

Fortgeschrittenen-Praktikum Physik

Wintersemester 2021/2022

Versuch FTS

Fourier-Transformspektroskopie

Gruppe: 6
Versuchstag: 05.10.2021
Betreuer: Dr. Uwe Gerken

Anna-Maria Pleyer · Dominik Müller



Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	5
2 Fragen zur Vorbereitung	6
2.1 Michelson Interferometer	6
2.2 Ausgleichsplatte	7
2.3 Kohärenzlänge und Kohärenzzeit	7
2.4 Fourier-Transformationsspektroskopie	8
2.5 Faltungsprodukt und Autokorrelationsfunktion	9
2.5.1 Faltungsprodukt	9
2.5.2 Autokorrelationsfunktion	9
2.6 Herleitung Interferogramm einer quasimonochromatischen Welle	10
2.7 Natürliche Linienbreite, Doppler-/ Druckverbreiterung und ihre Unterscheidung in Fourierspektrum	11
2.7.1 Natürliche Linienbreite	11
2.7.2 Dopplerverbreiterung	11
2.7.3 Druckverbreiterung	12
2.8 Kohärenzlänge für Gauß- und Lorentzverteilung	12
2.8.1 Gaußform	12
2.8.2 Lorentzform	13
2.9 Zusammenhang Kohärenzlänge und FWHM-Breite	14
2.10 Interferogramm zweier benachbarter Spektrallinien	14
2.11 Abhängigkeit des Auflösungsvermögens	15
3 Auswertung	16
3.1 Na-D Linie	16
3.1.1 Korrekturfaktor des Motors M2	16
3.1.2 Wellenlänge, Kohärenzlänge und Linienbreite der Linie	17
3.1.3 Intensitätsverhältnis und Abstand der beiden Natrium D-Linien	22
3.1.4 Verbreiterungsmechanismus der Lampe	23
3.2 Hg-High Linie	24
3.2.1 Wellenlänge	25
3.2.2 Kohärenzlänge	25
3.2.3 Linienbreite	27
3.3 Hg-Low Linie	28
3.3.1 Wellenlänge	29
3.3.2 Kohärenzlänge	31
3.3.3 Linienbreite	32
4 Fazit	33
A Messprotokoll	34
B Gemessene Daten	37
B.1 Natriumdampflampe	37

Inhaltsverzeichnis

B.2 Quecksilberdampflampe (Hochdruck)	40
B.3 Quecksilberdampflampe (Niederdruck)	42
Literaturverzeichnis	45

1 Einleitung

Die Spektroskopie basiert auf der Absorption von Licht und diese absorbierte Wellenlänge ist charakteristisch für die zu untersuchende Verbindung.

Eine Art der Spektroskopie ist die **Fourier-Transformspektroskopie** (FTS). Dieses Verfahren ist modern und wurde erst ab 1950 entwickelt. Hierbei wird ein Zweistrahl-Interferogramm der zu untersuchenden Probe aufgenommen und anschließend erhält man das entsprechende Spektrum mithilfe der Fourier Transformation. Die Interferogramm-Intensitäten enthalten die gesamten Informationen des unbekannten Spektrums.

In unserem Versuch wird ein Michelson-Interferometer im sichtbaren Bereich als Zweistrahl Interferogramm verwendet. Mit dessen Hilfe wird während dem Versuch eine Natrium Dampflampe, eine Quecksilberhochdrucklampe und -niederdrucklampe untersucht. Anschließend kann man mithilfe des aufgenommenen Spektrums die Kohärenzlänge, Wellenlänge und Linienbreite der untersuchten Linien bestimmen.

2 Fragen zur Vorbereitung

2.1 Michelson Interferometer

Das Michelson-Interferometer ist eines der bekanntesten Messgeräte. Bekanntheit erlangte es durch das Michelson-Morley-Experiment, bei diesem Experiment sollte der Lichtäther untersucht werden. Bei Michelson-Interferometer wird die optische Interferenz ausgenutzt, welche nur bei kohärentem Licht beobachtet werden kann. Durch einen Strahlteiler wird der einfallende Lichtstrahl, meist ein Laserstrahl, aufgespalten und diese Teilstrahlen interferieren anschließend mit sich selbst.

Prinzip des Michelson Interferometer:

Wie oben bereits kurz erwähnt, teilt das Michelson-Interferometer die Lichtwelle in zwei Teile auf. Diese Aufteilung geschieht mit einem Strahlteiler, einem halbdurchlässigen Spiegel. Der einfallende Lichtstrahl wird am Teiler zum Teil transmittiert und der restliche Teil des Strahls wird um 90° reflektiert. In unserem Fall beträgt der transmittierte und reflektierte Anteil jeweils 50%.

Die beiden Teilstrahlen treffen jeweils auf einen total reflektierenden Spiegel. Durch diese totale Reflexion treffen die Strahlen erneut auf den Strahlteiler. Hier wird wieder der eine Teil reflektiert und der andere transmittiert. Es kommt zu Überlagerung zweier Wellen hinter dem Strahlteiler. Die beiden Teilstrahlen müssen nicht die gleiche Strecke zurückgelegt haben. Durch beispielsweise Veränderung der Position einer der Spiegel kommt es zur Änderung der optischen Weglänge. Somit ergibt sich eine Phasenverschiebung. Diese Verschiebung führt letzten Endes zur Interferenz, bei Addition der beiden Amplituden spricht man von *konstruktiver Interferenz* und bei Auslöschung der beiden Amplituden von *destruktiver Interferenz*. Die Intensität kann nun gemessen werden und es können Rückschlüsse auf den Gangunterschied zwischen den beiden Wellen gezogen werden (vgl. Popp, 1980).

Die folgende Grafik stellt einen schematischen Aufbau eines Michelson-Interferometer dar:

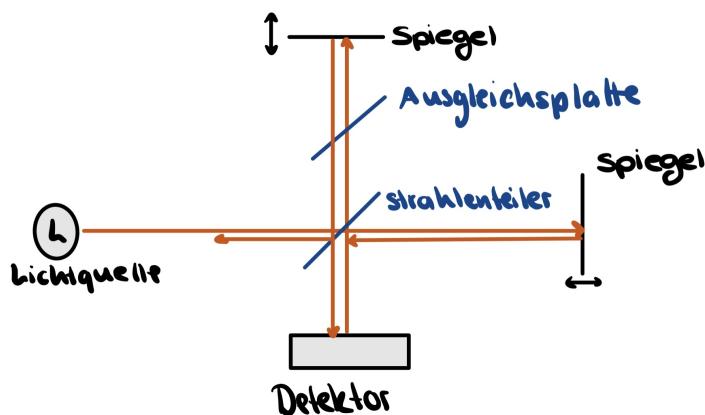


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung eines Michelson-Interferometer

2.2 Ausgleichsplatte

Wie oben bereits beschrieben durchlaufen die Teilstrahlen unterschiedlich oft auf den Strahlteiler. Der transmittierte Teilstrahl durchläuft dreimal und der reflektierte Strahl nur einmal den Strahlteiler. Um diese Ungleichheit zu bereinigen, wird eine Ausgleichsplatte zwischen den Strahlteiler und den total reflektierenden Spiegel des reflektierten Strahls gebaut. Hierbei ist es wichtig, dass die Ausgleichsplatte und der Strahlteiler die gleiche Dicke und Beschichtung haben. Durch dieses zusätzliche Bauteil kommt es zu gleichen Absorption und Dispersion der zwei Teilstrahlen.

Würde die Ausgleichsplatte nicht eingebaut werden, wären die Interferometerarme nicht dispersionsgleich. Dies hat zur Folge, dass es im Interferogramm zu einer Phasenverschiebung ($\cos(kl)$) wird zu $\cos(kl + \phi)$) kommt. Diese müsste erst bereinigt werden, damit man die richtigen Messwerte erhält und somit erschwert die Phasenverschiebung die Fourier Rücktransformation erheblich. (vgl. Popp, 1980)

2.3 Kohärenzlänge und Kohärenzzeit

Als **Kohärenzlänge** l_c bezeichnet man den maximal zulässigen Gangunterschied Δs , bei dem die Überlagerung zweier Lichtstrahlen (ausgesendet aus derselben Quelle) noch ein stabiles Interferenzmuster ergibt.

Je mehr eine Lichtquelle monochromatisches Licht mit zeitlich konstanten Polarisations- und Phasenbeziehung aussendet, umso größer ist die Kohärenzlänge. Dies erklärt auch wieso Laser ein Licht mit großer Kohärenzlänge, d.h. im Bereich von Kilometern, aussenden und natürliche Quellen nur eine Kohärenzlänge im Bereich von wenigen μm haben.

Die **Kohärenzzeit** τ_c ist die Zeit, in der das Licht die Kohärenzlänge zurücklegt:

$$\tau_c = \frac{n \cdot l_c}{c}$$

Hier steht n für den Brechungsindex des Mediums und c für die Lichtgeschwindigkeit.

Ein Anwendungsbeispiel für Kohärenzlänge ist das Zweistrahl Interferometer. Wenn der Wert des Intensitätsmaximum der Interferenz $\frac{1}{e}$ beträgt, dann lässt sich die Kohärenzlänge mithilfe der halben Halbwertsbreite des Maximums und der Einhüllenden des Interferometers bestimmen. (vgl. Wikipedia, 2021c; Popp, 1980)

2.4 Fourier-Transformationsspektroskopie

Das Fourier-Transformations-Spektrometer ist aus wenigen grundlegenden Bauteilen aufgebaut. Zum einen benötigt man eine Strahlungsquelle, einen Strahlengang (d.h. optische Anordnung von verschiedenen Spiegeln), Interferometer, Strahlungsdetektor und ein Messprogramm, welches die Fourier-Transformation durchführen kann. Zur Veranschaulichung ist der Versuchsaufbau in der Abbildung 2.2 zu sehen.

Nachdem die Strahlen das Michelson-Interferometer verlassen haben, interferieren diese, abhängig von den Frequenzen bzw. der Differenz der Strahlen. Somit erhält man ein Interferogramm, welches ein großes Maximum vorweist, wenn die beiden Spiegel gleich weit von Strahlteiler entfernt sind. Ist dies der Fall so interferieren die Frequenzen konstruktiv.

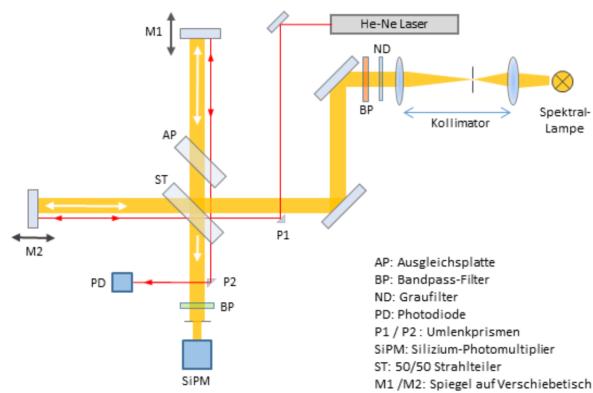


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

Vorteile von Fourier-Transformation-Spektrometern

Ein großer Vorteil dieses Spektrometers ist, im Vergleich zu den Spektrometern, welche Monochromator verwenden, dass sich das Fourier-Transformation-Spektrometer durch eine deutlich kürzere Messzeit auszeichnet. Damit ist auch ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis verbunden. Zudem ist es wie oben erwähnt aus 'einfacheren' optischen Bauteilen aufgebaut und somit meist günstiger als etwaige Alternativen.

Des Weiteren gibt es noch den sogenannten *Jacquinot-Vorteil*:

Bei einem dispersiven Spektrometer benötigt man einen Spaltblende, diese bestimmt im Wesentlichen die Auflösung des Spektrometers. Durch diese Blende kann es auch zu Beugungerscheinungen kommen. Diese ist bei einem Fourier-Transformation-Spektrometer nicht mehr notwendig, es können auch Kreisblenden verwendet werden. Diese Blenden haben den Vorteil, dass mehr Licht den Detektor erreicht und sie somit ebenfalls das Signal-Rausch-Verhältnis verbessert.

Es gibt noch den *Multiplex- oder Fellgett-Vorteil*:

Bei der Fouriertransformierten-Spektroskopie wird ein Interferometer anstatt eines dispersiven Spektrometers verwendet. Hierbei wird das Spektrum nicht kontinuierlich in Abhängigkeit von der Wellenlänge gemessen, sondern beinahe alle Wellenlängen gleichzeitig. Es wird quasi eine Momentaufnahme über den definierten Frequenzbereich gemacht. Dies wird v. a. bei sogenannten Fast-Scanning Fourier-Transformation-Spektrometern verwendet, hierdurch können Aufnahmezeiten von wenigen Sekunden erreicht werden. Auch hierdurch kommt es ebenfalls zu einer Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnis. Zuletzt soll noch der *Connes-Vorteil* diskutiert werden:

Bei der Fouriertransformierten-Spektroskopie wird ein Helium-Neon-Laser verwendet. Durch diesen Referenzpunkt erhält man eine hohe Genauigkeit bei der Frequenz- bzw. Wellenlängenachse. (vgl. Wikipedia, 2021a; Popp, 1980)

2.5 Faltungsprodukt und Autokorrelationsfunktion

2.5.1 Faltungsprodukt

Die Faltung ist allgemein wie folgt definiert:

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-t)g(t)dt \quad (2.1)$$

Wenn man dies jedoch Fourier transformiert, wird hieraus das Produkt der Fouriertransformierten der einzelnen Funktionen:

$$F(f * g) = F(f) \cdot F(g) \quad (2.2)$$

(vgl. Popp, 1980)

2.5.2 Autokorrelationsfunktion

Die Autokorrelation ist ein Begriff aus der Signalverarbeitung. Diese beschreibt die Korrelation einer Funktion (bzw. Signals) mit sich selbst zu einem früheren Zeitpunkt. Mit der Autokorrelation ist es möglich, einen Zusammenhang zwischen Ereignissen einer Messreihe herzustellen, welche zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattfanden.

In der Signalverarbeitung wird sie als Faltung eines zeitabhängigen Signals $x(t)$ mit sich selbst berechnet. In der digitalen Analyse von Signalen wird die Autokorrelationsfunktion meistens über die inverse Fourier-Transformation der spektralen Leistungsdichte berechnet.

