SS2020

PPA1

Messungen

Charlotte Geiger - Manuel Lippert - Leonhard Schatt

Inhaltsverzeichnis

Nr.	Datum	Art der Arbeit	Zensur
1	Fragen z. Vorb.:	– Bitte sorgfältiger bearbeiten	
2		– Rechnungen explizit durchführen, nicht nur Ergebnisse	
3			
4	Messprotokoll:	– Zeit t[s] fehlt, verboten!! – ~~genaue~~ tatsächliche Ablesefehler!!	
5		– Bitte in ~~Zukunft~~ Zukunft sinnvoll einkleben ⇒ fortlaufend!	
6		– was wird gemessen, was wird berechnet?	
7		– auf Einheiten achten!	
8		– Ablesefehler Waage sinnvoll? – Nr. des Probekörpers?	
9			
10	Auswertung:	– erstmal gut!	
11		– Histogramme: Wertetabelle? – ein bisschen mehr erklären, was Sie tun	
12		– Gaußverteilung: auch Histogramme behalten	
13		– red. Messreihen: bei Ihnen Vergleich schwer zu beurteilen	
14		– Vergleich der Reaktionszeiten?	
15		– Sie fehlt bewertet – Verbesserung der Messung: bitte qualitativ } diese Teil bitte nochmal!	
16			
17	⇒ ansonsten aber gute Auswertung!		
18	Bitte auf Messprotokoll + Einheiten achten!		

Protokoll/Durchführung:	2,5	**/ 4**
Auswertung – statistischer Fehler:	7	**/ 9.5**
Auswertung – Fehlerfortpflanzung:	1,5 + 3	**/ 4.5**
Form:	2	**/ 2**
Fragen zur Vorbereitung	–1	
Gesamt:	15	**/ 20**

Fehlerzeichen
= Zeit
= Zeichensetzung
= fehlendes Wort
= ein Wort zu viel
= sachlich falsch

Versuch MES: Messungen und Messunsicherheit

Teilnehmer: Charlotte Geiger, Manuel Lippert, Leonhard Schatt

Datum: 13.06.2020

Titel: Messungen und Messunsicherheit

Gruppe: 2

Arbeitsplatz: ? ?

Gliederung

Manuel Lippert Schatt X

1) Einleitung und Versuchsziel

In diesem Versuch soll ~~en~~ der Umgang mit Messunsicherheiten (Messfehler) bei einem Messvorgang erlernt werden, da Messwerte praktisch nie exakt mit den aus ~~p~~ physikalischen Modellen gewonnen Vorhersagewerten übereinstimmen.
Ziel des Versuches ist mit einfachen Beispielen den Experimentatoren zu zeigen, dass sie selbst systematische, zufällige und grobe Fehler machen und die Regeln der Fehlerrechnung auf konkrete Messungen anzuwenden.
Dies beinhaltet das Erkennen und Ausschalten der Fehler, sowie statistische Behandlung des zufälligen Fehlers. Aber auch die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes ~~und~~, den Vergleich der Streuung der Messwerte einer Verteilungsfunktion und das Erkennen des Einflusses des systematischen Restfehlers sollen im Versuch erlernt werden.

2) Fragen zur Vorbereitung

2.1) Grobe Fehler:

- Irrtümer beim Messen oder notieren der Messwerte
- Nichtbetrachten größeren äußeren Störeinflüsse
- Versagen des Messgerätes

=> grundsätzlich zu vermeiden   wie?   wie erkennen?

=> Mit einem Kommentar ausschließen

Systematische Fehler:

- Ursache im Messgerät, Messverfahren oder am Beobachter
- reproduzierbar im Vorzeichen und Betrag
- oft quantitativ erfassbar
- verschiebt wahren Wert der Messgröße

=> systematische Restfehler immer vorhanden (vom Messgerät bedingt)   wie finden?

Zufällige Fehler:

- messtechnisch nicht erfassbare und nicht beeinflussbare Änderung von Messgeräten, Messobjekten, Umwelteinflüssen, subjektive Einflüsse des Beobachters
- streut um wahren Wert der Messgröße

=> zufällig Fehler unterliegen Gesetzen der Statistik

~> Einfluss auf Messergebnis bestimmbar

Ablesefehler?

