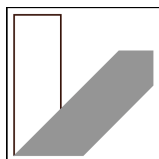


WS2020

PPA2

Grundlagen Praktikum 2

Manuel Lippert



Einführungsveranstaltung “Elektrische Messgeräte”

1. Motivation

Die Erfahrung zeigt, dass es beim praktischen Umgang mit elektrischen Geräten und Bauteilen oft zu zeitintensiven Anfangs- und Verständnisschwierigkeiten kommt. Die Einführungsveranstaltung “Elektrische Geräte” dient deshalb zum Kennenlernen verschiedener im Praktikum verwendeter Geräte und Bauteile und wird nicht beurteilt. Sie haben damit die Möglichkeit, ohne Druck und ohne praktische Vorkenntnisse die Funktionen der Geräte kennen zu lernen und Fragen stellen zu können. Hierzu dienen einige einfache Messungen. Da diese Veranstaltung zeitnah zu den anderen Versuchen aus dem Bereich der Elektrizitätslehre stattfindet, sollten Sie zumindest die Anleitung zum Versuch SK mit der darin befindlichen Beschreibung des Oszilloskops gelesen haben.

Die Teilnahme an dieser Einführungsveranstaltung ist verpflichtend, wird aber nicht bewertet. Sie ist Voraussetzung für alle weiteren Versuche, da dann die Geräte nicht mehr im Detail erklärt werden.

2. Verwendete Geräte und Bauteile

Alles was Sie brauchen, finden Sie an Ihrem Versuchsplatz. Hier stehen folgende Geräte:

- *Spannungsquellen* (Netzteile): Diese liefern eine von der verwendeten Schaltung weitgehend unabhängige und konstante Ausgangsspannung, welche einstellbar ist.
- *Digitalmultimeter* (DMM): Damit können Sie Spannungen, Ströme, Widerstände und andere elektrische Größen messen. Es gibt verschiedene DMMs zur Auswahl.
- *Funktionsgeneratoren* (Signalgeneratoren): Diese erzeugen Sinus-, Rechteck-, Dreieck- und auch kompliziertere Wechselspannungen. Amplitude und Frequenz der Spannung sind einstellbar.
- *Oszilloskope*: Das wichtigste Messinstrument in der Elektrotechnik. Damit lassen sich die verschiedensten Signale grafisch darstellen und analysieren.

Zum Verbinden der Geräte untereinander und mit der jeweiligen Schaltung verwenden Sie im Wesentlichen drei Arten von Kabeln:

- Geschirmte *Koaxialkabel mit BNC-Steckern* an den Enden. Diese werden für Geräte verwendet, welche mit BNC-Buchsen ausgestattet sind, wie z.B. Frequenzgeneratoren und Oszilloskope.
- Parallel geführte Kabel (typischerweise zwei) mit *Bananensteckern* an den Enden. Diese werden für Geräte mit Bananenstecker-Buchsen (kurz *Bananenbuchsen*) verwendet, wie z.B. Netzteile und Digitalmultimeter.
- Einfache Drähte zum Verbinden der Bauteile auf Steckbrettern und zum Abgreifen von Spannungen und Strömen.

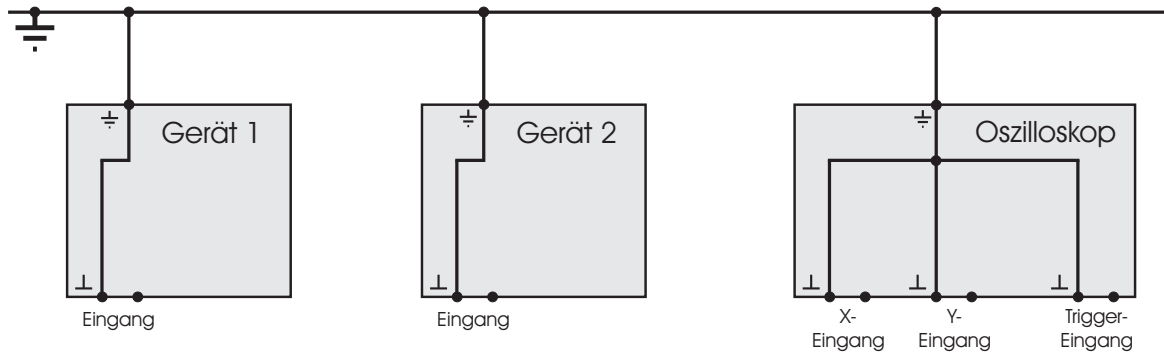


Abbildung EEM.1: Eingänge und Masse am Zweikanal-Oszilloskops und an anderen Geräten. Beachten Sie, dass alle Masseanschlüsse miteinander verbunden sind!

Es gibt auch Adapter zum Übergang von BNC-Buchsen und -Steckern zu Bananensteckern und -buchsen.¹ Zum Abgreifen von Spannungen oder Messen von Widerständen sind in Ausnahmefällen *Krokodilklemmen* hilfreich, welche auf Bananenstecker aufgeschoben werden können. Allerdings sind die Kontakte oft unzuverlässig.

Ansonsten liegen noch verschiedene Widerstände, Potentiometer und Werkzeuge bereit.