Ein Anwendungsbeispiel ist das Weißlichtinterferometer: Hier weicht die Autokorrelation deutlich von Null ab (bei geringer Kohärenzlänge), wenn die Länge von Messarm und Referenzarm gut übereinstimmen. (vgl. Popp, 1980)

2.6 Herleitung Interferogramm einer quasimonochromatischen Welle

Machen Sie sich die Herleitung der Beziehung für das Interferogramm einer quasimonochromatischen Lichtquelle klar! Mit Hilfe des Ergebnisses können Sie die Linienform der Spektrallinien bestimmen.

Quasimonochromatisches Licht hat im Gegensatz zu chromatischen Licht keine singuläre Wellenlänge. Es handelt sich Licht mit einer spektralen Intensitätsverteilung $G(k)$. Die vorkommenden Frequenzen in quasimonochromatischen Licht, sind eng verteilt, z.B. Gauß-förmig.

Um nun das Interferogramm dieser quasimonochromatischen Welle zu berechnen, muss man erst einmal die Gesamtintensität der Interferenzfunktionen berechnen:

$$I(l) = \sum_{i=1}^n \frac{I_{0i}}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi \cdot l}{\lambda_i}\right) \right) \quad (2.3)$$

Wenn wir nun den Fall $n \rightarrow \infty$ betrachten und die Intensität als Intensitätsverteilung (allgemeiner Fall) vorliegt, folgt:

$$I(l) = \frac{I_0}{2} \int_0^\infty G(k) (1 + \cos(k \cdot l)) dk \quad (2.4)$$

Hierbei ist die Funktion $G(k)$ normiert: $\int_0^\infty G(k) = 1$

Nun kann das Interferogramm wie in der Versuchsanleitung beschrieben hergeleitete werden:

$$I(l) - \frac{I_0}{2} = \int_{-\infty}^\infty G(k) \cos(k \cdot l) dk \quad (2.5)$$

Somit entspricht das Interferogramm der Cosinus-fouriertransformation der Intensitätsverteilung. Diese kann man durch eine Rücktransformation bekommen und somit ist dann die Linienform der Spektrallinien bekannt:

$$G(k) = \int_{-\infty}^\infty \left(I(l) - \frac{I_0}{2} \right) \cos(k \cdot l) dl \quad (2.6)$$

2.7 Natürliche Linienbreite, Doppler-/ Druckverbreiterung und ihre Unterscheidung in Fourierspektrum

Was versteht man unter natürlicher Linienbreite, Doppler sowie Druckverbreiterung? Wie lassen sich im Fourierspektrum die beiden Verbreiterungsmechanismen unterscheiden?

2.7.1 Natürliche Linienbreite

Die **natürliche Linienbreite** basiert auf der Energie-Zeit-Unschärferelation. Die Bestimmung der Lebensdauer und der exakten Energie eines angeregten Zustandes ist nicht möglich. Dies führt zu einer statischen Verbreiterung der Linienbreite.

Unter Verbreiterungsmechanismen versteht man die Vergrößerung der Linienbreite über die natürliche Linienbreite hinaus. Hierbei unterscheidet man zwischen zwei Arten:

Die **homogene Verbreiterung** tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz für alle Teilchen gleich groß ist. Hierzu zählen z.B. Druckverbreiterung.

Die **inhomogenen Verbreiterungen** tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz nicht für alle Teilchen gleich groß ist. Hierzu zählen z.B. Doppelverbreiterung.

2.7.2 Dopplerverbreiterung

Die Doppelverbreiterung kommt daher zustande, wenn die Atome oder Moleküle (welche das Licht abstrahlen) eine Geschwindigkeit ungleich null besitzen. Durch diese Bewegung ändert sich die Frequenz und somit auch die Wellenlänge des abgestrahlten Lichts, der sogenannte Dopplereffekt.

Für die Verschiebung der Wellenzahl folgt:

$$k = k_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right) \Rightarrow v = \frac{k - k_0}{k_0} c \quad (2.7)$$

Die Bewegung der Moleküle sind temperaturabhängig und die Geschwindigkeiten sind Boltzmann-verteilt:

$$P(v)dv = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \exp(-\beta v^2) dv \quad (2.8)$$

Mit:

$$\beta = \frac{m}{2k_B T} \quad (2.9)$$

Für die Intensitätsverteilung folgt:

$$G(k) \sim \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \frac{k_0}{c} \exp\left(-\beta \left(c \frac{k - k_0}{k_0}\right)^2\right) \quad (2.10)$$

Hier ist die Intensität Gauß-verteilt.

2.7.3 Druckverbreiterung

Bei der Druckverbreiterung wird die Linie aufgrund von Wechselwirkungen zwischen den Atomen/Molekülen verbreitert. Durch elastische Stöße, kommt es zu einer kurzzeitigen Verschiebung der Energieniveaus weswegen die Spektrallinie verbreitert wird. Hierzu wird die kinetische Gastheorie verwendet:

$$P(t)dt = \frac{\exp(-t/\bar{t})}{\bar{t}}dt \quad (2.11)$$

Hier bezeichnet \bar{t} die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen. Somit folgt für die Intensitätsverteilung:

$$G(k) \sim \frac{2(tc)^{-1}}{(tc)^{-2} + (k - k_0)^2} \quad (2.12)$$

Hier ist die Intensitätsverteilung Lorentz-verteilt.

2.8 Kohärenzlänge für Gauß- und Lorentzverteilung

Leiten Sie die Kohärenzlänge für ein Gaußförmiges und für ein Lorentzförmiges Spektralprofil aus den jeweiligen Linienbreiten her.

2.8.1 Gaußform

Hier wird zuerst eine Koordinatentransformation gemacht, um den Ursprung der Intensitätsverteilung auf k_0 zu legen:

$$k' = k - k_0 \quad (2.13)$$

$$H(k') = G(k - k_0) \quad (2.14)$$

Somit folgt für die Doppelverbreiterte Intensitätsverteilung:

$$H(k') = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \frac{k_0}{c} \exp\left(-\beta \left(c \frac{k'}{k_0}\right)^2\right) \quad (2.15)$$

Nun wird die Breite a eingeführt. An dieser ist die Intensitätsverteilung auf $1/e$ der Ursprungsverteilung angefallen:

$$H(k') = \frac{H(0)}{e} \quad (2.16)$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \frac{k_0^2}{\beta c^2} \quad (2.17)$$

$$H(k') = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \frac{k_0}{c} \exp\left(-\frac{4}{a^2} k'^2\right) \quad (2.18)$$

Wird nun $H(k')$ normiert, so folgt:

$$H(k') = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{4}{a^2} k'^2\right) \quad (2.19)$$

Nun folgt für das Interferogramm:

$$I(l) = C(l) \cos(k_0 l) \quad (2.20)$$

$$C(l) = I_0 \int_{-\infty}^{\infty} H(k') \cos(k' l) dk' \quad (2.21)$$

$$= \Re \left\{ I_0 \int_{-\infty}^{\infty} H(k') \exp(ik' l) dk' \right\} \quad (2.22)$$

$$= \frac{2}{a\sqrt{\pi}} \Re \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left(-\left(\frac{2k'}{a} - \frac{ila}{4} \right)^2 - \left(\frac{al}{4} \right)^2 \right) \right\} \quad (2.23)$$

Mit der Substitution $z = \left(\frac{2k'}{a} - \frac{ila}{4} \right)$ folgt:

$$C(l) = \frac{2}{a\sqrt{\pi}} I_0 \exp \left(-\left(\frac{al}{4} \right)^2 \right) \cdot \underbrace{\frac{a}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-z^2)}_{=\sqrt{\pi}} \quad (2.24)$$

$$= I_0 \exp \left(-\frac{a^2}{16} l^2 \right) \quad (2.25)$$

$$\Rightarrow I(l) = I_0 \exp \left(-\frac{a^2}{16} l^2 \right) \cos(k_0 l) \quad (2.26)$$

Die Kohärenzlänge L ist die halbe Länge zwischen den Punkten, an denen $I(l)$ auf I_0/e abfällt. Da der Cosinus symmetrisch um k_0 ist folgt:

$$L_{dopp.} := \frac{4}{a} \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \quad (2.27)$$

2.8.2 Lorentzform

Bei der Lorentzform wird zuerst die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen wie folgt umgeschrieben. Die mittlere freie Weglänge ist dabei \bar{s} :

$$\bar{t} = \frac{\bar{s}}{\bar{v}} = \frac{1}{\sigma p} \sqrt{\frac{\pi m k_B T}{8}} \quad (2.28)$$

Das Interferogramm erhält man durch eine fouriertransformation der Intensitätsverteilung:

$$I(l) = I_0 \exp \left(-\frac{|l|}{\bar{t}c} \right) \cos(k_0 l) \quad (2.29)$$

Die Kohärenzlänge L ist wiederum die halbe Länge zwischen den Abfall auf $I(l) = I_0/e$:

$$L_{druck.} = \bar{t}c \propto \frac{\bar{T}}{p} \quad (2.30)$$

2.9 Zusammenhang Kohärenzlänge und FWHM-Breite

Wie hängt die halbe 1/e-Breite mit der vollen Halbwertsbreite FWHM einer Gauß- bzw. Lorentzförmigen Linie zusammen?

Die volle Halbwertsbreite ist definiert als volle Breite einer Kurve, zwischen zwei Punkten mit halber maximal Intensität. Für die Lorentzverteilung (Druckverbreiterung) folgt:

$$G(k) = \frac{2(tc)^{-1}}{(tc)^{-2} + (k - k_0)^2} \quad (2.31)$$

Die FWHM-Breite einer Lorentzverteilung lässt sich wie folgt berechnen (Martí, 2021, vgl.):

$$f(x) = \frac{\Gamma/2}{(x - \mu)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (2.32)$$

Wobei Γ die FWHM-Breite ist. Angewendet auf unsere Lorentzverteilung folgt:

$$FWHM_{druck.} = \frac{2}{tc} = \frac{2}{L} \quad (2.33)$$

$$L = \frac{2}{FWHM_{druck.}} \quad (2.34)$$

Für eine Gaußverteilung (Doppelverbreiterung) folgt:

$$G(k) = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \frac{k_0}{c} \exp\left(-\beta \left(c \frac{k - k_0}{k_0}\right)^2\right) \quad (2.35)$$

Die FWHM-Breite einer Gaußverteilung lässt sich wie folgt bestimmen:

$$f(x) = \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.36)$$

Bei dieser ist die FWHM-Breite $\sqrt{8 \ln(2)}\sigma$ (Wikipedia, 2021b, vgl.). Angewendet auf unsere Gaußverteilung folgt:

$$FWHM_{dopp.} = 2\sqrt{2 \ln(2)} \frac{k_0}{\sqrt{2\beta}c} = \sqrt{\ln(2)} \underbrace{2 \frac{k_0}{\sqrt{\beta}c}}_{=a} = \sqrt{\ln(2)}a = \frac{4\sqrt{\ln(2)}}{L} \quad (2.37)$$

$$L = \frac{4\sqrt{\ln(2)}}{FWHM_{dopp.}} \quad (2.38)$$

2.10 Interferogramm zweier benachbarter Spektrallinien

Berechnen Sie das Interferogramm zweier monochromatischer, dicht benachbarter Spektrallinien mit den Intensitäten I_1 und I_2 ab

Man betrachte zwei ebene, polarisierte Wellen:

$$E_1 = A_1 \cdot \exp(i\phi_1(\vec{r}, t)) \quad (2.39)$$

$$E_2 = A_2 \cdot \exp(i\phi_2(\vec{r}, t)) \quad (2.40)$$

2.11 Abhängigkeit des Auflösungsvermögens

Wenn diese Wellen nun miteinander interferieren, dann werden beide superpositioniert und für die Gesamtintensität folgt:

$$I = |E_1 + E_2|^2 = (E_1 + E_2)(E_1^* + E_2^*) \quad (2.41)$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 \cos(\delta\phi) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta\phi) \quad (2.42)$$

Wobei $\delta\phi$ für die Phasendifferenz steht. Bei Interferenz folgt $\delta\phi = |\omega_2 - \omega_1| t$. Somit folgt für die zeitliche Intensitätsverteilung an einem Ort:

$$I(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(|\omega_2 - \omega_1| t) \quad (2.43)$$

2.11 Abhängigkeit des Auflösungsvermögens

Zeigen Sie, dass das Auflösungsvermögen des Spektrometers vom Verfahrweg des Spiegels abhängig ist!

Das durch den endlichen Spiegelweg gemessenes Interferogramm I_{obs} ist eine Multiplikation eines unendlich ausgedehnten Interferogramms mit einer Blendenfunktion $B(l)$.

$$I_{obs}(l) = I(l) \cdot B(l) \quad (2.44)$$

Diese kann einfacheitshalber als eine Rechteckblende angenommen werden.

Für das gemessene Spektrum folgt:

$$G_{obs}(k) = G(k) * b(k) \quad (2.45)$$

Hierbei ist $b(k)$ die Fouriertransformierte von $B(l)$. Für die Rechteckblende folgt, wobei M der maximale Gangunterschied ist:

$$b(k) = 2M \frac{\sin(kM)}{kM} \quad (2.46)$$

Das Auflösungsvermögen ist charakterisiert durch die Halbwertsbreite von $b(k)$:

$$\Delta k = \frac{2,4\pi}{M} \propto \frac{1}{M} \quad (2.47)$$

Somit ist das Auflösungsvermögen umgekehrt proportional zu M (Gangunterschied). Dieser hängt von dem Verfahrweg der Spiegel ab, somit ist das Auflösungsvermögens abhängig vom Verfahrweg der Spiegel.

3 Auswertung

3.1 Na-D Linie

3.1.1 Korrekturfaktor des Motors M2

Die Schwebungsfrequenz der beiden Natrium-D Linien lässt sich wie folgt berechnen:

$$f_{sch.} = |f_{D2} - f_{D1}| \quad (3.1)$$

Die Frequenzen der beiden Linien (f_{D2} und f_{D1}) lassen sich mithilfe den Literaturwerten für die beiden Wellenlängen der Linien berechnen.