2.2)

σ = Mittlerer Fehler der Einzelmessungen

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

s = Standardabweichung des Mittelwertes

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Fehlerminimierung:

nein!

σ und s hängen jeweils von n ab, d.h. ~~alle~~ von der Anzahl der Messwerte. Man kann die Werte verbessern, indem man häufig misst. Damit wird die Abweichung vom Mittelwert kompensiert.

Unabhängiger Einfluss auf Messfehler:

- Menschliches Versagen → Reaktionszeit
- Messungenauigkeit durch grobe Messskalen z.B. nur genau auf 0,01 cm etc.
- Unterschiedliche äußere Faktoren → Witterung, Luftfeuchtigkeit etc.

Zeitfehler!

~~2.2~~ 2.3)

a) i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx \overset{!}{=} 1$, $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}$

$$\Rightarrow A \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}\,dx \overset{!}{=} 1 \Rightarrow A = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}\,dx}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}\,dx = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2}}} = \sqrt{2\pi}\,\lambda$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\lambda}$$

ii) Mittelwert $\bar{x}$:

wie berechnet?

$$\bar{x}_v = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\lambda} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}\,dx = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} \cdot \lambda \cdot \mu = \mu$$

Sinnvoll, da die Funktion symmetrisch zu μ ist

iii) Varianz:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^2 \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}\,dx = \lambda^2$$

s.o.

b) i) Grenzwert:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$$

ii) Symmetrie: $f(x) = A \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}$

$x' = x - \mu \Rightarrow f(x) = A e^{-\frac{x'^2}{2\lambda^2}}$

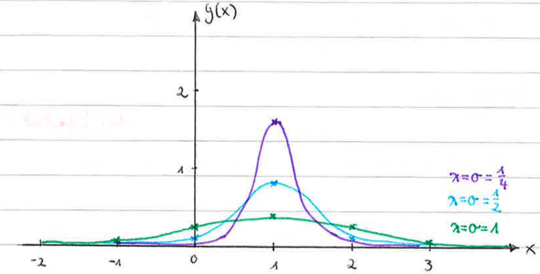
$\Rightarrow f(-x') = f(x') \Rightarrow$ Symetrisch zur y-Achse

$\Rightarrow f(x)$ ist symetrisch zu einer parallelen Achse, die um μ verschoben ist

iii) Wendepunkte:

Laut Literatur liegen diese bei $x_1 = \mu - \lambda \wedge x_2 = \mu + \lambda$

c) $g(x) = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\lambda^2}}$



2.4) $\phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \; (10) \Rightarrow \mu = 0, \; \bar{x} = 0, \; \lambda^2 = 1$ (vgl. 2.2) aus Skript

Gaußverteilung normiert und symmetrisch

$\Rightarrow \phi(z) + \phi(-z) = 1 \quad (1)$

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^{+z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \int_{-\infty}^{-z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \right)$$

$$\overset{(10)}{=} \phi(z) - \phi(-z) \overset{(1)}{=} 2\phi(z) - 1$$

$\Rightarrow P(\bar{x} + k\sigma) = P(k) = 2\phi(k) - 1$ Tafelwerk

$k=1$: $= 2\phi(1) - 1 = 2(0{,}8413) - 1 \approx 0{,}6826$

$k=2$: $= 2\phi(2) - 1 = 2(0{,}9773) - 1 \approx 0{,}9546$

$k=3$: $= 2\phi(3) - 1 = 2(0{,}9987) - 1 \approx 0{,}9974$

$k=4$: $= 2\phi(4) - 1 = 2(0{,}9999) - 1 \approx 0{,}9998$ genauer!

