

# Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie von Rubidium

Emmi Gareis, Magdalena Dörfler

Gruppe 10

Versuchsdurchführung am 5.10.2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Motivation</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Fragen zur Vorbereitung</b>	<b>3</b>
2.1	Diskussion der Quantenzahlen beider Rubidiumisotope . . . . .	3
2.2	Arten der Verbreiterung . . . . .	4
2.3	Cross-Over-Resonanzen . . . . .	5
2.4	Polarisierender Strahlteilerwürfel, $\frac{\lambda}{2}$ -Platte und Filterrads in unserem Versuch . . . . .	5
2.5	Hyperfeinstrukturkonstante und -übergänge . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Aufbau und Justierung</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
5.1	Befreien des Absorptionsspektrums vom Trend . . . . .	11
5.2	Identifizieren der energetischen Übergänge . . . . .	13
5.3	Berechnung des tatsächlichen Verhältnisses der Rubidiumisotope . . . . .	18
5.4	Dopplerfreies Spektrum . . . . .	20
5.4.1	Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{87}\text{Rb}$ , $F = 1$ . . . . .	20
5.4.2	Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{85}\text{Rb}$ , $F = 2$ . . . . .	22
5.4.3	Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{85}\text{Rb}$ , $F = 3$ . . . . .	23
5.4.4	Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{87}\text{Rb}$ , $F = 2$ . . . . .	24
5.5	Bestimmung der Hyperfeinstrukturkonstante . . . . .	26
5.6	Berechnung der Gastemperatur . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Fazit</b>	<b>29</b>

# 1 Motivation

Die Spektroskopie dient der Untersuchung des Aufbaus der Materie in ihren feinsten Strukturen. In den letzten Jahren hat sie uns zu maßgeblichen Fortschritten unseres Verständnisses über den Aufbau von Atomen und Molekülen verholfen. Man hat immer weitere Erkenntnisse über noch weitere Energieaufspaltungen gewonnen, bei denen es sich häufig um winzigste energetische Portionen handelt. Zu der aktuellsten wissenschaftlichen Meinung über die endgültige Aufspaltung in der Atomhülle zählt die Hyperfeinstrukturtheorie. Daher ist es bemerkenswert, dass wir in diesem Versuch Hyperfeinniveaus mit vergleichsweise einfachen Methoden untersuchen können. Ziel des Versuchs wird es sein, einen Einblick in die experimentelle Atom- und Kernphysik zu bekommen. Hierzu werden wir Absorptionsspektren betrachten, die aus der Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit Materie entstehen. Um eine genaue Frequenzachse zu gewährleisten und Frequenzabstände zu messen, werden wir ein Fabry-Pérot-Interferometer nutzen. Mit Hilfe von diesem soll dann die Fein- und Hyperfeinstruktur der Rubidiumisotope  $^{85}\text{Rb}$  und  $^{87}\text{Rb}$  analysiert werden.

## 2 Fragen zur Vorbereitung

### 2.1 Diskussion der Quantenzahlen beider Rubidiumisotope

*Warum sind die Kernspins der beiden Rubidiumisotope unterschiedlich? Welche Quantenzahlen existieren im Grundzustand und den ersten beiden angeregten Zuständen für die beiden Rubidiumisotope und welche F-Quantenzahlen resultieren daraus?* Der Kernspin von  $^{85}\text{Rb}$  ist  $I = \frac{5}{2}$ , von  $^{87}\text{Rb}$  ist er  $I = \frac{3}{2}$ . Bei Rubidium ist die Ordnungszahl ungerade (u):  $Z = 37$ ; daher haben beide betrachteten Isotope eine gerade (g) Anzahl von Neutronen. Wir wissen, dass für eine g-u- bzw. u-g- Verteilung der Nukleonen im Kern dieser einen halbzahligen Kernspin haben muss. Weil sich nun der Kernspin aus der Summe der Bahndrehimpulse und den Spins der Kernbauteile berechnet, verursachen die beiden zusätzlichen Neutronen von  $^{87}\text{Rb}$  den Unterschied  $\Delta I = 1$ .

Da  $L = 0, 1, 2, \dots, n$ ,  $J = L \pm S$  und  $|J - I| \leq F \leq J + I$  gilt, lassen sich die Quantenzahlen der ersten drei Zustände für beide Isotope berechnen. Dazu muss man nur noch beachten, dass sich der erste angeregte Zustand  $l = 1$  wegen der Spin-Bahn-Kopplung, die durch  $J$  beschrieben wird, in zwei Zustände, D1 und D2, aufteilt. Die beiden nachfolgenden Tabellen zeigen die zugehörigen Quantenzahlen.

Tabelle 1: Quantenzahlen der ersten drei Zustände von  $^{85}\text{Rb}$

	$5^2S_{\frac{1}{2}}$	$5^2P_{\frac{1}{2}}$ (D1)	$5^2P_{\frac{3}{2}}$ (D2)
n	5	5	5
L	0	1	1
J	1/2	1/2	3/2
I	5/2	5/2	5/2
F	2,3	2,3	1,2,3,4

Tabelle 2: Quantenzahlen der ersten drei Zustände von  $^{87}\text{Rb}$

	$5^2S_{\frac{1}{2}}$	$5^2P_{\frac{1}{2}}$ (D1)	$5^2P_{\frac{3}{2}}$ (D2)
n	5	5	5
L	0	1	1
J	1/2	1/2	3/2
I	3/2	3/2	3/2
F	1,2	1,2	0,1,2,3,

## 2.2 Arten der Verbreiterung

Informieren Sie sich zu den Begriffen „natürliche Linienbreite“, „Dopplerverbreiterung“, „homogene/inhomogene Verbreiterung“ und „Sättigungsverbreiterung“. Bei den Peaks eines Linienspektrums handelt es sich nie um mathematische  $\delta$ -Peaks, sondern um Linien mit endlicher Ausdehnung, der *natürlichen Linienbreite*. Aus der Unschärferelation der Quantenmechanik wissen wir, dass für die Energieunschärfe  $\Delta E$  abhängig von der Lebensdauer  $\tau_i$  eines Zustands gilt<sup>1</sup>:

$$\Delta E = \frac{h}{2\pi\tau_i}$$

Für die Unschärfe der Frequenz und den Übergang zwischen zwei Zuständen  $i$  und  $j$  können wir nun aussagen:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_i}$$

$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_j}$$

Damit ist die natürliche Linienbreite im Spektrum in Gestalt einer Lorentzkurve zu erkennen, im Interferogramm hingegen als Einhüllende.

Bei den *Verbreiterungsmechanismen* oder *Linienverbreiterungen* handelt es sich um die Vergrößerung der Linienbreite über die natürliche Linienbreite hinaus. Dabei werden diese in zwei Arten unterschieden:

- Die *homogene* Verbreiterung tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz  $\omega$  für alle Teilchen gleich groß ist. Zu dieser zählen z.B. die *Druckverbreiterung* und die *Sättigungsverbreiterung*.
- Die *inhomogene* Verbreiterung hingegen tritt auf, wenn die Emissionswahrscheinlichkeit für eine bestimmte Frequenz  $\omega$  nicht für alle Teilchen gleich groß ist. Ein Beispiel hierfür ist die *Dopplerverbreiterung*, die im Folgenden erklärt werden soll.

Die *Dopplerverbreiterung* ist ein optischer Effekt auf die Spektrallinie, der auf die Bewegung der das Spektrum emittierenden Atome zurückzuführen ist. Diese bewegen sich aufgrund der Molekularbewegung vom Detektor weg bzw. hin, wodurch - ähnlich dem akustischen Dopplereffekt - der Detektor eine erhöhte oder erniedrigte Frequenz der Photonen registriert. Für Licht mit dem Betrag des Wellenvektors  $k_0$  und der sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegenden, emittierenden Atome gilt:  $k = k_0(1 \pm \frac{v}{c})$ . Dadurch wird die Spektrallinie verbreitert, und zwar um den etwa 100-fachen Einfluss der natürlichen Linienbreite. Dies lässt sich besonders bei leichtatomigen Gasen beobachten, da hier die Geschwindigkeiten normalverteilt sind und sich als Gaußkurven im Spektrum identifizieren lassen. In unserem Versuch können wir - dank des Funktionsweise unseres Aufbaus - „dopplerfrei“ messen, was uns viel genauere Messungen ermöglicht.

Die Pumpwelle eines Lasers kann - aufgrund der hohen erreichbaren Intensitäten - eine Sättigung der Besetzungsdichten bewirken. Dabei ist der Sättigungsparameter  $S(\omega)$  gegeben durch

$$S(\omega) = S(\omega_0) \frac{(\frac{\gamma}{2})^2}{(\omega - \omega_0)^2 + ((\frac{\gamma}{2})^2)}$$

wobei hier  $\omega_0$  die Resonanzfrequenz des betrachteten Übergangs ist und  $\gamma$  die natürliche Linienbreite. Die Absorptionsrate des gesättigten Übergangs ist gegeben durch

$$\alpha_S = \alpha_0(\omega_0) \frac{(\frac{\gamma}{2})^2}{(\omega - \omega_0)^2 + ((\frac{\gamma}{2})^2)}.$$

<sup>1</sup>Nachfolgendes zur Linienbreite, Doppler- und Druckverbreiterung aus Quelle [4] S.36 ff. entnommen.

Dies beschreibt mit  $\alpha_0(\omega_0)$  (ungesättigte Absorptionsrate bei der Resonanzfrequenz) eine Lorentzkurve mit der Halbwertsbreite  $\gamma_S = \gamma\sqrt{1 + S(\omega_0)}$ . Die Sättigung des Übergangs lässt keine Besetzung über  $\frac{1}{2}$  auf dem angeregten Zustand zu, wodurch bei größeren Pumpraten mehr Photonen an den Spektrallinienrändern absorbiert werden. Daher verbreitert sich die Linie, es kommt zur *Sättigungsverbreiterung*.

## 2.3 Cross-Over-Resonanzen

Was sind „Cross-Over-Resonanzen“ und wie entstehen diese?

„Cross-over-Resonanzen“, zu deutsch Überkreuzungssignale, entstehen, wenn es zwei oder mehr vom gleichen Grundzustand ausgehende Übergänge mit den Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  gibt, deren Abstand  $|\omega_1 - \omega_2|$  kleiner als die Dopplerbreite ist. So entstehen - wie im Folgenden erklärt - Minima im Spektrum. Haben die Übergänge das gleiche angeregte Niveau, handelt es sich analog umgekehrt um Absorptionsmaxima.

Bei unserem Versuch ist ersteres der Fall, da bei Rubidium beide möglichen Übergänge ein gemeinsames unteres Niveau besitzen.

So treten neben Lamb-Dips zusätzliche „Löcher“ im Absorptionsprofil auf, wie es in der nachfolgenden Abbildung<sup>2</sup> veranschaulicht wird.

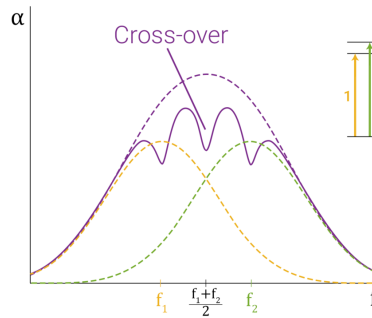


Abbildung 1: Absorptionsprofil mit Cross-Over-Resonanzen

Haben wir einen Laser mit der Frequenz  $\omega_L = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ , so kann der Probestrahl mit Atomen mit der Geschwindigkeitskomponente  $v_z = \frac{(\omega_L - \omega_1)}{\omega_L} c$  wechselwirken über den Übergang mit  $\omega_1$ . Ganz analog wechselwirkt der Pumpstrahl mit Atomen, für welche  $-v_z = \frac{(\omega_L - \omega_2)}{\omega_L} c$  ist, über den Übergang mit Frequenz  $\omega_2$ . Es gilt dann  $\omega_L = \omega_1 + kv_z = \omega_2 - kv_z$ ; das gemeinsame untere Niveau wird entvölkert und das Medium wird für den Abfragestrahl transparent. Dieser kann kaum noch mit Atomen der Geschwindigkeitsklasse  $-v_z$  wechselwirken, da der wesentlich intensivere Pumpstrahl die meisten schon angeregt hat. Die Absorption ist dadurch - ähnlich wie bei der Entstehung von Lamb-Dips - verringert. Da hier eine Wechselwirkung mit gleich zwei verschiedenen Geschwindigkeitsklassen stattfindet, sind die so entstehenden „Löcher“ meist stärker ausgeprägt als normale Sättigungsspitzen<sup>3</sup>.