Für die erste Natrium-D Linie folgt: $\lambda_{D1} = 589,593 \text{ nm}$

Und für die zweite D-Linie folgt: $\lambda_{D2} = 588,996 \text{ nm}$

Diese müssen noch in Frequenzen umgerechnet werden:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (3.2)$$

Somit folgt für die Frequenzen der Natrium-D Linien:

$$f_{D1} = 5,083 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad (3.3)$$

$$f_{D2} = 5,090 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad (3.4)$$

Und die Schwebungsfrequenz:

$$f_{sch.} = 5,154 \cdot 10^{11} \text{ Hz} \quad (3.5)$$

Für die theoretische Schwebungswellenlänge folgt:

$$\lambda_{sch.theo.} = \frac{c}{f_{sch.}} = 0,5817 \text{ mm} \quad (3.6)$$

Um den Korrekturfaktor des Motors $M2$ zu bestimmen, werden die Peaks der Einhüllende bestimmt:

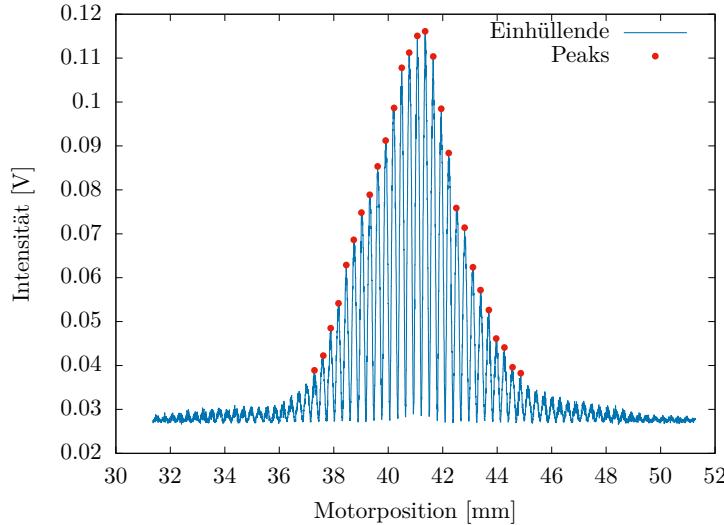


Abbildung 3.1: Einhüllende der Na-D Linie mit den eingezeichneten Peaks.

Der Abstand zwischen zwei Peaks wurde für alle Werte bestimmt und anschließend gemittelt. Dann erhalten wir den mittleren Abstand:

$$\bar{p} = (0,2913 \pm 0,0002) \text{ mm} \quad (3.7)$$

Da das Licht die doppelte Weglänge zurücklegt, folgt für die gemessene Wellenlänge der Schwebung:

$$\lambda_{sch.mess} = (0,5826 \pm 0,0004) \text{ mm} \quad (3.8)$$

Der Korrekturfaktor des Motors $M2$ bestimmt sich nun, indem man das Verhältnis aus gemessener und theoretischer Schwebungswellenlänge berechnet:

$$\beta = \frac{\lambda_{sch.theo.}}{\lambda_{sch.mess}} \quad (3.9)$$

Somit folgt für den Korrekturfaktor:

$$\beta = 0,998 \pm 0,001 \quad (3.10)$$

Mit diesem kann man die experimentell gemessenen Wegstrecken in die eigentlich gefahrenen Wegstrecken umrechnen:

$$\lambda_{sch.theo.} = \beta \cdot \lambda_{sch.mess} \quad (3.11)$$

3.1.2 Wellenlänge, Kohärenzlänge und Linienbreite der Linie

Wellenlänge bestimmen

Um die Wellenlänge der Natriumdampflampe zu bestimmen, werden die Peaks des aufgenommenen Spektrums gezählt (n_{Na}). Diese werden anschließend durch die Anzahl der Peaks im Spektrum des Kalibrationslasers (n_{Laser}) geteilt und mit dessen Wellenlänge ($\lambda_{Laser} = 632,8 \text{ nm}$) multipliziert.

$$\lambda_{Na} = \frac{n_{Laser}}{n_{Na}} \lambda_{Laser} \quad (3.12)$$

3 Auswertung

Um die Peaks zu zählen, wird ein Peakfinder (Python-Programm) genutzt:

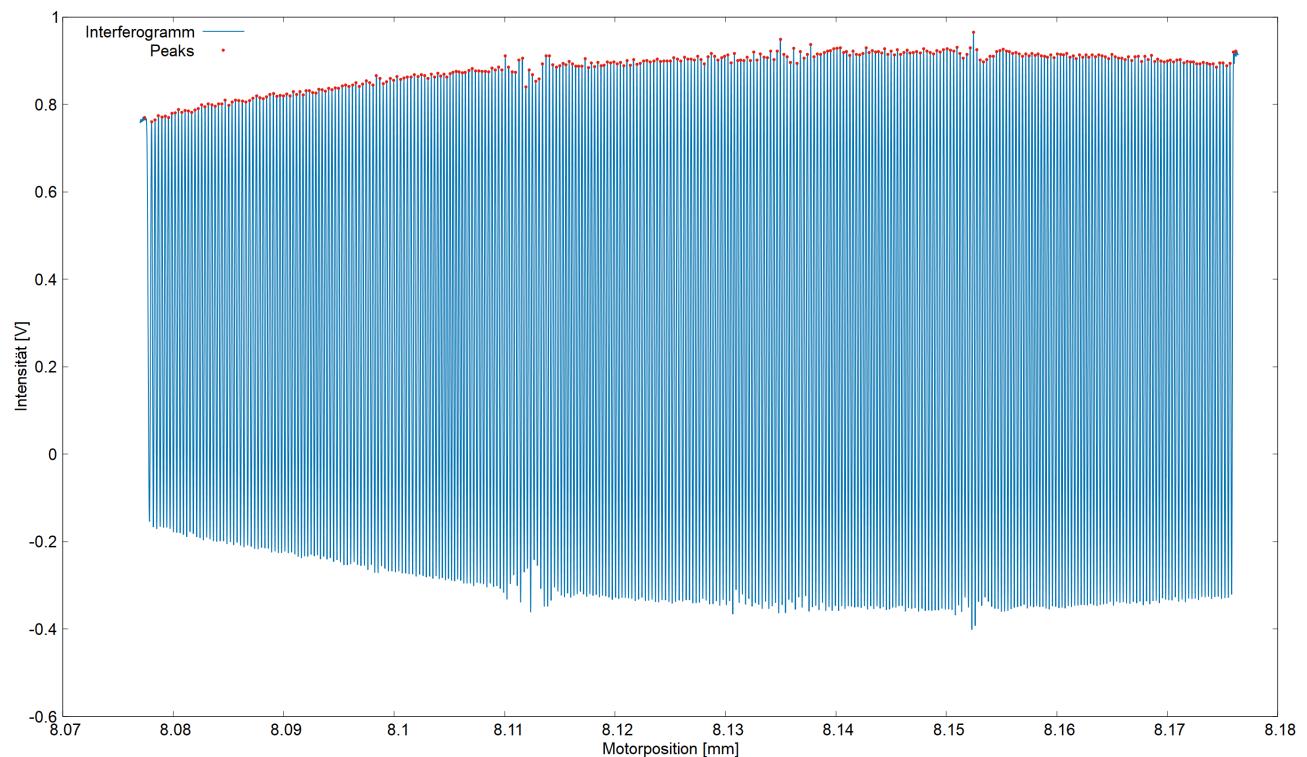


Abbildung 3.2: Interferogramm der Na-D Linie mit eingezeichneten Peaks.

Wenn man nun einen Ausschnitt etwas genauer betrachtet:

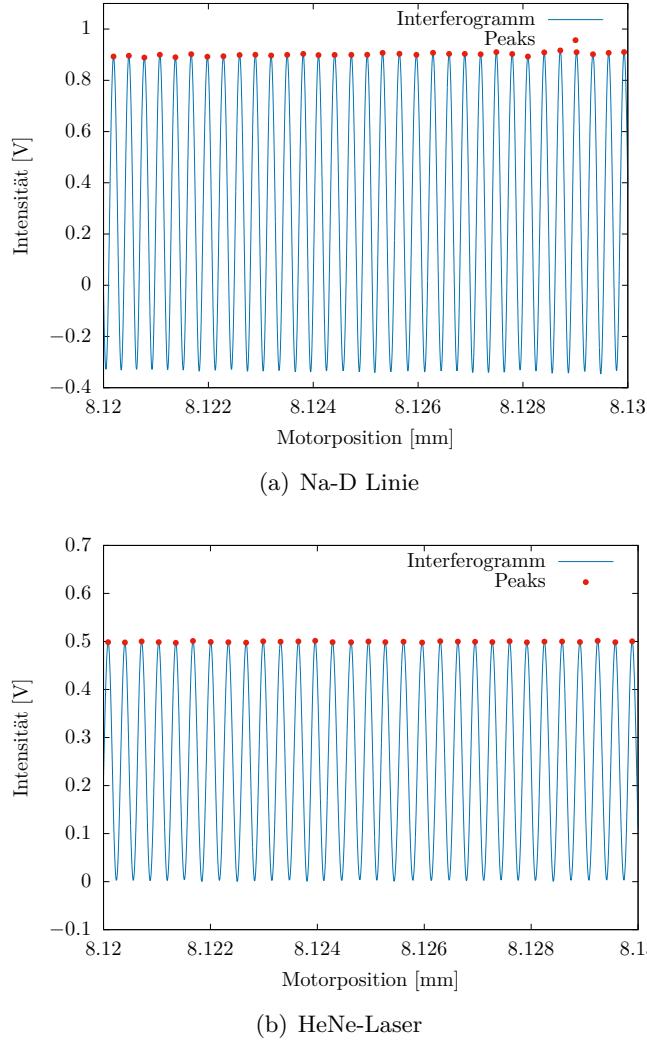


Abbildung 3.3: Ausschnitt aus dem Interferogrammen der Na-D Linie (a) und des HeNe-Lasers (b) mit eingezeichneten Peaks

Wir nehmen an, dass der Peak-finder die Peaks bis zu einen Peak genau findet. Somit folgt für die Peaks im Spektrum der Natriumdampflampe:

$$n_{Na} = 331 \pm 1 \quad (3.13)$$

Und für den Lasers:

$$n_{Laser} = 307 \pm 1 \quad (3.14)$$

Somit folgt für die Wellenlänge der Natriumdampflampe:

$$\lambda_{Na} = (587 \pm 3) \text{ nm} \quad (3.15)$$

Der Fehler wurde über eine Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$s_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{Na}}{\partial n_{Laser}} \cdot s_{n_{Laser}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{Na}}{\partial n_{Na}} \cdot s_{n_{Na}}\right)^2} \quad (3.16)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda_L}{n_{Na}} \cdot s_{n_{Laser}}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_L \cdot n_L}{n_{Na}^2} \cdot s_{n_{Na}}\right)^2} \quad (3.17)$$

3 Auswertung

Wenn man nun den gemessenen Wert der Natrium-D Linie mit den theoretischen Werten der Natrium-D Linie vergleicht ($\lambda_{D1} = 589, 593 \text{ nm}$; $\lambda_{D2} = 588, 996 \text{ nm}$), sieht man das der gemessene Wert mit seinen Fehler die tatsächlichen Werte einschließt.

Kohärenzlänge bestimmen

Die Kohärenzlänge ist die halbe Intervalllänge der Einhüllenden, bei dieser die maximale Intensität auf $1/e$ abgefallen ist. Diese kann man direkt aus der Einhüllenden herauslesen. Für die maximale Intensität wurde gemessen:

$$I_0 = (0,0883 \pm 0,0001) \text{ V} \quad (3.18)$$

$$\frac{I_0}{e} = (32,48 \pm 0,04) \text{ mV} \quad (3.19)$$

Hierbei wurde der y-Achsen Offset der Messkurve berücksichtigt. Dieser ist die Differenz zwischen dem Nullwert des Plots und des Wertes auf den die Intensität abfällt. Somit folgt für die Kohärenzlänge L :

$$L = \beta \cdot \frac{\Delta s \left(\frac{I_0}{e} \right)}{2} \quad (3.20)$$

$$L = (2,5 \pm 0,1) \text{ mm} \quad (3.21)$$

Graphisch folgt:

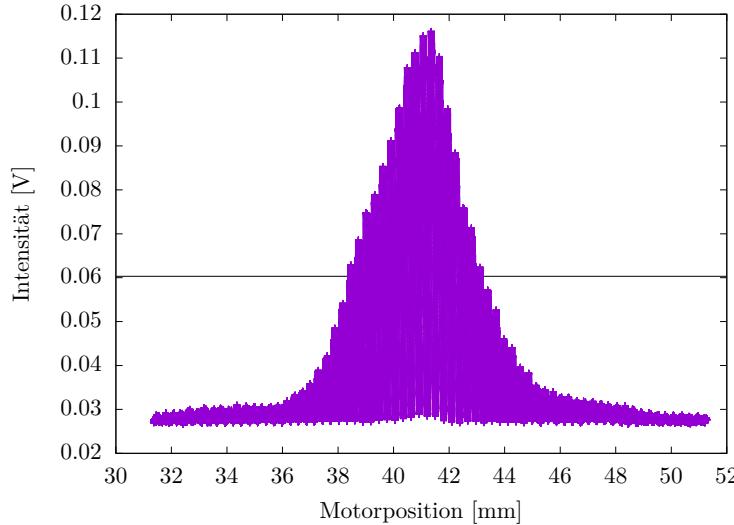


Abbildung 3.4: Einhüllende des Interferogramms der Na-D Linie mit eingezeichneter I_0/e -Intensität

Da die Einhüllende für die Schnittpunkte mit der I_0/e -Gerade per Augenmaß abgelesen wurde, nehmen wir einen Ablesefehler von 0,1 mm an.