3. Verbindungen von Geräten und Schaltungen und *die Masse*

Um keine falschen Ergebnisse zu erhalten, ist es wichtig, die verschiedenen Geräte richtig miteinander und mit der zu untersuchenden Schaltung zu verbinden. Dabei ist ganz besonders auf das *Massepotential* und die *Erdung* zu achten. Der Begriff “Masse” wird in der Elektronik als Bezeichnung für das Bezugspotential, gegen das in der Regel alle Spannungen gemessen werden, verwendet.

Will man nun Differenzen zwischen zwei Potentialen, von denen keines das Massepotential ist, messen, so muss man also auf die eventuell durch die Messgeräte vorgegebene Erdung achten. Laut einer Sicherheitsrichtlinie müssen nämlich alle berührbaren Metallteile an einem elektrischen Gerät (mit wenigen Ausnahmen) geerdet, d.h. mit dem *Erdungs-* oder *Schutzleiter* des Netzsteckers verbunden sein. Das hat z.B. Auswirkungen auf alle Geräte mit BNC-Buchsen, da deren Abschirmungen ebenfalls mit dem Erdungsleiter verbunden sind. Damit sind auch **alle BNC-Abschirmungen von verschiedenen Geräten über die Erdung miteinander verbunden** und liegen alle auf demselben Potential, sobald die Geräte ans Stromnetz angeschlossen sind (s. Abb. EEM.1).

Dies kann bei Nichtbeachtung zu Kurzschlüssen über den Erdungsleiter führen. Dadurch werden nicht nur Messergebnisse verfälscht, sondern im ungünstigsten Fall auch Geräte, Kabel und Schaltungen zerstört. BNC-Buchsen findet man meist an Signalgeneratoren und Oszilloskopen.

Im Gegensatz dazu sind Bananenbuchsen im Allgemeinen *nicht* mit der Erdung verbunden. In Ausnahmefällen geerdete Bananenbuchsen sind deutlich mit einem Erdungssymbol gekennzeichnet. Die meisten Digitalmultimeter und Labornetzteile sind mit nichtgeerdeten Bananenbuchsen ausgestattet. Andernfalls wäre es nicht möglich, mehrere Netzteile zum Erzielen einer höheren Spannung hintereinander zu schalten.

¹In der Regel sollten zum Verbinden von Geräten mit BNC-Buchsen Koaxialkabel verwendet werden.

4. Übungen

Anhand einiger einfacher Messaufgaben werden Sie nun den Umgang mit den Geräten üben und damit ein Verständnis für den Zusammenhang zwischen Spannung, Strom und Widerstand erlangen. Außerdem erhalten Sie die Gelegenheit, sich mit dem Oszilloskop anzufreunden. Diese Aufgaben liefern Ihnen wertvolle Erkenntnisse.

Tragen Sie Ihre Messergebnisse direkt in dieses Dokument ein.

4.1 Messen von Widerständen

Führen Sie alle Aufgaben mit zwei Widerständen durch: $R_1 = 39\ \Omega$ und $R_2 = 390\ \text{k}\Omega$.

1. Messen Sie die Widerstände direkt mit einem DMM, und zwar indem Sie

- (a) die Anschlussdrähte des Widerstands mit den Fingern an die Messkabel des DMMs pressen:

$$R_1^{\text{Finger}} = 41,76\ \Omega$$

$$R_2^{\text{Finger}} = 233,24\ \text{k}\Omega$$

- (b) die Anschlussdrähte des Widerstands mit Hilfe von Krokodilklemmen und geeigneten Kabeln mit dem DMM verbinden:

$$R_1^{\text{Krokodil}} = 41,76\ \Omega$$

$$R_2^{\text{Krokodil}} = 388,22\ \text{k}\Omega$$

Was stellen Sie fest und wie erklären Sie sich das? Was lernen Sie hieraus?

2. Bestimmen Sie nun die Widerstände durch Strom- und Spannungsmessungen (wählen Sie $U_0 \approx 5\ \text{V}$, der exakte Wert ist nicht wichtig)

- (a) mit der in Abb. EEM.2(a) gezeigten Schaltung:

$$U_1^a = 4,47\ \text{V}$$

$$U_2^a = 5,00\ \text{V}$$

$$I_1^a = 11,75\ \text{mA}$$

$$I_2^a = 13,43\ \mu\text{A}$$

$$\Rightarrow R_1^a = 39,3\ \Omega$$

$$\Rightarrow R_2^a = 372,3\ \text{k}\Omega$$

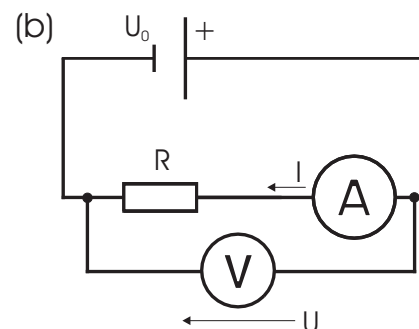
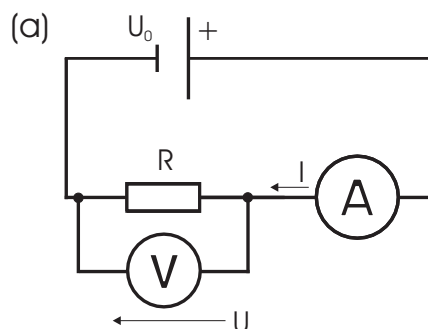


Abbildung EEM.2: (a) Spannungsrichtige und (b) stromrichtige Messung des Widerstandes R .