## 2.4 Polarisierender Strahlteilerwürfel, $\frac{\lambda}{2}$ -Platte und Filterradd in unserem Versuch

Wofür werden im Versuch zwei Strahlteilerwürfel benötigt, die polarisierend sind? Wozu wird das  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen und das Filterradd verwendet?

Ein Strahlteiler dient dazu, wie in Abb. 2<sup>4</sup> dargestellt, einen einzelnen Lichtstrahl in zwei Teilstrahlen zu separieren.

<sup>2</sup>Aus: Quelle [7]

<sup>3</sup>Aus: Quelle [2], S.28-29

<sup>4</sup>Aus Quelle [8]

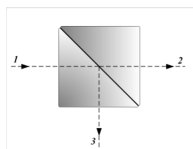


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines Strahlteilerwürfels

Speziell bei einem polarisierenden Strahlteiler, auch Polwürfel genannt, entscheidet die Polarisation der den Gesamtstrahl zusammensetzenden Strahlelemente über das Teilungsverhältnis. So werden alle Strahlteile einer Polarisationsrichtung transmittiert, während alle Teile des Strahls einer anderen Polarisationsrichtung senkrecht zur Einfallsrichtung reflektiert werden<sup>5</sup>. Das wird in unserem Versuch genutzt, um die Intensitäten des Probestrahls und des Pumpstrahls einzustellen und zu regulieren. Das  $\frac{\lambda}{2}$ -Plättchen dient zunächst in Kombination mit dem linear-Polarisator dazu, den Strahl linear zu polarisieren. Außerdem sorgt es noch durch den Phasensprung um  $\pi$  zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl dafür, dass die Polarisationsrichtung im Vergleich zu vor dem Eintritt in das Plättchen um  $90^\circ$  gedreht wird.

Am Filtrerrad lässt sich die Intensität des Referenzstrahls an die des Probestrahls anpassen.

## 2.5 Hyperfeinstrukturkonstante und -übergänge

Wie kann man aus den gewonnenen Daten die Hyperfeinstrukturkonstanten berechnen? Welche Hyperfeinübergänge sind im Spektrum zu erwarten? Im Versuch wird das Absorptionsspektrum der zu untersuchenden Rubidiumisotope gemessen. Über den Ort der Absorptionslinien lassen sich Rückschlüsse auf die für den entsprechenden Übergang benötigte Absorptionsenergie ziehen. Diese Energie entspricht der Energie  $\Delta E_{HFS}$ <sup>6</sup>:

$$\Delta E_{HFS} = \frac{a}{2}[F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)]$$

Da  $F$ ,  $J$  und  $I$  bekannt sind, lässt sich leicht nach  $a$  auflösen.  $a$  ist die gesuchte Hyperfeinkonstante, anders definiert als:

$$a = \frac{g_I \mu_k}{\sqrt{J(J+1)}}$$

In dieser Gleichung bezeichnet  $g_I$  den Lande-Faktor des Kerns und  $\mu_k = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,0510^{-27}$  das Kernmagneton mit  $m_p$  Protonenmasse.

Da man bei der Hyperfeinaufspaltung von einer Entartung nach  $F$  ausgeht, zeigen die folgenden Schemata<sup>7</sup> alle möglichen Übergänge im Rahmen der Hyperfeinstrukturtheorie. Hierbei muss für beide Isotope unterschieden werden zwischen  $D_1$  - und  $D_2$  - Linie. Allgemein gelten die Auswahlregeln  $\Delta L = \pm 1$ ,  $\Delta J = 0, \pm 1$  und  $\Delta F = 0, \pm 1$ .

<sup>5</sup>Aus Quelle [8]

<sup>6</sup>Formeln und Zusammenhänge entnommen aus [3]

<sup>7</sup>Graphiken aus [1]

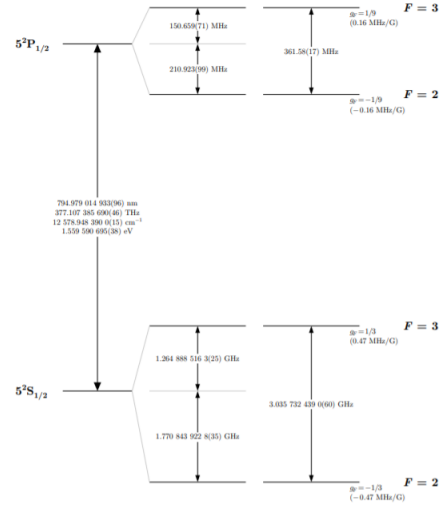


Abbildung 3: Erlaubte Übergänge der D1-Linie von  $Rb^{85}$

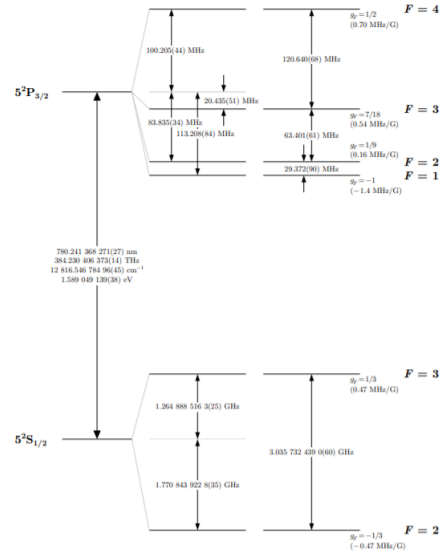


Abbildung 4: Erlaubte Übergänge der D2-Linie von  $Rb^{85}$

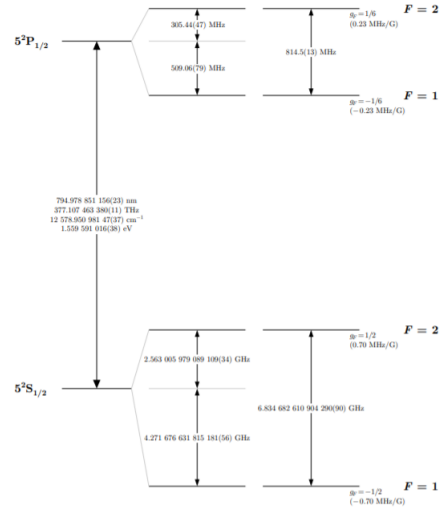


Abbildung 5: Erlaubte Übergänge der D1-Linie von  $Rb^{87}$

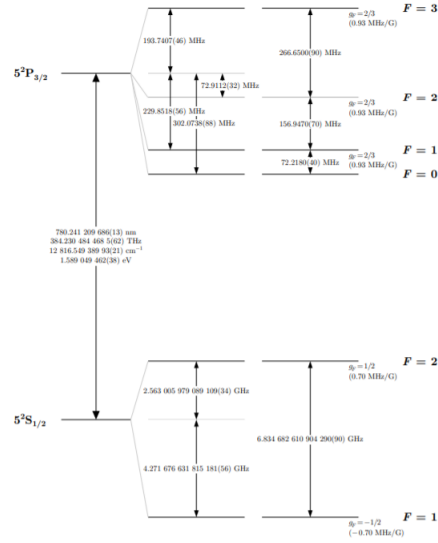


Abbildung 6: Erlaubte Übergänge der D2-Linie von  $Rb^{87}$



### 3 Aufbau und Justierung

In unserem Versuch verwenden wir einen Aufbau, wie er schematisch in der folgenden Abbildung gezeigt wird.

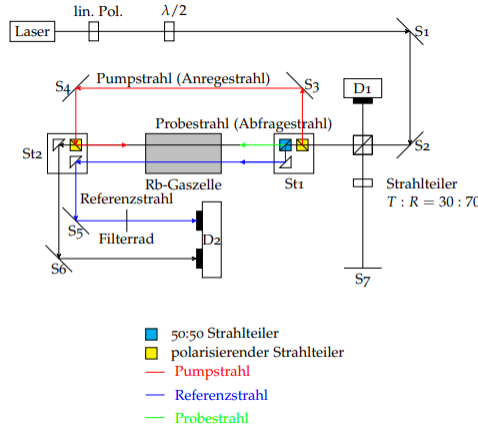


Abbildung 7: Versuchsaufbau

Der Aufbau realisiert eine Gaszelle, die von Pump- und Probestrahl aus entgegengesetzten Richtungen getroffen ist. Zusätzlich dazu bilden S7, eine Glasplatte, D1 und weitere, zwischengeschaltete Spiegel ein Fabry-Pérot-Interferometer.

Weiterhin ist an der Gaszelle ein Heizer angeschlossen, welcher nach Anleitung bis 80°C heizen kann. Tatsächlich kam der Heizer in unserem Versuch nicht über 56,1°C hinaus.

Die Detektoren sind mit einem Computer verbunden, auf welchem das Programm SZeemann-op" verwendet wird. Dieses empfängt bis zu 5 Channel, wir verwenden vier davon.

Wir kontrollieren den Aufnahmebereich über Einstellen der Mitte der Messung am Laser und über die Breite, was wir im Messprogramm einstellen können. Zusätzlich lassen sich im Programm noch Pixel und Scansteps einstellen.

Zunächst werden die Spiegel S3 und S4 justiert. Dazu wird eine Dip-Spitze abwechselnd direkt vor S4 für die Justage von S3 (P1 in der Skizze) und dann weit weg von S4 in Richtung des Ortes, wo später S5 steht, für die Justage von S4 (P2 in der Skizze) positioniert. Die Spiegel werden so lange justiert, bis der Laserpunkt, der auf einem Papier, das man zum Prüfen in den Strahlengang hält, möglichst scharf ist und sich die Dip-Spitze möglichst gut als bis zur Laserpunktmitte gehender Schatten erkennen lässt.

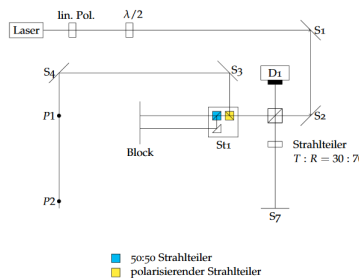


Abbildung 8: Justage von S3 und S4

Anschließend werden zwei Lochblenden in den Strahlengang eingefügt; die erste direkt hinter St1 und

die zweite direkt vor St2. Ihr Zweck ist, sicherzustellen, dass Pump- und Probestrahl denselben Weg nehmen. Sie werden solange auf und zu gestellt und nachjustiert, bis sich der Laserpunkt dahinter beim Überprüfen mit einem Papier gleichmäßig von allen Seiten verkleinert und nicht abgeschnitten wird. Anschließend wird der Spiegel S3 auf I1 justiert und der Spiegel S4 auf I2, sodass sich der Laserpunkt weiterhin isotrop verkleinert. Im Zuge dessen muss auch der Strahlteiler St2 bzgl. der Höhe nochmals verändert werden.

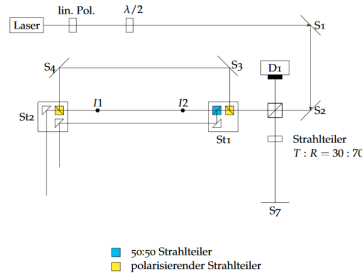


Abbildung 9: S3 wird auf I1 und S4 auf I2 justiert

Jetzt werden die Spiegel S5 und S6 eingesetzt und der Versuchsaufbau dadurch wie in Abbildung 7 vervollständigt. Dabei ist problematisch, dass der Platz in der "Versuchsbox" sehr knapp ist; daher schrauben wir die eine Bande vorübergehend heraus. Zuletzt wird das Fabry-Pérot-Interferometer kalibriert, was sich als schwierig erweist, da man in der Aufnahme mit dem Messprogramm stets eine Einhüllende der Wellenlängen sieht, die wir nicht weiter erklären können. Zu bemerken ist aber, dass bei nochmaligem Plotten mit gnuplot die Einhüllende verschwindet, was wir auf eine Ungenauigkeit in der Darstellung des Messprogramms zurückführen.