Linienbreite bestimmen

Um die Linienbreite zu berechnen muss man erst wissen, um welchen Verbreiterungsmechanismus es sich handelt. Da die Kurve einer Gauß-Glocke ähnelt, liegt hier eine Dopplerverbreiterung vor (siehe 3.6). Ein Fit dazu findet sich im Kapitel 'Verbreiterungsmechanismus' wieder. Für diese wurden in den Fragen zur Vorbereitung die Umrechnung zwischen Linienbreite (FWHM-Breite) und Kohärenzlänge (halbe 1/e-Breite) bestimmt. Es ist hierbei zu beachten, dass die Linienbreite im k-Raum ausgerechnet wird (Wellenzahlen), um diese nun in den l-Raum umzurechnen folgt:

$$\left| \frac{\Delta k}{\Delta \lambda} \right| = \left| \frac{dk}{d\lambda} \right| = \frac{2\pi}{\lambda^2} \quad (3.22)$$

$$d\lambda = dk \cdot \frac{\lambda^2}{2\pi} \quad (3.23)$$

Hier steht dk für die FWHM-Breite der Linie im k-Raum, λ für gemessene Wellenlänge und $d\lambda$ für die FWHM-Breite im l-Raum.

Somit folgt für die Linienbreite einer Dopplerverbreiterten Linie im l-Raum:

$$\Delta\lambda_{Na} = (0,073 \pm 0,003) \text{ nm} \quad (3.24)$$

Der Fehler wurde über Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$s_{\Delta\lambda_{Na}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Na}}{\partial L_c} \cdot s_{L_c} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Na}}{\partial\lambda_{Na}} \cdot s_{\lambda_{Na}} \right)^2} \quad (3.25)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{\ln(2)} \cdot \lambda_{Na}^2 \cdot s_{L_c}}{L_c^2 \cdot \pi} \right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{\ln(2)} \cdot \lambda_{Na} \cdot s_{\lambda_{Na}}}{L_c \cdot \pi} \right)^2} \quad (3.26)$$

3 Auswertung

3.1.3 Intensitätsverhältnis und Abstand der beiden Natrium D-Linien

Bei der Natriumdampflampe liegen die Linien, der D-1 und D-2 Linie sehr nahe zusammen, dies führt zu einer Schwebung.

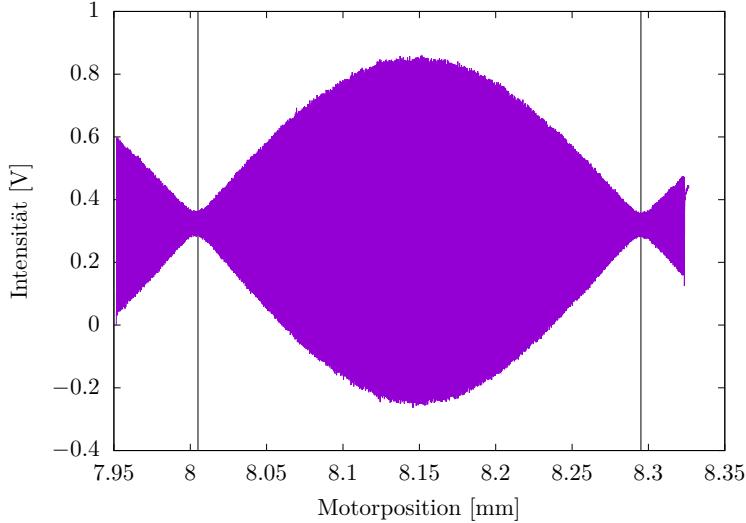


Abbildung 3.5: Aufnahme der Schwebung des Interferogramms der Na-D Linie mit eingezeichneten Minima (Knoten)

Der Abstand zwischen zwei Knoten der Schwebung beträgt:

$$\Delta S = (0,290 \pm 0,005) \text{ mm} \quad (3.27)$$

Dieser kann genutzt werden, um den Wellenlängenabstand der beiden Schwebungswellenlängen zu berechnen:

$$\cos(\Delta kl) = 0 \quad (3.28)$$

$$\Delta kl = \frac{(2n - 1)\pi}{2} \quad (3.29)$$

$$\Delta k = \frac{(2n - 1)\pi}{2l} \quad (3.30)$$

Da wir einen 'Bauch' der Schwebung betrachten folgt: $l = S/2$ und $n = 1$

Somit folgt für den Wellenlängenabstand der Schwebung im l-Raum:

$$\Delta k = \frac{\pi}{S} \quad (3.31)$$

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_{Na}^2}{2S} \quad (3.32)$$

$$\Delta \lambda = (0,594 \pm 0,006) \text{ nm} \quad (3.33)$$

Betrachten wir den Abstand zwischen den Literaturwerten für die Natrium D-1 und D-2 Linie ($\Delta \lambda = 0,597 \text{ nm}$), so sehen wir, dass wir mit der Messung und dem Fehler diesen Wert einschließen. Für die Amplitude einer Schwebung folgt aus den Fragen zur Vorbereitung:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(|\omega_2 - \omega_1| t)} \quad (3.34)$$

Somit folgt für die Intensität im Knoten (Minima):

$$A_K = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = A_1 - A_2 \quad (3.35)$$

Für die Intensität im Bauch (Maxima) folgt:

$$A_B = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 = A_1 + A_2 \quad (3.36)$$

Wenn man nun das Intensitätsverhältnis/Amplitudenverhältnis A_2/A_1 haben möchte, kann man dies durch lösen des LGS bekommen:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{A_B - A_K}{A_B + A_K} \quad (3.37)$$

Somit folgt für das gemessene Verhältnis (Ablesefehler: 0,001 V):

$$\frac{A_2}{A_1} = (0,875 \pm 0,002) \quad (3.38)$$

Als Literaturwert wurde der Wert 0,8 gefunden (vgl. Popp, 1980, S. 92). Unser berechneter Wert schließt den theoretisch zu erwarteten Wert zwar nicht ein, liegt dennoch in dessen Größenordnung.

3.1.4 Verbreiterungsmechanismus der Lampe

Wie schon im vorherigen Teil zur Linienbreite gesagt wurde, ist die Natriumdampflampe doppelverbreitert. Dies erkennt man daran, dass die Einhüllende des Interferogramms gaußförmig ist und nicht einer beidseitig abfallenden e-Funktion ähnelt.

Die Doppelverbreiterung kommt daher, dass die Lampe eine sehr hohe Betriebstemperatur von mehreren hundert Grad hat (vgl. Wikipedia, 2021d). Durch die hohen Temperaturen dominiert die Doppelverbreiterung in Vergleich zur Druckverbreiterung.

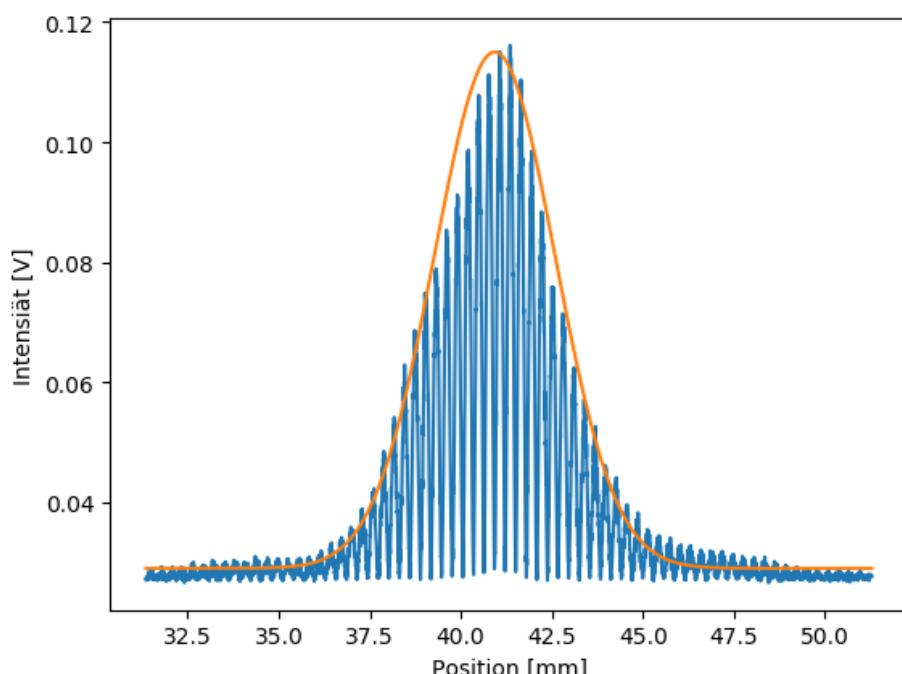


Abbildung 3.6: Einhüllende des Interferogramms der Na-D Linie mit eingezeichnetem Gaußfit

3 Auswertung

3.2 Hg-High Linie

Im nächsten Schritt soll die Linie der Quecksilberhochdrucklampe Lampe untersucht werden.

Im Folgenden sind zuerst einmal Darstellungen des Interferogramm der Hg-High Lampe und deren Einhüllende zu sehen. Die Messeinstellungen sind dem Protokoll, im Anhang, zu entnehmen.

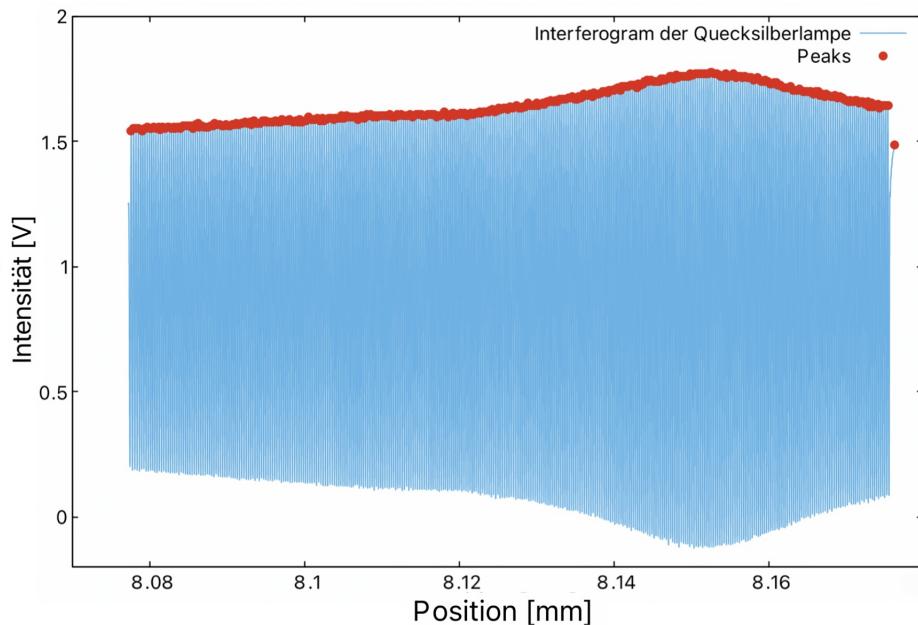


Abbildung 3.7: Interferogramm der Hg-Linie mit den gekennzeichneten Peaks.

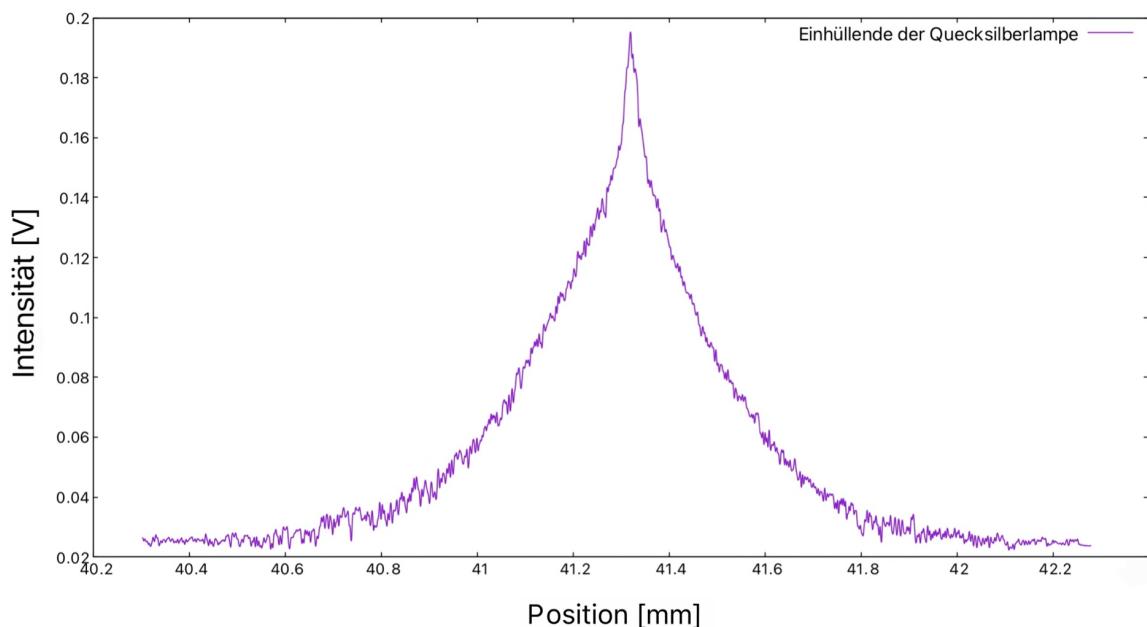


Abbildung 3.8: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie.

3.2.1 Wellenlänge

Die Wellenlänge der Hg-High Lampe wird analog zur Bestimmung der Wellenlänge der Natrium D-Linie bestimmt.

Zuerst wurde mithilfe eines Python-Skripts die Peaks des Interferogramms ermittelt, siehe Abbildung 3.9. Die Anzahl der Maxima der Hg-High Lampe beläuft sich auf $n_{Hg-High} = 355$ und die Anzahl der Maxima des Laser auf $n_{Laser} = 306$. Die Wellenlänge des Laser ist $\lambda_L = 632,8 \text{ nm}$. Somit folgt für die Wellenlänge der Hg-High Linie:

$$\lambda_{Hg-High} = \frac{n_{Laser}}{n_{Hg-High}} \lambda_L = 545,4558 \text{ nm} \quad (3.39)$$

Wie bereits bei Natrium Linien besprochen wird auch hier angenommen, dass das Python Skript die Peaks bis zu einem Peak genau findet: $s_{n_{Laser}} = s_{n_{Hg-High}} = 1$.

