angeregte Zustand E_2 ein Photon aus. Der Übergang vom angeregten Zustand E_2 in den Grundzustand E_1 findet hier ohne äußere Einwirkung eines zusätzlichen Feldes statt. Dieser Vorgang passiert spontan, d.h. der Prozess geschieht zufällig und folgt somit statistischen Gesetzen.

Die zweite Möglichkeit ist die sogenannte **stimulierte oder induzierte Emission**. Befindet sich ein Atom oder Molekül in einem angeregten Zustand E_2 , in einem geeigneten Strahlungsfeld, so ist es möglich, dass ein Photon diesen angeregten Zustand trifft, noch bevor dieser spontan emittieren kann. Wenn dies der Fall ist, dann ist bei dem angeregten Zustand keine Absorption des Photons mehr möglich und so kommt es zur Emission eines weiteren Photons. Der angeregte Zustand fällt zurück in einen niedrigeren Zustand, meist den Grundzustand E_1 zurück. Wenn die beiden Photonen die gleiche Energie, Schwingungsphase, Bewegungsrichtung und Polarisation haben, nennt man sie auch *kohärente Photonen*. Wenn die Photonen der induzierten Emission *kohergent* sind, führt diese zu einer Verstärkung des Strahlungsfeldes.

Das folgende Bild zeigt noch einmal den schematischen Ablauf der oben aufgeführten Prozesse:

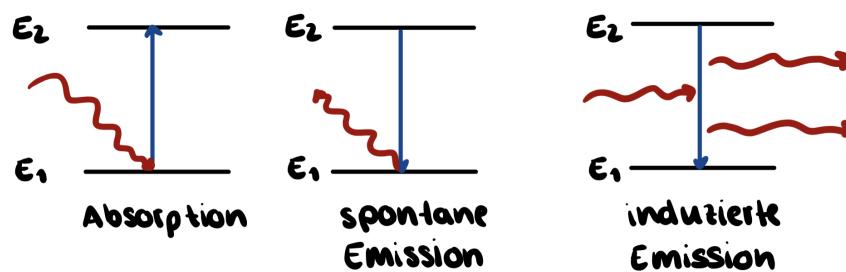


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung von Absorption, spontaner und stimulierter Emission

Die Wahrscheinlichkeit dieser Emissionsformen und der Absorption können mithilfe der Einstein-Koeffizienten berechnet werden.

In einem physikalischen System ist es wahrscheinlicher, dass die Besetzungsanzahl des Grundzustandes höher ist, als die Anzahl an besetzten angeregten Zuständen. Ist dies jedoch umgekehrt, d.h. wenn sich mehr Teilchen in einem angeregtem bzw. energetisch höheren Zustand E_2 befinden als in einem energetisch niedrigeren Zustand (Grundzustand), spricht man von einer **Besetzungsinvolution**. (vgl. Spektrum, 2021c; LEIFIphysik, 2021)

2.1.2 Lasermedium

Das Lasermedium ist entscheidend für die Eigenschaften des Lasers. Es gibt unterschiedliche laseraktive Medien, einige Beispiele sind Gase, Kristalle oder Dioden. In unserem Versuch ist es ein Helium-Neon-Gas, es handelt sich hier also um einen Gaslaser.

Damit ein Laser funktionieren kann, muss das laseraktive Medium einige theoretische Voraussetzungen erfüllen. Eine Voraussetzung ist, dass es möglich sein muss, dass sich im Medium eine Besetzungsinvolution einstellen kann. Dies ist nicht möglich bei einem Zwei-Niveau-System (E_1, E_2), d**ies** heißt man benötigt ein 3- bzw. 4-Niveau System, dies wird im Folgenden noch einmal diskutiert werden.

Im laseraktiven Medium kommt es immer wieder zur spontanen Emission von Photonen. Diese freiwerdenden Photonen treffen auf angeregte Zustände, es kommt zur stimulierten Emission. Durch das Aussenden eines weiteren Photons, welches auch noch die gleiche Bewegungsrichtung hat, kommt es zur Verstärkung des Strahlungsfeldes und somit wirkt das Lasermedium wie ein optischer Lichtverstärker. Durch die richtigen Abmessungen des Resonators, hat das Photon die Möglichkeit das Laseraktive Medium mehrfach zu durchlaufen, somit kommt es auch zu einer höheren Anzahl an induzierter Emission. (vgl. Wikipedia, 2021d)

2.1.3 Pumpe

Mithilfe der Pumpe wird Energie dem Lasermedium zugeführt. Diese 'Pumpenergie' ist wichtig, damit sich die Besetzungsinvolution einstellen kann. Durch diese Energie werden die Atome und Moleküle im Lasermedium in angeregte Zustände versetzt.

Man unterscheidet zwischen einer optischen Pumpe, hierbei wird Licht eingestrahlt, und einer elektrischen Pumpe. In unserem Fall wird eine elektrische Pumpe verwendet, hier kommt es mithilfe von Gasentladung zu einer Energiezufuhr.

Das Wichtige an der Pumpleistung ist, dass sie groß genug sein muss, um die Zahl der durch stimulierten Emission über der Zahl der absorbierten Teilchen zu halten. (vgl. Spektrum, 2021c; LEIFIphysik, 2021)

2.1.4 Resonator

Der Laserresonator besteht aus einem Spiegelsystem oder/und anderen optischen Elementen.

Im Regelfall besteht er aus zwei sich gegenüberliegenden parallelen Spiegeln. Der eine Spiegel sollte beinahe total reflektierend sein, in unserem Fall zu 99,9% und der zweite sollte noch ein gewisses Maß an Transmission (hier: 98% Reflexion) haben, damit der Laserstrahl auch ausgesendet werden kann. Die Spiegel sorgen dafür, dass die Strahlung durch ein Gebiet, indem Besetzungsinvolution vorherrscht, geleitet wird. Durch die richtige Anordnung der Spiegel ist es möglich, dass die entstehende Welle das Medium mehrmals durchlaufen kann, dies erhöht wiederum Wahrscheinlichkeit der stimulierten Emission, es kommt also zu einer Verstärkung des Lasers. (vgl. Spektrum, 2021c)

In unserem Versuch besteht der Laserresonator aus zwei sphärischen Spiegeln. Ein Vorteil von sphärischen Spiegeln ist, dass sie leicht verkippte Strahlen wieder auf die optische Achse zurück reflektieren können, somit ist der Laserstrahl stabiler. Es muss noch eine weitere Bedingung erfüllt sein damit ein Laser stabil läuft:

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 \leq 1 \quad (2.1)$$

2 Theorie

wobei gilt:

$$g_i = 1 - \frac{L}{r_i} \quad (2.2)$$

L steht für die Länge des Resonators und r_i für den Krümmungsradius.

Zusätzlich handelt es sich bei unserer Spiegelanordnung um eine konfokale Anordnung. Dies ist ein Spezialfall, hierbei ist Länge des Resonators gleich dem Krümmungsradius. Dies hat zur Folge, dass der Strahl den Resonator, im Idealfall, viermal durchläuft. Es kommt also zu einer weiteren Verlängerung des Laserstrahls und somit zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit der stimulierten Emission. (vgl. Wikipedia, 2021d)

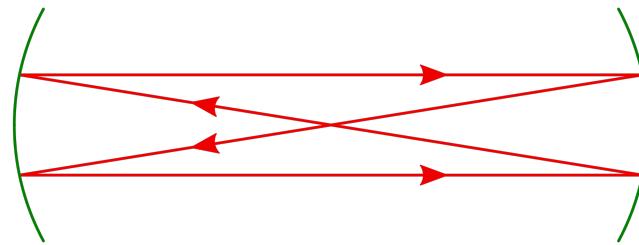


Abbildung 2.2: Darstellung des Strahlenverlauf in einem konfokalen Resonator.

2.1.5 He-Ne-Laser

Bei einem Helium-Neon Laser wird als Pumpenergie elektrische Energie verwendet. Durch eine Hochspannungsquelle und Elektroden kommt es zu einer Gasentladung in der Glasröhre, also dem Laseraktiven Medium. Die Atome, vor allem die Helium-Atome, werden durch die Energie der Stöße mit den frei beweglichen Elektronen angeregt. Diese angeregten Heliumatome stoßen ihrerseits mit den Neon-Atomen zusammen und regen diese somit an. Somit folgt eine Besetzungsinvolution bei den Neon-Atomen.

Das Termschema eines He-Ne-Lasers soll im Folgenden genauer betrachtet werden:

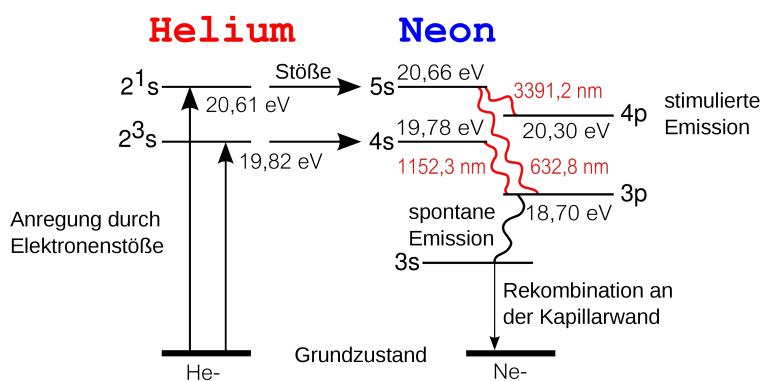


Abbildung 2.3: Termschema eines Helium-Neon-Laser.

Wie aus der vorangegangenen Abbildung 2.3 ersichtlich findet der Laserübergang im Neon statt. Allerdings benötigt man das Helium, damit die Besetzungsinvolution erreicht werden kann, wie oben bereits geschildert. Nun gibt es drei mögliche Übergänge im Neon: 5s zu 4p, von 5s nach 3p und 4s nach 3p. Der Laserübergang ist hierbei der Übergang von 5s zu 3p, mit einer Wellenlänge von 632,8 nm, im sichtbaren Bereich. Die beiden anderen Übergänge werden mithilfe der sphärischen Spiegel nicht weiter beachtet. (vgl. Göttingen, 2021)

2.1.6 Drei- und Vierniveaulaser

Wie bereits erwähnt muss ein Laseraktives Medium eine Besetzungsinvolution ausbilden können. Um diese Besetzungsinvolution zu erreichen, muss die Lebensdauer der angeregten Zustände verlängert werden. Dies ist möglich, indem man weitere Energieniveaus hinzufügt.

Über dem E_2 wird noch ein weiterer Zustand E_3 hinzugefügt. Die Anregung erfolgt von E_1 auf das angeregte Niveau E_3 . Anschließend relaxieren sie strahlungslos in den metastabilen Zustand E_2 . Dieser hat eine relativ lange Lebensdauer (metastabil) und somit kann die Besetzungsinvolution erreicht werden, da viele Atome in den E_2 Zustand gelangen. Der eigentliche Laserübergang findet dann vom Niveau E_2 zu E_1 statt. Die Lebensdauer ist deutlich höher als bei einem Zwei-Niveau-Laser, das hat den Vorteil, dass das Atom vermehrt durch stimulierte Emission abgeregt wird. Der Vierniveaulaser hat zusätzlich noch ein vieres Niveau E_4 . Die Anregung findet nun von E_1 auf E_4 statt, anschließend kommt es wieder zu einem strahlungslosen Übergang in den metastabilen Zustand E_3 . Der Laserübergang findet nun zwischen dem Niveau E_3 und E_2 statt. Das hat zur Folge, dass das 'neue' Niveau frei ist und wieder aufnahmefähig ist, obwohl der Grundzustand E_1 nicht leer ist, somit kommt es zu einer höhere Besetzungsinvolution. Der Zustand E_2 kann wieder in den Grundzustand E_1 zurückkehren. (vgl. Spektrum, 2021d)

Im Folgenden ist eine schematische Abbildung dieser Niveaus zu sehen:



Abbildung 2.4: Darstellung der Energieniveaus eines Drei- und Vierniveaulaser.

2.2 Linienbreiten und Verbreiterung

Die **natürliche Linienbreite** ist die minimalste Linienbreite. Die endliche Ausdehnung der Linienbreite geht auf die quantenmechanische Energie-Zeitunschärfe zurück. Die Bestimmung der Lebensdauer und der exakten Energie eines angeregten Zustandes ist nicht möglich. Dies führt zu einer statischen Verbreiterung der Linienbreite, die kleinste mögliche Breite ist die natürliche Linienbreite.

$$\Delta E \cdot \Delta t \leq \frac{\hbar}{2} \quad (2.3)$$

Unter **Verbreiterungsmechanismen** versteht man die Vergrößerung der Linienbreite über die natürliche Linienbreite hinaus. Hierbei unterscheidet man zwischen zwei Arten: Die *homogene Verbreiterung* tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz für alle Teilchen gleich groß ist. Hierzu zählen z.B. Druckverbreiterung und Sättigungsverbreiterung. Die *inhomogene Verbreiterung* tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz nicht für alle Teilchen gleich groß ist. Hierzu zählt z.B. die Doppelverbreiterung.

Druckverbreiterung

Wenn die Atome freibeweglich sind, kann es zu Stößen zwischen zwei Atomen kommen. Bei einem elastischen Stoß verschieben sich die Energieniveaus kurzzeitig, da sie in den Wirkungsbereich der Coulombwechselwirkung kommen. Wenn es während dieser Zeit zu einer Photonen-Emission kommt, so hat dieses emittierte Photon eine andere Energie als bei der 'normalen' Emission. Dies führt zu einer Verbreiterung der Spektrallinie.