(b) mit der in Abb. EEM.2(b) gezeigten Schaltung:

$$U_1^b = 4,80 \text{ V}$$

$$U_2^b = 5,00 \text{ V}$$

$$I_1^b = 115,27 \text{ mA}$$

$$I_2^b = 13,44 \text{ }\mu\text{A}$$

$$\Rightarrow R_1^b = 41,6 \text{ }\Omega$$

$$\Rightarrow R_2^b = 372,0 \text{ k}\Omega$$

Bei beiden Schaltungen macht man jeweils einen systematischen Fehler. Erläutern Sie dies, indem Sie die Innenwiderstände der Messgeräte berücksichtigen!

Warum nennt man die Messung gemäß Abb. EEM.2(a) *spannungsrichtig* und die gemäß Abb. EEM.2(b) *stromrichtig*? Wann sollten Sie welche Schaltung verwenden?

4.2 Spannungsteiler

Wenn man für eine Schaltung eine geringere als die von der Spannungsquelle gelieferte Spannung benötigt, kann man dies über einen *Spannungsteiler* wie in Abb. EEM.3(a) gezeigt erreichen. Als Ausgangsspannung wird typischerweise U_2 abgegriffen.

Wie ist bei bekannten R_1 und R_2 das Verhältnis von U_1 zu U_2 und wie groß sind U_1 und U_2 bei gegebenem U_0 ?

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_{\text{ges}}}$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{R_1}{R_{\text{ges}}} \cdot U_0$$

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2}{R_{\text{ges}}}$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{R_2}{R_{\text{ges}}} U_0$$

Verwenden Sie $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 470 \text{ }\Omega$ und $U_0 \approx 10 \text{ V}$. Messen Sie U_0 , U_1 und U_2 und vergleichen Sie U_1 und U_2 mit Ihren berechneten Werten.

$$U_0 = 10 \text{ V}$$

$$U_1^{\text{mess}} = 6,80 \text{ V}$$

$$U_2^{\text{mess}} = 3,20 \text{ V}$$

$$U_1^{\text{theo}} = 6,803 \text{ V}$$

$$U_2^{\text{theo}} = 3,197 \text{ V}$$

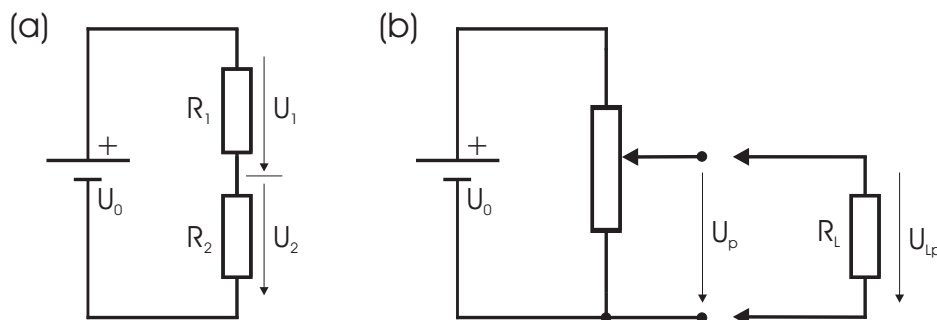


Abbildung EEM.3: (a) Unbelasteter und (b) belasteter Spannungsteiler.

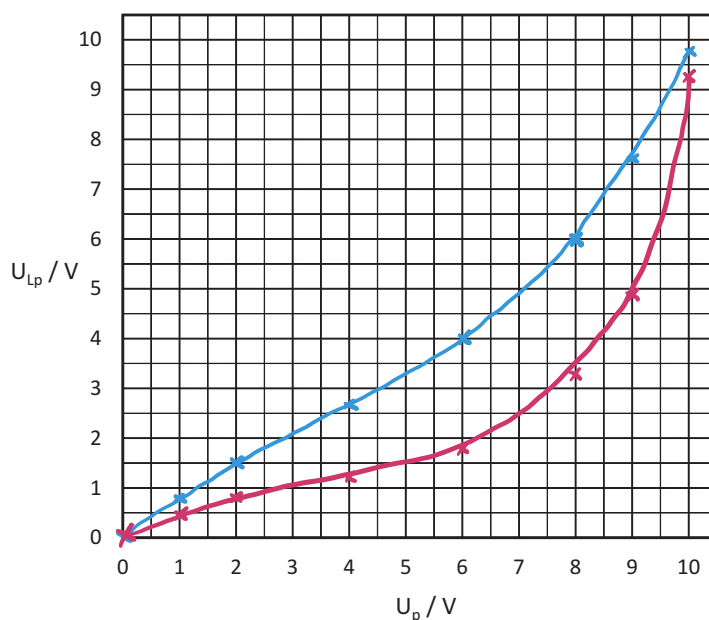
4.3 Belasteter Spannungsteiler

Leider ist die Ausgangsspannung U_2 am Spannungsteiler nicht konstant, sondern hängt von der Last R_L am Ausgang ab. Überprüfen Sie dies mit der in Abb. EEM.3(b) gezeigten Schaltung. Verwenden Sie als Spannungsteiler ein $10\text{ k}\Omega$ -Potentiometer, einen Lastwiderstand $R_L = 4,7\text{ k}\Omega$ und wählen Sie wieder $U_0 \approx 10\text{ V}$.

