Verbesserung der Versuches MES

19.06.2020

Zu: 2.4 Auswertung / Statistik ohne Histogramm

Wertetabelle für Histogramm 1

Es wurden 9 Klassen mit einer Breite von 0,06s gewählt

Klassenintervall	Anzahl
5,35s - 5,41s	1
5,42s - 5,48s	0
5,49s - 5,55s	0
5,56s - 5,62s	1
5,63s - 5,69s	2
5,70s - 5,76s	9
5,77s - 5,83s	33
5,84s - 5,90s	12
5,90s - 5,96s	2

Der Durchschnittswert, wird nach $\bar{t}_r = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{ri}$ berechnet:

$\bar{t}_r = 5{,}78917s$

Der Mittlere Fehler der Einzelmessung wird mit

$\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_{ri}-\bar{t}_r)^2}{(n-1)}\right)}$ und beträgt: $\sigma_r = 0{,}08077s$

Die Standardabweichung des Mittelwertes wird über $s_R = \frac{\sigma_r}{\sqrt{n}}$ berechnet und beträgt: $s_R = 0{,}01043s$

Nachdem die Messreihe über „Chauventsche" überprüft wurde und Messwert Nr. 5 aussortiert wurde, ergeben sich folgende neue Werte für: $\bar{t}_r, \sigma_r, s_R$

$\bar{t}_r = 5{,}79661s$ $\quad \sigma_r \approx 0{,}05754s$ $\quad s_r \approx 0{,}00749s$

Das zweite Histogramm, welches unter dem Punkt „Erweitertes Histogramm" gezeichnet wurde, enthält folgende Wertetabelle: (Anzahl Klassen: 9, Klassenbreite: 0,03s)

Klassenbreite	Anzahl	Prozentualer Anteil (gerundet)
5,62s - 5,65s	1	2%
5,66s - 5,69s	1	2%
5,70s - 5,73s	4	7%
5,74s - 5,77s	11	19%
5,78s - 5,81s	19	32%
5,82s - 5,85s	16	27%
5,86s - 5,89s	5	8%
5,90s - 5,93s	2	3%

Die Verteilung der Messwerte unterliegt einer Gaußverteilung, da in den Intervallen ($\bar{t}_r \pm \sigma_r$, $\bar{t}_r \pm 2\sigma_r$, $\bar{t}_r \pm 3\sigma_r$) jeweils $\underset{\sigma}{76,7\%}$, $\underset{2\sigma}{95\%}$ und $\underset{3\sigma}{100\%}$ der gemessenen Werte liegen. Der mindest Prozentsatz für eine Gaußverteilung liegt bei: 68,3% (σ); 95,4% (2σ); 99,7% (3σ)

Die Messunsicherheit u lässt sich gemäß der Formel $u=\sqrt{s_r^2+s_{\bar{x}}^2}$, bestimmen. Hierbei steht s_r für den systematischen Restfehler des Messgerätes (0,001s) und $s_{\bar{x}}$ für die Standardabweichung vom Mittelwert.

$$u=\sqrt{(0{,}001s)^2+(0{,}00749s)^2}$$

$$u\approx 0{,}00756s$$

Somit folgt für das Endergebnis: $t_r = \bar{t}_r \pm u$

$$\bar{t}_r = (5{,}80 \pm 0{,}01)s$$

Für die reduzierte Messreihe (jede 4te Wert berücksichtigt) folgt:

$\bar{t}_r^* \approx 5{,}78100s$ $\quad \sigma_r^* \approx 0{,}05787s$ $\quad s_{\bar{x}}^* \approx 0{,}01494s$

Quantitative Vergleich:

Bei der reduzierten Messreihe erwartet man, dass sich die Standardabweichung des Mittelwertes verschlechtert. Dies kommt daher, da bei der Berechnung dieser die Wurzel an Anzahl der Messungen durch σ_r geteilt wird. Bei weniger Messungen wird die Wurzel kleiner und somit der Bruch größer. Dies führt zu einem größeren Fehler bzw. eine größeren Unsicherheit der Messung

Anders eins um 95,5 %

Zu 2.4 Auswertung / Statistik mit Reaktionszeit

Wertetabelle für Histogramm 1 & 2

Es wurden 10 Klassen, mit je eine Breite von 0,02 s gewählt.