Doppelverbreiterung

Dieser Verbreiterungsmechanismus beruht auf dem optischen Dopplereffekt. Ein bewegtes Atom strahlt beim Übergang von einem höheren energetischen Zustand in einen niedrigeren energetischen Zustand ein Photon ab, dessen Frequenz bzw. Wellenlänge ist geschwindigkeitsabhängig. Die Wellenlänge wird größer, wenn sich das Atom entgegen der Emissionsrichtung des Photons bewegt und kleiner im umgekehrten Fall. Es ergeben sich Doppelverschiebungen in beide Richtungen und aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten, kommt es zu einer Verbreiterung der Spektrallinie. (vgl. Wikipedia, 2021e)

2.3 Schwingungsmoden

Die Mode beschreibt eine bestimmte zeitliche stationäre Eigenschaft einer Welle (stehende Welle). Die Form der Moden wird meist durch Randbedingungen bestimmt.

Bei elektro-magnetischen Wellen unterscheidet man folgende Moden-Formen (vgl. Wikipedia, 2021d):

- **TEM:** Elektrische und magnetische Feldkomponente stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.
- **TE:** Elektrische Feldkomponente steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die magnetische Feldkomponente zeigt in Ausbreitungsrichtung.
- **TM:** Magnetische Feldkomponente steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die elektrische Feldkomponente zeigt in Ausbreitungsrichtung.

Bei den Lasermoden unterscheidet man grundsätzlich zwischen den axialen und transversalen Moden:

2.3.1 Axialmoden

Bei Axialmoden ist die Ausbreitungsrichtung entlang der optischen Achse des Resonators. Im Resonator bilden sich nur stehende Wellen, d.h. es können nur bestimmte Frequenzen, deren Vielfaches der halben Wellenlänge der Resonatorlänge entspricht, anschwingen. Das Spektrum kann aus diesem Grund nicht kontinuierlich sein, sondern diskret, die sogenannten Moden.

Abstand Axialer Moden:

Für den Abstand zweier Axialmoden nehmen wir die Bedingung für ein Verstärkung innerhalb des Resonators her:

$$L = k \frac{\lambda}{2} \quad (2.4)$$

Hier steht L für die Länge des Resonators, λ der Wellenlänge des emittierten Lichts und k für eine natürliche Zahl. Setzen wir nun für die Wellenlänge $c' = \nu\lambda$, mit c' der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium $c = c'n$ folgt:

$$L = k \frac{\lambda}{2} \quad (2.5)$$

$$L = k \frac{c'}{2\nu} \quad (2.6)$$

$$\nu = \frac{ck}{2Ln} \quad (2.7)$$

Nun Bertrachen wir den Abstand zweier benachbarter Moden:

$$\nu_{k+1} - \nu_k = \frac{c(k+1)}{2Ln} - \frac{ck}{2Ln} \quad (2.8)$$

$$\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k = \frac{c}{2Ln} \quad (2.9)$$

Wie man erkennen kann, ist der Modenabstand, im Frequenzraum, bei allen gleich. Eine Mode ist nur dann in der Lage anzuschwingen wenn sie im Verstärkungsprofil des Laser liegt, dieses ist begrenzt und somit können nicht unendlich viele Moden schwingen. (vgl. Demtröder, 2007)

Im nach folgendem Bild 2.5 ist das Verstärkungsprofil eingezeichnet (vgl. Wikipedia, 2021 d):

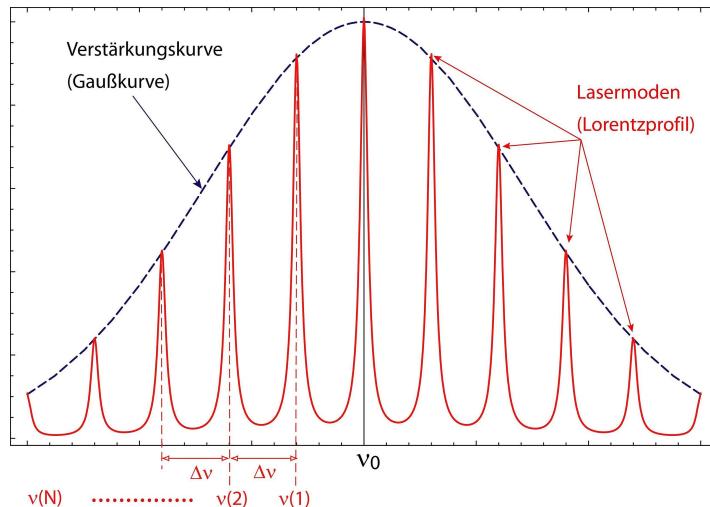


Abbildung 2.5: Axiale Moden im Verstärkungsprofil

Die Bandbreite ist die Halbwertsbreite der Lasermoden im Frequenzraum. Ein Laser funktioniert nur dann, wenn die Bandbreite kleiner ist als die Verstärkung.

2.3.2 Transversale Moden

Diese Moden entstehen, wenn der Laserstrahl die Spiegel, beispielsweise im Resonator, nicht richtig trifft. Zustände kommen die transversalen Moden durch falsche Justage der Spiegel, aber auch durch Verunreinigung der optischen Bauelemente.

Im Resonator kommt es zusätzlich zu einem oder mehreren unabhängigen Laserstrahlen, die in unterschiedlichen Winkeln auftreffen. Es bilden sich stehende Wellen, die im Laserprofil Knoten aufweisen.

2 Theorie

Im Folgenden sind einige Beispiele für Transversale Moden:

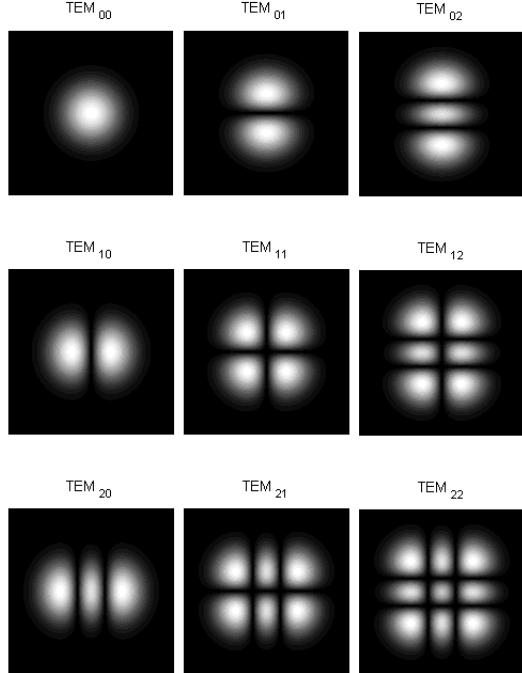


Abbildung 2.6: Verschiedene Transversale Moden

Gekennzeichnet sind die Lasermoden mit TEM_{xy} . Der Index x steht hierbei für die Anzahl ihrer Knotenlinien in x-Richtung und der Index y für die Knotenlinien in y-Richtung. Die Grundmode TEM_{00} , zeigt im Idealfall ein Gauß-Profil. (vgl. Wikipedia, 2021d)

2.3.3 Single-Mode Laser

Wenn man einen Laser mit einer hohen Wellenlängenstabilität benötigt, greift man oft auf einen single-mode Laser zurück. Diese oszillieren nur auf einer Resonator-Eigenschwingung und geben somit nur eine Mode von sich. Praktisch wird dies so umgesetzt, dass der Laserstrahl ein sogenanntes Fabry-Perot-Etalon¹ trifft und dieses nur minimale Frequenzen durchlässt. Da so nur eine Mode durchkommt hat man eine sehr hohe Wellenlängenstabilität. (vgl. Demtröder, 2007)

2.4 Messung von Mischfrequenzen mittels einer Photodiode

Im Resonator kann es vorkommen, dass die verstärkten Frequenzen sich leicht unterscheiden und es zu einer Überlagerung kommt. Somit kommt es zu einer Mischfrequenz, einer Schwebung. Die axialen Moden überlagern sich bei gleicher Frequenz aber unterschiedlicher Wellenlänge. Die Summe der Einzelfrequenzen ist nicht mehr detektierbar. Es kann nur die Schwebungsfrequenz bestimmt werden, da diese eine geringer Frequenz aufweist. Die Schwebungsfrequenz entspricht der Differenzfrequenz, also dem Modenabstand (vgl. (2.9)). Das heißt, man kann mithilfe der Schwebungsfrequenz Rückschlüsse auf den axialen Modenabstand ziehen. Um diese Frequenzen zu messen benötigt man allerdings eine sehr schnelle Photodiode.

¹Dünnes, beidseitig verspiegeltes Blättchen. Funktionsweise ähnlich zum Fabry-Perot-Interferometer

2.5 Dielektrische Spiegel

In dem Laserresonator werden, wie oben bereits diskutiert, Spiegel mit hohen Reflektivitäten benötigt. Hierfür werden meistens dielektrische oder Bragg Spiegel verwendet. Das besondere an diesen Spiegeln ist, dass sie aus unterschiedlichen Schichten mit verschiedenen Brechungsindizes bestehen. Diese Schichten werden abwechselnd mit hohen und niedrigen Brechungsindex auf eine Glasplatte aufgetragen. Die Dicke dieser Schichten ist häufig $d = \frac{\lambda}{2}$ oder $d = \frac{\lambda}{4}$. λ ist hierbei die Wellenlänge des zu reflektierenden Lichts, d.h. es wird nur ein Teil des Spektrums reflektiert. Trifft ein Strahl auf den Spiegel so wird ein Teil des Strahls am optisch dickeren Medium mit einem Phasensprung um π reflektiert und der andere Teil transmittiert. Am optisch dünneren Medium wird dieser Strahl ohne Phasensprung reflektiert. Somit hat der Strahl beim Austreten dieselbe Phase, wie der zuerst reflektierte Strahl. Dieser Vorgang ist beliebig oft wiederholbar. Durch geeignete Wahl von Schichtdicke und der Brechungsindizes kann es zur konstruktiven Interferenz zwischen den reflektierten Teilstrahlen kommen. Somit kann man hohe Reflektivitäten nahe 1 erreichen. (vgl. Wikipedia, 2021a)

Zur Verdeutlichung ist noch eine schematische Darstellung eines dielektrischen Spiegels eingefügt:

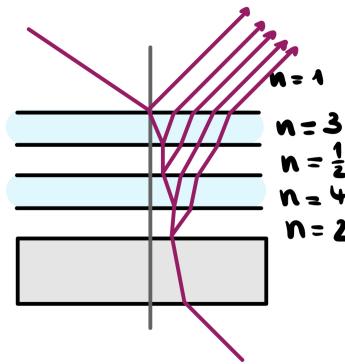


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung des Strahlengangs in einem Dielektrischen Spiegel mit mehreren Schichten mit verschiedenen Brechungsindizes.

2.6 Fresnel'sche Gleichungen

Die Fresnel'schen Formeln beschreiben die Reflexion und Transmission einer ebenen elektromagnetischen Welle an einer Grenzschicht. Sie sind wie folgt definiert:

$$\left(\frac{E_T}{E_E} \right)_\perp = \frac{2 \sin(\beta) \sin(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (2.10)$$

$$\left(\frac{E_R}{E_E} \right)_\perp = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{E_T}{E_E} \right)_\parallel = \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (2.12)$$

$$\left(\frac{E_R}{E_E} \right)_\parallel = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (2.13)$$

$$(2.14)$$

Sie beschreiben das Verhältnis der reflektierter E_R bzw. transmittierter Feldstärke E_T zu der einfallenden Feldstärke E_E .

2 Theorie

Hierbei wird zusätzlich zwischen dem senkrecht \perp und dem parallel \parallel polarisierten Teil (zur Einfallssebene) der Feldstärke unterschieden. Bei den oben verwendeten Formeln wurde ein nicht-magnetisches Material verwendet, d.h. $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Der Winkel α ist der Einfallswinkel und der Winkel β ist der Ausfallswinkel.

Diese Darstellungsart ist nur eine von mehreren Möglichkeiten die Fresnel'schen Formeln darzustellen, man kann sie beliebig umschreiben mithilfe von Additionstheoremen und Brechungsgesetzen.

Ein besonderer Winkel sollte noch erwähnt werden, der sogenannte **Brewster-Winkel** α_B . Fällt Licht unter diesen besonderen Winkel ein, so wird nur der senkrecht zur Einfallssebene polarisierten Anteil reflektiert. Das reflektierte Licht ist dann linear polarisiert. Der parallel zur Einfallssebene einfallende Anteil des Lichtstrahls wird transmittiert. (vgl. Köhler, 2020)

Es gilt:

$$\alpha_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (2.15)$$

2.7 Fabry-Pérot-Interferometer

Das Fabry-Pérot-Interferometer (kurz FPI) ist ein optisches Gerät, mit dessen Hilfe Spektroskopie auch an kleinen Spektralbereichen möglich ist, hierbei macht das Interferometer sich die Vielstrahlinterferenz zu nutze.