## 4 Versuchsdurchführung

Wir messen nun für die Temperaturen 23°C (tatsächlich angezeigt auf unserem Heizgerät: 24,4°C) und 60°C (eigentlich 56,1°C) einen gesamten Modensprung. Dazu verwenden wir die verschiedenen Channel mit folgender Farbcodierung:

- Channel 0 (weiß): Differenz zwischen Referenz-und Messstrahl
- Channel 1 (rot): Signal des Fabry-Perot-Interferometers
- Channel 3 (blau): Referenzstrahl
- Channel 4 (gelb): Messstrahl

Die Messung eines gesamten Modensprunges erfolgt mit den Einstellungen 100 dt/pixel und 1500 Scansteps. Danach fahren wir über jeden der aufgenommenen vier Dips noch einmal mit den Einstellungen 150 dt/pixel und 1500 Scansteps. Zunächst nehmen wir also alle und die einzelnen Dips bei 24,4°C auf. Danach heizen wir die Gaszelle zunächst auf 40°C (tatsächlich: 39,6°C) hoch und machen hier noch eine Messung eines Modensprunges. Erst dann heizen wir bis 56,1°C - weiter schafft es der Heizer nicht - und wiederholen die Messschritte bei 24,4°C.

## 5 Auswertung

### 5.1 Befreien des Absorptionsspektrums vom Trend

Die Aufgaben eins bis fünf werden für die Messreihe 23 °C durchgeführt, da hier die Peaks und Lamb-Dips am schärfsten sind. Bei höheren Temperaturen in der Gaszelle verbreitert sich der Bereich, in dem Lamb-Dips auftreten, vermutlich weil sich der Einfluss von Cross-over Frequenzen häuft. Zu erkennen ist dies an der zur Orientierung dienenden Differenzmessung, die besonders klar definierte Spitzen bei 23 °C aufweist. Zunächst soll das Absorptionsspektrum bereinigt werden, also vom Trend befreit werden. Dazu werden die Ergebnisse erst nochmals geplottet:

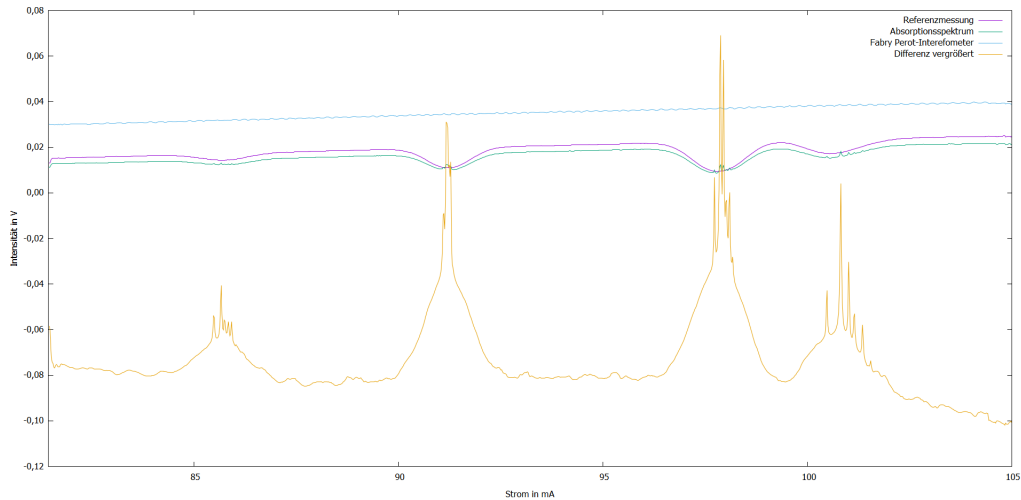


Abbildung 10: Unbereinigte Messwerte

Es lässt sich erkennen, dass die Messwerte einer Steigung zu unterliegen scheinen, die sie anhebt und verfälscht. Außerdem scheint diese "Trendgerade" für alle gemessenen Kurven gleich zu sein. Daher verwenden wir gnuplot, um eine Gerade an die Referenzmessung zu fitten, da diese zwischen Absorptionsspektrum und Fabry-Pérot-Messung liegt:

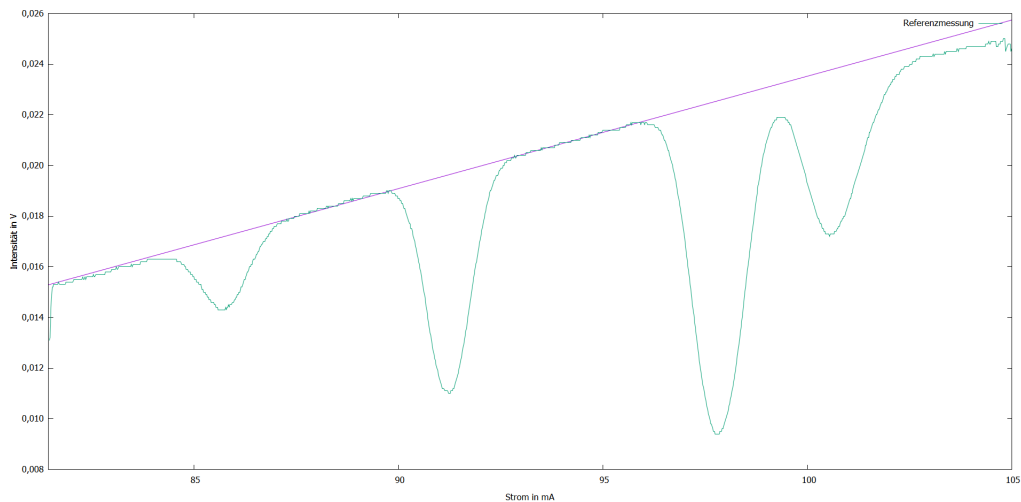


Abbildung 11: Fitgerade an die Referenzmessung

Wir erhalten für die Gerade:

$$y = 0.00044x - 0.02085$$

Die folgende Grafik veranschaulicht nochmal, dass die Steigung für alle Linien gleich ist:

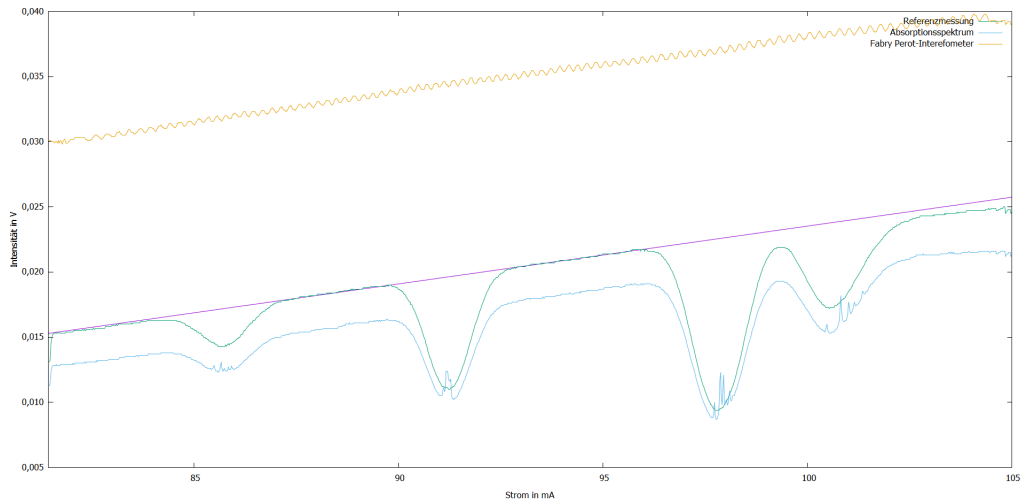


Abbildung 12: Fitgerade an die Referenzmessung und die anderen zu bereinigenden Messreihen

Mit diesem Wissen nutzen wir nun ein C++-Programm, das uns die Fitgerade in Abhängigkeit von x von unseren Messwerten abzieht. Man erhält:

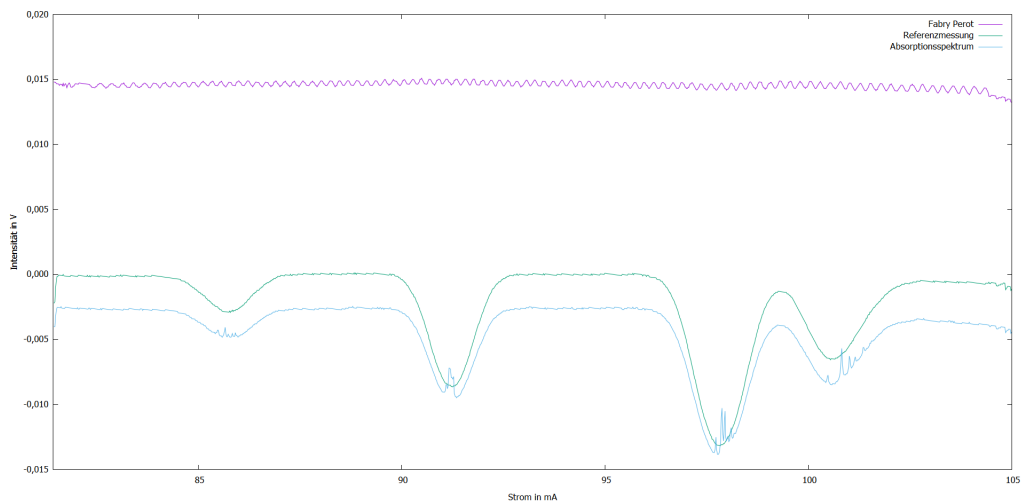


Abbildung 13: Vom Trend befreite Messung bei 23°C

Sowohl am Anfang als auch am Ende des dargestellten Bereiches lässt sich der Phasensprung jetzt gut erkennen. Analog geht man bei den anderen Temperaturen vor; diese werden aber erst in Aufgabe sechs relevant und werden hier nur der Vollständigkeit halber abgebildet:

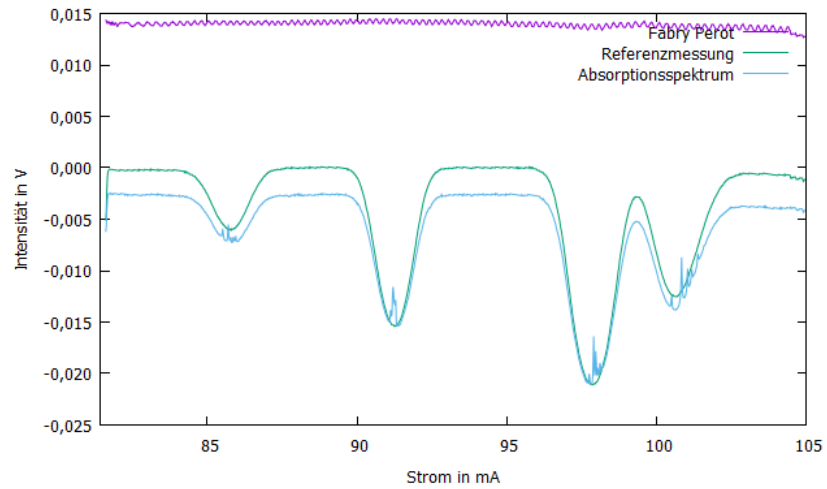


Abbildung 14: Vom Trend befreite Messung bei 40°C

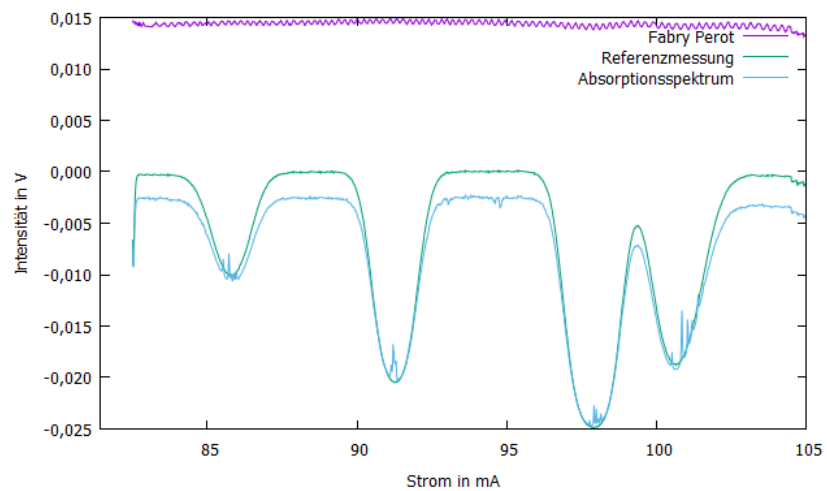


Abbildung 15: Vom Trend befreite Messung bei 60°C

## 5.2 Identifizieren der energetischen Übergänge

Im Folgenden sollen die gemessenen energetischen Übergänge anhand der Minima im Absorptionsspektrum grob identifiziert werden. Die genaue Zuordnung zu expliziten Übergängen erfolgt dann in Aufgabe fünf über die Lamb-Dips.