Klasseninterall	Anzahl	Prozentualer Anteil
5,98 s - 5,99 s	1	2%
6,00 s - 6,01 s	17	28%
6,02 s - 6,03 s	13	22%
6,04 s - 6,05 s	11	18%
6,06 s - 6,07 s	7	12%
6,08 s - 6,09 s	3	5%
6,10 s - 6,11 s	3	5%
6,12 s - 6,13 s	0	0%
6,14 s - 6,15 s	3	5%
6,16 s - 6,17 s	2	3%

Der Durchschnittswert für die Zeit wird nach $\bar{t}_0 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_{0i}$ berechnet: $\bar{t}_0 = 6{,}04433\,s$

Der Mittlere Fehler der Einzelmessung wird mit $\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{t}_0 - t_i)^2}{n-1}}$ berechnet: $\sigma_0 \approx 0{,}04360\,s$

Die Standardabweichung des Mittelwertes wird mit $s_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$ berechnet: $s_0 \approx 0{,}00563\,s$

Die Messunsicherheit u lässt sich gemäß der Formel $u = \sqrt{s_r^2 + s_0^2}$ berechnet. s_r steht hier für den systematischen Rest fehler (0,001 s) und s_0 für die Standardabweichung des Mittelwertes.

$$u = \sqrt{(0{,}001\,s)^2 + (0{,}00563\,s)^2}$$

$$u \approx 0{,}00572\,s$$

Somit folgt für das Endergebnis: $t_0 = \bar{t}_0 \pm u$

$$t_0 = (6{,}04 \pm 0{,}01)\,s$$

Die Reaktionszeit lässt sich bestimmen, indem man die gemessene Zeit ohne Reaktionszeit (t_r) von der gemessenen Zeit mit Reaktionszeit (t_0) abzieht. Dies kann man so machen, da die Zeit t_0 aus der persönlichen Reaktionszeit und der Leuchtdauer der Lampe besteht. Die Zeitmessung wird mit dem aufleuchten der Lampe elektronisch gestartet und wird nach dem Erlöschen nur durch die Reaktionszeit verlängert. Man zieht die gemessene Zeit ohne Reaktionszeit ab, um eine möglichst gute Näherung zu haben. So folgt für die Reaktionszeit ($t_{Reaktion}$) der Messperson (Anna-Maria P.):

$$t_{Reaktion} = [(\bar{t}_0 - \bar{t}_r) \pm \sqrt{u_0^2 + u^2})$$

$$t_{Reaktion} = [(6{,}04 - 5{,}80) \pm \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}01^2}]\,s$$

$$t_{Reaktion} = (0{,}24 \pm 0{,}01)\,s$$

Erweitertes Histogramm:

Die Verteilung der Messwerte unterliegt keiner Gaußverteilung, da in den Intervallen ($\bar{t}_0 \pm \sigma_0$; $\bar{t}_0 \pm 2\sigma_0$; $\bar{t} \pm 3\sigma_0$) jeweils $\underset{\sigma}{83{,}3\%}$, $\underset{2\sigma}{91{,}7\%}$ und $\underset{3\sigma}{98{,}3\%}$ der gemessenen Werte liegen. Der mindest Prozentsatz für eine Gaußverteilung liegt bei: $\underset{\sigma}{68{,}3\%}$; $\underset{2\sigma}{95{,}4\%}$; $\underset{3\sigma}{99{,}7\%}$.
Bei unserer Verteilung fällt der Prozentwert für $\pm 2\sigma$ und $\pm 3\sigma$ heraus, und desshalb ist die Verteilung nicht Gaußverteilt.

Für die reduzierte Messreihe (jede 4te Wert. berücksichtigt) folgt:

$$\bar{t}_0' \approx 6{,}06467\,s \quad \sigma_0' \approx 0{,}05252\,s \quad s_0' \approx 0{,}01356\,s$$

Quantitativer Vergleich:

Bei der reduzierten Messreihe erwartet man, wie schon bei der Messreihe vorher, dass sich aufgrund der geringeren Anzahl an Messungen, die Genauigkeit verschlechtert.
Der Fehler des Mittelwertes steigt, da durch die wenigeren Messungen der Bruch größer wird.
Der Fehler der red. Messreihe ist 1,4 mal so hoch wie

Zu: 3.3 Volumen des Quaders

Das Volumen des Quaders kann wie folgt bestimmt werden:

$$\overline{V} = \overline{a}^2 \overline{c} - \pi \frac{\overline{r}^2}{4} \cdot \overline{b}$$

Mit den gemessenen Werten für a, b, c, r folgt für das Volumen

$$\overline{V} = 18154{,}05375\ mm^3$$

Der gesamte Volumenfehler wird wie folgt bestimmt:

$$s_V = \sqrt{(2\overline{a}\overline{c}s_a)^2 + (\overline{a}^2 s_c)^2 + (\frac{\pi}{2}\overline{r}\overline{b}s_r)^2 + (\frac{\pi}{4}\overline{r}^2 s_b)^2}$$