Funktionsweise eines FPI

Das FPI besteht ganz allgemein aus zwei parallelen Glasplatten, es gibt aber auch Varianten mit nur einer Glasplatte. Ein schematischer Aufbau² ist im Folgenden gezeigt:

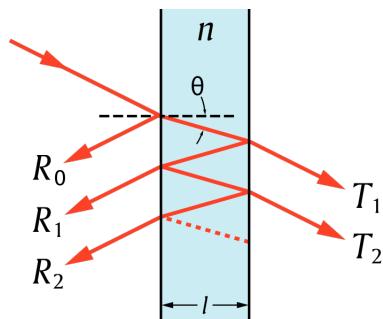


Abbildung 2.8: Schematischer Aufbau eines Fabry-Pérot-Interferometer.

Trifft ein Lichtstrahl unter dem Einfallswinkel α auf die erste Grenzfläche so wird dieser größtenteils transmittiert. Allerdings wird dieser Strahl an der zweiten Grenzfläche mehr reflektiert und nur ein Teil transmittiert. Bei jeder Teilreflektion tritt ein kleiner Teil aus. Dieser Vorgang ist beliebig oft wiederholbar. Letztlich interferieren die entweichenden Lichtstrahlen. Wenn diese Teilstrahlen konstruktiv interferieren, wird das Interferometer durchlässig und wenn sie destruktiv interferieren, undurchlässig. Wie sie interferieren ist abhängig von der Wellenlänge und dem Einfallswinkel. Die Transmission wird mithilfe der Airy-Funktionen beschrieben. (vgl. Spektrum, 2021 a)

²Bildquelle: (vgl. Wikipedia, 2021c)

Konfokales FPI

Bei einem konfokalen FPI werden anstatt den beiden plan-parallelen Spiegeln zwei sphärische Spiegel verwendet. Der Vorteil eines konfokalem FPI gegenüber einen plan-parallelen ist, dass die Justierung nicht unbedingt exakt sein muss, damit die Strahlen nicht aus dem Interferometer hinauslaufen. Dies hat zur Folge, dass die durchgelassene Intensität und Finesse steigt.

Wie bereits erläutert wird beim FPI Vielstrahlinterferenz verwendet, um ein Interferenzbild zu erzeugen. Die Bedingung für ein Interferenzmaxima lautet:

$$k\lambda = 2nd \cos(\alpha) \quad (2.16)$$

Wobei k für eine beliebige natürliche Zahl, n für den Brechungsindex und d für den Abstand zwischen den Spiegeln steht. Weitere wichtige Kenngrößen werden im Folgenden erläutert.

Eine wichtige Größe ist der **freie Spektralbereich FSR**. Dieser gibt an wie weit die Maxima verschiedener Beugungsordnungen noch voneinander getrennt werden können. Der freie Spektralbereich ist im Frequenzraum, bei senkrechtem Einfall ($\alpha = 0$) wie folgt definiert:

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2nd} \quad (2.17)$$

Man erkennt, dass der freie Spektralbereich im Frequenzraum konstant ist. Somit kann man bei gleichbleibenden Brechungsindex sagen, dass der FSR nur vom Abstand der Spiegel abhängig ist. Was im Umkehrschluss bedeutet, dass es einen Zusammenhang zwischen der messbaren Wellenlänge λ und dem Abstand d der Spiegel gibt.

Ein weiterer wichtiger Parameter ist die **Finesse**, sie gibt an wie viele Linien im freien Spektralbereich aufgelöst werden können und ist wie folgt definiert:

$$F = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\Delta\nu} \quad (2.18)$$

Wobei $\Delta\nu$ für die Halbwertsbreite der Maxima steht. (vgl. Giglberger, 2010)

Das nachfolgende Bild zeigt ein Transmissionsspektrum eines FPI.

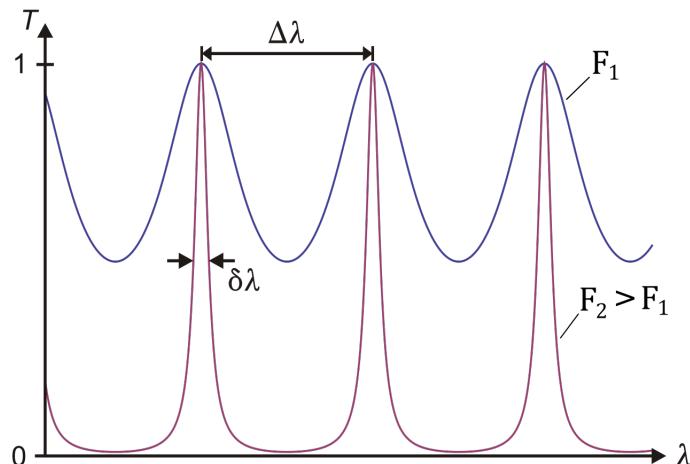


Abbildung 2.9: Beispielhaftes Transmissionsspektrums eines Fabry-Pérot-Interferometer für zwei unterschiedlichen Finessen.

Hier sind zwei Graphen dargestellt, der eine Graph zeigt ein Transmissionsspektrum für eine „gute“ Finesse (rot) und der zweite zeigt den Verlauf für eine schlechtere Finesse (blau). Die Finesse eines Interferometers sollte möglichst groß sein, damit die Beugungsordnungen gut voneinander trennbar sind. In dieser Graphik wird der freie Spektralbereich nicht im Frequenzraum dargestellt, sondern mithilfe der Wellenlänge ($\Delta\lambda$) und die Halbwertsbreite der Interferenzmaxima wird in der Graphik als $\delta\lambda$, ebenfalls abhängig von der Wellenlänge, gekennzeichnet. (vgl. Wikipedia, 2021 c)

2.8 Gaußoptik

2.8.1 ABCD-Gesetz in der geometrischen Optik

In der paraxialen Optik wird die Veränderung von Lichtstrahlen mithilfe von Matrizen dargestellt. Diese nennt man aufgrund ihrer vier Einträge auch ABCD-Matrix.

Diese wurde eingeführt, da man komplizierter Sachverhalte, z.B. eine Kugelwelle, in der Optik oft nicht ausreichend genau mit einem Strahlenvektor darstellen kann.

Jeder Strahl lässt sich durch den Abstand r zur optischen Achse und dem Winkel α , den der Strahl mit der opt. Achse einschließt, beschreiben. Man kann diesen Strahl mithilfe dieser beiden Komponenten darstellen:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} r \\ \alpha \end{pmatrix}$$

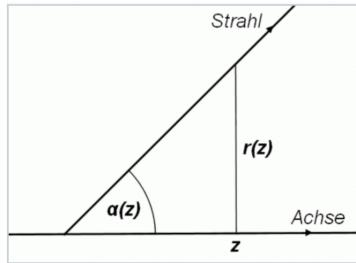


Abbildung 2.10: Graphische Darstellung des Vektors \vec{v} .

Unter Verwendung der Kleinwinkelnäherung gilt für den Krümmungsradius der Kugelwelle vor dem optischen System:

$$R_1 = \frac{x_1}{\alpha_1} \quad (2.19)$$

Und analog gilt für den Krümmungsradius der Kugelwelle nach dem optischen System:

$$R_2 = \frac{x_2}{\alpha_2} \quad (2.20)$$

Die Beziehung zwischen den zwei Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v}_2 kann man aus der Transformationsmatrix T erhalten. (vgl. Wikipedia, 2021f)

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$x_2 = Ax_1 + B\alpha_1 \quad (2.22)$$

$$\alpha_2 = Cx_1 + D\alpha_1 \quad (2.23)$$

Daraus folgt für den Krümmungsradius R_2 :

$$R_2 = \frac{x_2}{\alpha_2} = \frac{AR_1 + B}{CR_1 + D} \quad (2.24)$$

2.8.2 Gaußstrahlen

Die Gaußstrahlen sind ein Konzept zur Beschreibung der Lichtausbreitung, hierbei werden sowohl die Methoden der Strahlenoptik als auch der Wellenoptik verwendet. Die gerade angesprochene geometrische Optik lässt sich auch auf die Gaußstrahlen übertragen. Gaußstrahlen sind Strahlen, die einer Gauß-Verteilung der Amplitude folgen.

Hier gibt es statt den Strahlenvektor einen Strahlenparameter q :

$$q = \frac{Aq_0 + C}{Cq_0 + D} \quad (2.25)$$

Der Strahlenparameter berechnet sich hierbei wie folgt:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi\omega^2} \quad (2.26)$$

R steht für den Krümmungsradius des Gauß-Strahls, λ für dessen Wellenlänge und ω für den Radius des Gauß-Strahls. (vgl. Wikipedia, 2021f)

2.8.3 Der Strahlausbreitungsfaktor M^2

Ein realer Laserstrahl weist nur selten ein ideales Gaußprofil auf, sondern es kommt zur Abweichung des Laserprofils durch Überlagerungen verschiedener Moden, um eine Möglichkeit zu nennen. Man führt aus diesem Grund den Strahlungsausbreitungsfaktor M^2 ein, dieser gibt an wie weit der reale Strahl vom theoretischen Gaußstrahl abweicht.

2.9 Definition der Basiseinheit Meter

Der Meter wurde definiert als diejenige Strecke, die das Licht im Vakuum innerhalb des Zeitintervalls von $\frac{1}{299792458}$ Sekunden durchläuft. Diese Definition gilt seit 1983.

2.10 Holographie

Die normale Photographie nimmt im Regelfall nur die Intensitätsverteilung auf. Bei der Holographie wird zusätzlich noch Frequenz, Amplitude und Phase von kohärenten Wellenfeldern aufgenommen. Allgemein gesagt befasst sich die Holographie mit der Aufnahme, Verarbeitung und Wiedergabe von Phasen-Informationen, die eine dreidimensionale Darstellung eines Objektes ermöglichen. Sie wird meistens im sichtbaren Bereich durchgeführt. Das grobe Prinzip ist, dass ein Laser eine kohärente, monochromatische Welle erzeugt. Diese Welle wird dann in eine Referenz- und eine Objektwelle geteilt. Die Objektwelle, wie der Name schon verrät, wird vom Objekt gestreut und mit der ungestreuten Referenzwelle auf dem holographischen Material zur Interferenz gebracht. Auf diesem Material bildet die Phaseninformation der Objektwelle ein entsprechendes Interferenzmuster. Bestrahlt man das Hologramm mit einer identischen Referenzwelle, so kann man aus dem im Hologramm gespeicherten Interferenzmuster das ursprüngliche Wellenfeld rekonstruieren. Durch die Wiederherstellung des gesamten Wellenfeldes besteht die Möglichkeit dieses aus verschiedenen Beobachtungspunkten anzusehen und so kann man den aufgenommenen Gegenstand aus verschiedenen Richtungen begutachten. (vgl. Spektrum, 2021 b)

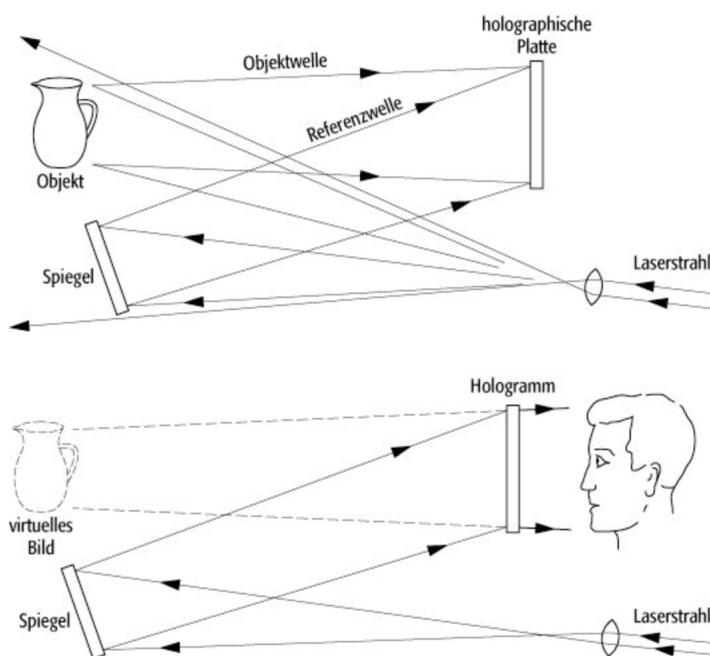


Abbildung 2.11: Obere Abbildung: Schematischer Aufbau einer Aufnahme eines Hologramms.
Untere Abbildung: Schematischer Aufbau einer Rekonstruktion eines Hologramms.

3 Aufbau

3.1 Versuchsaufbau

Das folgende Bild zeigt unseren Versuchsaufbau während dem ersten Teil der Messung.

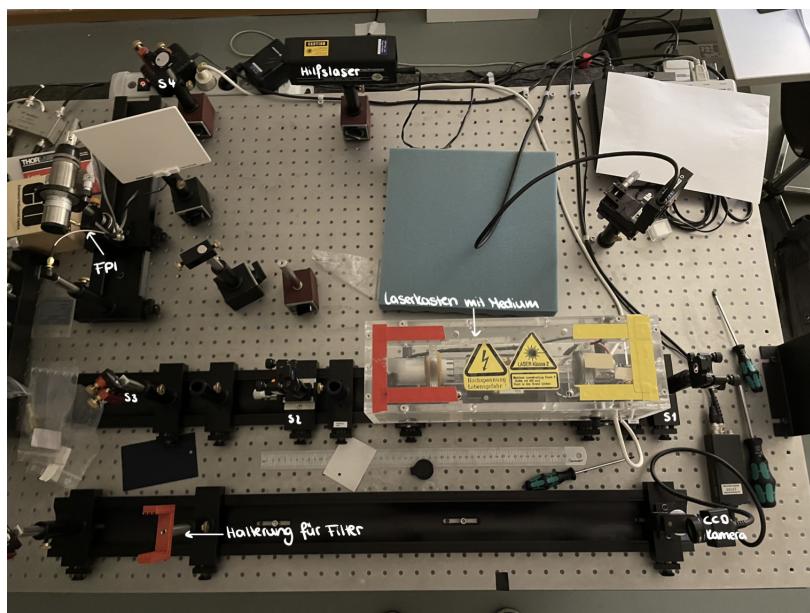


Abbildung 3.1: Foto des Versuchsaufbaus für den ersten Teil des Versuches.