Anzahl der Messwerte im Mittel

$k=1$: ~~n≈~~ $n \approx 3$

$k=2$: $n \approx 22$

$k=3$: $n \approx 384$

$k=4$: $n \approx 5000$ ≈ 17000

Angewandte Formel:

$$n = \frac{1}{1 - P(k)}$$

2.5)

~~Ergebnis = Messwert ± Messunsicherheit~~

~~Mittelwert~~

~~$\bar{x} = \sum \frac{1}{n} x_i$~~

$\boxed{\text{Ergebnis} = \text{Messwert} \pm \text{Messunsicherheit}}$

Mittelwert
$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i$

Ergebnis-korrektur
$x_c = \bar{x} + s_z$
$s_z \hat{=}$ Korrektur

$u = \sqrt{s_r^2 + s^2}$
$s_r \hat{=}$ Restfehler

$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ falls $n \geq 6$

$s = \frac{s_r}{2}$ falls $n < 6$

$n \hat{=}$ Anzahl der Messungen

Bei der Messunsicherheit wird meistens auf ~~1 Stelle~~ eine Stelle gerundet, nur wenn sie zwischen 1 und 3 liegt könnte die Angabe der zweiten Stelle sinnvoll sein. warum?

Für Messergebnisse sind die Stellen anzugeben, in ~~denen~~ denen sich der Fehler noch nicht auswirkt (signifikante Stellen)

Bsp.: • $t = 4{,}3589\,s$, $s_t = 0{,}01245\,s \rightsquigarrow t = (4{,}359 \pm 0{,}012)\,s$ ✓

• $V =$ ~~1,34~~ $1{,}34567\,cm^3$, $s_V = 0{,}0717\,cm^3 \rightsquigarrow V = (1{,}35 \pm 0{,}07)\,cm^3$ ✓

2.6)

Faustregel $N \approx 5 \log n$, $\Delta x = \frac{1}{n}(x_{max} - x_{min})$
(Ausreißer ausgenommen)

Die Klassen eines Histogramms müssen fein genug sein, um einen ungefähren Überblick zu ~~haben~~ bekommen, aber grob genug um nicht zu viel Varianz und Zufall darin zu haben. ✓

[Wird ~~anstatt~~ aber die Wahrscheinlichkeit, dass ein Messwert auftritt betrachtet, anstatt der Anzahl des Messwertes, so wird die Klasse des Histogramm $\Delta x = 1$ gewählt, damit $\sum_{j=1}^{m} h_j = 1$ erfüllt ist.]

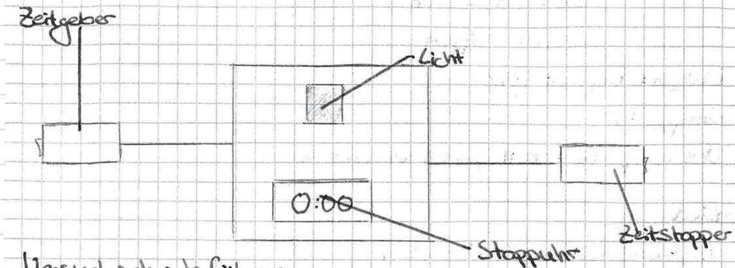
Auch darf Δx nicht zu eng sein sonst wären die Schwankungen aufgrund der geringen Häufigkeit zu groß.

Bei zu breiten Intervallen gehen statistische Informationen unter. ✓

3) Versuchsaufbau Versuch 1

Seriennummer: 5 , Zeitgeber: Leo Manuel Lippert

Zeitstopper: Leo Schatt



Versuchsdurchführung

Der Zeitgeber startet die Messung und lässt die Zeitiode ? für 2 Sekunden aufleuchten. Beim Aufleuchten des Lämpchen startet der Zeitstopper die Zeitmessung. Er sieht nicht, wann der Zeitgeber gedrückt hat. Beim erlöschen der Lampe stoppt der Zeitstopper die Zeit und die gemessene Zeit erscheint bei der Stoppuhr ✓

In dieser Messreihe stoppen wir 2s lang.

Zuerst wird ohne Reaktionszeit gemessen. D.h. Der Zeitgeber muss die Stoppuhr durch das erste Drücken aktiv starten.

Im zweiten Teil der Messreihe ist die Stoppuhr mit dem Schalter vom Zeitstopper verknüpft und wird sofort ohne externen Eingriff gestartet. ✓

Aufgrund von Coronamaßnahmen müssen sowohl das Zeitstoppgerät, als auch das Zeitgebergerät mit Frischhaltefolie eingewickelt werden. Deshalb trägt der Zeitstopper Kopfhörer und hört Musik. Dadurch wird das Messergebnis nicht verfälscht. gut!