Messen Sie die Spannung U_{Lp} am Ausgang mit Lastwiderstand als Funktion der Spannung U_p ohne Lastwiderstand. Stellen Sie dabei das Potentiometer so ein, dass U_p in etwa folgende Werte annimmt: 0 V , 1 V , 2 V , 4 V , 6 V , 8 V , 9 V und 10 V . Zeichnen Sie die gemessene Abhängigkeit zusammen mit der für eine ideale Spannungsquelle erwarteten Diagonalgeraden ins unten stehende Diagramm ein!

Wenn Sie möchten, wiederholen Sie die Messung für $R_L = 1\text{ k}\Omega$.

U_p / V	0	1	2	4	6	8	9	10
U_{Lp} / V ($4,7\text{ k}\Omega$)	0	0,851	1,53	2,73	4,03	6,12	7,66	9,79
U_{Lp} / V ($1\text{ k}\Omega$)	0	0,541	0,81	1,24	1,87	3,25	4,92	9,28



4.3 Kennenlernen des Oszilloskops


Sie können nun einige einfache Aufgaben durchführen, um den Umgang mit dem Oszilloskop zu üben. Dabei kommt es zunächst nicht auf quantitative Messungen an, sondern auf die qualitative Darstellung von zeitlichen Spannungsverläufen. Probieren Sie dabei ruhig alle Einstellmöglichkeiten aus! Der Betreuer steht dabei jederzeit für Fragen zur Verfügung.

1. Betrachten Sie zunächst ein Signal vom Funktionsgenerators am Oszilloskop. Verbinden Sie dazu den Ausgang des Funktionsgenerators mit einem Eingang des Oszilloskops. Probieren Sie die verschiedenen Einstellungen und Triggermöglichkeiten aus und ändern Sie dabei auch Amplitude und Frequenz des Signals.

Verwenden Sie AC- und DC-Kopplung und machen Sie sich den Unterschied anhand geeigneter Signale klar. Testen Sie dies auch bei sehr kleinen Frequenzen im Bereich von 1 ... 10 Hz. Was lernen Sie daraus?

2. Messen Sie eine Wechselspannung vom Funktionsgenerator mit einem DMM und vergleichen Sie den Wert mit der am Oszilloskop gemessenen Amplitude. Führen Sie den Vergleich für 100 Hz und für 100 kHz durch und untersuchen Sie dabei auch verschiedene Kurvenformen (Sinus-, Rechtecks-, Dreiecksspannung): $U_p = 5,00\text{ V}$

(a) Sinusspannung:

$$\begin{aligned} U_{100\text{ Hz}}^{\text{DMM}} &= 1,77\text{ V} \\ U_{100\text{ Hz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$


$$\begin{aligned} U_{100\text{ kHz}}^{\text{DMM}} &= 1,77\text{ V} \\ U_{100\text{ kHz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$

(b) Rechtecksspannung:

$$\begin{aligned} U_{100\text{ Hz}}^{\text{DMM}} &= 2,50\text{ V} \\ U_{100\text{ Hz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{100\text{ kHz}}^{\text{DMM}} &= 2,391\text{ V} \\ U_{100\text{ kHz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$

(c) Dreiecksspannung:

$$\begin{aligned} U_{100\text{ Hz}}^{\text{DMM}} &= 1,44\text{ V} \\ U_{100\text{ Hz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{100\text{ kHz}}^{\text{DMM}} &= 1,44\text{ V} \\ U_{100\text{ kHz}}^{\text{Oszi}} &= 2,5\text{ V} \end{aligned}$$

Was stellen Sie fest und was lernen Sie daraus?

3. Verwenden Sie ein zweites Signal (Frequenzgenerator vom Nachbarsplatz) und betrachten Sie nun beide Signale am Oszilloskop. Probieren Sie die verschiedenen Darstellungs- (Ch1, Ch2, Dual, Add, Inv) und Triggermöglichkeiten aus. Tun Sie dies für gleiche und für unterschiedliche Frequenzen. Wie können Sie bei gleicher Frequenz die Phasenverschiebung bestimmen?

Betrachten Sie die beiden Signale auch in XY-Darstellung und ändern Sie dabei die Phasenverschiebung (wie?). Welche Figur sehen Sie und wie können Sie diese erklären? Wie können Sie aus der Figur die Phasenverschiebung bestimmen?

Versuch Tra: Magnetische Hysterese — Transformator

1. Motivation und Versuchsziel

Magnetfelder sind Wirbelfelder, d.h. ihre Feldlinien sind stets geschlossen. Sie äußern sich durch Kraftwirkungen auf magnetische Dipole oder auf stromdurchflossene Leiter. Wie bei anderen Feldern auch unterscheidet man homogene Felder, bei denen Betrag und Richtung der Kraftwirkung überall gleich sind, und inhomogene Felder.