In diesem Versuch wird eine Helium-Neon-Gasentladungsrohre als aktives Medium verwendet. Auf eine optische Bank wird der Laserkasten mit den beiden sphärischen Spiegeln angebracht. Beide Spiegel haben einen Krümmungsradius von 500 mm . Der hintere Spiegel, in dem Foto 3.1 als S1 gekennzeichnet, hat 99,9% Reflektivität und der im Foto als S2 markierten Spiegel hat eine Reflektivität von 98%. Damit der Laser stabil läuft muss die folgende Gleichung erfüllt sein:

$$g_1 \cdot g_2 \leq 1 \quad (3.1)$$

wobei $g_i = 1 - \frac{L}{r_i}$ mit L: Spiegelabstand und r_i : Krümmungsradius. Damit ergibt sich, dass die beiden Spiegeln maximal 500 mm voneinander entfernt sein dürfen.

Bei uns hatten die Spiegel 1 und Spiegel 2 einen Abstand von: $L = (54,5 \pm 0,2)\text{ cm}$.

Bei uns ist die Bedingung nicht exakt erfüllbar gewesen, da es vom Aufbau her nicht möglich war die Spiegel näher zueinander zubekommen, da die anderen optischen Geräte, wie beispielweise die Lochblende, noch zwischen den Spiegeln angebracht werden musste.

Für die anderen Versuchsteile wird das Laserlicht so umgelenkt, das es auf die CCD-Kamera oder auf das Fabry-Pérot-Interferometer trifft.

Die entsprechenden Längen zwischen den verwendeten Bauelementen sind dem Protokoll, im Anhang, zu entnehmen.

3.2 Justierung

Bevor die Messung startet, musste der Laser erst noch justiert werden. Hierzu wird mithilfe eines Hilfslaser und der Lochblende eine optische Achse definiert. Zuerst wird die Höhe des Hilfslaserstrahls auf ca. 21,5 cm eingestellt und dessen Laserstrahl parallel zur optischen Achse ausgerichtet. Anschließend wird der Laserkasten in den Strahlengang eingebracht und so eingestellt, dass der Laserstrahl mit einer möglichst hohen Intensität wieder aus dem Medium austritt. Dann wird zuerst der total reflektierende Spiegel eingebracht und so justiert bis der eintreffende Strahl sich selbst reflektiert. Zuletzt wird noch der teil-transmittierender Spiegel angebracht. Auch hier wird wieder die Position so lange verändert bis der transmittierte Strahl auf den Spiegel trifft. Der Hilfslaser wird nun abgeschaltet und das Laseraktive Medium angeschaltet. Danach wurden die reflektierenden Spiegel leicht verstellt, bis der Laserstrahl angesprungen ist. Zum Schluss wird noch feinjustiert mithilfe des Powermeter, die Spiegel werden solange verändert bis die maximale Intensität erreicht wird. Bei uns liegt der Peak bei $P = (4,32 \pm 0,03) \text{ mW}$.

4 Auswertung

4.1 Lasermoden

4.1.1 Darstellung verschiedener transversaler Moden

Die transversalen Moden wurden in unserem Versuch zum Schluss aufgenommen. Dies hat den einfachen Grund, dass die transversalen Moden durch die falsche Justierung sichtbar gemacht werden können. Wir haben die transversalen Moden gefunden, indem wir bewusst die Spiegel verstellt haben. Die Moden werden dann durch eine Linse vergrößert und auf eine Wand projiziert, um diese besser erkennen zu können. Anschließend wird ein Bild von der Mode mithilfe eines Smartphones aufgenommen. Die gefundenen Moden sind im Folgenden zu sehen:

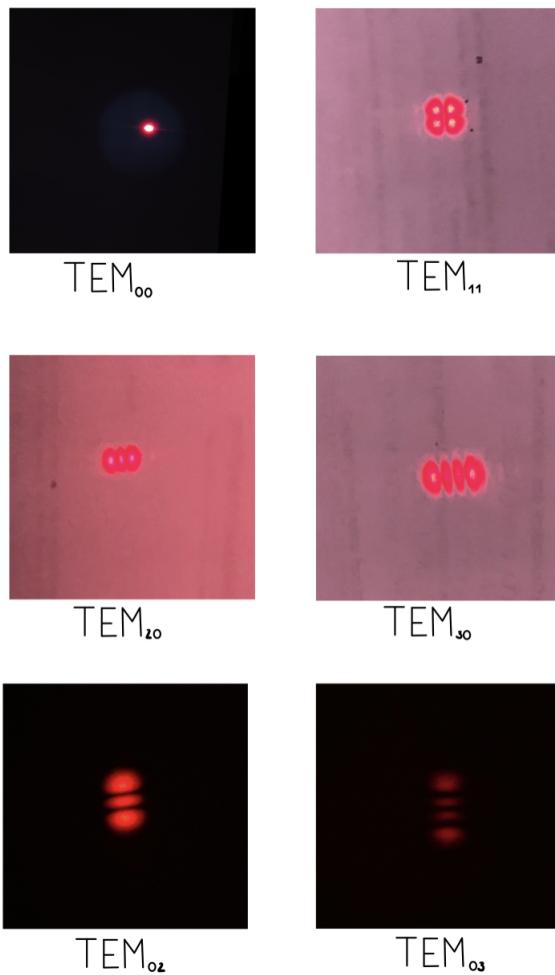


Abbildung 4.1: Aufnahmen der verschiedenen transversalen Moden.

4 Auswertung

Die Benennung erfolgte mithilfe der in der Theorie gezeigtem Bild 2.3.2.

Auf den Bildern ist es leider schwer zu erkennen, aber die Grundmode (TEM_{00}) war die stabilste und die mit der höchsten Intensität, was auch nicht weiter überraschend ist. Die höheren Mode wurden immer instabiler und 'verschwommener'. Die Moden die aufgenommen wurden waren die idenfizierbaren, es kam während dem Versuch aber auch immer wieder zu Mischformen zwischen den verschiedenen Moden.

4.1.2 Axiale Moden



Messung des Modenabstands

Der Modenabstand zweier axialer Lasermoden ($\Delta\nu)_M$ lässt sich durch die Resonatorlänge L berechnen. Die entsprechende Formel wurde bereits in der Theorie diskutiert:

$$(\Delta\nu)_{\text{theo.}} = \frac{c}{2Ln} \quad (4.1)$$

Somit folgt (mit einer Näherung des Brechungsindexes $n \approx 1$):

$$(\Delta\nu)_{\text{theo.}} = (275 \pm 10) \text{ MHz} \quad (4.2)$$

Um den Modenabstand bestimmen zu können muss erst eine Umrechnungsformel hergeleitet werden, damit man die Zeitskalen in Frequenzen umrechnen kann. Zuerst wird der Abstand zweier 'Moden-Blöcke' gemessen:

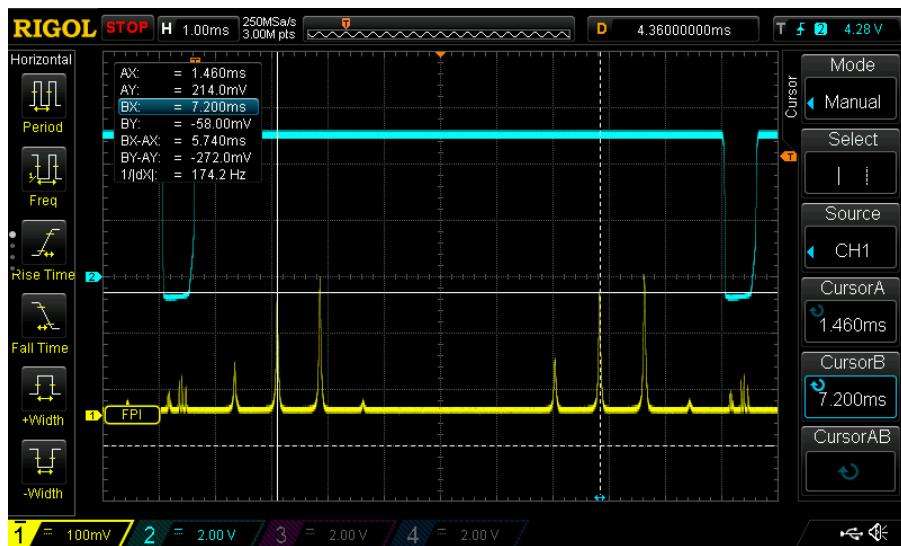


Abbildung 4.2: Messung des Abstandes zweier Moden-Blöcke

Dieser wurde mit $\Delta t_{FPI} = 5,74 \text{ ms}$ gemessen. Als Fehler wird immer ein Ablesefehler, die kleinste mögliche ablesbare Einheit, angenommen. Mit den aus der Versuchsanleitung bekannten Wert für die FRS (free spectral range) des Fabry-Perot-Interferometer ($FSR = 2 \text{ GHz}$) folgt für die Umrechnungsformel:

$$\nu = \frac{x}{5,74 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \cdot (2 \text{ GHz}) \quad (4.3)$$

Wobei x für den gemessen Zeitwert steht.

Nun wird der Abstand zweier Moden gemessen:

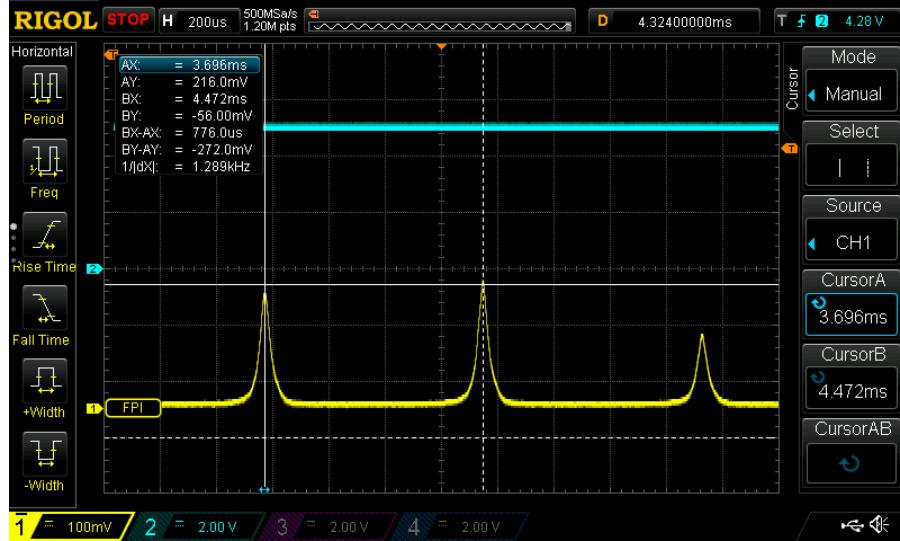


Abbildung 4.3: Messung des Abstandes zweier Moden

Hier wurde als Abstand $776 \mu\text{s}$ gemessen, somit folgt als realer Modenabstand:

$$(\Delta\nu)_M = (270,38 \pm 0,59) \text{ MHz} \quad \text{Feedback icon} \quad (4.4)$$

Der Wert für den Modenabstand liegt somit im Fehlerbereich des theoretisch erwarteten Wertes.