$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\qquad u = \sqrt{s^2 + s_r^2}$ mit $s_r = 0{,}001s$

Verwende Chauvenetsches Kriterium für die erste Messung ohne Reaktionszeit: Wieso brauchen Sie σ?

$\Delta x_c / \sigma = 2{,}60$ für 50 Messwerte

$\Rightarrow \Delta x_{CH} = \sigma \cdot 2{,}60 = 0{,}131s \cdot 2{,}60 = 0{,}341$

$\Rightarrow$ Alle Werte, die im Intervall von $[1{,}60s; 2{,}30s]$ liegt sind gut

$\Rightarrow$ Es mussen keine Werte gestrichen werden

Die finalen Werte für $\bar{t}$, σ und s sind:

$\bar{t} = 1{,}930s \quad \sigma = 0{,}131s \quad s = 0{,}0174s$ ✓

$u = 0{,}0174s \approx 0{,}02s$

$\boxed{t_{final} = \bar{t} \pm u = 1{,}93s \pm 0{,}02s}$ ✓

oder = $(1{,}930 \pm 0{,}017)s$ vorstellen

4) Auswertung – Zeitmessung

I. Ohne Reaktionszeit (Messung siehe Anhang)

Histogramm:

Anzahl der Säulen im Histogramm:

$N \approx 5 \cdot \lg n$ n ist hier 60

⇒ N ist also ungefähr 9 ✓

Verwende jedoch 13 Säulen um eine besser Auflösung zu haben. ✓

Die entsprechenden Klassen ~~sind~~ haben eine Breite von $\Delta x = 0{,}05\,s$ und geht von 1,60 s – 2,25 s. ✓

~~1,6 – 1,65 s, 1,65 – 1,70 s, 1,~~

~~Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Messwert innerhalb von $\bar{t} \pm \sigma$ liegt, liegt bei 0,75.~~

~~Dazu addiere ich alle Werte innerhalb des Intervalls und Teile diese durch die Anzahl der ~~Wert~~ Messwerte~~

~~$\rho = \frac{45}{60} = 0{,}75 \approx 0{,}68$~~

~~Man kann annehmen, dass es sich um ein Gaußverteilung handelt.~~

Wertetabelle!

Die Werte für $\bar{t}$ (Mittelwert), σ (mittlerer Fehler der Einzelmessung) und s (Fehler des Mittelwertes) haben wir mit einem selbstgeschriebenen Phythonprogramm ermittelt. Dieses basiert auf folgenden Formeln

$$\bar{t} = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} t_i \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} t_i^2 - \bar{t}^2 n}$$

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad u = \sqrt{s^2 + s_r^2} \quad \text{mit } s_r = 0{,}001\,s$$

Verwende Chauvenetsches Kriterium für die erste Messung ohne Reaktionszeit: Hierzu brauchen Sie σ?

$\Delta x_c / \sigma = 2{,}60$ für 50 Messwerte

$\Rightarrow \Delta x_{CH} = \sigma \cdot 2{,}60 = 0{,}131\,s \cdot 2{,}60 = 0{,}341$

⇒ Alle Werte, die im Intervall von [1,60 s; 2,30 s] liegt sind gut

⇒ Es müssen keine Werte gestrichen werden

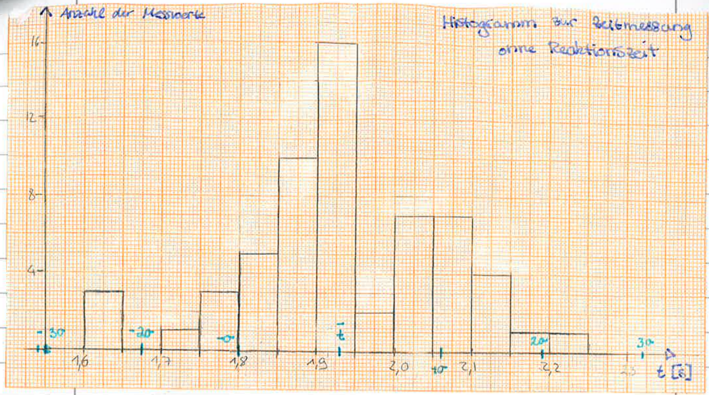
Die finalen Werte für $\bar{t}$, σ und s sind:

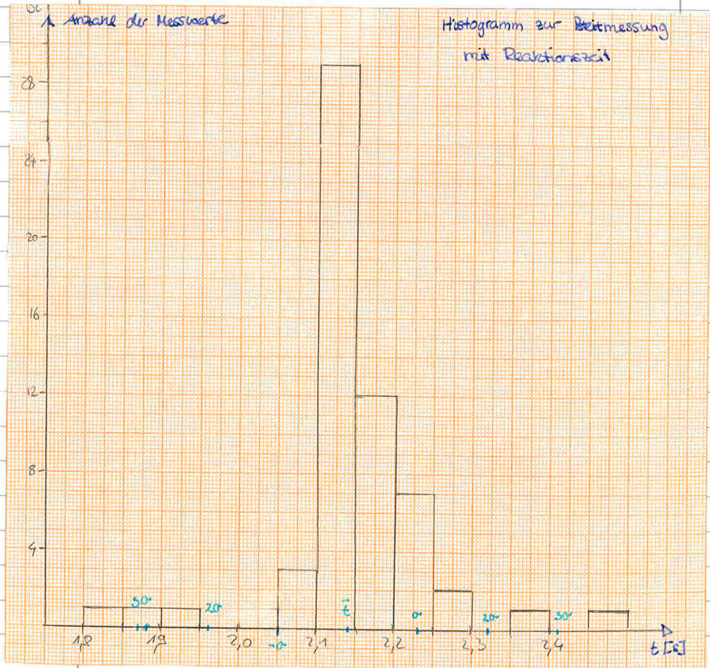
$\bar{t} = 1{,}930\,s$ $\quad \sigma = 0{,}131\,s$ $\quad s = 0{,}0174\,s$ ✓

$u = 0{,}0174\,s \approx 0{,}02\,s$

$$\boxed{t_{final} = \bar{t} \pm u = 1{,}93\,s \pm 0{,}02\,s}$$ ✓

oder = (1,930 ± 0,017) s vorstellen





II. Mit Reaktionszeit (Messung siehe Anhang)

Verwende wie im vorherigen Fall 14 Klassen mit Intervallbreite $\Delta x = 0{,}05s$. Das gesammte Intervall erstreckt sich von $1{,}8s - 2{,}5s$.

Klassenbreite?

Wir nehmen eine Normalverteilung an. Berechnung der Werte wie vorher mit einem Phythonprogramm.

$\Rightarrow \bar{t} = 2{,}1389s \quad \sigma = 0{,}0917s \quad s = 0{,}0120s \quad u = 0{,}0120s$

Berechne wie vorher Δx_{CH}

$$\Rightarrow \Delta x_{CH} = \sigma \cdot 2{,}60 = 0{,}238\,s$$

$\Rightarrow$ Das Intervall für unbedenkliche Messwerte ist ungefähr $[1{,}9s, 2{,}4s]$

$\Rightarrow$ Wir mussen keine Werte streichen

Die finalen Werte sind:

$$\bar{t} = 2{,}138s \quad \sigma = 0{,}0917s \quad s = 0{,}0120s \quad u = 0{,}0120 \approx 0{,}012$$

$$\boxed{t_E = \bar{t} \pm u = 2{,}138s \pm 0{,}012s}$$

VI. Gaußverteilung

Bei Zeitmessung ohne Reaktionszeit:

Innerhalb $[\bar{t}-\sigma, \bar{t}+\sigma]$ liegen 40 der 60 Messwerte.

$$\Rightarrow p_\sigma = \frac{40}{66} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667 = 66{,}7\%$$

Innerhalb von $[\bar{t}-2\sigma, \bar{t}+2\sigma]$ liegen 56 Werte

$$p_{2\sigma} = \frac{56}{60} = 0{,}93 = 93\%$$

Innerhalb von $[\bar{t}-3\sigma, \bar{t}+3\sigma]$ liegen alle Messwerte

$$\Rightarrow p_{3\sigma} = 100\%$$

Die Wahrscheinlichkeiten liegen sehr nahe an der einer Gaußverteilung $\Rightarrow$ Vermutlich ist die Messung normal verteilt.