Die einzelnen Fehler (s_a, s_b, s_c, s_r) werden mit dem nachfolgenden Schema bestimmt. In diesem steht s_r für den systematischen Restfehler und ΔL für den Ablese fehler.

$$s = \sqrt{s_r^2 + \Delta L^2}$$

$$s_a = \sqrt{(0{,}025mm)^2 + (0{,}05mm + 24{,}9 \cdot 10^{-4}mm)^2} \approx 0{,}058139\ mm$$

$$s_b = \sqrt{(0{,}025mm)^2 + (0{,}05mm + 12{,}7 \cdot 10^{-4}mm)^2} \approx 0{,}057040\ mm$$

$$s_c = \sqrt{(0{,}025mm)^2 + (0{,}05mm + 32{,}9 \cdot 10^{-4}mm)^2} \approx 0{,}058863\ mm$$

$$s_r = \sqrt{(0{,}025mm)^2 + (0{,}05mm + 15{,}0 \cdot 10^{-4}mm)^2} \approx 0{,}057247\ mm$$

Somit folgt für den gesamt Fehler s_V:

$$s_V \approx 103{,}926465\ mm^3$$

Damit folgt für das Volumen V: $V = \overline{V} \pm s_V$

$$V = (18{,}15 \pm 0{,}10)\ cm^3$$

Zu: 3.3 Dichte des Körpers

Die Dichte kann wie folgt bestimmt werden:

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{m}}{\overline{V}}$$

In unserem Falle beträgt die Dichte des Körpers (gemessene Werte)

$$\overline{\rho} = 8{,}394819 \cdot 10^{-3} \frac{g}{mm^3}$$

Der Fehler der Masse s_m kann wie im Kapitel (Volumen) bestimmt werden:

$$s_m = \sqrt{(0{,}01g)^2 + (0{,}005g)^2}$$

$$s_m = 0{,}011108g$$

Somit folgt für den Fehler der Dichte s_ρ:

$$s_\rho = \sqrt{\left(\frac{s_m}{V}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot s_V}{V^2}\right)^2}$$

$$s_\rho = \sqrt{\left(\frac{0{,}011108g}{18154{,}05375mm^3}\right)^2 + \left(\frac{152{,}4g \cdot 103{,}926465\,mm^3}{(18154{,}05375mm^3)^2}\right)^2}$$

$$s_\rho \approx 4{,}806170 \cdot 10^{-5}\,\frac{g}{mm^3}$$

Damit folgt für die Dichte ρ: $\rho = \bar{\rho} \pm s_\rho$

$$\rho = (8{,}39 \pm 0{,}05)\,\frac{g}{cm^3}$$

Zu: 3.4 Verbesserung des Messergebnisses

Um eine Messung genauer zu machen, muss der Fehler verringert werden. Die Stelle, an welcher man genauer Messen muss, erhält man über das Fehlerfortpflanzungsgesetz. Dort muss nämlich der größte Wert verkleinert werden, damit der Fehler kleiner wird.

Für den Fehler der Dichte s_ρ sieht das wie folgt aus:

$$s_\rho = \sqrt{\left(\frac{s_m}{V}\right)^2 + \left(\frac{m \cdot s_V}{V^2}\right)^2} = \sqrt{\underbrace{3{,}74390 \cdot 10^{-13}\,\frac{g^2}{mm^6}}_{\text{Masse}} + \underbrace{4{,}80578 \cdot 10^{-5}\,\frac{g}{mm^6}}_{\text{Volumen}}}$$

Man sieht das der Fehler vom Volumen viel größer ist (10^7) als der der Masse. Deswegen die Volumenbestimmung verbessert werden, um die Dichtebestimmung zu verbessern.

Für das Volumen folgt analog:

$$s_V = \sqrt{(2\bar{a}\bar{c}s_a)^2 + (a^2 s_c)^2 + \left(\frac{\pi}{2}\bar{r}\bar{b}s_r\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4}\bar{r}^2 s_b\right)^2}$$

$$s_V = \sqrt{\underbrace{9073{,}72466mm^2}_{\text{Breite}} + \underbrace{1331{,}932369\,mm^2}_{\text{Höhe}} + \underbrace{293{,}4507199\,mm^2}_{\to Z\text{ Radius}} + \underbrace{101{,}6023686\,mm^2}_{\to Z\text{ Höhe}}}$$

Hier sieht man, dass man die Breitenmessung des Quaders verbessern muss, um so die Volumen- und dadurch die Dichtebestimmung zu verbessern.