Die Breite einer Mode wird analog bestimmt:

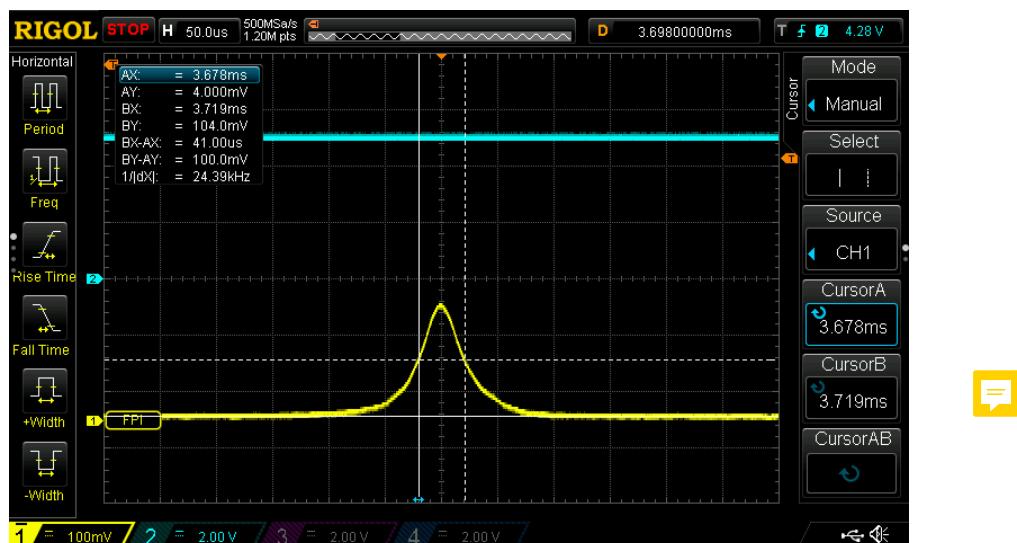


Abbildung 4.4: Messung Breite einer Mode

Die Halbwertsbreite wurde mit $41 \mu\text{s}$ gemessen, somit folgt:

$$(\Delta\nu)_m = (14,0 \pm 0,3) \text{ MHz} \quad (4.5)$$

4 Auswertung

Breite des Verstärkungsprofils

Die Breite des Verstärkungsprofils lässt sich am Oszilloskop sichtbar machen, indem man den Versuchstisch ruckartig bewegt, da die Lasermoden anfällig gegenüber Erschütterungen sind. Hierbei wird eine 'Langzeitaufnahme' am Oszilloskop aufgenommen und das Verstärkungsprofils zeichnet sich ab:

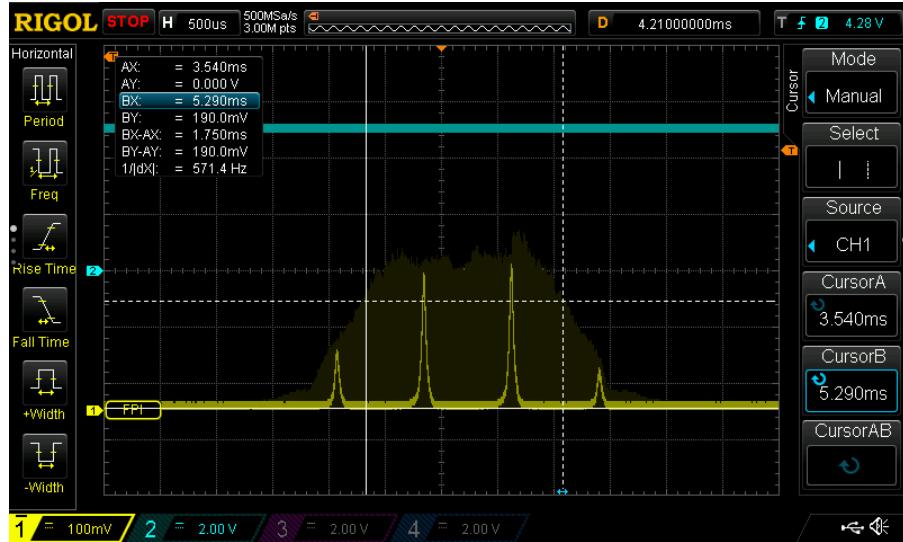


Abbildung 4.5: Messung des Verstärkungsprofils

Hier wurde die zu erwartete Gaußkurve zu extrapoliert und dann die Halbwertsbreite (1,75 ms) abgelesen. Somit folgt für die Verstärkung:

$$(\Delta\nu)_{\text{Verst}} = (610 \pm 4) \text{ MHz} \quad (4.6)$$

Der gemessene Wert ist kleiner als der freie Spektralbereich des FPI, dies war auch zu erwarten. Ansonsten würden sich die axialen Moden überlagern und wären so nicht mehr trennbar.

Auflösevermögen

Das Auflösevermögen A lässt sich mit dem Verhältnis der Frequenz des Lasers zu der Linienbreite bestimmen:

$$A = \frac{\nu}{\Delta\nu_m} = \frac{c}{\lambda \cdot \Delta\nu_m} = (33,8 \pm 0,7) \cdot 10^6 \quad (4.7)$$

Die Finesse F des FPI ist das Verhältnis vom freien Spektralbereich zur Linienbreite:

$$F = \frac{FSR}{\Delta\nu_m} = (142,9 \pm 3,1) \quad (4.8)$$

Messungen mit einer schnellen Photodiode

Der Laser läuft nun im single-mode Betrieb. Hierbei lässt sich der Modenabstand messen, indem die Schwebungsfrequenz, der sich überlagernden Moden, mit einer schnellen Photodiode und einem Spektrumanalysator gemessen wird. Die durch den Laser verursachte Linie lässt sich im Spektrum finden, indem der Laserstrahl abwechselnd blockiert und wieder freigegeben wird, zusätzlich wird noch auf einen verschwindenden Peak im Spektrum geachtet.

Ohne Plättchen misst man folgendes Spektrum:

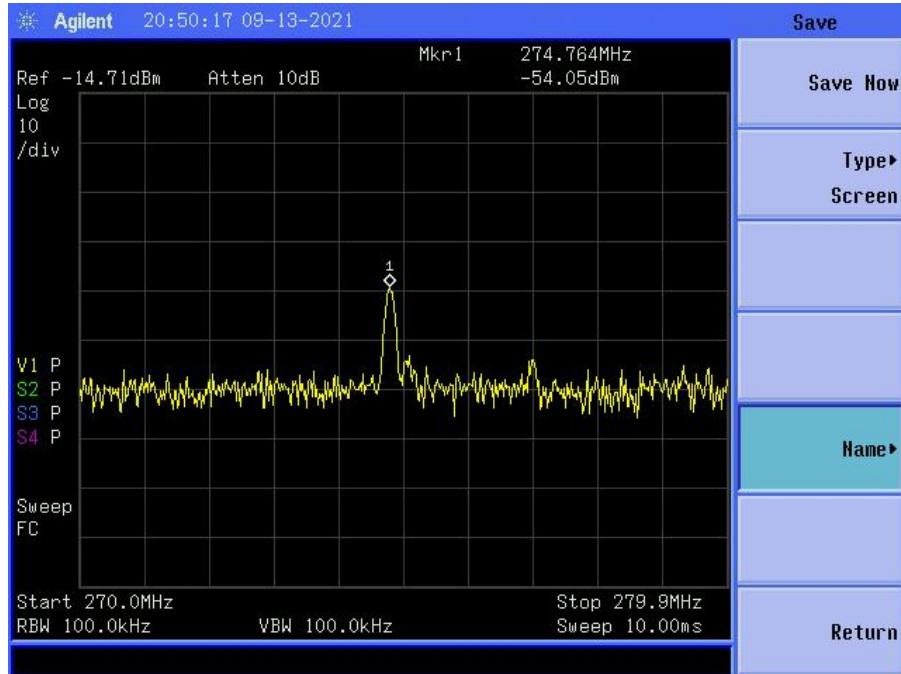


Abbildung 4.6: Spektrum ohne Glasplättchen, Marker auf Schwebungsfrequenz

Hier wird eine Schwebungsfrequenz von $\Delta\nu_{S1} = (274,764 \pm 0,001)$ MHz gemessen. Dies ist vergleichbar mit dem Abstand der Moden des Multi-Mode Betriebes. Das gemessene Ergebnis liegt im Fehlerbereich des theoretisch zu erwarteten.

Der Modenabstand hängt von der Resonatorlänge ab. Nun wird ein Glasplättchen in den Resonator eingebbracht und somit die Resonatorlänge verändert. Durch diese Veränderung verändert sich auch die Schwebungsfrequenz der single-mode. Hiermit kann man die Dicke des Glasplättchen wie folgt berechnen:

$$d = L_2 - L_1 = \frac{c}{2n} \left(\frac{1}{\Delta\nu_{S2}} - \frac{1}{\Delta\nu_{S1}} \right) \quad (4.9)$$

4 Auswertung

Wenn nun das Glasplättchen eingebracht ist, ändert sich die Schwebungsfrequenz wie folgt:

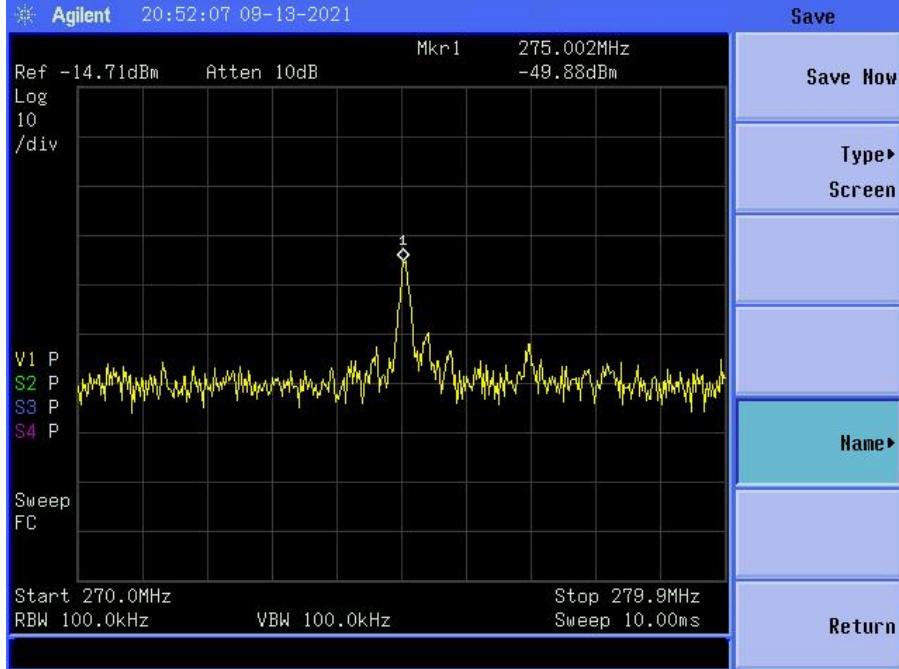


Abbildung 4.7: Spektrum mit Glasplättchen, Marker auf Schwebungsfrequenz

Mit dem 1983 definierten Wert für die Lichtgeschwindigkeit ($c = 299792458 \text{ m/s}$), dem gemessenen Wert $\Delta\nu_{S2} = 275,002 \text{ MHz}$ und der Vernachlässigung des Brechungsindexes folgt:

$$d = (472 \pm 22) \mu\text{m} \quad (4.10)$$

Die Messung ist aufgrund des verwendeten Spektrumanalysators sehr ungenau. Das Ergebnis liegt zwar in der Größenordnung des realen Wertes, ist aber trotzdem um das Zweifache größer. Um ein genaueres Ergebnis zu bekommen, müsste man versuchen die Störfrequenzen zu beseitigen, damit man die eigentliche Frequenz auf dem Spektrumanalysator besser und genauer bestimmen kann.

Hätte man nun eine Einstell- und Ablesegenauigkeit von 100 Hz, so folgt für die Genauigkeit der Dicke nach der Fehlerfortpflanzung:

$$s_d = \frac{c}{2n} \sqrt{\left(\frac{100 \text{ Hz}}{\Delta\nu_{S2}^2} \right)^2 + \left(\frac{100 \text{ Hz}}{\Delta\nu_{S1}^2} \right)^2 + \left(\frac{s_n}{n} \left(\frac{1}{\Delta\nu_{S2}} - \frac{1}{\Delta\nu_{S1}} \right) \right)^2} \quad (4.11)$$

$$s_d = 13,1 \mu\text{m} \quad (4.12)$$

4.2 Bestimmung des Verstärkungsfaktor des laseraktiven Mediums

4.2.1 Messung der Intensität

In diesem Versuchsteil soll der Verstärkungsfaktor ν des Lasers bestimmt werden. Dazu wird ein kippbares Glasplättchen in den Resonator eingebracht. Das Plättchen erzeugt zusätzliche Verluste, durch winkelabhängige Reflexion. Der Laser wird hierbei mit einer möglichst großen Leistung (in unserem Fall $(4,32 \pm 0,02)$ mW) betrieben.

Zunächst haben wir die Nullstellung des Drehtisches bestimmt. Bei dieser steht das Glasplättchen vertikal und der Laserstahl wird somit in sich zurück reflektiert.

In unserem Fall folgt für α_0 :

$$\alpha_0 = 21,12^\circ \quad (4.13)$$

Durch Drehung des Glasplättchens wird die Laserstrahlung $I_L(\alpha)$ und die am Plättchen reflektierte Intensität $I_R(\alpha)$ moduliert. Zur Messung der Intensität wird der Laserstahl noch mittels eines Umlenkspiegels auf die Photodiode justiert. Dies erfolgte mit dem Messprogramm. Von den gemessenen Winkeln wird der Kalibrierungswinkel α_0 abgezogen.