Bringt man Materie in ein Magnetfeld, so wird diese magnetisiert. Das Ergebnis ist dabei ganz unterschiedlich, je nachdem ob es sich um dia-, para- oder ferromagnetisches Material handelt. In diesem Versuch werden Sie das Verhalten eines Ferromagneten im Magnetfeld studieren und mit Hilfe der elektromagnetischen Induktion dessen Hysteresekurve messen. Wichtige technische Anwendungen des Ferromagnetismus sind Permanent- und Elektromagnete sowie, in Verbindung mit dem Induktionsgesetz, Transformatoren. Sie werden die Eigenschaften eines realen widerstandsbehafteten und mit einem Verbraucher belasteten Transformator analysieren und dessen Wirkungsgrad bestimmen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-2, Abschnitte 3.3.3, 3.4.1, 3.4.2, 3.6.1, 3.6.3, 3.6.4, 4.1, 4.2, 4.3.4, 14.1 und 14.2

GKV, Abschnitte 8.2 und 8.3.8

Berkeley 2, Abschnitt 11; Berkeley 6, Abschnitte 4.5 und 4.6

EKS, Abschnitt 28

Tipler, Abschnitte 28.2, 28.3, 28.5, 28.6 und 29.3

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Magnetische Feldgrößen und elektromagnetische Induktion

Quantitativ werden Magnetfelder durch die *magnetische Feldstärke* \vec{H} beschrieben, welche allgemein vom Ort und von der Zeit abhängt: $\vec{H} = \vec{H}(\vec{r}, t)$. Für den Betrag der Feldstärke im Innern einer vom Strom I durchflossenen Spule der Länge l mit Windungszahl N gilt¹

$$H_{\text{Spule}} = \frac{NI}{l} \quad \text{Einheit: } [H] = 1 \frac{\text{A}}{\text{m}} \quad (1)$$

Die Messung von H erfolgt hier am einfachsten durch die Messung der felderregenden Stromstärke I . Eine andere Beschreibungsgröße ist die *magnetische Flussdichte* \vec{B} , welche auch den Einfluss von Materie im Magnetfeld berücksichtigt (s. später). Im Vakuum gilt:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad \text{Einheit: } [B] = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1 \text{ T} = 1 \text{ Tesla} \quad (2)$$

mit der *magnetischen Feldkonstanten* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

Das Integral der Flussdichte über eine Fläche A beschreibt den *magnetischen Fluss* Φ durch diese Fläche:

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{Einheit: } [\Phi] = 1 \text{ Vs} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ Weber} \quad (3)$$

¹Hierzu muss l groß gegen den Durchmesser der Spule sein. Das Feld im Innern ist dann homogen.

Wird die betrachtete Fläche durch eine Leiterschleife begrenzt, so wird im Leiter eine Spannung U_i induziert, wenn sich der Fluss durch die Schleife zeitlich ändert:

$$\text{Induktionsgesetz:} \quad U_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (4)$$

Die Induktion kann also durch eine Änderung der Fläche A oder durch eine Änderung der Flussdichte \vec{B} hervorgerufen werden.

3.2 Materie im Magnetfeld

Bringt man Materie in ein Magnetfeld, so entsteht infolge des äußeren Feldes \vec{H} im Material ein zusätzliches inneres Feld, welches durch die *Magnetisierung* $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ beschrieben wird. Die stoffabhängige dimensionslose Zahl χ_m heißt *magnetische Suszeptibilität*. Für die Flussdichte in der Materie ergibt sich dann

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} \quad \text{mit} \quad \mu_r = 1 + \chi_m \quad (5)$$

μ_r ist die (stoffabhängige) Permeabilitätszahl. Man findet drei Stoffgruppen:

- *Diamagnete*: Das Magnetfeld wird in der Materie geringfügig abgeschwächt.
- *Paramagnete*: Das Magnetfeld wird in der Materie geringfügig verstärkt.
- *Ferromagnete*: Das Magnetfeld wird in der Materie erheblich verstärkt.

Während für Dia- und Paramagnete χ_m und μ_r unabhängig vom Magnetfeld sind, hängen bei Ferromagneten beide Größen sowohl vom Magnetfeld als auch von der vorhergehenden magnetischen Behandlung ab. Statt $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$ werden deshalb auch die *differentielle* Permeabilität μ_{diff} und die *relative differentielle* Permeabilität $\mu_{r,\text{diff}}$ definiert:

$$\mu_{\text{diff}} = \frac{dB}{dH} \quad \text{und} \quad \mu_{r,\text{diff}} = \frac{\mu_{\text{diff}}}{\mu_0} \quad (6)$$

In Tabellen für μ_r ist dann z.B. der Maximalwert von $\mu_{r,\text{diff}}$ angegeben.

Die Erhöhung der Flussdichte des Magnetfeldes einer stromdurchflossenen Spule durch Einbringen eines ferromagnetischen Stoffes, z.B. Eisen, ist für einen geschlossenen Ring besonders groß. Dann wird das Magnetfeld vollständig innerhalb des Eisenkerns geführt.

3.3 Der Transformator

Eine wichtige technische Anwendung des Induktionsgesetzes in solch einem geschlossenen magnetischen Kreis ist der *Transformator*. Er ermöglicht unter anderem die Änderung der Amplitude einer Wechselspannung unter Beibehaltung der Frequenz. Ein Transformator besteht aus zwei Spulen (Primär- und Sekundärspule) mit den Windungszahlen N_1 und N_2 , die einen gemeinsamen Magnetfluss Φ umgreifen. Typischerweise befinden sich die beiden Spulen auf einem hochpermeablen geschlossenen Eisenkern (Abb. Tra.1a), wodurch der Magnetfluss wie oben angedeutet gebündelt wird.

Ein realer, belasteter Transformator kann durch das Schaltbild in Abb. Tra.1(b) wiedergegeben werden. $L_1 \propto N_1^2$ und $L_2 \propto N_2^2$ sind die Selbst-Induktivitäten von Primär- und Sekundärspule, während $L_{12} \propto N_1 N_2$ die gegenseitige Induktion ist. R_1 und R_2 beschreiben die Verluste im Transformator, also Ohmsche Widerstände der Spulen, frequenz- und aussteuerungsabhängige Hystereseverluste sowie Wirbelstromverluste. Der Widerstand R stellt einen Verbraucher dar.