### Methode 1

Zur Grob-Identifikation führen wir zunächst eine Achsentransformation hin zu einer Frequenzachse durch. Dazu betrachten wir die zur Verfügung gestellte Kennlinie:

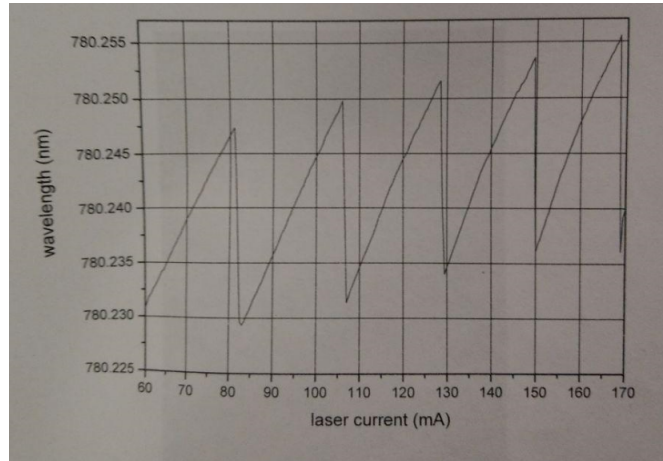


Abbildung 16: Zur Auswertung bereitgestellte Strom-Wellenlängen-Kennlinie

Wir stellen bei Vergleich mit dem bereinigten Spektrum von oben fest, dass wir nur in einem Messbereich zwischen 80 mA und 105 mA messen, und der Zusammenhang zwischen Strom und Wellenlänge in diesem Bereich linear ist. Dadurch lässt sich über ein Steigungsdreieck leicht eine Transformationsgerade von Strom auf Wellenlänge erstellen, die sehr genau ist:

$$\lambda = (0,0009 \frac{nm}{mA})I + 780,15455nm$$

In diesem Zusammenhang ist  $I$  der Strom und  $\lambda$  die Wellenlänge. Zur Umrechnung in die Frequenz wird nun nur noch der Zusammenhang  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  verwendet; man erhält den sehr exakten Transformationszusammenhang:

$$\nu = \frac{c}{(0,0009 \frac{nm}{mA})I + 780,15455nm} \quad (1)$$

Zur Umrechnung wird wieder ein Computerprogramm verwendet; man erhält:

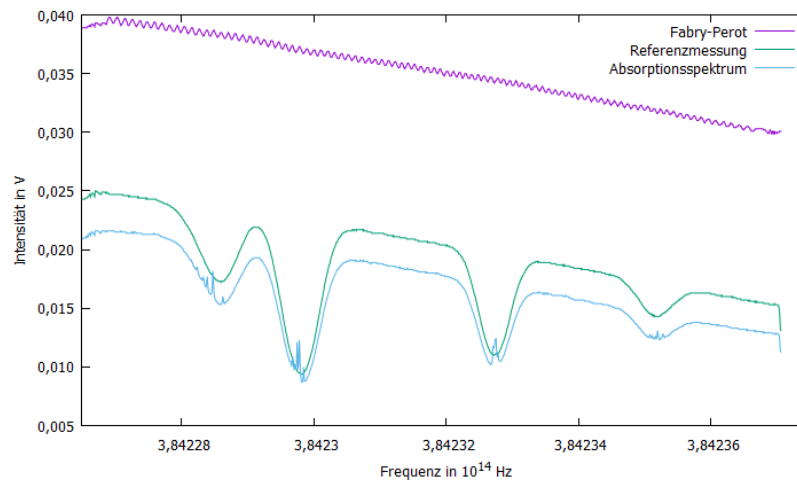


Abbildung 17: Intensität in Abhängigkeit der Frequenz unbereinigt

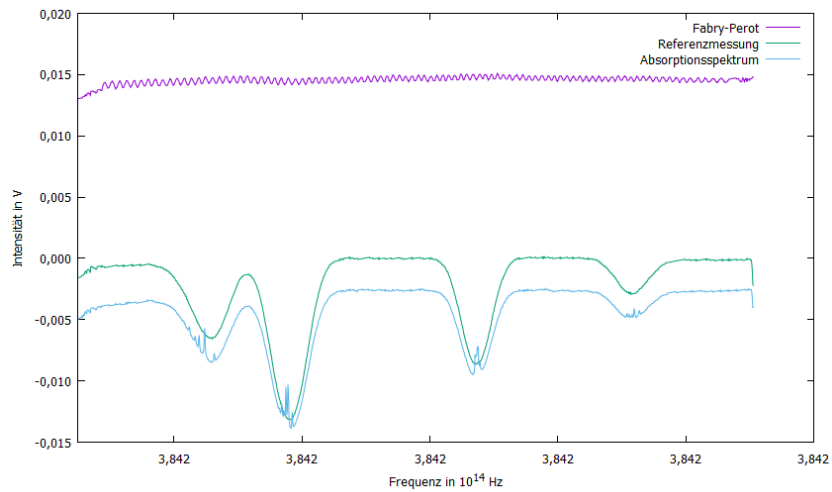


Abbildung 18: Intensität in Abhängigkeit der Frequenz bereinigt

Durch den indirekt proportionalen Zusammenhang zwischen Frequenz und Wellenlänge dreht sich der Trend der unbereinigten Messwerte um. Nun lassen sich schon einmal grob die vorkommenden Übergänge identifizieren. Dazu ist im Folgenden noch einmal die Intensität in Abhängigkeit der Wellenlänge aufgetragen:

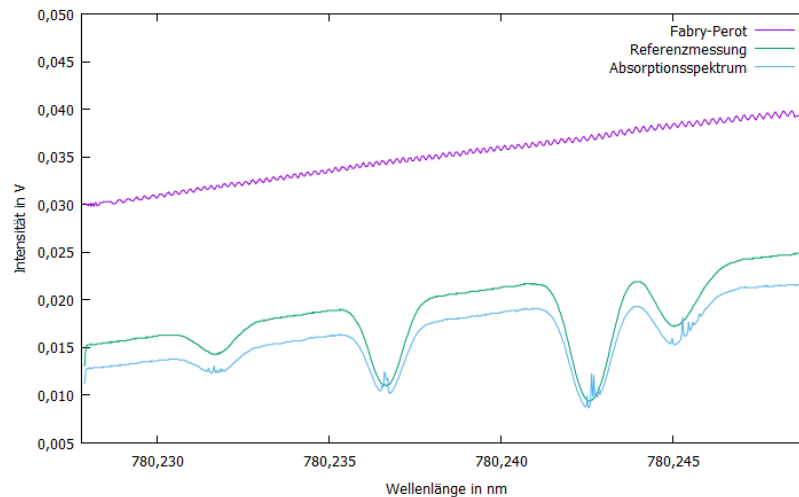


Abbildung 19: Intensität in Abhängigkeit der Wellenlänge

Wir erkennen, dass sich alle Peaks, also alle beobachteten Absorptionswellenlängen, ungefähr bei 780 nm befinden, woraus sich eingrenzen lässt, dass es sich nur um Übergänge der  $D_2$ -Linien handelt. Wir ordnen die beobachteten vier Minima der Referenzmessung unter der Annahme zu, dass  $\Delta F = 0$  bei den globalen Minima der Referenzmessung gilt, weil man dadurch energetisch in der Mitte landen sollte. Die genauere Zuordnung erfolgt dann durch Identifikation der Lamb-Dips. Die Minima wurden ermittelt, indem an die Messkurve Gaußkurven gefittet wurden und die entsprechenden Parameter aus der gnuplot Ausgabe ausgelesen wurden. Man kommt mit diesem Verfahren zu folgender Zuordnung:

Tabelle 3: Zuordnung der Minima der Absorptionskurve zu den Übergängen aus 2.5

Peak bzgl. Frequenzachse	Peak bzgl. Stromachse	Frequenz in $10^{14}$ Hz	Frequenzdifferenz in $10^8$ Hz	identifizierter Übergang	Literaturwert in $10^{14}$ Hz	Frequenzdifferenz Literatur in $10^8$ Hz
1	4	3,842286	-	$^{87}\text{Rb}$ , F=2	3,842278	-
2	3	3,842298	- 12	$^{85}\text{Rb}$ , F=3	3,842290	-12
3	2	3,842328	- 30	$^{85}\text{Rb}$ , F=2	3,842321	-31
4	1	3,842352	- 24	$^{87}\text{Rb}$ , F=1	3,842345	- 24

Die Peaks wurden jeweils von links nach rechts ausgelesen und die Literaturwerte aus 2.5<sup>8</sup> aus den Grafiken zu den Absorptionsübergängen berechnet. Die Frequenzen sind so genau angegeben, wie es mit den uns zur Verfügung stehenden Verfahren möglich ist. In diesem Rahmen stimmen die Frequenzen sehr genau mit den Literaturwerten überein. Die Abweichungen sind sehr klein und zeigen sich erst in der fünften Nachkommastelle. Besonders die Frequenzdifferenzen sind extrem genau und lassen vermuten, dass unsere Abweichungen vom Literaturwert eine systematische, konstante Abweichung sind. Insgesamt lassen sich aber alle erwarteten Übergänge identifizieren.