Somit ergibt sich folgender Verlauf:

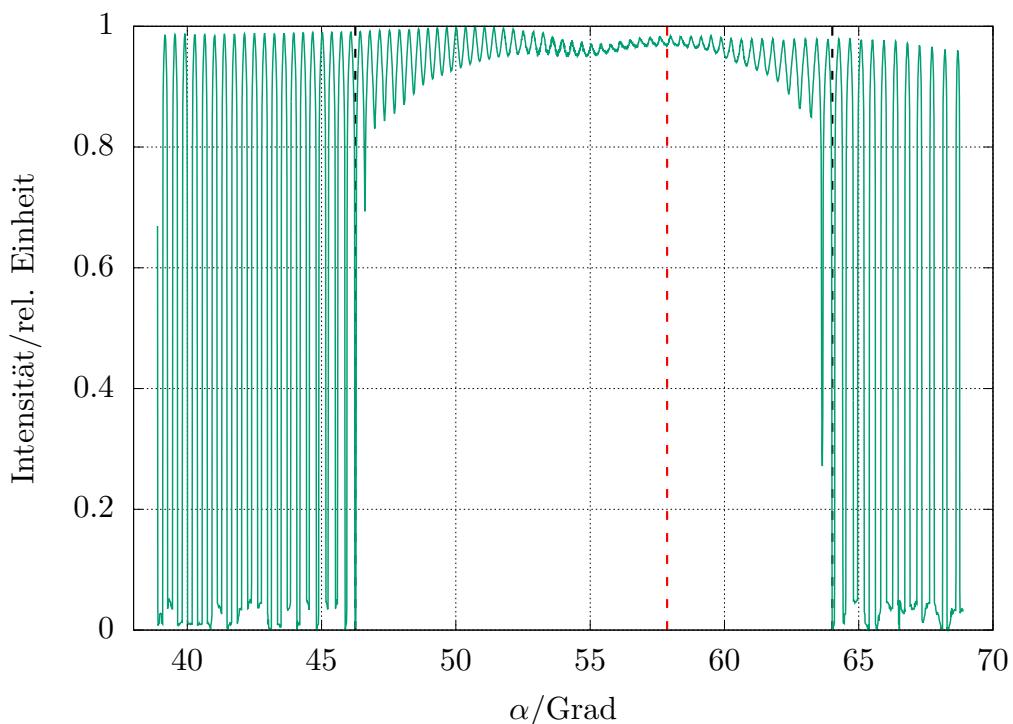


Abbildung 4.8: Intensitätsverlauf bei Änderung des Winkels; rot: α_B ; schwarz: α_g

4 Auswertung

Aus dem Plot ist lassen sich folgende Winkel herauslesen:

$$\alpha_{g1} = (46, 25 \pm 0, 02)^\circ \quad (4.14)$$

$$\alpha_{g2} = (64, 01 \pm 0, 02)^\circ \quad (4.15)$$

$$\alpha_B = (57, 86 \pm 0, 02)^\circ \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

α_B ist der Brewsterwinkel, hier haben die Minima der Intensität ein Maximum. Die beiden Grenzwinkel α_{g1} und α_{g2} begrenzen den Bereich, indem die Minima größer werden. Bei diesen Winkeln gleichen sich die Verluste und die Verstärkung aus.

Mithilfe des Brewsterwinkels kann man den Brechungsindex des Glasplättchens berechnen:

$$n = \tan(\alpha_B) \quad (4.18)$$

$$\Rightarrow n = (1, 59 \pm 0, 07) \quad (4.19)$$

Vergleicht man den Wert mit dem Literaturwert des Brechungsindex für Glas, so findet man einen Wert von 1,52 (vgl. Wikipedia, 2021b). Dieser Wert liegt im Fehlerbereich des berechneten Wertes.

4.2.2 Gewinn-Verlust-Bilanz

Zunächst wird die Gewinn-Verlust-Bilanz der Intensität des Laserstahls beim Durchgang durch folgende Anordnung berechnet werden:

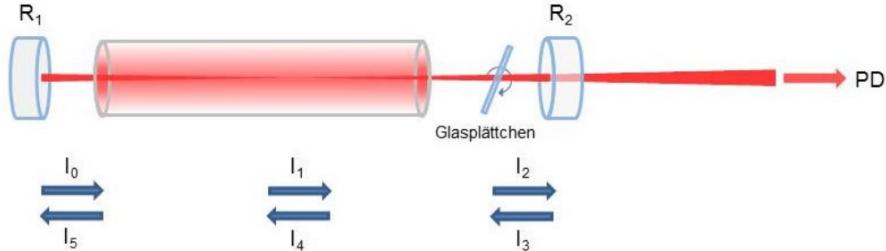


Abbildung 4.9: Schematischer Aufbau zur Bestimmung des Verstärkungsfaktor (vgl. Versuchsanleitung, 2015)

Dabei sind die Intensitäten wie folgt definiert, wobei I_6 parallel zu I_0 verläuft.

$$I_1 = I_0 \cdot \exp(\nu \cdot l_{\text{Medium}})$$

$$I_2 = I_1 \cdot T$$

$$I_3 = I_2 \cdot R_2$$

$$I_4 = I_3 \cdot T$$

$$I_5 = I_4 \cdot \exp(\nu \cdot l_{\text{Medium}})$$

$$I_6 = I_5 \cdot R_1$$

Setzt man nun alle Gleichungen ineinander ein, so erhält man:

$$I_6 = I_0 \cdot (\exp(\nu \cdot l_{\text{Medium}}))^2 \cdot T^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \quad (4.20)$$

Im Leerlauf ergibt sich $I_6 = I_0$, somit folgt für die Verstärkung:

$$I_0 = I_0 \cdot (\exp(\nu \cdot l_{\text{Medium}}))^2 \cdot T^2 \cdot R_1 \cdot R_2 \quad (4.21)$$

$$\nu = \frac{\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2 T^2}\right)}{2 \cdot l_{\text{Medium}}} \quad (4.22)$$

4.2 Bestimmung des Verstärkungsfaktor des laseraktiven Mediums

Für die Berechnung der Verstärkung sind alle Werte, bis auf den Transmissionskoeffizienten T des Glasplättchens bekannt. Dieser wird über die Vielstrahl-Interferenz innerhalb des Glasplättchens hergeleitet. Als Ergebnis, erhält man die sogenannten Airy-Formeln (vgl. Demtröder, 2007, S.86-88):

$$I_R = I_0 \frac{F \sin^2(\delta/2)}{1 + F \sin^2(\delta/2)} \quad (4.23)$$

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + F \sin^2(\delta/2)} \quad (4.24)$$

Mit der Abkürzung $F = 4R/(1 - R)^2$.

δ steht hier für die Phasenverschiebung zweier benachbarter Teilstrahlen und lässt sich wie folgt umschreiben:

$$\delta = 2\pi \cdot \frac{\Delta s}{\lambda} + \Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2d \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} + \Delta\Phi \quad (4.25)$$

Der Faktor $\Delta\Phi$ ist der Phasensprung, dieser ist bei einem Etalon aus einem Glasplättchen gleich Null. Da die Grenzwinkel in einem Minimum bestimmt wurden, kann man den Faktor $\sin^2(\delta/2)$ mit 1 abschätzen.

Somit folgt für den Transmissionskoeffizienten:

$$T = \frac{I_T}{I_0} \quad (4.26)$$

$$T = \frac{1}{1 + F} \quad (4.27)$$

$$T = \left(\frac{1 - R}{1 + R} \right)^2 \quad (4.28)$$

Der Reflexionsgrad kann mithilfe der Fresnel'schen Formeln bestimmt werden:

$$R = \frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{E_R}{E_0} \right)^2 \quad (4.29)$$

$$R = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \quad (4.30)$$

Der Winkel α ist durch die Messung bekannt, der Winkel β kann durch das Snelliussches Brechungsgesetz berechnet werden:

$$\sin(\alpha) = n \sin(\beta) \quad (4.31)$$

$$\beta = \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha)}{n} \right) \quad (4.32)$$

Die Transmission und der Verstärkungsfaktor wird nun an den beiden Grenzwinkeln α_{g1} und α_{g2} berechnet. Für die Dicke des Plättchens, wird $150 \mu\text{m}$ verwendet (vgl. Versuchsanleitung, 2015, S.6):

	$\alpha/(\text{Grad})$	$\beta/(\text{Grad})$	T	$\nu/(\text{m}^{-1})$
Grenzwinkel 1	$(46,25 \pm 0,02)$	$(27,02 \pm 0,02)$	$(0,9570 \pm 0,0002)$	$(0,1819 \pm 0,0003)$
Grenzwinkel 2	$(64,01 \pm 0,02)$	$(34,43 \pm 0,03)$	$(0,9720 \pm 0,0002)$	$(0,1299 \pm 0,0003)$

Die Fehler wurden über das Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt. Somit erhält man eine durchschnittliche Verstärkung von:

$$\nu = (0,1559 \pm 0,0003) \text{ m}^{-1} \quad (4.33)$$

4 Auswertung

Um nun herauszufinden, wie genau man die Dicke des Plättchens messen müsste, um (ohne Winkelmessung) die gleiche Genauigkeit zu erhalten, setzt man den Fehler der Winkelmessung mit dem Fehler der Dickenmessung gleich:

$$\frac{\partial \delta}{\partial \alpha} s_\alpha = \frac{\partial \delta}{\partial d} s_d \quad (4.34)$$

$$\Leftrightarrow s_d = \frac{d \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{n^2 - \sin^2(\alpha)} = 0,7 \mu m \quad (4.35)$$

Diese Genauigkeit ist mit einer Mikrometerschraube kaum erreichbar (kleinste Skaleneinheit: $5 \mu m$). Somit ist die Winkelmethode deutlich genauer.

4.2.3 Dicke des Glasplättchens

Über den Abstand der Maxima können wir auch die Dicke des Glasplättchens bestimmen. Dies wird mithilfe der Bedingung für konstruktive Interferenz gemacht. Somit folgt für die Dicke d :

$$d = \left| \frac{(k_2 - k_1) \cdot \lambda}{2 \left(\sqrt{n^2 - \sin(\alpha_{k_1})^2} - \sqrt{n^2 - \sin(\alpha_{k_2})^2} \right)} \right| \quad (4.36)$$

Hierbei stehen k_2 und k_1 für die Indizes der entsprechenden Maxima. Es werden jeweils die benachbarten Maxima, mit einem Winkel kleiner α_{g1} verwendet. Anschließend wird über alle Werte gemittelt. Somit erhalten wir eine Dicke von:

$$\bar{d} = (144,7 \pm 6,7) \mu m \quad (4.37)$$

Dies kommt an den in der Versuchsanleitung angegebenen Wert von $150 \mu m$ heran und ist um einiges genauer, als die Bestimmung über die Schwebungsfrequenz bei den axialen Moden.

4.3 Gauß'sche Strahlenoptik

Wir möchten die Kenngrößen des Laserstrahls in der Gaußoptik bestimmen. Hierzu wird der Laserstrahl mit einer CCD-Kamera aufgenommen.

4.3.1 Herleitung von Gleichung 10 aus Gleichung 4

Bevor man M^2 berechnet, ist zuerst Gleichung (11) aus der Versuchsanleitung herzuleiten. Die Breite eines Laserstrahls lässt sich wie folgt schreiben (vgl. Versuchsanleitung, 2015, S. 10):

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (4.38)$$

Für die reale Ausbreitung eines Laserstrahls folgt:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(M^2 \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (4.39)$$

Der Koordinatenursprung z liegt an der engsten Stelle  mit $w(0) = w_0 = d_0/2$. Somit kann man z zu $L_0 - \frac{d_0}{2}$ umschreiben, damit der 'neue' Ursprung am Linsenmittelpunkt liegt. Die Gleichung wird nach M^2 au gelöst:

$$M^2 = \frac{\pi d_0^2}{2\lambda(L_0 - L_1)} \sqrt{\frac{d_0^2}{d_0^2 - 1}} \quad (4.40)$$

4.3.2 Bestimmung von M^2

Zunächst wird der Durchmesser und die Halbwertsbreite der einzelnen aufgenommenen Strahlen bestimmt. Hierfür werden die Messdaten nacheinander in GNU-Plot geladen. Dort wird das Offset von der y-Achse (y_{off}) und die Spitze (y_{max}) der Gaußkurve bestimmt. Somit kann man die Hälfte der Höhe wie folgt berechnen:

$$y_{half} = \frac{y_{max} - y_{off}}{2} + y_{off} \quad (4.41)$$

Dort wird eine Gerade eingezeichnet und die Breite zwischen den Schnittpunkten mit der Gaußkurve ist die Halbwertsbreite (FWHM). Dabei wurde darauf geachtet, dass (vor allem bei den ersten Messungen) die Gaußkurve etwas extrapoliert werden musste, um die Werte zu bestimmen. Der Durchmesser (d) wurde als Intervall zwischen den Schnittpunkten mit y_{off} gemessen. 