Somit folgt für den Fehler:

$$s_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{Hg-High}}{\partial n_{Laser}} \cdot s_{n_{Laser}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{Hg-High}}{\partial n_{Hg-High}} \cdot s_{n_{Hg-High}} \right)^2} \quad (3.40)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda_L}{n_{Hg-High}} \cdot s_{n_{Laser}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_L \cdot n_L}{n_{Hg-High}^2} \cdot s_{n_{Hg-High}} \right)^2} \quad (3.41)$$

$$= 2,3533 \text{ nm} \quad (3.42)$$

Also ist die Wellenlänge der Quecksilberhochdrucklampe:

$$\lambda_{Hg-High} = (546 \pm 2) \text{ nm} \quad (3.43)$$

Der Literaturwert für Quecksilber ist $\lambda_{Hg-Lit} = 546,1 \text{ nm}$ (vgl. Popp, 1980).

Wie man erkennen kann, stimmt der berechnete Wert und der Literaturwert überein.

3.2.2 Kohärenzlänge

Als nächstes soll die Kohärenzlänge bestimmt werden. Die Kohärenzlänge ist die Länge der halben Halbwertsbreite der Einhüllenden bei der die maximale Intensität auf $\frac{1}{e}$ abgefallen ist.

Die maximale Intensität der Hg-High Lampe beträgt:

$$I_0 = (0,1926 \pm 0,0001) \text{ V} \quad (3.44)$$

$$\frac{I_0}{e} = (0,0708 \pm 0,0004) \text{ V} \quad (3.45)$$

Die maximale Intensität wurde aus dem Plot herausgelesen und anschließend der Offset noch abgezogen, der Ablesefehler wird mit $s_{I_0} = 0,0001 \text{ V}$ veranschlagt.

Als nächstes muss die Breite der Einhüllenden bestimmt werden bei der die Intensität nur noch $\frac{1}{e}$ beträgt, siehe Abbildung 3.10:

$$\Delta s_{Hg-High} = 0,4972 \text{ mm} \quad (3.46)$$

Hierbei wird ein Ablesefehler von 0,1 mm angenommen.

Nun muss noch der Fehler des Motors 2 berücksichtigt werden, damit man die Kohärenzlänge erhält:

$$L_c = \beta \cdot \frac{\Delta s}{2} = (0,3 \pm 0,1) \text{ mm} \quad (3.47)$$

3 Auswertung

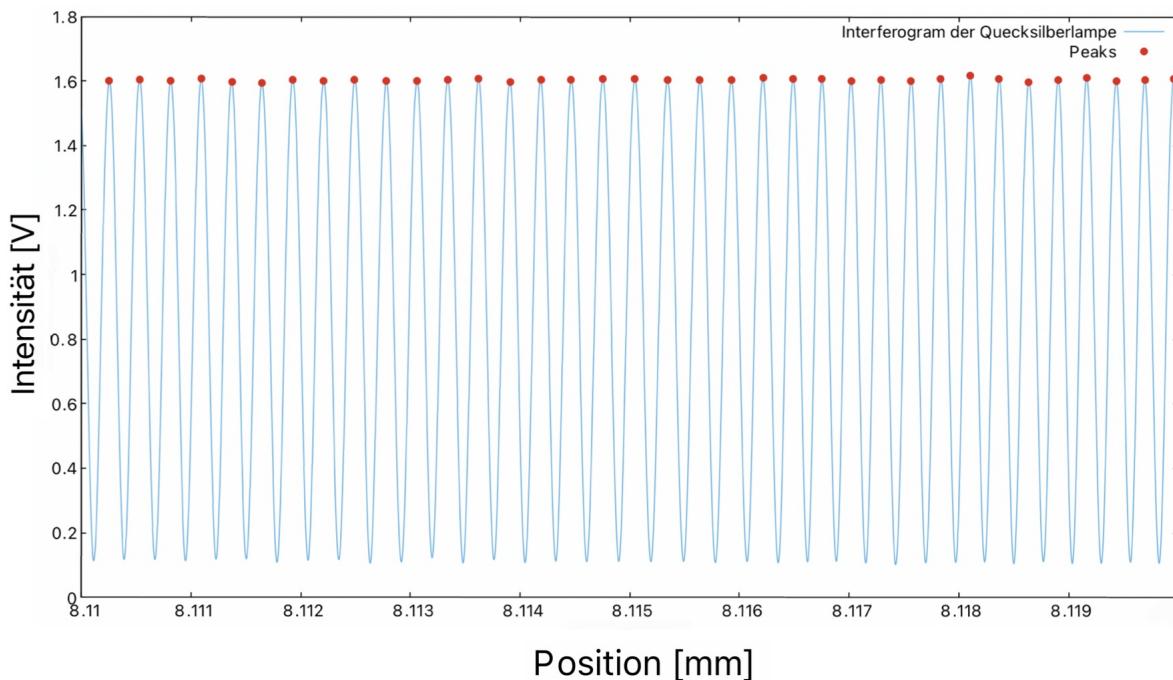


Abbildung 3.9: Ausschnitt des Interferogramm der Hg-Linie mit den gekennzeichneten Peaks.

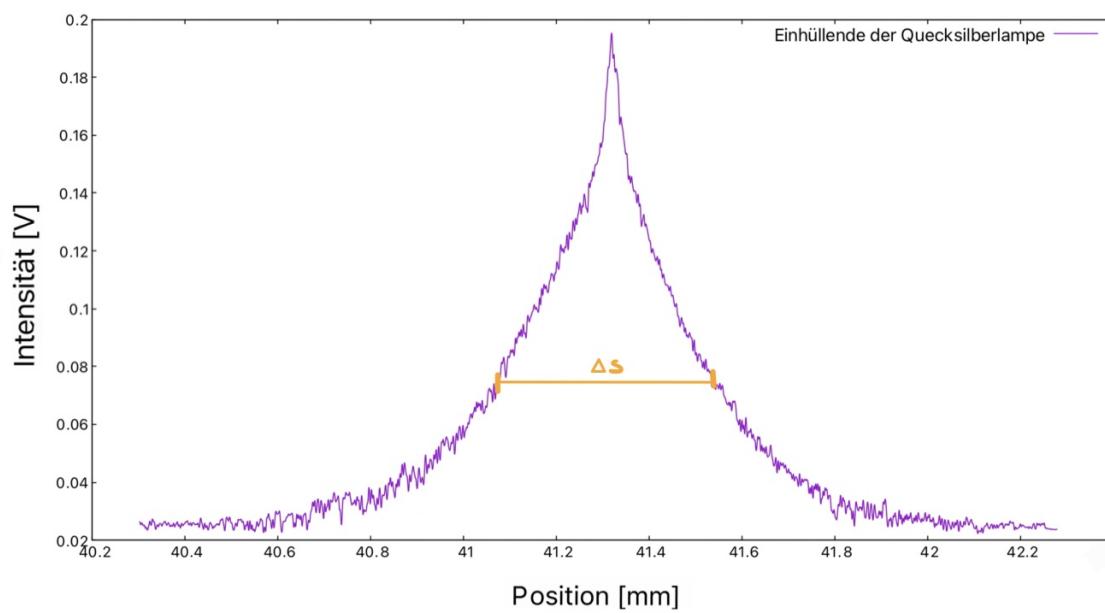


Abbildung 3.10: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie, zusätzlich wurde noch die Breite, bei der die Intensität nur noch $1/e$ beträgt, zur Kohärenzlängenbestimmung eingezeichnet.

3.2.3 Linienbreite

Zuletzt soll noch die Linienbreite bestimmt werden.

Wie man aus der Abbildung 3.8 erkennen kann, liegt bei der Hg-High Lampe ein Lorentzprofil vor. Somit kann man die Formel für die Halbwertsbreite aus den Fragen zur Vorbereitung (Frage 9) verwenden:

$$FWHM_{Hg-High} = \frac{2}{L_c} = 8,045 \frac{1}{\text{mm}} \quad (3.48)$$

Die Halbwertsbreite ist in Wellenzahlen angegeben, nun muss sie nur noch in Wellenlänge umgerechnet werden, dies geschieht mit der in 3.1.2 hergeleiteten Formel:

$$\Delta\lambda_{Hg-High} = FWHM \cdot \frac{\lambda_{Hg-High}^2}{2 \cdot \pi} = \frac{2}{L_c} \cdot \frac{\lambda_{Hg-High}^2}{2 \cdot \pi} = \frac{\lambda_{Hg-High}^2}{L_c \cdot \pi} = 0,3810 \text{ nm} \quad (3.49)$$

Der Fehler wird mithilfe der Fehlerfortpflanzung bestimmt:

$$s_{\Delta\lambda_{Hg-High}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Hg-High}}{\partial L_c} \cdot s_{L_c}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Hg-High}}{\partial\lambda_{Hg-High}} \cdot s_{\lambda_{Hg-High}}\right)^2} \quad (3.50)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda_{Hg-High}^2}{L_c^2 \cdot \pi} \cdot s_{L_c}\right)^2 + \left(\frac{2\lambda_{Hg-High}}{L_c \cdot \pi} \cdot s_{\lambda_{Hg-High}}\right)^2} \quad (3.51)$$

$$= 0,01516 \text{ nm} \quad (3.52)$$

Hierbei wurden die oben berechneten Fehler für die Kohärenzlänge $s_{L_c} = 0,1 \text{ mm}$ und für die Wellenlänge $s_{\lambda_{Hg-High}} = 2,4 \text{ nm}$ verwendet.

Somit ergibt die Halbwertsbreite der Spektrallinie für die Hg-High Lampe:

$$\Delta\lambda_{Hg-High} = (0,38 \pm 0,02) \text{ nm} \quad (3.53)$$

Die Einhüllende des Interferogramms der Quecksilberhochdrucklampe ist ein im l-Raum eine abfallende e-Funktion und im k-Raum eine Lorentzkurve., siehe auch Abbildung 3.11. Das heißt allerdings auch, dass diese Linie durch Druck verbreitert wird. In der Abbildung 3.11 ist der l-Raum dargestellt, d.h. eigentlich sollte es eine 1/e Funktion sein, dies ist jedoch wahrscheinlich aufgrund des hohen Alters der Lampe nicht mehr der Fall.

3 Auswertung

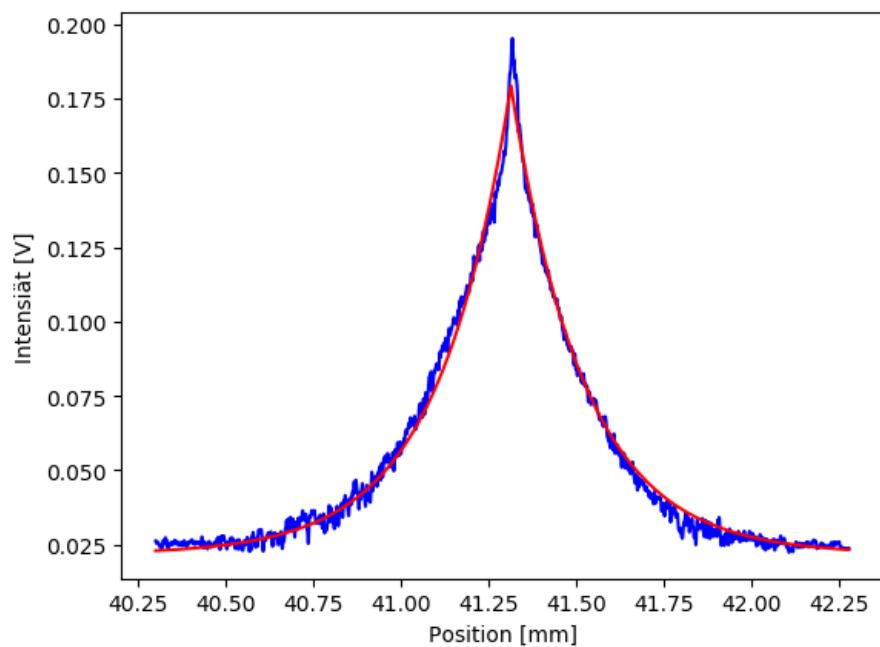


Abbildung 3.11: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie mit Fit-Funktion.

3.3 Hg-Low Linie

Zuletzt soll die Linie der Hg-Low Lampe untersucht werden.

Im Folgenden sind zuerst einmal Darstellungen des Interferogramm der Hg-Low Lampe und deren Einhüllende zu sehen:

Die Messeinstellungen sind dem Protokoll, im Anhang, zu entnehmen.

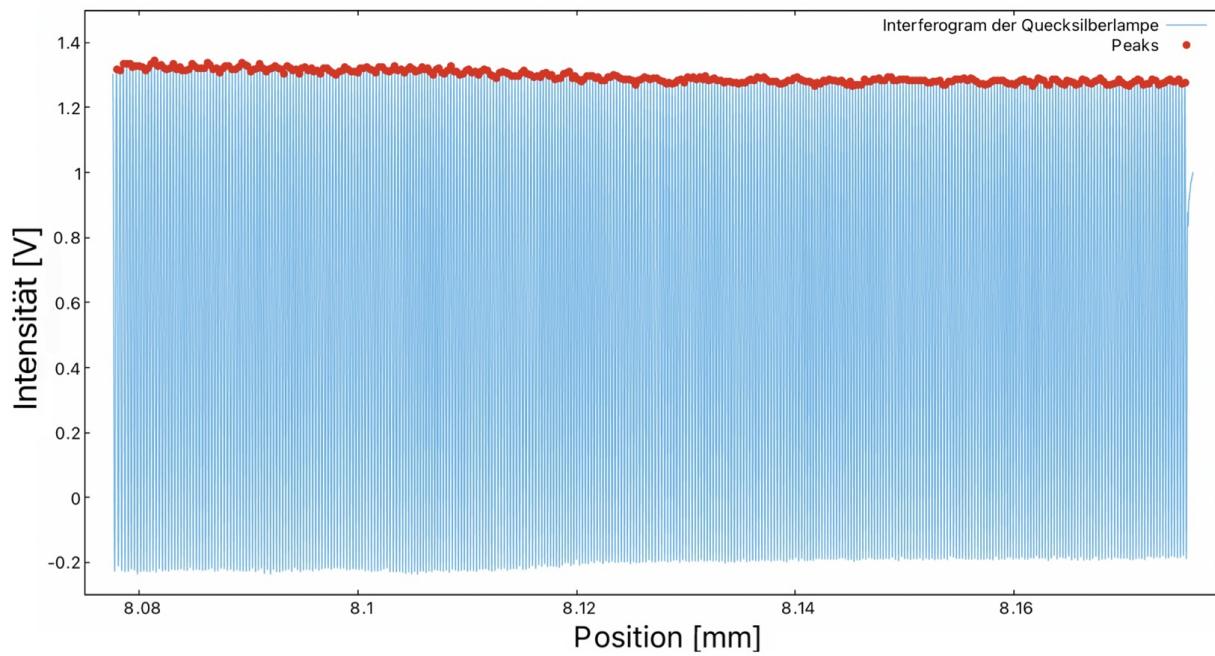


Abbildung 3.12: Interferogramm der Hg-Linie mit den gekennzeichneten Peaks.