## Methode 2

Eine weitere Methodik zur Achsentransformation von Strom nach Frequenz als Abszisse ist der Weg über das Fabry-Pérot-Interferometer. Wir wissen aus der Versuchsanleitung<sup>9</sup>, dass gilt:

$$\Delta\nu_{\text{Interferometer}} = \frac{c}{2nd} = \frac{c}{2d}$$

Das letzte Gleichheitszeichen gilt, weil wir uns in Luft befinden und deswegen für den Versuch  $n = 1$  annehmen dürfen. Die Länge  $d$  des Interferometers haben wir gemessen auf  $d = (149,5 \pm 2)\text{cm}$ . Daraus berechnet sich  $\Delta\nu = (1,0027 \pm 0,0133)10^8\text{Hz}$ . Dies entspricht der Frequenz einer Interferometerschwingung. Um die neue Transformationszuordnung zu bestimmen, zählen wir die Zahl  $m$  der Wellenlängen der Interferometerschwingungen zwischen jeweils zwei der vier Absorptionsminima, multiplizieren dies mit der Frequenz und teilen sie dann durch den Abstand dieser Minima auf der Stromachse  $\Delta I$ . Das Herauslesen erfolgt wie in der Grafik angedeutet:

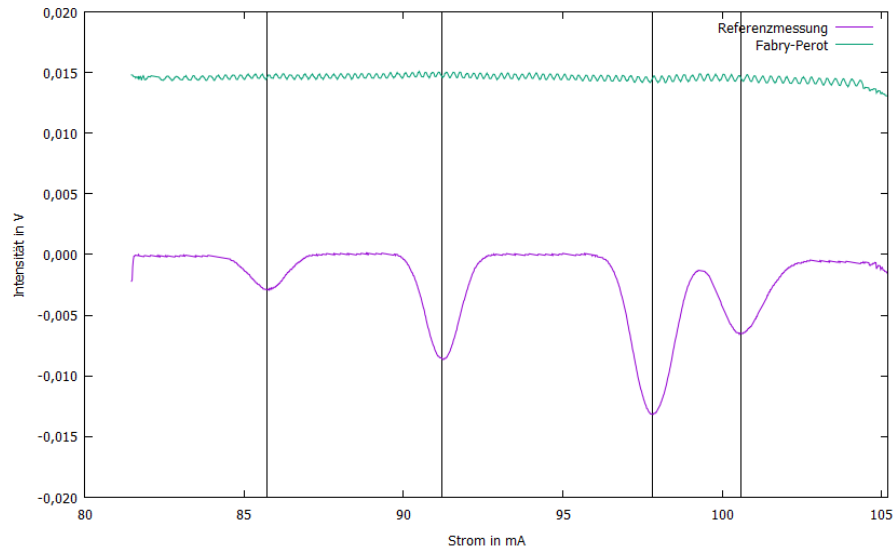


Abbildung 20: Senkrechte zum genaueren Zählen der Schwingungen zwischen zwei Peaks

<sup>8</sup>Quelle der Literaturwerte: [1]

<sup>9</sup>Quelle [1]



Daraus erhalten wir wie oben beschrieben eine Geradensteigung zur Umwandlung von Strömen in Frequenzen:

$$\nu = \frac{m\Delta\nu_{Interferometer}}{\Delta I} I =: aI \quad (2)$$

Dabei bezeichnet wieder  $I$  die Stromstärke; die dafür benötigten Größen sind:

Tabelle 4: Größen für die Transformation nach Methode 2

Peak bzgl. Stromachse	$m\Delta\nu$ in $10^8\text{Hz}$	$\Delta I$ in mA	a in $10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{mA}}$
1	-	-	-
2	25,5676	5,51	4,6402
3	29,3275	6,6	4,4436
4	11,5305	2,78	4,1477

Daraus lässt sich die mittlere Steigung  $a$  berechnen zu

$$\bar{a} = 4,4105 \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}}{\text{mA}}$$

Damit erhält man für die Transformation nach Methode 2:

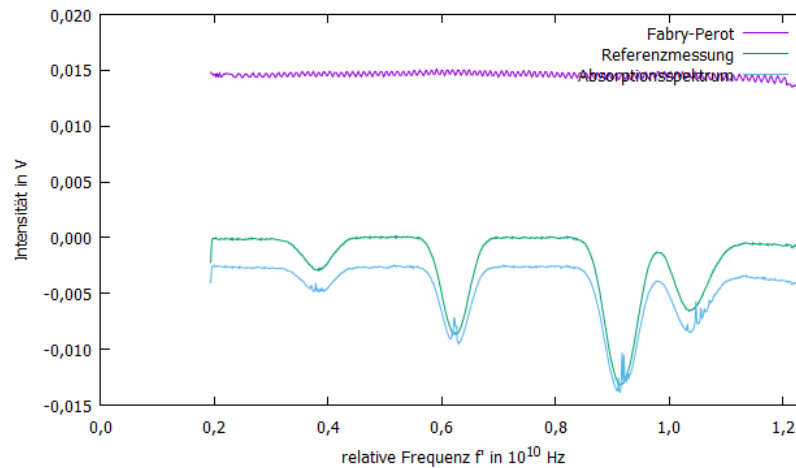


Abbildung 21: Transformierte relative Frequenzachse mit Hilfe des Interferometers

Es fällt schnell auf, dass die erste Transformation nach Methode 1 mit  $\frac{1}{x}$  geht, also nicht linear ist, während die zweite eine lineare Zuordnung beschreibt, in der die Frequenz direkt proportional zum Strom ist. Außerdem spiegelt die erste Methode die Abfolge der Peaks und ändert die Richtung des Trends ins Negative, während die zweite Methode weder noch tut.

Ferner stellen wir fest, dass wir mit der zweiten Methode keine absolute Frequenzachse, sondern eine relative Frequenzachse erhalten. Um dies zu veranschaulichen, haben wir die x-Achse zusätzlich auf null zurück skaliert. Will man die erste und die zweite Methode vergleichen, kann also lediglich zwischen den Abständen zwischen den Peaks ein direkter Vergleich gezogen werden. Man erhält für die Abstände in Methode 2 im Vergleich zu den Literaturwerten:

Tabelle 5: Größen für die Transformation nach Methode 2

Peak bzgl. relativer Frequenzachse	Frequenz in $10^8$ Hz	Frequenzdifferenz in $10^8$ Hz	Frequenzdifferenz Literatur in $10^8$ Hz
1	$38,2 \pm 0,5$	-	-
2	$62,3 \pm 0,5$	$-24,1 \pm 0,5$	-24
3	$91,8 \pm 0,5$	$-29,5 \pm 0,5$	-31
4	$103,7 \pm 0,5$	$-11,9 \pm 0,5$	-12

Bei der Angabe der Literaturwerte ist zu beachten, dass bei Methode zwei, wie bereits erwähnt, die Reihenfolge der Peaks bei der Transformation nicht verändert wurde. Daher sind die Peaks entsprechend der Angabe bzgl. der Stromachse durchnummerieren. Wir stellen fest, dass die Frequenzabstände größtenteils im Rahmen der Messungenauigkeit mit den Literaturwerten übereinstimmen. Lediglich der mittlere Wert weicht geringfügig ab, liegt dafür jedoch im Rahmen des Messfehlers am Differenzwert für Methode eins. Der Fehler ergibt sich aus der Ungenauigkeit bei Ansteuerung der Peak-Spitzen in der Gnuplot-Ausgabe.

Auf den ersten Blick haben die Methoden nicht gerade viel gemeinsam; das ändert sich jedoch, wenn man die erste Taylorordnung von Gleichung (1) betrachtet. Dazu leiten wir in Gleichung (1) nach  $I$  ab und werten es an einem bekannten Punkt aus, nämlich bei 85,75 mA, der Ort des ersten Minimums:

$$\frac{d\nu}{dI}_{x=85,75mA} = \frac{-0,0009 \frac{nm}{mA} c}{((0,0009 \frac{nm}{mA})I + 780,15455nm)^2} = -4,435 \cdot 10^8 Hz$$

Wir sehen, dass die lineare Steigung, die wir bei Methode zwei erhalten, bis auf ein Vorzeichen ungefähr dem Vorfaktor der ersten Taylorordnung der Methode eins entspricht. Methode zwei gleicht also bis auf das Vorzeichen der ersten Taylorordnung von Methode eins. Außerdem ist zu beachten, dass daher bei Methode zwei Verschiebung in x- und y-Richtung und Maßstäbe nicht hundert prozentig stimmen, da die nullte Taylorordnung nicht berücksichtigt wird und es sich ausschließlich um eine Gleichheit in erster Ordnung handelt. Es lässt sich deshalb schlussfolgern, dass Methode eins genauer ist, als Methode zwei. Dennoch funktionieren im Groben beide Methoden, da im betrachteten Messbereich die zweiten Taylorordnungen nicht großartig relevant sind.

### 5.3 Berechnung des tatsächlichen Verhältnisses der Rubidiumisotope

Aus den Absorptionsminima der Referenzmessung lässt sich nun das tatsächliche Verhältnis der Rubidiumisotope in der Gaszelle ermitteln. Theoretisch erwarten wir einen Anteil von 72,17% an  $^{85}\text{Rb}$  und einen Anteil von 27,82% an  $^{87}\text{Rb}$ , da dies dem prozentualen natürlichen Vorkommen der beiden Isotope entspricht<sup>10</sup>.

Um das wahre Verhältnis zu bestimmen, vergleichen wir die Fläche unter den dopplerverbreiterten Gaußkurven der Übergängen zweier verschiedener Isotope. Denn diese ist direkt proportional zur Menge der Atome in der Gaszelle. Wir wählen den Übergang  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 1$  und  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ . Diese Wahl treffen wir deswegen, da diese Übergänge in allen Eigenschaften bis auf eine, den Kernspin, identisch sind.

Um wie beschrieben vorgehen zu können, müssen wir uns zunächst die Stammfunktion einer allgemeinen Gaußfunktion überlegen:

$$G(x) = A \exp\left(-\frac{(x - C)^2}{2B^2}\right)$$

<sup>10</sup>Entnommen aus Quelle [1]

Damit folgt für die Stammfunktion:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty} G(x) dx &= \\
\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(\frac{-(x-C)^2}{2B^2}\right) dx &= \\
\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(\frac{-v^2}{2B^2}\right) dv &= \\
\int_{-\infty}^{\infty} A \exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) B du &= \\
AB\sqrt{2\pi} &
\end{aligned}$$

Mit einem Gaußfit an jeweils den ersten ( $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 1$ ) und den zweiten ( $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ ) Peak bzgl. der Stromachse ermitteln wir die Parameter der Funktion  $A$  und  $B$ . Der Anteil eines Isotops berechnet sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned}
\text{Anteil}_{87} &= \frac{A_{87}B_{87}}{A_{87}B_{87} + A_{85}B_{85}} \\
\text{Anteil}_{85} &= \frac{A_{85}B_{85}}{A_{87}B_{87} + A_{85}B_{85}}
\end{aligned}$$

Damit folgt:

Tabelle 6: Tatsächliches Verhältnis der Rubidiumisotope

Peak bzgl. Stromachse	Übergang	$A$ in V	$B$ in mA	prozentual vorhanden in der Gaszelle
1	$^{87}\text{Rb}$ , $F = 1$	0,00280791	0,553342	25,759 %
2	$^{85}\text{Rb}$ , $F = 2$	0,0087563	0,511419	74,241 %

Die Abweichungen von den theoretisch erwarteten Anteilen der Isotopen-Verhältnisse sind vergleichsweise gering, was für eine gute Justage spricht. Außerdem kann man annehmen, dass die Methode, auf diese Art und Weise das Verhältnis zu bestimmen, bei guten Messwerten sehr zuverlässig ist.

## 5.4 Dopplerfreies Spektrum

### 5.4.1 Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{87}\text{Rb}$ , $F = 1$

Im Folgenden soll nun das dopplerfreie Signal der einzelnen Absorptionsdips dargestellt werden. Wir verwenden unsere Messwerte für  $56,1^\circ\text{C}$ , weil unsere Aufnahmen hier für die einzelnen Peaks detaillierter sind und mehr Messpunkte haben. Weiterhin verwenden wir die relative Frequenzachse, die wir zuvor durch die Fabry-Perot-Interferometer-Eichung erhalten haben. Dazu werden die Messwerte abzüglich des Referenzsignals mithilfe eines Pythonprogrammes geplottet und an die Hyperfeindips werden Lorentzkurven der Art

$$l(x) = a \frac{b}{(x - c)^2 + b^2} + d \quad (3)$$

per Regression gefittet. Dabei sind  $a, b, c$  und  $d$  die zu fittenden Parameter, die zuvor nur näherungsweise eingestellt werden, um dem Programm die Regression zu erleichtern. Dazu wurde die Messung des Fabry-Perot-Interferometers mitgeplottet und die x-Achse mit der relativen Frequenz der Interferometerfrequenz  $\Delta\nu = (1,0027 \pm 0,0133)10^8$  Hz geeicht, wie wir es schon in Kapitel 5.2 nach Methode 2 gemacht haben. Dabei verwenden wir den Abstand der Schwingungen aus der Fabry-Perot-Messreihe und mitteln für die Periode einer Schwingung über mehrere Schwingungen in dem Frequenz-Intervall, das wir betrachten. Zur Veranschaulichung unseres Vorgehens sind in den folgenden Plots auch Messwerte des Interferometers mit dargestellt. Die nachfolgenden Plots stellen unsere Ergebnisse dar.