4 Auswertung

Mit allen Messungen erhält man für den Praktikumslaser:

Position (cm)	Graufilter	FWHM x (mm)	FWHM y (mm)	d_x (mm)	d_y (mm)
3	4	1,16	1,09	2,6	2,74
10	4	0,92	0,88	2,2	2,18
15	4,3	0,78	0,74	1,87	2,74
20	4,3	0,63	0,56	1,56	1,48
25	4,6	0,41	0,45	1,2	0,57
30	5	0,3	0,29	0,77	0,7
35	5,3	0,17	0,16	0,54	0,5
36	5,3	0,16	0,13	0,46	0,45
37	5,3	0,14	0,12	0,42	0,38
38	5,3	0,12	0,11	0,35	0,29
39	5,9	0,12	0,11	0,32	0,28
40	5,9	0,11	0,1	0,31	0,27
41	5,9	0,1	0,1	0,25	0,25
42	5,9	0,09	0,09	0,27	0,28
43	5,9	0,11	0,11	0,3	0,31
44	5,9	0,13	0,14	0,37	0,37
45	5,9	0,16	0,16	0,43	0,41
50	5	0,33	0,35	0,75	0,75
55	4,6	0,44	0,49	1,02	1,04
60	4,6	0,57	0,55	1,13	1,26

Tabelle 4.1: Halbwertsbreiten des Praktikumslasers

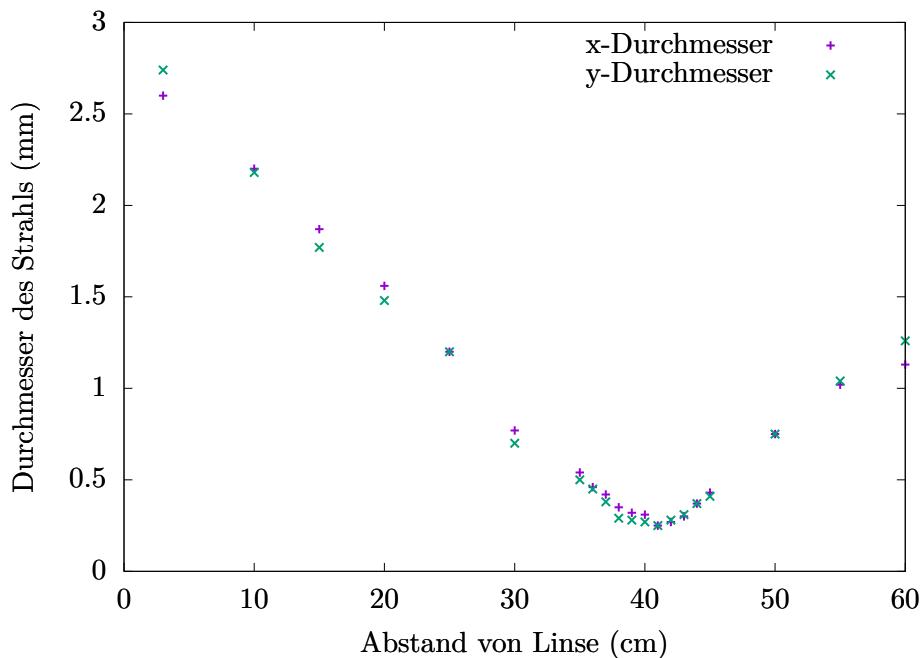


Abbildung 4.10: Durchmesser des Praktikumslasers

Und für den Hilfslaser:

Position (cm)	Graufilter	FWHM x (mm)	FWHM y (mm)	d_x (mm)	d_y (mm)
3	3,6	0,95	0,86	2,31	2,04
10	4	0,81	0,8	1,96	1,77
15	4	0,69	0,64	1,6	1,45
20	4,3	0,55	0,54	1,27	1,19
25	4,6	0,4	0,37	0,88	0,84
30	5	0,24	0,22	0,54	0,51
31	5,3	0,21	0,2	0,49	0,46
32	5,3	0,18	0,17	0,45	0,43
33	5,3	0,15	0,14	0,39	0,35
34	5,6	0,14	0,13	0,38	0,35
35	5,6	0,11	0,1	0,34	0,27
36	5,6	0,1	0,1	0,27	0,27
37	5,6	0,11	0,11	0,3	0,32
38	5,6	0,12	0,12	0,32	0,29
39	5,6	0,13	0,13	0,39	0,31
40	5,3	0,14	0,14	0,4	0,35
45	5	0,22	0,21	0,77	0,69
50	4,6	0,39	0,36	1,03	0,83
55	4,3	0,55	0,5	1,34	1,15
60	4	0,64	0,63	1,57	1,6

Tabelle 4.2: Halbwertsbreiten des Hilfslasers

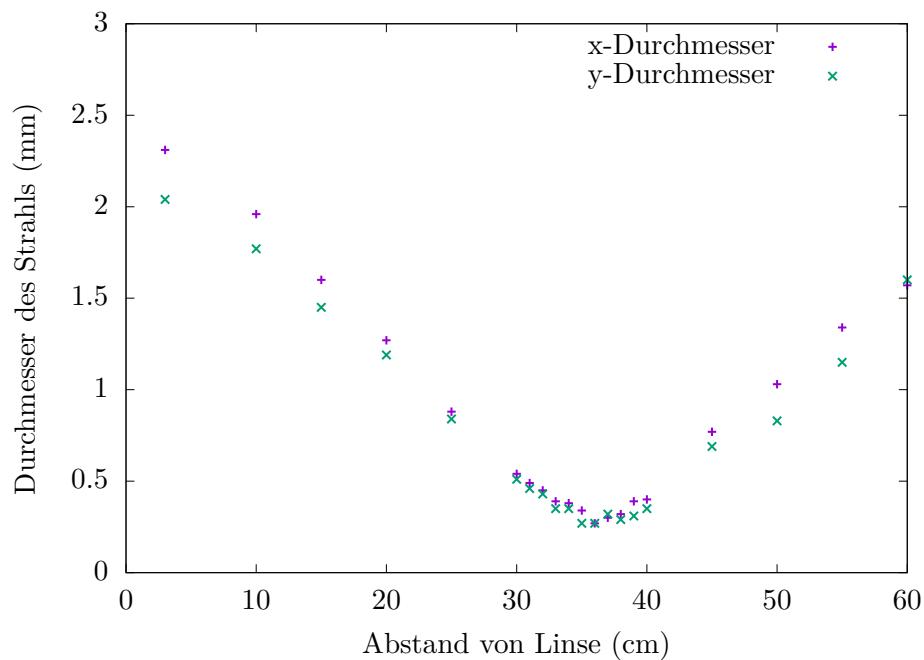


Abbildung 4.11: Durchmesser des Hilfslasers

4 Auswertung

Nun kann man M^2 für die beiden Laser bestimmen, anschließend wird über alle Werte gemittelt.

Hilfslaser

Beim Hilfslaser ist der Abstand des minimalen Durchmessers $L_{0_x} = 36\text{ cm}$ bei horizontaler und $L_{0_y} = 36\text{ cm}$ bei vertikaler Schwingrichtung. Somit folgt:

	M^2	L_0 (cm)	w_0 (mm)
horizontal	($6,09 \pm 4,92$)	(36 ± 1)	($0,135 \pm 0,005$)
vertikal	($4,99 \pm 3,62$)	(36 ± 1)	($0,135 \pm 0,005$)

Tabelle 4.3: M^2 für den Hilfslaser

Praktikumslaser

Beim Praktikumslaser ist der Abstand des minimalen Durchmessers $L_{0_x} = 41\text{ cm}$ bei horizontaler und $L_{0_y} = 41\text{ cm}$ bei vertikaler Schwingrichtung. Somit folgt:

	M^2	L_0 (cm)	w_0 (mm)
horizontal	($5,22 \pm 2,54$)	(41 ± 1)	($0,125 \pm 0,005$)
vertikal	($0, \text{yellow} \pm 0,08$)	(41 ± 1)	($0,125 \pm 0,005$)

Tabelle 4.4: M^2 für den Praktikumslaser

Für beide Laser wurde der Fehler der Länge L_0 jeweils mit 1 cm abgeschätzt, da die genaue Position des Chips in der CCD-Kamera nicht bekannt ist. Die Länge ist immer die Strecke von Linse zu Kameralinse.



4.3.3 Brennweite der Linse

Zur Berechnung der effektiven Brennweite der Linse, wird die abgewandelte Form der Linsengleichung verwendet (vgl. Versuchsanleitung, 2015):

$$\frac{1}{s + \frac{z_R^2}{s-f}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (4.42)$$

Hierbei werden jeweils 2 Minima der Strahlentaille angenommen. Das eine Minimum befindet sich in der Mitte des Resonators und das andere bei L_0 hinter der Linse.

Wird nun nach f umgestellt, folgt:

$$f = \frac{s^2 + z_R^2 + 2ss' \pm \sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}}{2(s' + s)} \quad (4.43)$$

Faktor z_R ist ebenfalls bekannt:

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.44)$$

Somit kann, mit dem im vorangegangenen Kapitel bestimmten L_0 , die effektive Brennweite der Linse berechnet werden. Der Fehler wurde über das Fehlerfortpflanzungsgesetz bestimmt:

$$f = (283,9 \pm 5,8) \text{ mm} \quad (4.45)$$

Wir sehen die effektive Brennweite der Linse, stimmt in etwa mit der angegebenen Brennweite der Linse (300 mm) überein.

4.3.4 Berechnung minimale Strahlentaille

Nun wollen wir die minimale Strahlentaille berechnen. Dafür kennen wir die Resonatorlänge $L = (545 \pm 2)$ mm und den Krümmungsradius der Spiegel $R = 500$ mm. Wir verwenden die Formel:

$$w_{00} = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \cdot \sqrt{L(2R - L)}} \quad (4.46)$$

Somit folgt für die minimale Strahlentaille im Resonator:

$$w_{00} = (0, 22390 \pm 0, 00004) \text{ mm} \quad (4.47)$$

4.3.5 Berechnung des Taillenradius hinter der Linse

Die theoretische Strahlentaille hinter der Linse lässt sich wie folgt bestimmen:

$$w_0 = \left(\frac{1}{w_{00}^2} \left(1 - \frac{s}{f} \right)^2 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{\pi \cdot w_{00}}{\lambda} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.48)$$

Somit folgt für die Taille des Versuchslasers:

$$w_0 = (0, 23 \pm 0, 02) \text{ mm} \quad (4.49)$$

Dieser Wert liegt in der Größenordnung der gemessenen Strahlentaille. Die gemessene Strahlentaille liegt nicht direkt innerhalb der Fehlertoleranz. Mögliche Gründe hierfür könnten eine ungenaue Justage des Aufbaus oder das die Gaußkurven falsch abgeschätzt wurden.

4.3.6 Laserleistungsdichte

Wir wollen nun die Leistung pro Fläche im Fokus berechnen. Hierzu berechnen wir die Fläche (Kreis mit Radius w_0), welche im Fokus vom Laser bestrahlt wird. Die Laserleistung soll nun im Mittel etwa 1 mW betragen.

Bei einem Gaußprofil ist im Bereich der Taille nur $1 - 1/e^2$ -Prozent der gesamt Leistung. Somit folgt für die Leistung pro Fläche im Fokus:

$$\frac{P}{A} = \frac{(1 - \frac{1}{e^2}) \cdot P_{max}}{w_0^2 \pi} \quad (4.50)$$

Somit hat der Laser folgende mittlere Leistung pro Fläche:

$$\frac{P}{A} = (1, 76 \pm 0, 07) \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \quad (4.51)$$

Nehmen wir nun für den Laser die von uns gemessene Leistung an, bekommen wir folgende Leistung pro Fläche im Fokus:

$$\frac{P}{A} = (7, 6 \pm 0, 2) \frac{\text{W}}{\text{cm}^2} \quad (4.52)$$

4.4 Holographie

Man kann die Kohärenzlänge l_k des Lasers wie folgt bestimmen:

$$l_k = \tau_k \cdot \frac{c}{n} \frac{c}{(\Delta\nu)_{\text{Verst}}} \quad (4.53)$$

Mit den Ergebnissen aus dem Kapitel 'Axiale Lasermoden' folgt:

$$l_k = (0,491 \pm 0,003) \text{ m} \quad (4.54)$$

Mit dem Laser in unserem Versuchsaufbau können wir ein Hologramm sichtbar machen. Dazu wird der Strahl mit einer Linse ausgeweitet und das Hologramm (eine Platte, auf der das Bild gespeichert ist) beleuchtet.

Dabei konnten wir folgendes Bild erkennen:

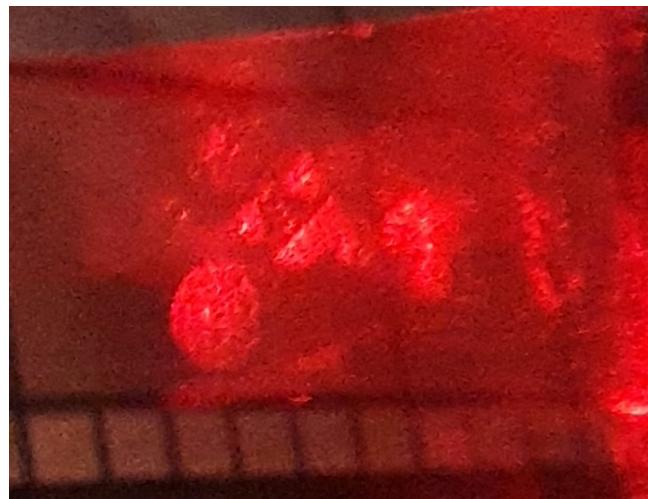


Abbildung 4.12: Aufgenommenes Hologramm

Zu erkennen war ein Fußballspielender Schlumpf. Auf dem aufgenommenen Foto ist dies leider nicht so gut erkennbar, man kann aber jedoch den Fußball erahnen. Durch bewegen des Kopfes konnten wir während dem Versuch auch die verschiedenen Fassetten des Hologramms wahrnehmen.

5 Fazit

In diesem Versuch haben wir uns eingehend mit dem physikalischen System Laser befasst. Das besondere an diesen Versuch war, dass wir hier zum ersten Mal einen Laser justieren mussten, bevor wir mit ihm Messung durchführen konnten. Des Weiteren haben wir den Umgang mit optischen Bauelementen, dem Fabry-Perot-Interferometer und einer CCD-Kamera erlernt und trainiert. Vor allem das Justieren der optischen Bauelemente sowie das Einstellen der Spiegel war von großem Nutzen, diese Fähigkeit werden wir noch häufiger im Laufe des Praktikums benötigen. Das außergewöhnlichste und spannendste an diesem Versuch war der Teil mit der Holografie, diese wurde hier erstmalig besprochen und untersucht.

Betreffend der Auswertung gab es jedoch wenig überraschendes. Die meisten Messwerte lagen im Bereich des erwarteten, vor allem wenn man die Fehler mitberücksichtigt. Die Abweichungen kamen hauptsächlich durch die entsprechende Messmethode zustande.