Histogramm?

Zeitmessung mit Reaktionszeit:

Für $[\bar{t}-\sigma, \bar{t}+\sigma]$: $p_\sigma = \frac{44}{58} = 76\%$

Für $[\bar{t}-2\sigma, \bar{t}+2\sigma]$: $p_{2\sigma} = \frac{53}{58} = 0{,}91\%$

Für $[\bar{t}-3\sigma, \bar{t}+3\sigma]$: $p_{3\sigma} = \frac{55}{58} = 95\%$

Das Ergebnis ist eigentlich ein wenig zu hoch für eine Gaußverteilung. ~~Wegen der~~ Das liegt jedoch vermutlich an zu wenig durchgeführten Messungen.

Ihr Fazit?

VII Verkürzte Messreihe

Halbiert Messwerte verwendet und dieselben Formeln und Programm benutzt (siehe Anhang)

Erwartungen:

Mittelwert: Bleibt gleich

Fehler der Einzelmessung: da Mittelwert gleich auch Fehler der Einzelmessung gleich

Fehler des Mittelwerts: Wegen $s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ und da sich n verkleinert und σ gleich bleibt, verändert sich der Fehler des Mittelwerts um wieviel?

1) ohne Reaktionszeit

	unverkürzt	verkürzt
$\bar{t}$ in s	1,93	1,93
σ in s	0,13	0,14
s in s	0,02	0,04

2) mit Reaktionszeit

	unverkürzt	verkürzt
$\bar{t}$ in s	2,14	2,13
σ in s	0,09	0,10
s in s	0,01	0,03

Genauigkeit!

~~Beobach~~ Diskussion: $\bar{t}$ und σ sollten gleich bleiben. s sollte sich jedoch verändern, da es von $\frac{1}{\sqrt{n}}$ abhängt

$$s' = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{1}{4}n}} = 2\frac{\sigma}{\sqrt{2}} = s \cdot 2$$ $\Rightarrow$ Man erwartet eine Verdoppelung des Fehlers des Mittelwertes.

Beobachtung: Die Wert verhalten sich wie erwartet.

Vergleich der Reaktionszeiten?

5) Fehlerfortpflanzung

$\bar{V} = a^2 h - t \frac{d^2}{4}\pi = 17053{,}89 \text{ mm}^3$

$SV = dV = \sqrt{(2ah \cdot da)^2 + (a^2 \cdot dh)^2 + (-\frac{d^2}{4}\pi\, dt)^2 + ((-\frac{t}{2} \cdot d' \cdot \pi)\, dd')^2}$

$\Rightarrow \boxed{V = (17{,}05 \pm 0{,}13) \text{ cm}^3}$

$= 128{,}928 \text{ mm}^3$

$dm = 0{,}01 + 0{,}005 = 0{,}015$

$da = 0{,}05 + 1 \cdot 10^{-4} \cdot l + 0{,}025 = 0{,}077485$

$dh = 0{,}078065$

$dt = 0{,}07606$

$dd' = 0{,}0765$

Einheiten!

Benennung siehe Skizze!

$\bar{\rho} = \frac{m}{V} = 8{,}464 \cdot 10^{-3} \frac{g}{mm^3} = 8{,}464 \frac{g}{cm^3}$

verrechnet!

$S\rho = d\rho = \sqrt{\frac{1}{dV} \cdot m + (\frac{1}{V} \cdot dm)^2} = 1{,}058 \frac{g}{mm^3} = 1{,}058 \cdot 10^{-3} \frac{g}{cm^3}$

?!

$\boxed{\rho = (8{,}464 \pm 0{,}001) \frac{g}{cm^3}}$ zu klein

$\Rightarrow$ Der Fortpflanzungsfehler liegt beim Volumen deutlich höher als bei der Dichte. D.h. man müsste das Messen der Längen verbessern, weil die Fehler ~~bei~~ mit dem Messschieber recht hoch sind.

wie sehen Sie das? welche!