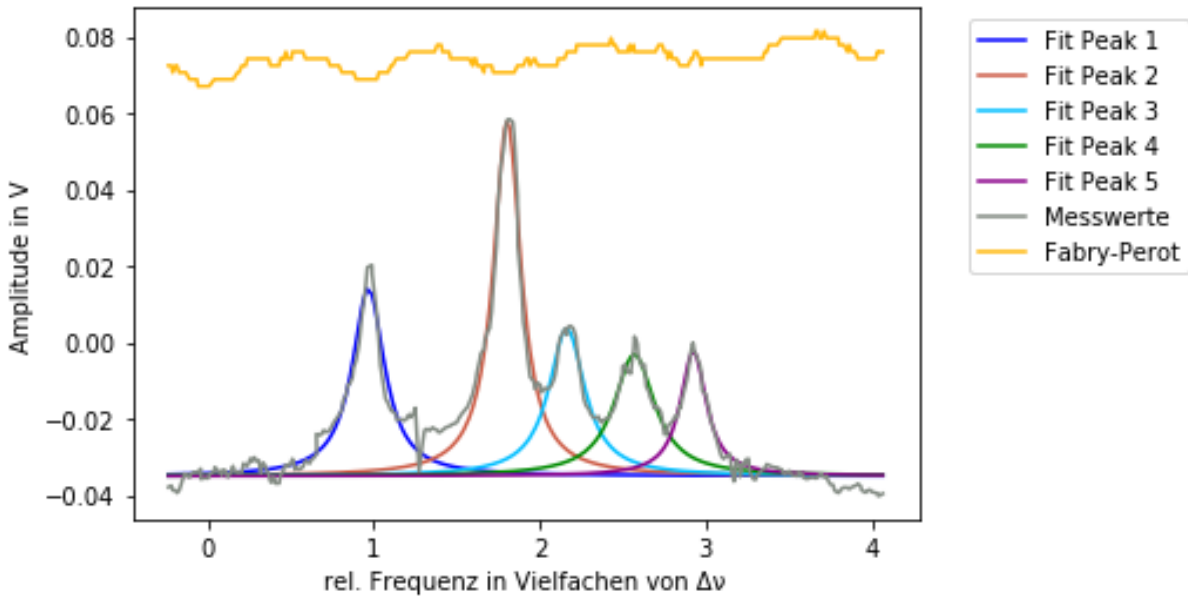


Abbildung 22: Hyperfeindips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 1$ , Aufnahme bei  $56,1^\circ\text{C}$ , aufgetragen gegen Vielfache der relativen Frequenz  $\Delta\nu$  aus der Fabry-Perot-Messung

Uns fällt auf, dass die Kurven sich stark überlappen und auch alle etwa den gleichen Limes im Unendlichen besitzen müssen. Die Überlappung führt dazu, dass zwischen den Peaks kaum ein Abfall vorhanden ist. Dass sie etwa den gleichen Limes besitzen liegt daran, dass sich die Peaks auf einem Extremum befinden, welches stark abgeflacht ist, wodurch in der Nähe der Peaks eine fast gerade Ebene entsteht. Weiterhin bemerken wir einen großen Unterschied in der Höhe der Maxima. Die niedrigeren Peaks müssten zu den gesuchten Dips gehören, während es sich bei den höheren tendenziell um Cross-Over-Resonanzen handeln muss, da diese oft stärker ausgeprägt sind als die eigentlichen Signale.

Um dies genauer zu klären, werden zunächst die Orte der Maxima der jeweiligen Peaks aus den gefitteten Lorentz-Kurven heraus gelesen. Unser Regressionsprogramm gibt uns die Werte des Parameters

$c$  (vgl. Gleichung 3) aus, welcher dem Ort des Maximums entspricht. Aus diesen berechnen wir die Frequenzabstände zwischen den jeweiligen Peaks.

Tabelle 7: Abstände  $\Delta f$  der gemessenen Peaks für  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 1$

Peaks	$\Delta f / \Delta \nu$	$\Delta f$ in MHz
1-2	0,836	83,8
2-3	0,359	36,0
3-4	0,407	40,8
4-5	0,356	35,6

Mögliche Übergänge, die wir in diesem Bereich erkennen könnten, wären bei  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 1$  in  $S_{\frac{1}{2}}$  nach  $P_{\frac{3}{2}}$ ,  $F = 0, 1, 2$ . Daher betrachten wir in unserer Literatur [6], S.25, die Abstände der Energieniveaus in  $P_{\frac{3}{2}}$  zwischen  $F = 0$  und  $F = 1$  bzw. zwischen  $F = 1$  und  $F = 2$ . Wir finden:

$$\begin{aligned}\Delta f_{F=0,1} &= 72,218040 \text{ MHz} \\ \Delta f_{F=1,2} &= 156,947070 \text{ MHz}\end{aligned}$$

Da der Abstand zwischen Peaks 1 und Peak 4  $\Delta f_{1,4} = 169,6 \text{ MHz}$  beträgt, identifizieren wir diesen als  $\Delta f_{F=1,2}$ . In der Mitte zwischen beiden liegt die gemeinsame Cross-Over-Resonanz, zu sehen als Peak 2. Die Peaks 3 und 5 stammen aus Cross-Over-Resonanzen mit dem Peak für  $F = 0$ , welcher bei unserer Aufnahme rechts neben Peak 5 zu finden ist. Leider ist er nur noch zu erahnen und es gibt zu wenige Messpunkte in diesem Bereich, als dass man einen guten Fit an die Messung legen könnte. Wir finden daher im Vergleich mit unserer Literatur, dass es sich bei Peak 1 ( $F = 2$ ) und Peak 4 ( $F = 1$ ) um die gesuchten Hyperfeindips handelt. Die anderen Peaks sind entstandene Cross-Over-Resonanzen:

- Peak 1:  $F=2$
- Peak 2:  $F=2$  und  $F=1$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 3:  $F=2$  und  $F=0$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 4:  $F=1$
- Peak 5:  $F=1$  und  $F=0$ , Cross-Over-Resonanz

### 5.4.2 Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{85}\text{Rb}$ , $F = 2$

Wie bei  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F=1$ , gehen wir nun auch weiterhin vor. Wir fitten an unsere umgewandelten Messwerte Lorentzkurven, lesen die Position der Maxima heraus und ordnen deren Abstände dann bestimmten Werten aus der Literatur zu.

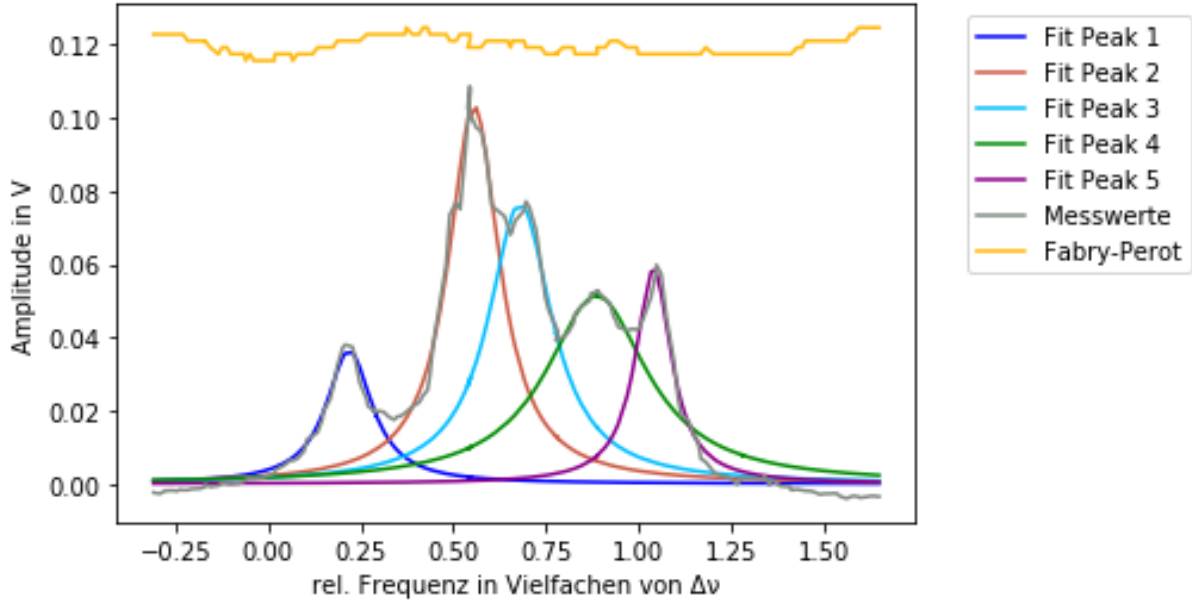


Abbildung 23: Hyperfeindips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ , Aufnahme bei  $56,1^\circ\text{C}$ , aufgetragen gegen Vielfache der relativen Frequenz  $\Delta\nu$  aus der Fabry-Perot-Messung

Wieder berechnen wir auch die Differenzen zwischen unseren Peaks, um daraus diese leichter bestimmen zu können:

Tabelle 8: Abstände  $\Delta f$  der gemessenen Peaks für  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$

Peaks	$\Delta f / \Delta\nu$	$\Delta f$ in MHz
1-2	0,337	33,8
2-3	0,125	12,5
3-4	0,206	20,7
4-5	0,154	15,4

Hier könnten wir nach den Auswahlregeln für Übergänge die Übergänge bei  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$  in  $S_{\frac{1}{2}}$  nach  $P_{\frac{3}{2}}$ ,  $F = 1, 2, 3$  finden. Daher betrachten wir in unserer Literatur [5], S.25 wieder die Abstände der Energieniveaus in  $P_{\frac{3}{2}}$  zwischen  $F = 1$  und  $F = 2$  bzw. zwischen  $F = 2$  und  $F = 3$ . Wir erhalten:

$$\Delta f_{F=1,2} = 29,37290 \text{ MHz}$$

$$\Delta f_{F=2,3} = 63,40161 \text{ MHz}$$

Der Abstand zwischen Peaks 1 und 2 könnte daher fast  $\Delta f_{F=1,2}$  entsprechen, allerdings finden wir keine Cross-Over-Resonanz zwischen den beiden, was gegen diese Annahme spricht.

Weil der Abstand zwischen Peaks 1 und Peak 4  $\Delta f_{1,4} = 67,3 \text{ MHz}$  ist, erkennen wir diesen Abstand als  $\Delta f_{F=2,3}$ . Etwa in der Mitte zwischen diesen liegt die gemeinsame Cross-Over-Resonanz bei Peak 2. Die Peaks 3 und 5 stammen wieder aus Cross-Over-Resonanzen mit dem Peak für  $F = 1$ , welcher nur

noch als Ausläufer zu erkennen ist. Er ist kaum mehr als ein Plateau bevor Peak 5 bei den höheren Frequenzen abflacht. Aber auch hier war er nicht eindeutig genug als eigener Peak zu erkennen, weshalb wir keine Lorentzkurve an ihn gefittet haben. Insgesamt finden wir also:

- Peak 1:  $F=3$
- Peak 2:  $F=3$  und  $F=2$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 3:  $F=3$  und  $F=1$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 4:  $F=2$
- Peak 5:  $F=2$  und  $F=1$ , Cross-Over-Resonanz