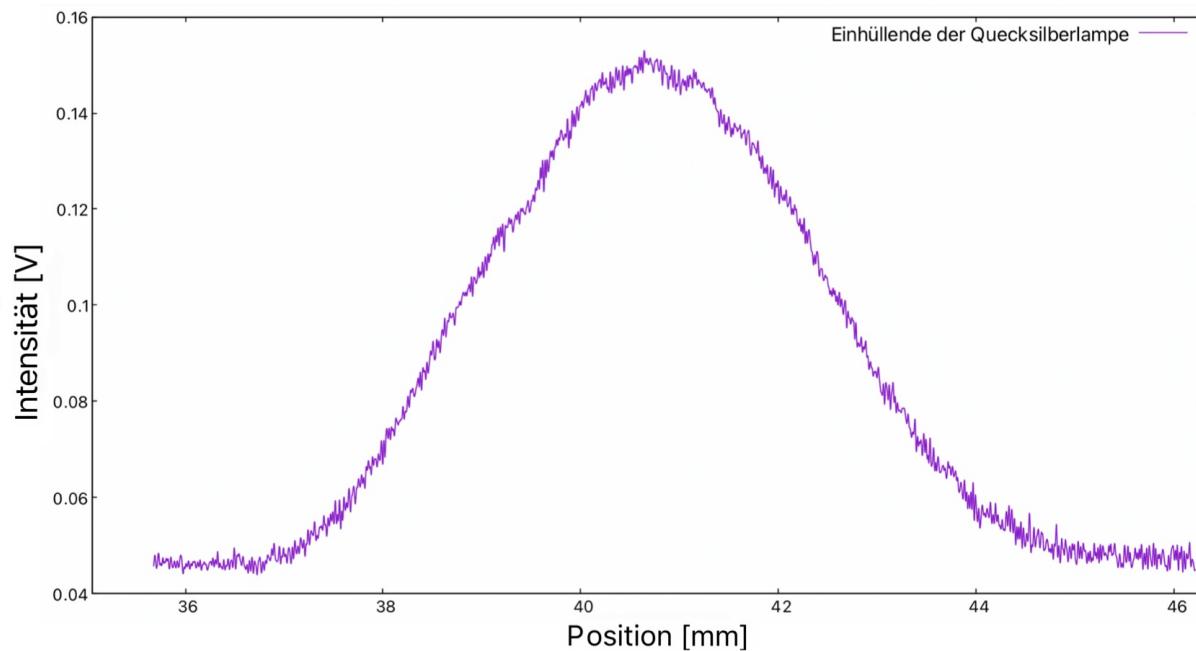


Abbildung 3.13: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie.

3.3.1 Wellenlänge

Die Wellenlänge der Hg-Low Lampe wird analog zur Bestimmung der Wellenlänge der Natrium D-Linie und der Hg-High bestimmt.

Auch hier wurden die Peaks des Interferogramms mit einem Python Skript ermittelt, s. Abbildung

3 Auswertung

3.14. Die Anzahl der Maxima der Hg-Low Lampe beläuft sich auf $n_{Hg-Low} = 353$ und die Anzahl der Maxima des Lasers auf $n_{Laser} = 305$. Die Wellenlänge des Laser ist $\lambda_L = 632,8 \text{ nm}$. Somit folgt für die Wellenlänge der Hg-Low Linie:

$$\lambda_{Hg-low} = \frac{n_{Laser}}{n_{Hg-low}} \lambda_L = 546,7535 \text{ nm} \quad (3.54)$$

Analog zur Hg-High Lampe wird auch hier angenommen, dass das Python Skript die Peaks bis zu einem Peak genau findet.

Somit folgt für den Fehler:

$$s_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_{Hg-low}}{\partial n_{Laser}} \cdot s_{n_{Laser}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_{Hg-low}}{\partial n_{Hg-low}} \cdot s_{n_{Hg-low}} \right)^2} \quad (3.55)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda_L}{n_{Hg-low}} \cdot s_{n_{Laser}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_L \cdot n_L}{n_{Hg-low}^2} \cdot s_{n_{Hg-low}} \right)^2} \quad (3.56)$$

$$= 2,3724 \text{ nm} \quad (3.57)$$

Also ist die Wellenlänge der Hg-Low Lampe:

$$\lambda_{Hg-Low} = (547 \pm 2) \text{ nm} \quad (3.58)$$

Der Literaturwert für Quecksilber ist $\lambda_{Hg-Lit} = 546,1 \text{ nm}$ (vgl. Popp, 1980).

Somit stimmt sowohl die Wellenlänge der Quecksilberhochdrucklampe mit $\lambda_{Hg-High} = (546 \pm 2) \text{ nm}$, als auch die Quecksilberniedrigdrucklampe mit $\lambda_{Hg-Low} = (547 \pm 2) \text{ nm}$, mit dem Literaturwert überein, v.a. wenn man den Fehler-Bereich mitberücksichtigt.

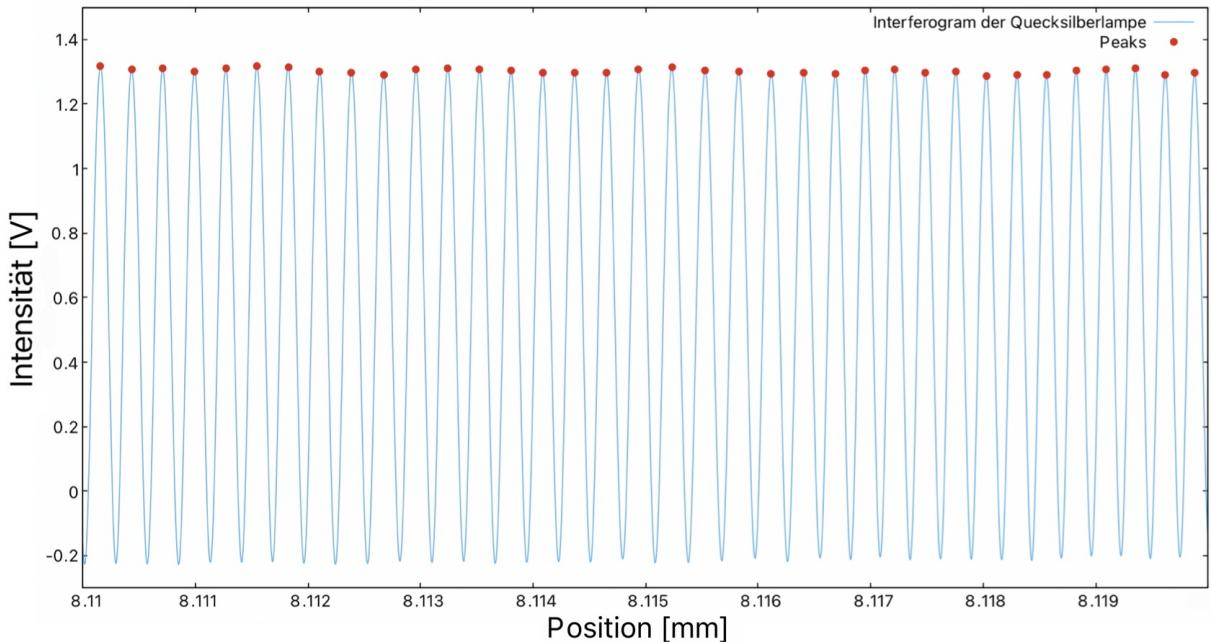


Abbildung 3.14: Ausschnitt des Interferogramm der Quecksilber Linie und die bestimmten Peaks.

3.3.2 Kohärenzlänge

Als nächstes soll die Kohärenzlänge bestimmt werden. Die Kohärenzlänge ist die Länge der halben Halbwertsbreite der Einhüllenden bei der die maximale Intensität auf $\frac{1}{e}$ abgefallen ist.
Die maximale Intensität der Hg-Low Lampe beträgt:

$$I_0 = (0,1053 \pm 0,0001) \text{ V} \quad (3.59)$$

$$\frac{I_0}{e} = (0,03872 \pm 0,0004) \text{ V} \quad (3.60)$$

Die maximale Intensität wurde aus dem Plot herausgelesen und anschließend der Offset noch abgezogen.
Als nächstes muss die Breite der Einhüllenden bestimmt werden bei der die Intensität nur noch $\frac{1}{e}$ beträgt, siehe Abbildung 3.15:

$$\Delta s_{Hg-low} = 4,2262 \text{ mm} \quad (3.61)$$

Hierbei wird ein Ablesefehler von 0,2 mm angenommen.

Nun muss noch der Fehler des Motors 2 berücksichtigt werden, damit man die Kohärenzlänge erhält:

$$L_c = \beta \cdot \frac{\Delta s}{2} = (2,1 \pm 0,2) \text{ mm} \quad (3.62)$$

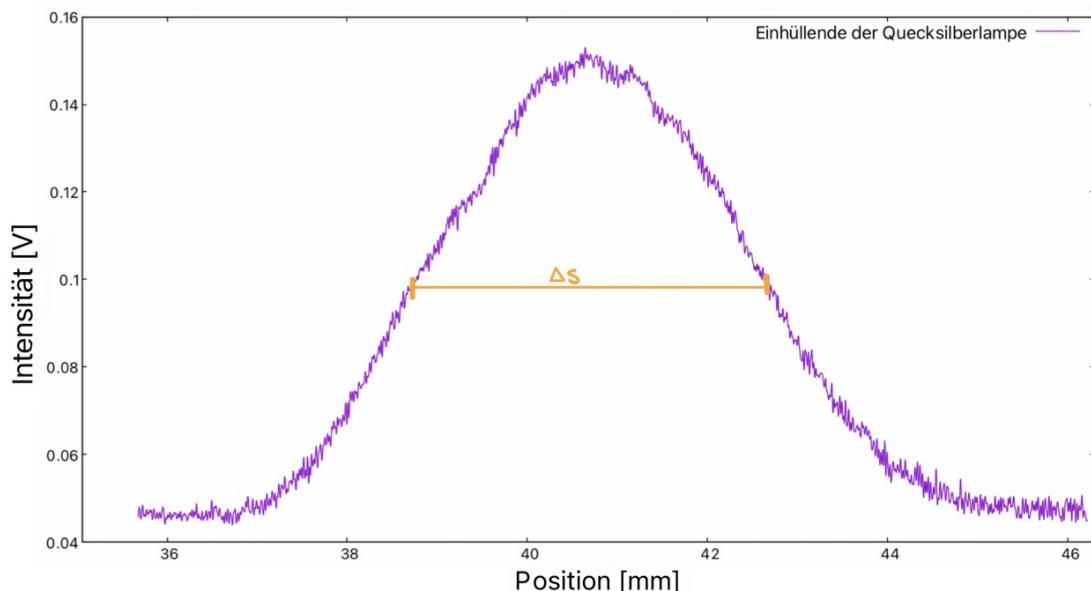


Abbildung 3.15: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie, zusätzlich wurde noch die Breite, bei der die Intensität nur noch $1/e$ beträgt, zur Kohärenzlängenbestimmung eingezeichnet.

3 Auswertung

3.3.3 Linienbreite

Zuletzt soll nun noch die Halbwertsbreite für die Hg-Low Lampe bestimmt werden.

Wie man an der Abbildung 3.15 erkennen kann, liegt bei der Hg-Low Lampe eine Gaußverteilung vor. Somit kann man die Formel für die Halbwertsbreite aus den Fragen zur Vorbereitung (Frage 9) verwenden:

$$FWHM_{Hg-Low} = \frac{4\sqrt{\ln(2)}}{L_c} = 1,57599 \frac{1}{\text{mm}} \quad (3.63)$$

Die Halbwertsbreite ist in Wellenzahlen angegeben, nun muss sie erneut in Wellenlänge umgerechnet werden, dies geschieht wieder mit der in 3.1.2 hergeleiteten Formel:

$$\Delta\lambda_{Hg-Low} = FWHM \cdot \frac{\lambda_{Hg-Low}^2}{2 \cdot \pi} = \frac{2\sqrt{\ln(2)} \cdot \lambda_{Hg-low}^2}{L_c \cdot \pi} = 0,0800 \text{ nm} \quad (3.64)$$

$$s_{\Delta\lambda_{Hg-low}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Hg-low}}{\partial L_c} \cdot s_{L_c}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta\lambda_{Hg-low}}{\partial\lambda_{Hg-low}} \cdot s_{\lambda_{Hg-low}}\right)^2} \quad (3.65)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{\ln(2)} \cdot \lambda_{Hg-low}^2}{L_c^2 \cdot \pi} \cdot s_{L_c}\right)^2 + \left(\frac{4\sqrt{\ln(2)} \cdot \lambda_{Hg-low}}{L_c \cdot \pi} \cdot s_{\lambda_{Hg-low}}\right)^2} \quad (3.66)$$

$$= 0,0071 \text{ nm} \quad (3.67)$$

Somit ergibt die Halbwertsbreite der Spektrallinie für die Hg-Low Lampe:

$$\Delta\lambda_{Hg-Low} = (0,080 \pm 0,007) \text{ nm} \quad (3.68)$$

Die Einhüllende der Quecksilberniederdrucklampe ist ein Gaußprofil, siehe auch Abbildung 3.16. Das heißt allerdings auch, dass diese Linie hauptsächlich durch den Dopplerverbreiterungsmechanismus verbreitert wurde.