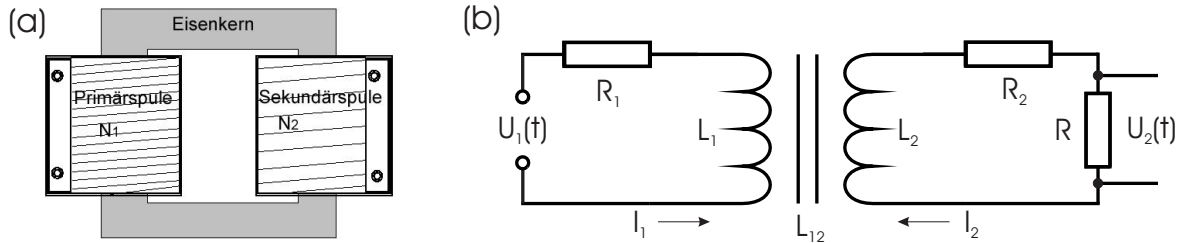


Abbildung Tra.1: (a) Schematischer Aufbau eines Transformators. (b) Realer Transformator.

In den beiden Schleifen des Transformators gilt also $U_1(t) = R_1 I_1 + L_1 \dot{I}_1 + L_{12} \dot{I}_2$ und $U_2(t) = R_2 I_2 + L_2 \dot{I}_2 + L_{12} \dot{I}_1$. Für die komplexen Amplituden \tilde{U}_m und \tilde{I}_m ($m = 1, 2$) einer sinusförmigen Wechselspannung $U_m(t) = \tilde{U}_m e^{i\omega t}$ und des dazugehörigen Stroms $I_m(t) = \tilde{I}_m e^{i\omega t}$ folgen dann die so genannten *Transformatorgleichungen* (mit $U_2 = R \tilde{I}_2$):²

$$\tilde{U}_1 = (R_1 + i\omega L_1) \tilde{I}_1 + i\omega L_{12} \tilde{I}_2 \quad (7)$$

$$\tilde{U}_2 = (R_2 + i\omega L_2) \tilde{I}_2 + i\omega L_{12} \tilde{I}_1 \quad (8)$$

Einfacher werden die Verhältnisse für den idealen Transformator. Hier gibt es keine Verluste, so dass $R_1 = R_2 = 0$, und es folgt eine einfache Gleichung für das

$$\text{Übersetzungsverhältnis des Transformators:}^3 \quad \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \frac{N_2}{N_1} \quad (9)$$

4. Fragen zur Vorbereitung

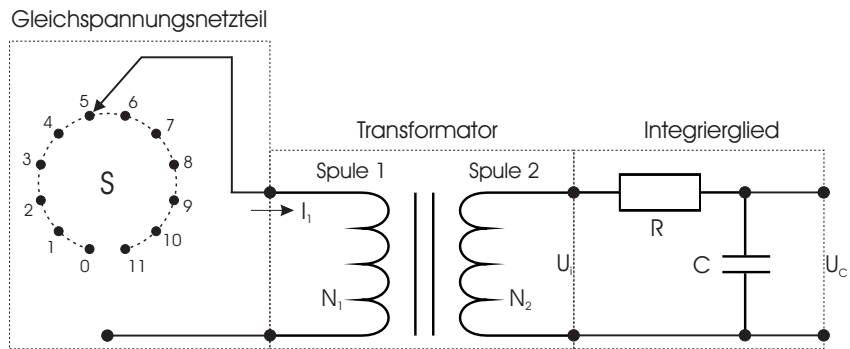
1. Erklären Sie die Begriffe Diamagnetismus, Paramagnetismus und Ferromagnetismus! Gehen Sie dabei auch auf den jeweiligen Ursprung der Erscheinung, auf die Temperaturabhängigkeit und auf die Suszeptibilität und Permeabilität ein!
2. Beschreiben Sie für einen Ferromagneten die Neukurve und die Hysteresekurve! Erklären Sie die Begriffe *Sättigungsfeldstärke*, *remanente Induktion* und *Koerzitivfeld*!
3. Was beschreibt die Hysteresekurve physikalisch? Welche Form sollte diese Kurve für einen Permanentmagneten haben, und welche Form für einen Transformator?
4. Diskutieren Sie ausgehend von den Transformatorgleichungen (7) und (8) folgende Fälle für den idealen Transformator ($R_1 = R_2 = 0$):
 - (a) Leerlauf, d.h. $R = \infty$ (Sekundärseite offen) und damit $\tilde{I}_2 = 0$: Zeigen Sie, dass Gl. (9) gilt! Wie verhalten sich Strom und Spannung im Primärkreis und was folgt daraus für die Leistung? (Freiwillig: Gilt Gl. (9) auch für $R \neq \infty$, also unter Last?)
 - (b) Kurzschluss, d.h. $R = 0$ und damit $\tilde{U}_2 = 0$: Welches Verhältnis haben Primär- und Sekundärstrom?
5. Warum funktioniert die Schaltung in Abb. Tra.2 rechts als Integrierglied, oder anders ausgedrückt, unter welcher Bedingung gilt Gl. (12)? Wie groß ist die Zeitkonstante?
6. Warum sind beim Transformator unter Ohmscher Last Sekundärspannung und -strom in Phase, Primärspannung und -strom jedoch nicht? Zeigen Sie, dass Gl. (13) gilt! Erklären Sie die Begriffe Wirkleistung, Blindleistung und Scheinleistung!