#### 5.4.3 Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{85}\text{Rb}$ , $F = 3$

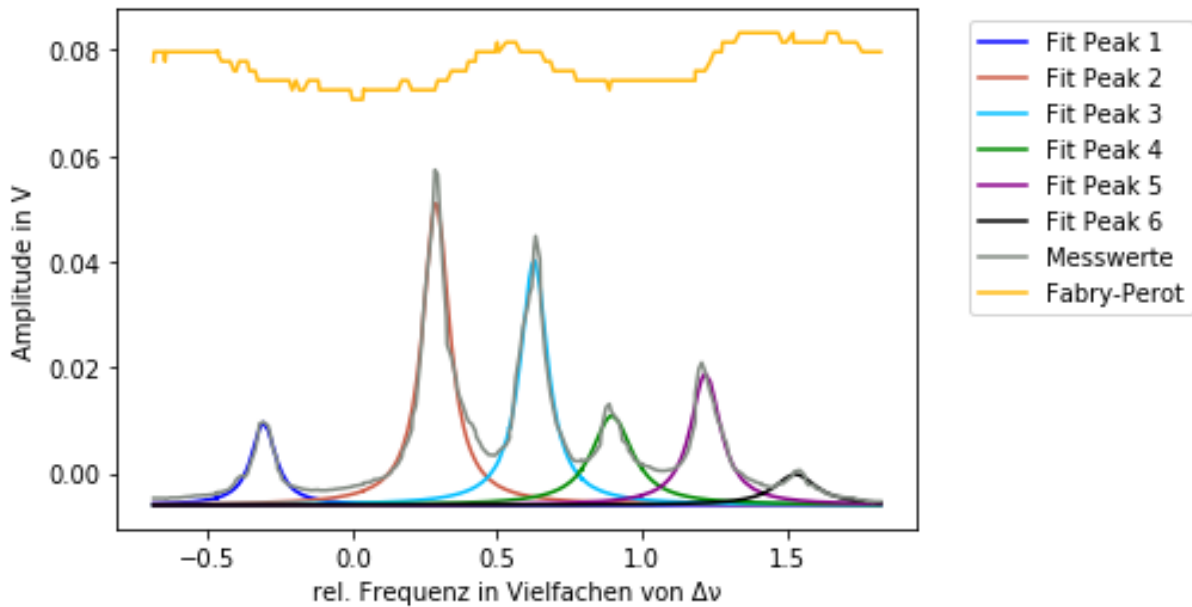


Abbildung 24: Hyperfeindips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 3$ , Aufnahme bei  $56,1^\circ\text{C}$ , aufgetragen gegen Vielfache der relativen Frequenz  $\Delta\nu$  aus der Fabry-Perot-Messung

Wieder untersuchen wir die Abstände unserer Peaks, um auf deren Ursache aus einem Hyperfeinübergang schließen zu können:

Tabelle 9: Abstände  $\Delta f$  der gemessenen Peaks für  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 3$

Peaks	$\Delta f / \Delta\nu$	$\Delta f$ in MHz
1-2	0,596	59,8
2-3	0,338	33,9
3-4	0,269	27,0
4-5	0,323	32,4
5-6	0,311	31,2

Mögliche zu beobachtende Übergänge wären hier von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 3$  in  $S_{\frac{1}{2}}$  nach  $P_{\frac{3}{2}}$ ,  $F = 2, 3, 4$ . Daher suchen wir wieder aus unserer Literatur [5], S.25, die Abstände der Energieniveaus in  $P_{\frac{3}{2}}$  zwischen

$F = 2$  und  $F = 3$  bzw. zwischen  $F = 3$  und  $F = 4$ . Damit erhalten wir:

$$\Delta f_{F=2,3} = 63,40161 \text{ MHz}$$

$$\Delta f_{F=3,4} = 120,64068 \text{ MHz}$$

Wieder könnte der Abstand zwischen Peak 1 und 2  $\Delta f_{F=1,2}$  sein, aber auch hier schließen wir das aufgrund eines fehlenden Cross-Over-Resonanz-Peaks zwischen beiden aus.

Der Abstand zwischen Peak 1 und Peak 4 beträgt allerdings  $\Delta f_{1,4} = 120,7 \text{ MHz}$ , daher identifizieren wir diesen als  $\Delta f_{F=3,4}$ . Zwischen beiden liegt die gemeinsame Cross-Over-Resonanz, wieder zu erkennen als Peak 2. Die Peaks 3 und 5 stammen ebenfalls wieder von Cross-Over-Resonanzen, diesmal mit dem Übergang bei  $F = 2$ , welcher im Plot als Peak 6 zu erkennen ist. Wir identifizieren ihn über seinen Abstand von Peak 4, welcher  $\Delta f_{4,6} = 63,6 \text{ MHz}$  beträgt als  $\Delta f_{F=2,3}$ . Also finden wir bei Peak 1 ( $F = 4$ ), Peak 4 ( $F = 3$ ) und Peak 6 ( $F = 2$ ) die gesuchten Übergänge. Wir erhalten also:

- Peak 1:  $F=4$
- Peak 2:  $F=4$  und  $F=3$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 3:  $F=4$  und  $F=2$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 4:  $F=3$
- Peak 5:  $F=3$  und  $F=2$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 6:  $F=2$

#### 5.4.4 Hyperfeindips des $D_2$ -Übergangs von $^{87}\text{Rb}$ , $F = 2$

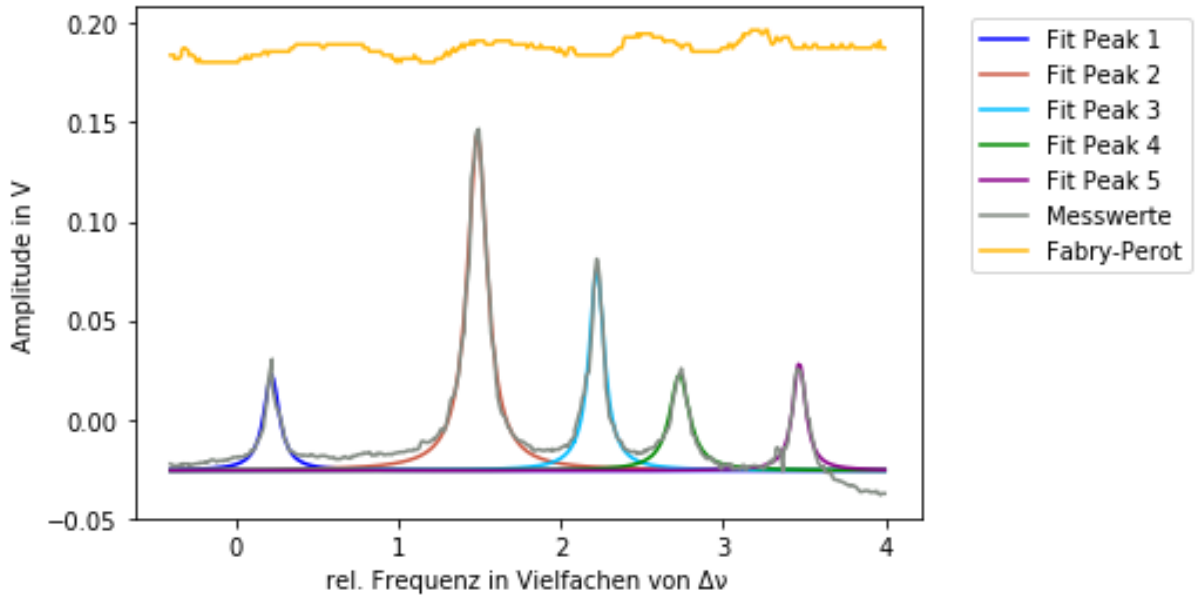


Abbildung 25: Hyperfeindips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ , Aufnahme bei  $56,1^\circ\text{C}$ , aufgetragen gegen Vielfache der relativen Frequenz  $\Delta\nu$  aus der Fabry-Perot-Messung



Für unsere Abstände zwischen den Peaks finden wir wieder:

Tabelle 10: Abstände  $\Delta f$  der gemessenen Peaks für  $^{87}\text{Rb}$ ,  $F = 2$

Peaks	$\Delta f / \Delta \nu$	$\Delta f$ in MHz
1-2	1,268	127,2
2-3	0,735	73,7
3-4	0,510	51,2
4-5	0,737	73,9

Mögliche Übergänge nach den Auswahlregeln wären hier von  $F = 2$  in  $S_{\frac{1}{2}}$  nach  $P_{\frac{3}{2}}$ ,  $F = 1, 2, 3$ . Aus unserer Literatur [6], S.25, erhalten wir die zugehörigen Abstände der Energieniveaus in  $P_{\frac{3}{2}}$  zwischen  $F = 1$  und  $F = 2$  bzw. zwischen  $F = 2$  und  $F = 3$ :

$$\Delta \nu_{F=1,2} = 156,947070 \text{ MHz}$$

$$\Delta \nu_{F=2,3} = 266,650090 \text{ MHz}$$

Da der Abstand zwischen Peaks 1 und Peak 4  $\Delta f_{1,4} = 252,1 \text{ MHz}$  beträgt, identifizieren wir ihn mit  $\Delta f_{F=1,2}$ . Warum sich unser Messwert allerdings so stark von dem Literaturwert unterscheidet, können wir nicht erklären - möglicherweise liegt es an der ungenauen Methode der Eichung mit dem Interferometer. Etwa in der Mitte zwischen den beiden Peaks 1 und 4 liegt Peak 2, den wir wieder als die zugehörige Cross-Over-Resonanz interpretieren können. Die Peaks 3 und 5 stammen ebenfalls wieder aus Cross-Over-Resonanzen mit dem Übergang für  $F = 1$ , welcher bei unserer Aufnahme außerhalb des Messbereichs bei höheren Frequenzen liegen muss. Insgesamt erhalten wir also:

- Peak 1:  $F=3$
- Peak 2:  $F=3$  und  $F=2$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 3:  $F=3$  und  $F=1$ , Cross-Over-Resonanz
- Peak 4:  $F=2$
- Peak 5:  $F=2$  und  $F=1$ , Cross-Over-Resonanz

## 5.5 Bestimmung der Hyperfeinstrukturkonstante

Wollen wir die Hyperfeinstrukturkonstanten  $a$  bestimmen, so müssen wir die Gleichung 1 danach umstellen:

$$a = \frac{2 \cdot \Delta E_{HFS}}{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}$$

Wie wir wissen, berechnet sich die Energie  $\Delta E_{HFS}$  über den Abstand der Hyperfeindips gegenüber dem unaufgespaltenem Zustand. So lässt sich dann also anhand der Peaks aus der vorhergehenden Aufgabe  $a$  bestimmen:

$$a = \frac{2 \cdot (\Delta E_1 - \Delta E_2)}{F_1(F_1+1) - F_2(F_2+1)} = \frac{2 \cdot (\Delta \nu_1 - \Delta \nu_2)h}{F_1(F_1+1) - F_2(F_2+1)}$$

Da bei einem Übergang die Quantenzahlen  $J$  und  $I$  gleich bleiben, kürzen sich diese bei Subtraktion weg. Bei der Berechnung verwenden wir für  $^{85}\text{Rb}$  den Übergang  $F=4 \rightarrow F=3$  und  $F=3 \rightarrow F=2$  und für  $^{87}\text{Rb}$  die Übergänge  $F=2 \rightarrow F=1$  und  $F=3 \rightarrow F=2$ . Dabei setzen wir die Abstände der jeweiligen Hyperfeindips und die zugehörigen Quantenzahlen ein und erhalten somit:

Isotop	F	$\Delta f_1 - \Delta f_2$ in MHz	$a$ in $10^{-26}$ J	Literaturwert $a$ in $10^{-26}$ J
$^{85}\text{Rb}$	$3 \rightarrow 2$	67,3	1,4864	1,4003
$^{85}\text{Rb}$	$4 \rightarrow 3$	120,7	1,9994	1,9984
$^{87}\text{Rb}$	$2 \rightarrow 1$	169,6	5,6189	5,1997
$^{87}\text{Rb}$	$3 \rightarrow 2$	252,1	5,5681	5,8895

Tabelle 11: Verwendete Übergänge der Isotope und daraus berechnete Hyperfeinkonstanten im Vergleich zum Literaturwert.

Für die Literaturwerte wurden die Werte der Übergänge aus den vorigen Kapiteln verwendet und in die Gleichung für Hyperfeinstrukturkonstante eingesetzt. Die Hyperfeinkonstanten liegen im erwarteten Größenbereich und liegen auch nahe an den Literaturwerten. Uns fällt auf, dass insbesondere der Wert des Übergangs  $^{87}\text{Rb}$  ( $2 \rightarrow 1$ ) verhältnismäßig stark vom Literaturwert abweicht, was möglicherweise an den Unregelmäßigkeiten in unserer Fabry-Perot-Messreihe liegt und damit zu einer verfälschten Eichung geführt haben könnte.

## 5.6 Berechnung der Gastemperatur

Die Dopplerverbreiterung ist beeinflusst von der Teilchengeschwindigkeit und daher von der thermischen Energie des Gases, sprich also auch von der Temperatur, und folgt damit einer Boltzmannverteilung. Wir können nun über die Breite eines Absorptionspeaks also auf die Temperatur der Probe schließen.