Literaturwertvergleich:

Quelle: herrmann-buntmetall.de / files / layout / downloads / werkstoffinformationen / CuZn39Pb3.pdf

$\rho_{MS58} = 8{,}47 \frac{kg}{dm^3}$ $\Rightarrow$ Ihr Messwert liegt in der Erwartung des Literaturwerts

18

5. Fehlerfortpflanzung

Formeln:

$\bar{V} = a^2 h - t \cdot \frac{d^2}{4}\pi \qquad \bar{\rho} = \frac{m}{V}$

$s_F = \sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x_1} s_1)^2 + \dots + (\frac{\partial F}{\partial x_n} s_n)^2}$

Messfehler / Ablesefehler:

- Messschieber: $s_r = \Delta l = 0{,}05 \text{mm} + l \cdot 10^{-4}$

  Der Ablesefehler gleicht in diesem Fall s_r, weil genaueres Ablesen nicht möglich ist.

  nein, eher ± 0,05 mm

- Waage: $s_r = 0{,}01 g$ Der Ablesefehler beträgt auch hier ungefähr 0,005 g. $s_A = 0{,}005 g$

Fehler berechnen sich folgendermaßen

- Messfehler der Masse $s_m = \sqrt{s_r^2 + s_A^2} = \sqrt{(0{,}01g)^2 + (0{,}005g)^2} = 0{,}01118 g$

- Messfehler bei den Längenmessungen:

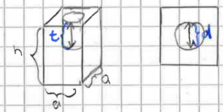
$s_a = \sqrt{2 \cdot s_r^2} = \sqrt{2 \cdot (0{,}05mm + 24{,}85mm \cdot 10^{-4})^2} = 0{,}074224 \text{ mm}$

$s_h = \sqrt{2 \cdot s_r^2} = \sqrt{2 \cdot (0{,}05mm + 30{,}85mm \cdot 10^{-4})^2} = 0{,}0750452 \text{ mm}$

$s_d = \sqrt{2 \cdot s_r^2} = \sqrt{2 \cdot (0{,}05mm + 15{,}00mm \cdot 10^{-4})^2} = 0{,}0722097 \text{ mm}$

$s_t = \sqrt{2 \cdot s_r^2} = \sqrt{2 \cdot (0{,}05mm + 10{,}60mm \cdot 10^{-4})^2} = 0{,}0728319 \text{ mm}$

wobei a, b, d, t die Seiten in der Skizze darstellen.



Volumen & Dichte

$\bar{V} = a^2 h - t \frac{d^2}{4}\pi = (24{,}85mm)^2 \cdot (30{,}85mm) - (10{,}60mm) \frac{(15{,}00mm)^2}{4}\pi =$

$= 17053{,}89 \text{ mm}^3$

$s_V = \sqrt{(\frac{d\bar{V}}{da} s_a)^2 + \dots (\frac{d\bar{V}}{dt} s_t)^2} = \sqrt{(2ah \cdot s_a)^2 + (a^2 s_h)^2 + (-\frac{d^2}{4}\pi s_t)^2 + (-\frac{td}{2} s_d \pi)^2} =$

$= \sqrt{\underbrace{12951{,}25 \text{ mm}^6}_{\text{durch } a} + \underbrace{2147{,}59 \text{ mm}^6}_{\text{durch } h} + \underbrace{165{,}65 \text{ mm}^6}_{\text{durch } t} + \underbrace{325{,}26 \text{ mm}^6}_{\text{durch } d}} = 128{,}923 \text{ mm}^3$

$\boxed{\Rightarrow V = (17{,}05 \pm 0{,}13) \text{ cm}^3}$

$$\bar{\varrho} = \frac{m}{V} = 8{,}464 \cdot 10^{-3} \frac{g}{mm^3}$$

$$s_\varrho = \sqrt{\left(\frac{d\bar\varrho}{dV} s_V\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar\varrho}{\partial m} s_m\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{m}{V^2} s_m\right)^2 + \left(\frac{s_m}{V}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(-\frac{144{,}35g}{(17053{,}89mm^3)^2} \cdot 128{,}923mm^3\right)^2 + \left(\frac{0{,}0118g}{17053{,}89mm^3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\underbrace{4{,}095579 \cdot 10^{-9} \frac{g^2}{mm^6}}_{\text{Fehler verursacht durch Unsicherheiten bei dem Volumen}} + \underbrace{4{,}78759 \cdot 10^{-13} \frac{g^2}{mm^6}}_{\text{Fehler verursacht durch Unsicherheit der Masse}}} = 6{,}40005 \cdot 10^{-5} \frac{g}{mm^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varrho = (8{,}46 \pm 0{,}06) \frac{g}{cm^3}}$$