A Messprotokoll

Protokoll

1. Justierung

- Zuerst wurde unabhängig des Hilfslaser ein Strahl parallel zur opt. Achse gelegt (höhe ca. 21,5cm)
- Lasermedium wurde eingebracht
 - Höhe verstellt, s.d. Strahl durch das Medium trifft
- Total Reflektionspiegel (-30,31) wurde angebracht
 - Reflektierter Strahl soll mit einfallenden ´ubereinstimmen
- Auskopplungsspiegel (R=98%) wird angepasst
 - Spiegel so verstellt, s.d. der transmittierte Strahl auf Spiegel trifft
- Feinjustierung mit Hilfe des Powermeter => leichte Anpassung der Spiegel
Peak: $(4,52 \pm 0,02) mW$
- Länge zw. den Spiegeln → Länge des Resonators
 $L = (54,5 \pm 0,1) cm Fehler: abgeschatzt$

S. Script

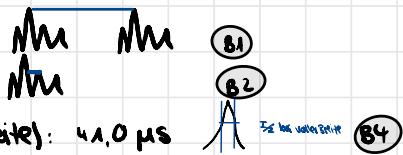
2. Brewster Winkel

- Verstärkungsprofil mussen des laseraktiven Mediums
- Hohe Leistung des Laser
 - Drehbare Halterung mit Plätzen im Resonator
 - dicke des Plätzen ca. 150 µm
 - Glasplatzen wird so eingestellt das Nullstellung bestimmt werden
 - Nullstellung do des Drehstab bestimmen
 $\alpha_0 = 21,12$ (off. set)
→ Startwert
 - \Rightarrow Brewster Winkel : $\alpha_B = 57^\circ + 21^\circ$ Stabiler Wert: 110°
 - Photodiode wird angebracht
 - 1. Messung durch Computerprogramm
Start: 60°
Ende: 90°
Step width means $0,01^\circ/\text{step}$

2. FPI

- Ostii:

- Abstand zw. 1 Node: 5,740 ms
- Abstand zw. 2 Peaks: 176,0 μs
- Abstand einer Node (Halbwertsbreite): 41,0 μs



- Verstärkung: B6

Halbwertsbreite: 1,75 ms

- Single Mode: B7

Halbwertsbreiten: 42,0 μs



- zusätzliche transversal Moden: Bild 8

B7
→ entsprechende gespecktes Bild



$$f = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,0 \text{ m}} = 3 \cdot 10^8 \frac{1}{\delta} = 300 \text{ MHz}$$

- Peak bei veränderter Resonatorlänge (durch Anbringen eines Plättchen) Bild 081
 $f_1 = 274,264 \text{ MHz}$
- Peak bei entfernung des Plättchen: $f_2 = 275,002 \text{ Hz}$ Bild 082
- Mischfrequenz: $f = 274,8 \text{ MHz}$ $f = f_2$ bei Höherer Auflösung

4. Gaußoptik

4.1 Praktikumsteuer

- effektiver Abstand
- Linse $f = 500\text{mm}$
- Lasermitte bis Laserspiegel 1: $a = 54\text{cm}$
- SP1 bis SP2: $b = 20\text{cm}$
- SP2 bis Linse: $c = 17,5\text{cm} \rightarrow$ Ende Linse (Linse Dicke 1cm)

Messung

- vermuteter Brennpunkt: 41,5 cm

- Abstand (Linse-Kamera) = A

Nr.	A in cm	Reduktion \rightarrow Abschwächung der Verstärkung	10^{\dots}
01	3	4.0	
02	10	4.0	
03	15	4.3	
04	10	4.3	Näher
05	25	4.3 + 0.3	am Laser
06	30	5.0	
07	35	4.0 + 1.3	
08	36	4.3 + 1.3	
09	37	4.3 + 1.3	
10	38	4.3 + 1.3	
11	39	4.3 + 1.6	
12	40	4.3 + 1.6	
13	41	4.3 + 1.6	
14	42	4.3 + 1.6	
15	43	4.3 + 1.6	
16	44	4.3 + 1.6	
17	45	4.3 + 1.6	
18	50	5.0	
19	55	4.3 + 0.3	
20	60	4.3 + 0.3	

4.2 Hilflaser

- Abstand Laser bis SP1: $a = 70\text{cm}$ ab Linse bei Laser 
- Abstand SP1 bis SP2: $b = 70\text{cm}$
- SP2 bis Linsenende: $c = 13\text{cm}$ Linsenbreite 10mm
- Maximum (geschätzt) bei 35cm
- Abstand (Linse-Kamera) = A

Nr.	A in cm	Rechnung der Verstärkung
01	3	3.6
02	10	4.0
03	15	4.0
04	10	4.3
05	25	4.3 + 0.3
06	30	5.0
07	31	5.0 + 0.3
08	32	5.0 + 0.3
09	33	5.0 + 0.3
10	34	4.0 + 1.6
11	35	4.0 + 1.6
12	36	4.0 + 1.6
13	37	4.0 + 1.6
14	38	4.0 + 1.6
15	39	4.0 + 1.6
16	40	5.0 + 0.3
17	45	5.0
18	50	4.3 + 0.3
19	55	4.3
20	60	4.0

B Fehlerfortpflanzungen

B.1 Axiale Moden

Modenumrechnung:

$$\nu = \frac{x}{5,74 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \cdot (2 \text{ GHz}) \quad (\text{B.1})$$

$$s_\nu = 2, \text{ GHz} \cdot \sqrt{\left(\frac{s_x}{5,74 \cdot 10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{x}{(5,74 \cdot 10^{-3})^2} \cdot 0,001 \text{ s}\right)^2} \quad (\text{B.2})$$

Auflösevermögen:

$$A = \frac{c}{\lambda \cdot \Delta\nu_m} \quad (\text{B.3})$$

$$s_A = \left| s_{\Delta\nu_m} \frac{c}{\lambda \cdot (\Delta\nu_m)^2} \right| \quad (\text{B.4})$$

Finesse:

$$F = \frac{FSR}{\Delta\nu_m} \quad (\text{B.5})$$

$$F = \left| s_{\Delta\nu_m} \frac{FSR}{(\Delta\nu_m)^2} \right| \quad (\text{B.6})$$

B.2 Bestimmung des Verstärkungsfaktor des laseraktiven Mediums

B.2.1 Messung der Intensität

Brechungsindex:

$$n = \tan(\alpha_B) \quad (\text{B.7})$$

$$s_n = s_{\alpha_B} \cdot \frac{1}{\cos^2(\alpha_B)} \quad (\text{B.8})$$

B.2.2 Gewinn-Verlust-Bilanz

Verstärkung:

$$\nu = \frac{\ln\left(\frac{1}{R_1 R_2 T^2}\right)}{2 \cdot l_{\text{Medium}}} \quad (\text{B.9})$$

$$s_\nu = s_T \cdot \frac{1}{l_{\text{Medium}} \cdot T} \quad (\text{B.10})$$

Transmissionskoeffizient:

$$T = \left(\frac{1-R}{1+R} \right)^2 \quad (\text{B.11})$$

$$s_T = \left| s_R \cdot \frac{4(R-1)}{(R+1)^3} \right| \quad (\text{B.12})$$

Reflexionsgrad:

$$R = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \quad (\text{B.13})$$

$$s_R = \frac{2 \cdot \tan(\alpha - \beta)}{\tan^3(\alpha + \beta)} \sqrt{\left(s_\alpha \cdot \left(\frac{\tan(\alpha + \beta)}{\cos^2(\alpha - \beta)} + \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\cos^2(\alpha + \beta)} \right) \right)^2 + \left(s_\beta \cdot \left(\frac{\tan(\alpha + \beta)}{\cos^2(\beta - \alpha)} + \frac{\tan(\beta - \alpha)}{\cos^2(\alpha + \beta)} \right) \right)^2} \quad (\text{B.14})$$

Beta:

$$\beta = \frac{\arcsin(\alpha)}{n} \quad (\text{B.15})$$

$$s_\beta = \sqrt{\left(s_n \cdot \frac{\arcsin(\alpha)}{n^2} \right)^2 + \left(s_\alpha \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2} \cdot n} \right)^2} \quad (\text{B.16})$$

B.3 Gauß'sche Strahlenoptik

Brennweite der Linse:

$$f = \frac{s^2 + z_R^2 + 2ss' \pm \sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}}{2(s' + s)} \quad (\text{B.17})$$

$$s_f = \sqrt{\left(s_s \cdot \frac{\partial f}{\partial s} \right)^2 + \left(s'_s \cdot \frac{\partial f}{\partial s'} \right)^2 + \left(s_{z_R} \cdot \frac{\partial f}{\partial z_R} \right)^2} \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\frac{s^3 + z_R^2 s}{\sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}} + s + s'}{(s + s')} - \frac{s^2 + 2s's + z_R^2 - \sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}}{2(s + s')^2} \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial f}{\partial s'} = \frac{\frac{4z_R^2 s'}{\sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}} + 2s}{2(s + s')} - \frac{s^2 + 2s's + z_R^2 - \sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}}{2(s + s')^2} \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial f}{\partial z_R} = \frac{z_R}{s + s'} - \frac{z_R^3 + 4s^2z_R - 4(s')^2z_R}{(s + s') \cdot \sqrt{s^4 + z_R^4 + 2s^2z_R^2 - 4(s')^2z_R^2}} \quad (\text{B.21})$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (\text{B.22})$$

$$s_{z_R} = s_{w_0} \cdot \frac{2\pi w_0}{\lambda} \quad (\text{B.23})$$

Strahlaille im Resonator:

$$w_{00} = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \cdot \sqrt{L(2R-L)}} \quad (\text{B.24})$$

$$s_{w_{00}} = s_L \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \cdot \frac{R-L}{((2R-L)L)^{\frac{3}{4}}} \quad (\text{B.25})$$

B Fehlerfortpflanzungen

Theoretische Strahltaille:

$$w_0 = \left(\frac{1}{w_{00}^2} \left(1 - \frac{s}{f} \right)^2 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{\pi \cdot w_{00}}{\lambda} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{B.26})$$

$$s_{w_0} = \sqrt{\left(s_{w_{00}} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial w_{00}} \right)^2 + \left(s_f \cdot \frac{\partial w_0}{\partial f} \right)^2 + \left(s_s \cdot \frac{\partial w_0}{\partial s} \right)^2} \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial w_{00}} = \frac{\frac{\pi^2 w_{00}}{f^2 \lambda^2} - \frac{(1-\frac{s}{f})^2}{w_{00}^3}}{\left(\frac{\pi^2 w_{00}^2}{f^2 \lambda^2} + \frac{(1-\frac{s}{f})^2}{w_{00}^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{B.28})$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial f} = \frac{\frac{s - \frac{s^2}{f}}{f^2 w_{00}^2} - \frac{\pi^2 w_{00}^2}{\lambda^2 f^3}}{\left(\frac{\pi^2 w_{00}^2}{f^2 \lambda^2} + \frac{(1-\frac{s}{f})^2}{w_{00}^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial s} = \frac{1 - \frac{s}{f}}{f w_{00}^2 \left(\frac{\pi^2 w_{00}^2}{f^2 \lambda^2} + \frac{(1-\frac{s}{f})^2}{w_{00}^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{B.30})$$

Laserleistungsdichte:

$$\frac{P}{A} = \frac{\left(1 - \frac{1}{e^2} \right) \cdot P_{max}}{w_0^2 \pi} \quad (\text{B.31})$$

$$s_{\frac{P}{A}} = \sqrt{\left(s_{w_0} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{e^2} \right) \cdot P_{max}}{2 w_0^3 \pi} \right)^2 + \left(s_{P_{max}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{e^2} \right)}{w_0^2 \pi} \right)^2} \quad (\text{B.32})$$

Literaturverzeichnis

DEMTRÖDER, W. 2007 *Laserspektroskopie*, 5. Auflage. Berlin: Springer-Verlag.

GIGLBERGER, DR. STEPHAN 2010 *Fabry-Perot-Interferometer*, 6. Auflage.

GÖTTINGEN, UNI 2021 Der Helium-Neon-Laser. URL <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1804> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

KÖHLER, PROF. DR. JÜRGEN 2020 Vorlesungsskript: EPB Optik und Wärme.

LEIFIPHYSIK 2021 Laser. URL <https://www.leifiphysik.de/atomphysik/laser> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

SPEKTRUM 2021a Fabry-Perot-Interferometer. URL <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/fabry-perot-interferometer/4685> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

SPEKTRUM 2021b Holographie. URL <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/holographie/6859> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

SPEKTRUM 2021c Laser. URL <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/laser/8789> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

SPEKTRUM 2021d Laser. URL <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/drei-niveau-laser/3391> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

VERSUCHSANLEITUNG 2015 Laser. Internes Dokument, Universität Bayreuth.

WIKIPEDIA 2021a Bragg-Spiegel. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Bragg-Spiegel> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

WIKIPEDIA 2021b Brechungsindex. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Brechungsindex> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

WIKIPEDIA 2021c Fabry-Perot-Interferometer. URL https://en.wikipedia.org/wiki/Fabry\T1\textendashPerot_interferometer – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

WIKIPEDIA 2021d Laser. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Laser> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

WIKIPEDIA 2021e Linienverbreiterung. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Linienverbreiterung> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.

WIKIPEDIA 2021f Matrizenoptik. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Matrizenoptik> – Zugriffsdatum: 16.09.2021.