Wir wissen, dass die Halbwertsbreite  $f_{FWHM}$  („full width at half maximum“) einer Gaußkurve

$$f_{FWHM} = \frac{f_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln(2)}{m}} \quad (4)$$

ist, wobei  $k_B$  die Stefan-Boltzmannkonstante,  $f_0$  die zentrale Absorptionsfrequenz,  $m$  die Atommasse und  $T$  die Temperatur in Kelvin sind.

Wir fitten nun an die Kurven des  $^{85}\text{Rb}$  ,F=2-Dips für verschiedene Temperaturen Gaußkurven der Art:

$$g(x) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} + d$$

Dabei gehen wir ähnlich vor wie bei den Fits zuvor und verwenden wieder ein Pythonprogramm zur Regression und zur Plotdarstellung. Wegen

$$f_{FWHM} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)} \cdot \sigma$$

können wir aus den Parametern unserer Fits direkt die Halbwertsbreite bestimmen. Die folgenden Plots zeigen unsere Fits, bei welchen wir abermals - wie schon zuvor - die Frequenzachse mithilfe der Fabry-Perot-Interferometer-Messung kalibriert haben.

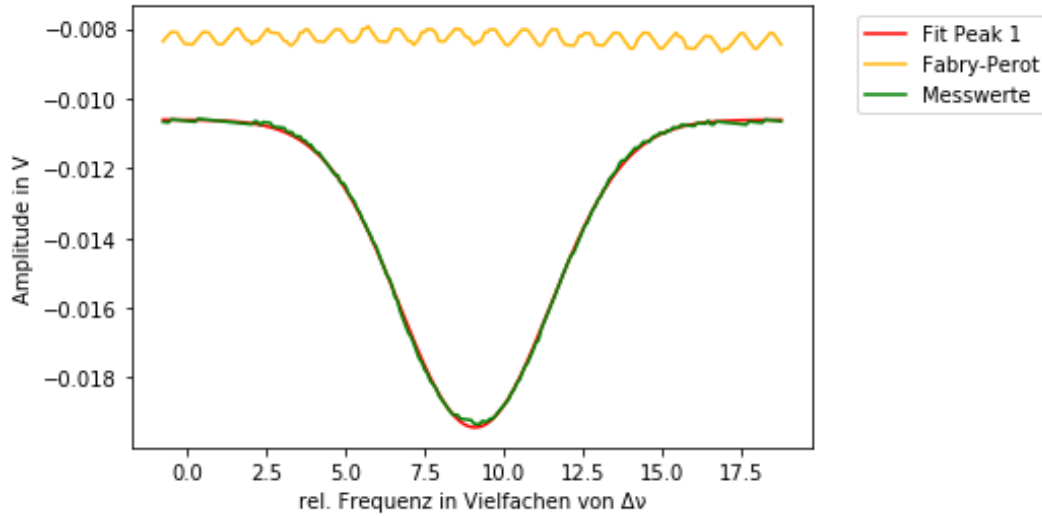


Abbildung 26: Dips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ , Aufnahme bei  $24,4^\circ\text{C}$  mit Fit einer Gauß-Kurve

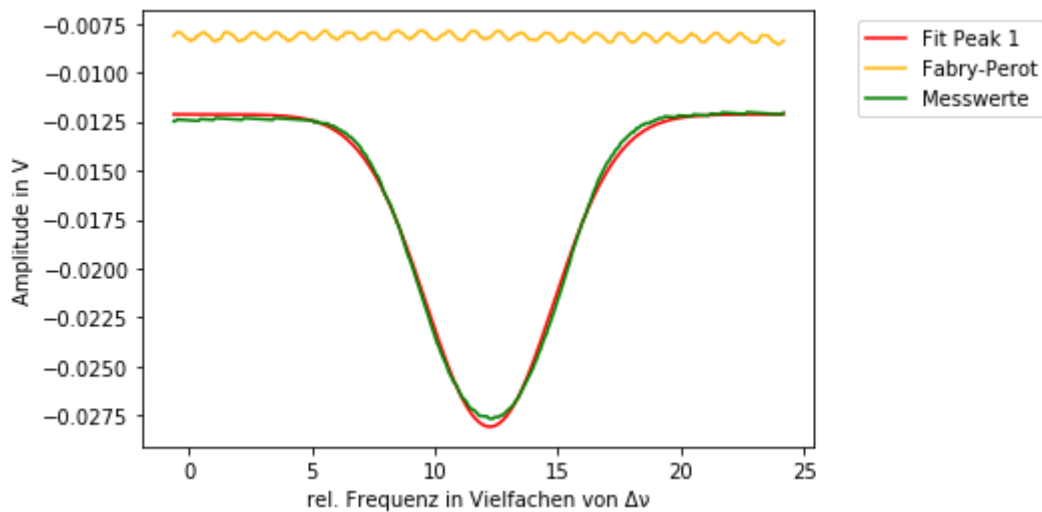


Abbildung 27: Dips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ , Aufnahme bei  $39,6^\circ\text{C}$  mit Fit einer Gauß-Kurve

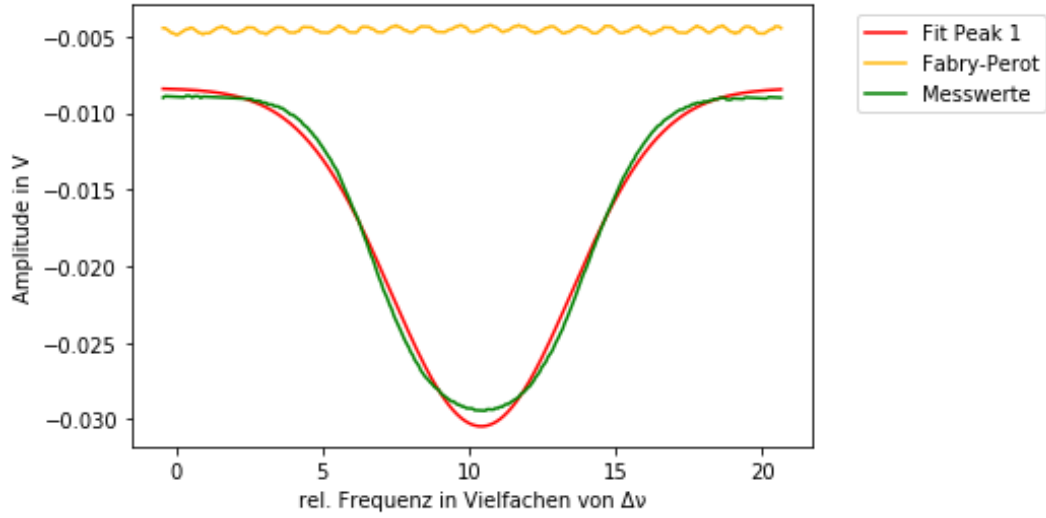


Abbildung 28: Dips des  $D_2$ -Übergangs von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F = 2$ , Aufnahme bei  $56,1^\circ\text{C}$  mit Fit einer Gauß-Kurve

der Gleichung 4 können wir nun die Temperaturen berechnen, außerdem finden wir für die Atome gemäß der Maxwell-Boltzmann-Verteilung die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  und die wahrscheinlichste Geschwindigkeit  $\hat{v}$ . Mit  $m(^{85}\text{Rb}) = 85,46783$  u berechnen wir also:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

$$\hat{v} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

Wir finden daher:

Tabelle 12: Halbwertsbreiten  $f_{FWHM}$  in Vielfachen von  $\Delta\nu$  und daraus berechnete Temperaturen  $T$  und Geschwindigkeiten von  $^{85}\text{Rb}$ ,  $F=2$ , gemessen bei verschiedenen Temperaturen  $T_{theo}$ , im Vergleich zu den theoretisch erwarteten Werten

$f_{FWHM} / \Delta\nu$	$T$ in K	$T_{theo}$ in K	$\hat{v}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\hat{v}_{theo}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\bar{v}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$\bar{v}_{theo}$ in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
5,59	297,9	297,6	240,7	240,1	271,7	270,8
6,08	315,8	312,8	247,9	246,8	279,7	278,5
7,22	335,4	329,8	255,4	254,5	288,2	287,2

Wie sehr schön zu sehen ist, weichen unsere Temperaturwerte kaum von den zu erwartenden Temperaturen ab, die wir während unserer Messungen mit dem Thermometer bestimmt haben. Allerdings ist zu kritisieren, dass - insbesondere für höhere Temperaturen - die Abweichung vom erwarteten Temperaturwert doch zunimmt. Möglicherweise müssen wir noch größere Sorgfalt bei der Bestimmung der Halbwertsbreiten walten lassen und eventuelle, weitere Effekte bei höheren Temperaturen berücksichtigen. Weiterhin fällt auf, dass unsere berechneten Temperaturen systematisch größer sind als die zu erwartenden Werte. Da wir mit unseren Messungen dennoch in den zu erwarteten Größenbereichen liegen, können wir folgern, dass diese Methode zur Temperaturbestimmung anwendbar ist. Allerdings lässt sich die Temperatur nur in einem größeren Intervall bestimmen, was besonders bei genauen Temperaturmessungen Schwierigkeiten aufwerfen könnte. Sucht man also nach einer exakten Temperatur, ist die Methode eher ungeeignet - ist die Temperatur aber bekannt und man möchte die Messung grob

zuordnen, so lässt sich das Verfahren schon gut verwenden.

Trotz unserer Abweichungen von der Temperatur um mehrere Grad, liegen unsere experimentell bestimmten Geschwindigkeiten äußerst nahe an den theoretisch erwarteten. Um die ungefähre Größenordnung der Atomgeschwindigkeiten zu ermitteln, ist dies daher ein recht gutes Verfahren. Das Verfahren könnte außerdem zusätzlich verfeinert werden, indem mehrere Gaußkurven innerhalb einer Messreihe gelegt werden und insgesamt noch mehr Messpunkte aufgenommen werden, um eine Regression zu erleichtern und genauer durchführen zu können.

## 6 Fazit

In diesem Versuch haben wir uns erstmals praktisch mit der Hyperfeinaufspaltung auseinandergesetzt. Das theoretisch im letzten Experimentalphysik-Modul erworbene Wissen konnte vertieft und erweitert werden. Wir haben gelernt, wie man in der Praxis bei der Erforschung der inneren Struktur von Molekülen und Atomen in der Spektroskopie vorgeht und das Verfahren selber erprobt. Der Versuch hat uns gezeigt, mit wie vergleichsweise einfachen Versuchsaufbauten Hyperfeinniveaus ermittelt werden können. Da, wie in der Motivation erwähnt, die Hyperfeinaufspaltung zu den aktuellsten Meinungen zur letztendlichen Entartung der Energieniveaus im Atom zählt, ist es schon beeindruckend, dass wir diese in unserem Praktikum mit unseren Methoden nachweisen können.

## Literatur

- [1] Hannah Bleiner. *Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene: Versuchsanleitung zum Praktikumsversuch Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie von Rubidium*. Bayreuth.
- [2] Universität Heidelberg. <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/FP/anleitungen/F16.pdf>. Stand: 26.09.2020, 13:13 Uhr.
- [3] Prof. Dr. Jürgen Köhler. Vorlesungskript Atome, Kerne, Teilchen, Experimentalphysik B2. Stand SS2020.
- [4] H. Popp. *Das Michelson-Interferometer als Fourierspektrometer*. 1980.
- [5] Daniel Steck. *Rubidium 85 D Line Data*. 2013.
- [6] Daniel Steck. *Rubidium 85 D Line Data*. 2015.
- [7] Unbekannt. [https://de.wikipedia.org/wiki/Dopplerfreie\\_Sättigungsspektroskopie](https://de.wikipedia.org/wiki/Dopplerfreie_Sättigungsspektroskopie). Stand: 26.09.2020, 13:09 Uhr.
- [8] Unbekannt. <https://de.wikipedia.org/wiki/Strahlteiler>. Stand: 26.09.2020, 14:22 Uhr.