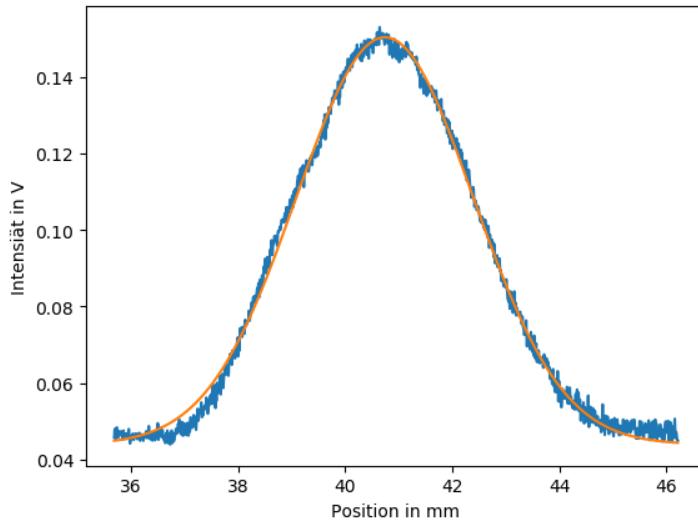


Abbildung 3.16: Einhüllende des Interferogramms der Hg-Linie mit Fit-Funktion eines Gaußprofils.

4 Fazit

In diesem Versuch wurde die Fourier-Transformations-Spektroskopie verwendet, um verschiedene Linien unterschiedlicher Elemente zu untersuchen.

Nach Beendigung des Versuches mithilfe der FT Spektroskopie kann durchaus gesagt werden, dass die FTS sich gegen die 'Standard' Spektroskopie Methoden, welche häufig einen Monochromator verwenden, durchsetzt.

Vor allem während der Auswertung konnten man sich ein Bild über die Vorteile der FT-Spektroskopie machen. Ein großer Vorteil ist die kurze Messzeit. Während bei anderen Versuchen die Messzeit mehrere Minuten dauerte, waren es in diesem Versuch lediglich 100 Sekunden. Zusätzlich hat die FT-Spektroskopie eine gute Auflösung, welche die Daten-Analyse erleichterte.

Im Versuch wurden Interferogramme und deren Einhüllende einer Natrium-Dampflampe, einer Quecksilberhochdrucklampe und einer Quecksilberniederdrucklampe aufgenommen. Anschließend wurden die Wellenlängen der Lampen bestimmt, diese stimmten auch mit den Literaturwerten überein. Es wurden noch die Kohärenzlänge und die Linienbreite bestimmt, aber auch welcher Verbreiterungsmechanismus vorliegt wurde untersucht. Die Natriumdampflampe und die Quecksilberniederdrucklampe verbreitern sich durch die Dopplerverbreiterung, wohin gegen die Quecksilberhochdrucklampe sich per Druck verbreitert.

A Messprotokoll

Messungen

i) Natrium

ii) Schwebung

- Startpunkt: 8,0762 mm
- Messung:
 - Messbreite -115µm : 250 µm
 - Geschwindigkeit: 375 µm
 - Filter: 25 Hz
 - Bandpass: orange
 - Graufilter: 1,6
 - Name: Natrium-Schwebung-0 → falsch
Natrium-Schwebung-1

} Motor M1

iii) Interferogramm:

- Startpunkt: 8,0762 mm
- Messung:
 - Messbreite 0µm - 100µm
 - Geschwindigkeit: 100 µm
 - Filter: 10 Hz
 - Bandpass: orange
 - Graufilter: 1,6
 - Name: Natrium-Interferogramm-0

} 0 = Startpunkt
Motor M1

iv) Enveloppe

- Startpunkt: 42,2800 mm
- Messbreite:
 - Geschwindigkeit: -10 000 : 10 000 µm
 - Filter: 10 Hz
 - BP: orange
 - OD: 1,6
 - Name: Natrium-Enveloppe-0

} Motor M2

2) Hg-Linie high

i) Interferogramm:

- Startpunkt: 8,0762 mm
- Messung: 0 μm - 100 μm
- Messbreite 100 μm
- Geschwindigkeit: 1 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz
- Bandpass: 2,9
- Graufilter: grün
- Name: Hg-high - Interferometer_0

iii) Einhüllende

- Startpunkt: 41,1800 mm
- Messung: -1000 μm : 1000 μm
- Messbreite 2000 μm
- Geschwindigkeit: 100 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz
- Bandpass: 2,9
- Graufilter: grün
- Name: Hg-high - einhüllende -10Hz

Einhüllende

- Startpunkt: 41,1800 mm
- Messung: -1000 μm : 1000 μm
- Messbreite 2000 μm
- Geschwindigkeit: 100 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 25 Hz
- Bandpass: 2,9
- Graufilter: grün
- Name: Hg-high - einhüllende_0

2) Hg-Low low

i) Interferogramm:

- Startpunkt: 8,0762 mm
- Messung: 0 μm - 100 μm
- Messbreite 100 μm
- Geschwindigkeit: 1 $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz
- Bandpass: 0.6
- Graufilter: grün
- Name: Hg-low-interferometer_0

ii) Einhüllende

- Startpunkt: 41,1800 mm
- Messung: - 5300 μm : 5300 μm
- Messbreite 10.000 μm
- Geschwindigkeit: 100 $\frac{\text{mm}}{\text{s}}$
- Filter: 5 Hz
- Bandpass: 0.6
- Graufilter: grün
- Name: Hg-low-einhüllende-10Hz

B Gemessene Daten

B.1 Natriumdampflampe

Messeinstellungen für die ganzen Messungen der Natriumdampflampe:

- Startpunkt M1: 8,0762 mm
- Startpunkt M2: 42,2800 mm
- Graufilter: 1,6
- Bandpassfilter: orange

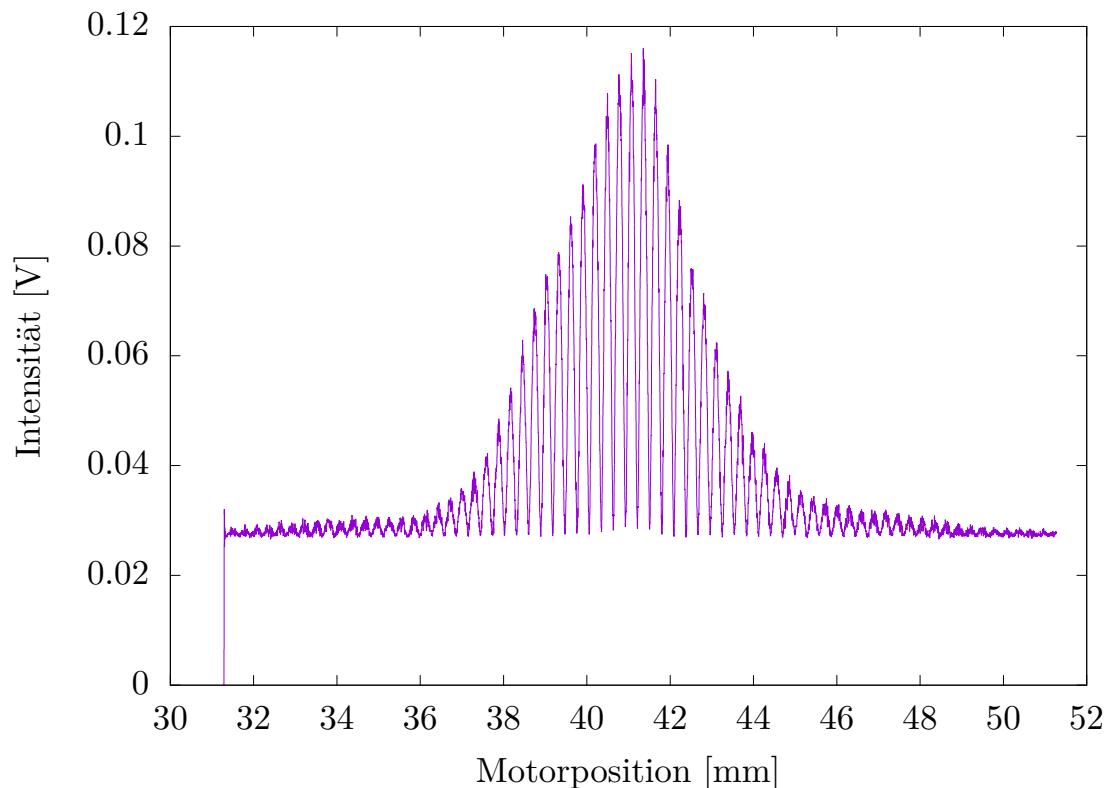


Abbildung B.1: Messung der Einhüllende des Interferogramms von Natrium

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M2): $-10000 - 10000 \mu\text{m}$
- Geschwindigkeit: $1 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz

B Gemessene Daten

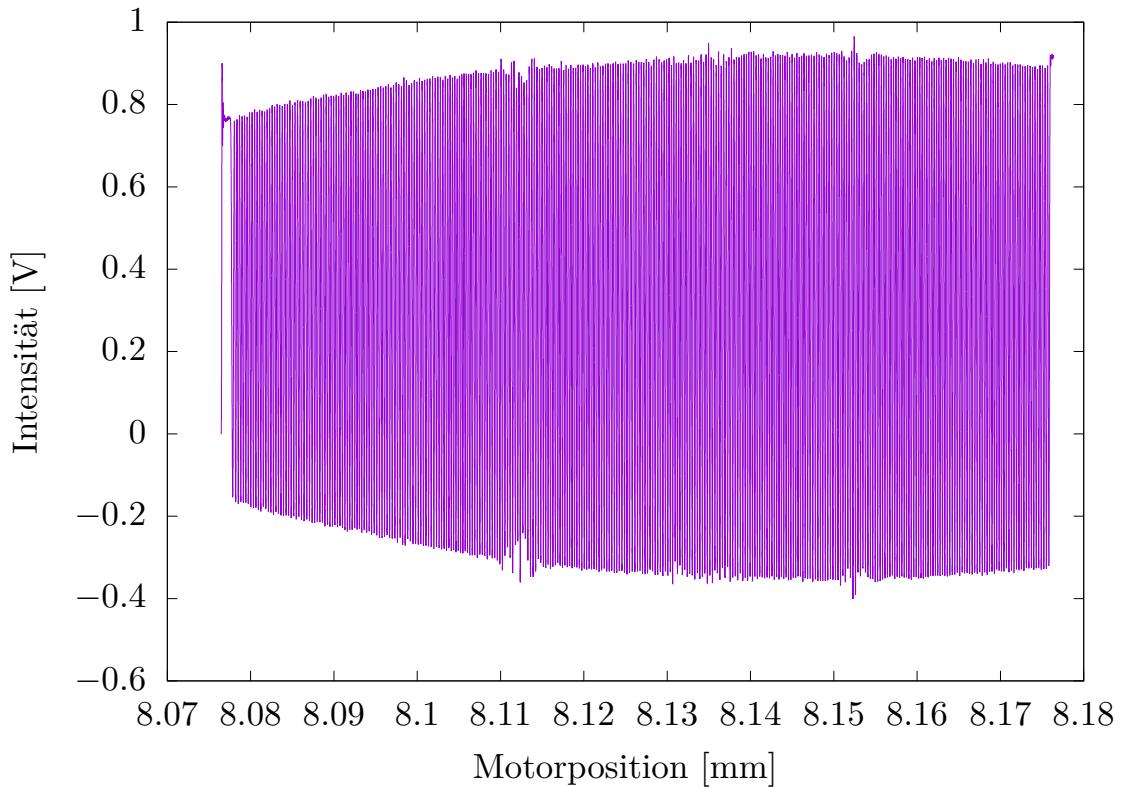


Abbildung B.2: Messung des Interferogramms von Natrium

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M1): 0 – 100 μm
- Geschwindigkeit: 1 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz

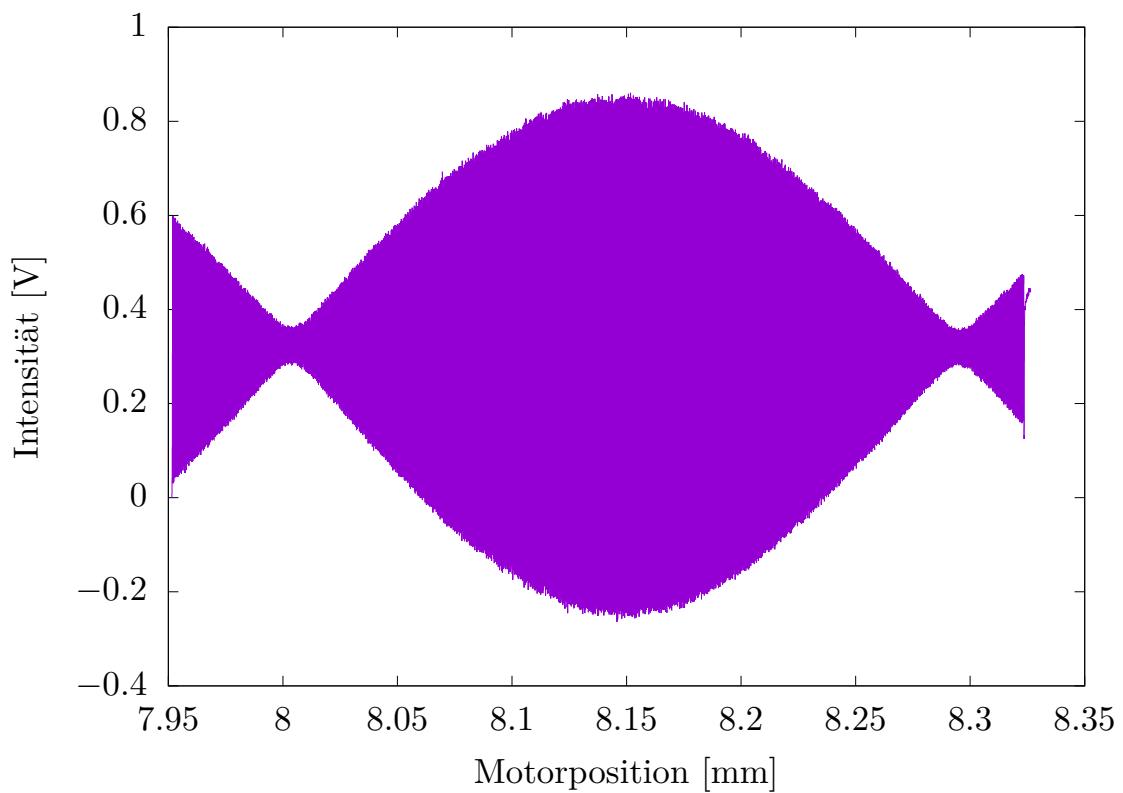


Abbildung B.3: Messung der Schwebung von Natrium

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M1): $-125 - 250 \mu\text{m}$
- Geschwindigkeit: $5 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 25 Hz