²Eine etwaige Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung steckt in der Amplitude \tilde{I}_m .

³Bei realen Transformatoreigenschaften kann das Übersetzungsverhältnis deutlich hiervon abweichen.

Abbildung Tra.2:

Schaltung zur Messung der Hysteresekurve. Durch den Schalter 'S' wird die Ausgangsspannung des Netzteils und damit der Strom I_1 durch die Spule 1 variiert. Die in Spule 2 induzierte Spannung U_i wird mit Hilfe des Integrierglieds durch Messung von U_C bestimmt.



5. Versuchsaufbau und Messtechniken

An einem Versuchsplatz wird ein Transformatorkern aus Volleisen verwendet, an den anderen Plätzen aus Trafoblech. Damit kann man durch Vergleich der Ergebnisse die Auswirkungen des Materials auf die elektrischen Eigenschaften des Transformators studieren. Auf einen U-förmigen Kern können Spulen mit verschiedenen Windungszahlen N (hier: $N = 23000$ und $N = 1000$ mit Mittelabgriff bei $N = 500$) aufgeschoben werden. Der U-Kern kann durch ein Joch (aus dem gleichen Material wie der Kern) magnetisch geschlossen werden, so dass ein Transformator gemäß Abb. Tra.1(a) entsteht.

Zur Spannungsversorgung dient ein kombiniertes Netzteil, welches zwischen Wechsel- und Gleichspannung umgeschaltet werden kann. Die Wechselspannung (50 Hz) reicht stufenlos von 0 bis 12 V, während sich die Gleichspannung in 12 diskreten, nicht äquidistanten Stufen von 0 V (Schalterstellung 0) bis 7 V (Schalterstellung 11) einstellen lässt. Zusätzlich kann der Ausgang durch einen Kippschalter umgepolt werden.

Für Strom- und Spannungsmessungen können verschiedene Labor- und Hand-Digitalmultimeter (DMM) verwendet werden. Weiterhin stehen eine Widerstandsdekade, ein fester Widerstand, ein Integrierglied und Verbindungskabel zur Verfügung.

5.1 Messung der Hysteresekurve mit Hilfe des Induktionsgesetzes

Zur Messung der Hysteresekurve $B(H)$ eines Ferromagneten wird die Schaltung aus Abb. Tra.2 verwendet. Der Ferromagnet bildet dabei den Kern eines Transformators. Durch den Schalter 'S' wird die Spannung am Netzteil ausgewählt, so dass je nach Schalterstellung unterschiedliche Ströme I_1 durch die Primärspule des Transformators fließen. Gemäß Gl. (1) herrscht in dieser Spule 1 mit der Windungszahl N_1 das Magnetfeld $H = \frac{N_1 I_1}{l}$. Dabei ist l die mittlere Länge des gesamten Eisenkerns.⁴

Die Sekundärspule (Spule 2) mit N_2 Windungen und der Querschnittsfläche A wird somit von einem homogenen Feld parallel zur Spulenachse durchsetzt, dessen magnetischer Fluss $\Phi = BA$ ist. Wird die Schalterstellung 'S' plötzlich (in der Zeit von 0 bis T) von k nach $k+1$ geändert, so ändert sich der Strom von I_k nach $I_k + \Delta I_k$, so dass sich auch das Feld und der Fluss durch Spule 2 ändern. Nach Gl. (4) wird die Spannung $U_i = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 A \frac{dB}{dt}$ in Spule 2 induziert. Wegen der Abhängigkeiten $B = B(H)$, $H = H(I_1)$ und $I_1 = I_1(t)$ ist $\frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dI_1} \frac{dI_1}{dt}$. Mit $\frac{dH}{dI_1} = \frac{N_1}{l}$ folgt $U_i = -\frac{N_1 N_2 A}{l} \cdot \frac{dB}{dH} \frac{dI_1}{dt}$ und nach Integration

⁴Für welche Anordnung würde diese Beziehung exakt gelten, und welche Näherung wird hier gemacht?

$$\int_0^T U_i dt = -\frac{N_1 N_2 A}{l} \int_{I_k}^{I_k + \Delta I_k} \frac{dB}{dH} dI_1 \quad (10)$$

Ist die Stromänderung ΔI_k klein, so kann die Ableitung $\frac{dB}{dH}(I_1)$ durch den Mittelwert angenähert und diskretisiert werden: $\frac{dB}{dH}(I_1) \approx \frac{dB}{dH}(I_k + \frac{\Delta I_k}{2}) \approx \frac{\Delta B}{\Delta H} \Big|_{I_k \rightarrow I_k + \Delta I_k}$. Damit folgt

$$\int_0^T |U_i| dt \approx \frac{N_1 N_2 A}{l} |\Delta I_k| \mu_{\text{diff}} \quad \text{mit} \quad \mu_{\text{diff}}(H_k + \frac{\Delta H_k}{2}) = \frac{\Delta B}{\Delta H} \Big|_{I_k \rightarrow I_k + \Delta I_k} \quad (11)$$

Durch Messung dieses *Induktionsspannungsstoßes* kann also μ_{diff} (und zwar für den Mittelwert des Stromes und damit auch für den Mittelwert des Magnetfeldes) bestimmt werden. Da ΔH aus ΔI bekannt ist, kann hiermit auch die Änderung der magnetischen Flussdichte $\Delta B = \mu_{\text{diff}} \Delta H$ gemessen werden. Beginnt die Messung bei $B = 0$, ergibt sich der Absolutwert von B für jedes beliebige H durch sukzessives Aufaddieren von ΔB .