Fehler verkleinern:

Natürlich versucht man bei einer Messung den Fehler zu minimieren. Doch bei welcher Größe sollte man anfangen? Hierzu sollte man betrachten, wie stark der Fehler der einzelnen Größen in den Gesamtfehler eingeht.
Bei s_ϱ ist der Fehler der durch das Volumen verursacht wird um mehr als einen Faktor 10^2 größer als der von der Masse kommende Anteil. Wenn man den Fehler des Volumens genau betrachtet, wird klar, dass vorallem das Messen der Seite a verursacht, mehr als 5-mal so groß ist wie alle anderen.
$\Rightarrow$ Um bessere Messgenauigkeit zu erhalten sollte als erstes der Fehler in der Messung von a reduziert werden!

Zu s_ϱ: $s_\varrho = \sqrt{\underbrace{\left(-\frac{m}{V^2} s_V\right)^2}_{\text{Anteil durch V}} + \underbrace{\left(\frac{s_m}{V}\right)^2}_{\text{Anteil durch m}}} = \sqrt{\underbrace{4{,}0956 \cdot 10^{-9} \frac{g^2}{mm^6}}_{\text{Anteil d. V}} + \underbrace{4{,}79 \cdot 10^{-13} \frac{g^2}{mm^6}}_{}}$ Anteil d. V >> Anteil durch m

Zu s_V: $s_V = \sqrt{\underbrace{(2ah\, s_a)^2}_{\text{Anteil durch a}} + \underbrace{(a^2 s_h)^2}_{\text{Ant. d. h}} + \underbrace{\left(-\frac{d^2}{4}\pi s_t\right)^2}_{\text{Anteil d. t}} + \underbrace{\left(-\frac{td}{2}\pi s_d\right)^2}_{\text{Anteil durch d}}} =$

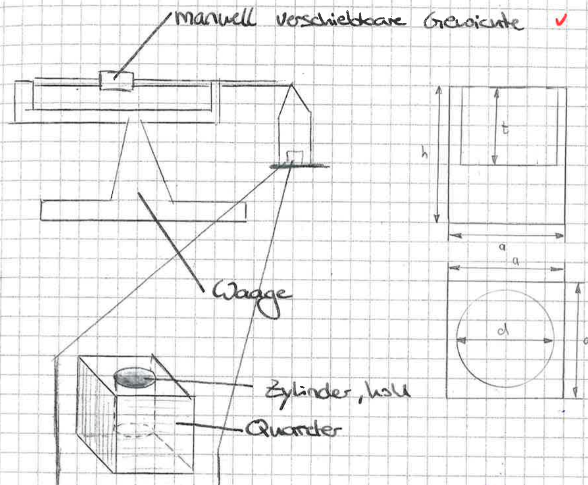
$$= \sqrt{\underbrace{12951{,}25mm^6}_{a} + \underbrace{2147{,}59\,mm^6}_{h} + \underbrace{165{,}65mm^6}_{t} + \underbrace{325{,}26mm^6}_{d}}$$
Durch:

Durch Fehler von a verursacht >> Fehler durch h, t, d

6) Versuchsaufbau Versuch 2

Messperson: Manuel

Seriennummer Messschieber: BD511489 INOX



Versuchsbeschreibung:

Gemessen werden soll die Dichte des Materials. Die Messperson misst die Höhe des Quaders, dessen Breite und die Tiefe und den Durchmesser des Zylinders. Dieser ist wie ein Loch im Quader.
Danach wird der Quader auf die Waage gelegt, und die manuell verschiebbaren Gewichte werden so verschoben, dass die Waage im Gleichgewicht ist und das Gewicht ~~g~~ abgelesen werden kann.
Mit diesen Werten kann die Dichte berechnet werden.

nein!