B.2 Quecksilberdampflampe (Hochdruck)

Messeinstellungen für die ganzen Messungen der Hochdruck Quecksilberdampflampe:

- Startpunkt M1: 8,0762 mm
- Startpunkt M2: 42,2800 mm
- Graufilter: 2,9
- Bandpassfilter: grün

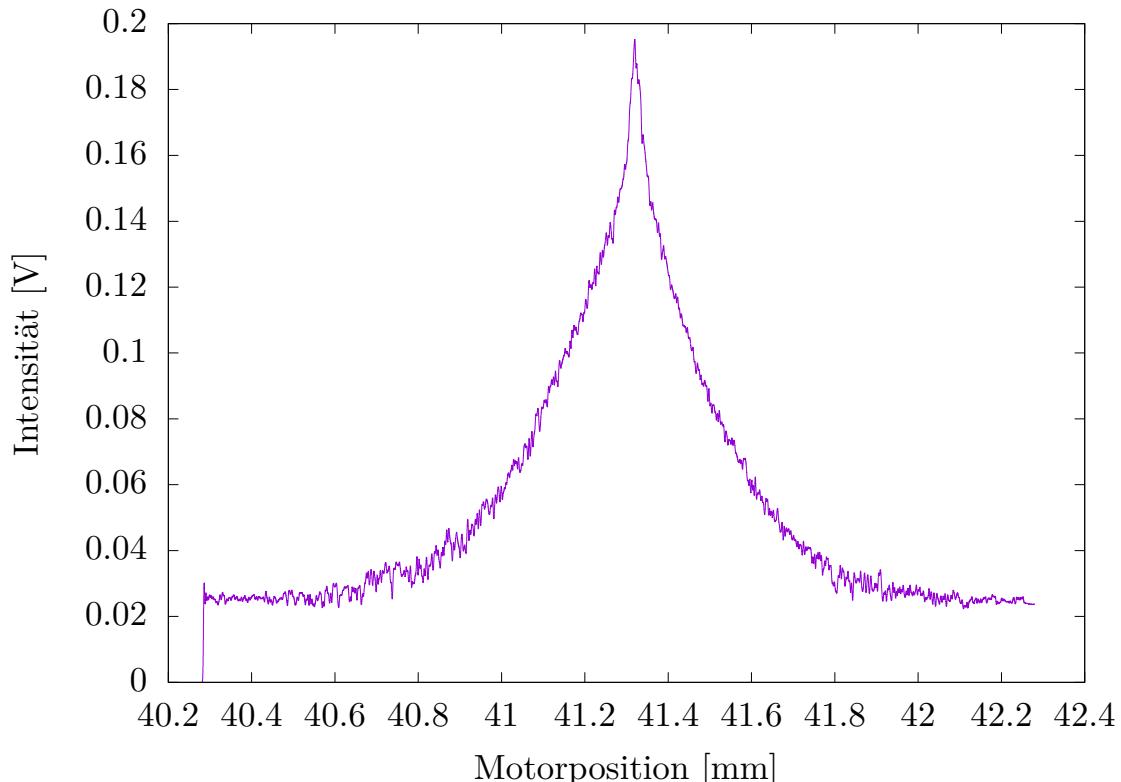


Abbildung B.4: Messung der Einhüllende des Interferogramms der Hg-High Lampe

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M2): $-1000 - 1000 \mu\text{m}$
- Geschwindigkeit: $100 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 25 Hz

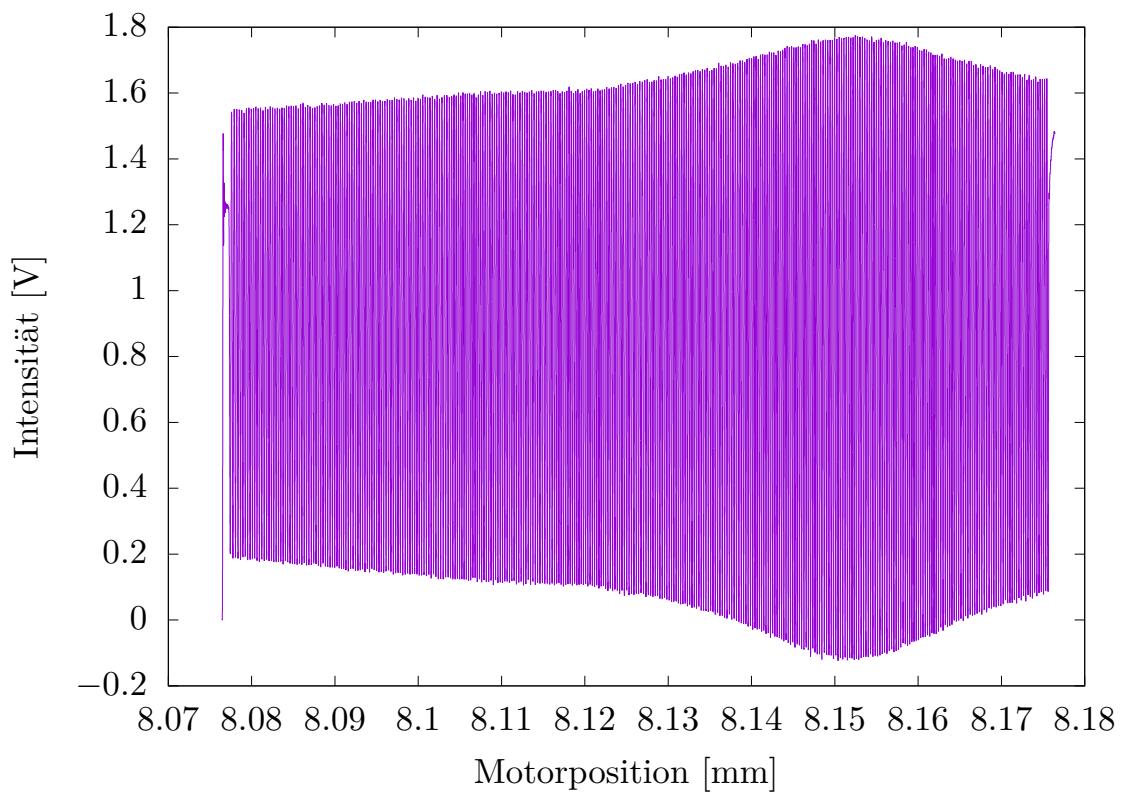


Abbildung B.5: Messung des Interferogramms der Hg-High Lampe

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M1): 0 – 100 μm
- Geschwindigkeit: 1 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz

B.3 Quecksilberdampflampe (Niederdruck)

Messeinstellungen für die ganzen Messungen der Niederdruck Quecksilberdampflampe:

- Startpunkt M1: 8,0762 mm
- Startpunkt M2: 42,2800 mm
- Graufilter: 0,6
- Bandpassfilter: grün

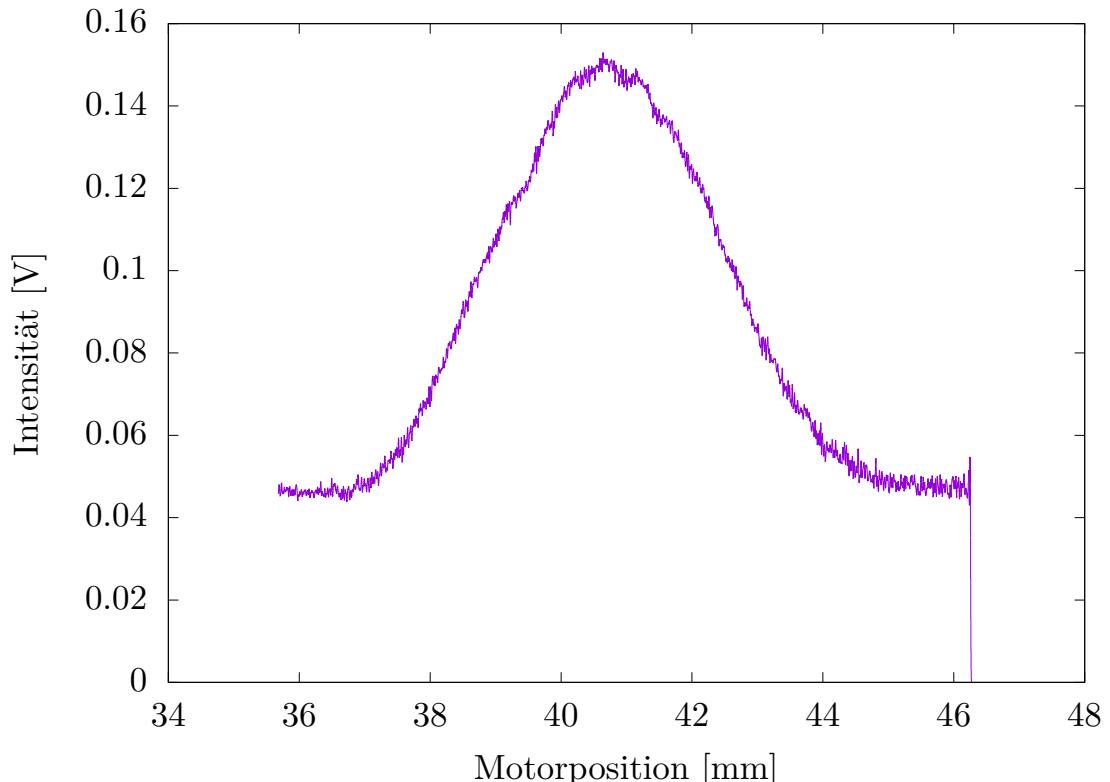


Abbildung B.6: Messung der Einhüllende des Interferogramms der Hg-Low Lampe

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M2): $-5300 - 5300 \mu\text{m}$
- Geschwindigkeit: $100 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 5 Hz

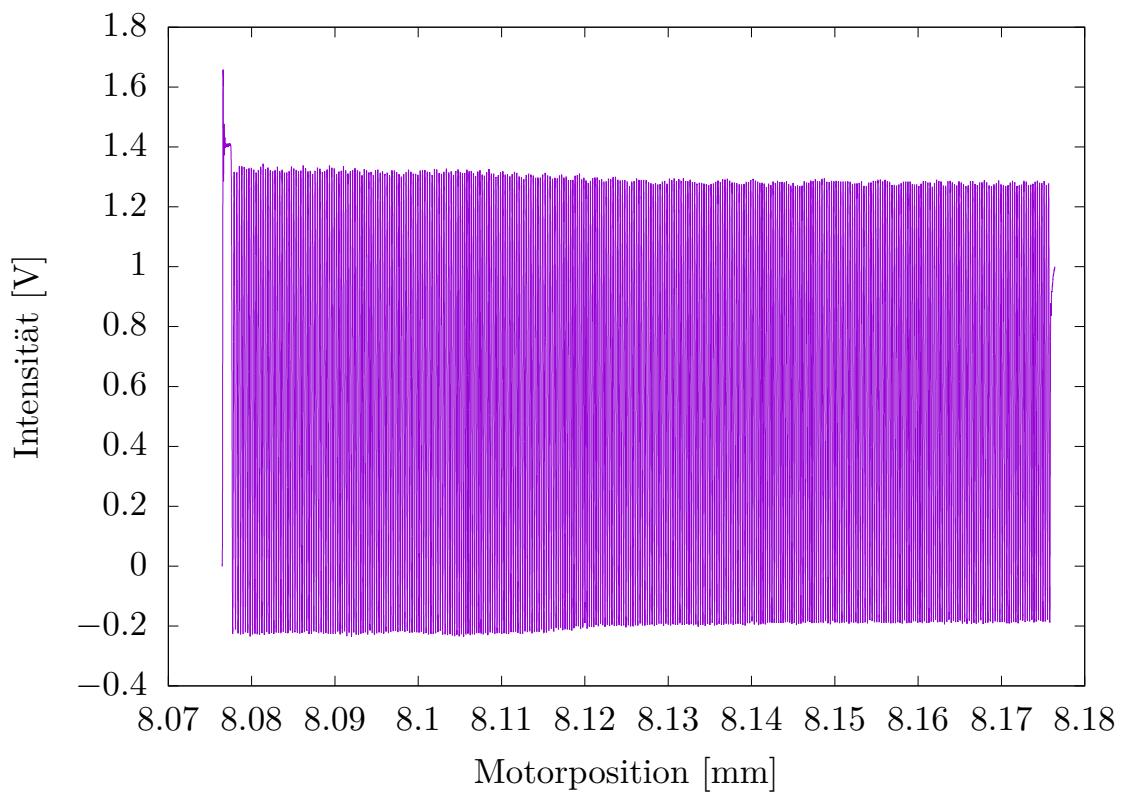


Abbildung B.7: Messung des Interferogramms der Hg-Low Lampe

Verwendete Messeinstellungen:

- Messintervall (M1): 0 – 10000 μm
- Geschwindigkeit: 1 $\frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
- Filter: 10 Hz

Literaturverzeichnis

MARTI, OTHMAR 2021 Lorentz-Verteilung. URL <http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/fehlerrechnung/node23.html> – Zugriffsdatum: 04.10.2021.

POPP, H. 1980 Das Michelson - Interferometer als Fourierspektrometer.

WIKIPEDIA 2021a Das FTIR-Spektrometer. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/FTIR-Spektrometer> – Zugriffsdatum: 03.10.2021.

WIKIPEDIA 2021b Halbwertsbreite. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Halbwertsbreite> – Zugriffsdatum: 04.10.2021.

WIKIPEDIA 2021c Kohärenzlänge. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Kohärenzlänge> – Zugriffsdatum: 03.10.2021.

WIKIPEDIA 2021d Natrium Dampflampe. URL <https://de.wikipedia.org/wiki/Natriumdampflampe> – Zugriffsdatum: 08.10.2021.