Der Induktionsspannungsstoß $\int_0^T U_i dt$ kann mit Hilfe des in Abb. Tra.2 gezeigten *Integriergliedes* (Aufladung eines Kondensators über einen Widerstand) durch Messung von U_C bestimmt werden. Es gilt:

$$U_C \approx \frac{1}{RC} \int_0^T U_i dt \quad \text{für} \quad T \ll \tau = RC \quad (12)$$

U_C steigt relativ schnell an (etwa so schnell wie die Änderung von I_1 erfolgt) und fällt dann sehr langsam wieder ab. Für die Messung hier ist der Maximalwert relevant.

Das Integrierglied ($R \approx 15 \text{ M}\Omega$, $C \approx 20 \text{ }\mu\text{F}$; die genaue Zeitkonstante ist aufgedruckt) ist in ein Gehäuse eingebaut. Durch einen Taster kann der Kondensator entladen werden, so dass nicht die (langsame) Selbstentladung abgewartet werden muss.

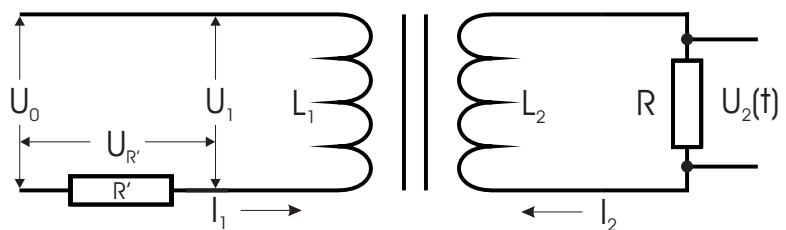
5.2 Wirkungsgrad des realen Transformators

Ein für die Anwendung wichtiger Parameter ist der Wirkungsgrad eines Transformators unter Last (vgl. Abb. Tra.1b), also die am Widerstand R verbrauchte Leistung in Bezug auf die von der Primärspule (L_1) aufgenommene Leistung. Relevant ist die *Wirkleistung* $P_w = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$, wobei φ die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist.

Während U_2 und I_2 in Phase sind (vgl. Frage 7), besteht zwischen U_1 und I_1 eine von der Last R abhängige Phasenverschiebung. Diese kann mit Hilfe der Schaltung in Abb. Tra.3 bestimmt werden. Hierfür müssen U_0 , U_1 und U_R gemessen werden und es gilt:

$$\cos \varphi = \frac{U_0^2 - U_1^2 - U_R^2}{2U_1 U_R} \quad (13)$$

Abbildung Tra.3: Schaltung zur Messung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung im Primärkreis beim realen Transformator.



6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Die relativ schweren Eisenkerne können bei unsachgemäßer Behandlung zu Quetschungen (Finger, Zehen) führen. Bananenstecker (4 mm-Federstecker) dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden!

6.1 Hysteresekurve von Trafoblech

Bestimmen Sie die Hysteresekurve von Trafoblech!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Bauen Sie hierzu den Transformator mit $N_1 = 1000$ und $N_2 = 23000$ auf. Verwenden Sie das Netzteil im Gleichspannungsbetrieb.

1. Messen Sie zuerst für jede Schalterstellung 'S' den Strom I_1 durch die Primärspule (Sekundärkreis offen).

Verwenden Sie hierzu eines der Tischmultimeter und wählen Sie einen Empfindlichkeitsbereich (kein Autorange!), der für alle Messungen beibehalten werden kann. Für alle weiteren Messungen in diesem Versuchsteil muss das Messgerät in genau diesem Modus eingebaut bleiben! Warum?

2. Bestimmen Sie $\mu_{\text{diff}}(H)$ für die Neukurve und für die Hysteresekurve mit dem Aufbau nach Abb. Tra.2. Messen Sie U_C im empfindlichsten Messbereich des zweiten Tischmultimeters, wobei der Maximalwert abzulesen ist. Anschließend wird der Kondensator C kurzgeschlossen (warum?). Die Kurzschlussaste wird erst kurz vor dem Umschalten von 'S' wieder losgelassen. Messen Sie bei jeder Schalterstellung auch nochmals den Strom I_1 durch die Primärspule.

Führen Sie diese Messung mindestens zwei Mal durch!

Neukurve: Vor der Messung müssen Sie den Eisenkern entmagnetisieren, indem Sie das Netzteil im Wechselspannungsbetrieb verwenden und dabei die Spannung langsam von 12 V auf 0 V erniedrigen.⁵

Achtung: Beim Entmagnetisieren muss die Schaltung unbedingt von allen DMMs getrennt werden. Ausschalten der DMMs genügt nicht!

Messen Sie nun mit dem Netzteil im Gleichspannungsbetrieb die Neukurve von der Schalterstellung '0' bis '11' für positive Spannungen.

Hysteresekurve: Ausgehend von Schalterstellung '11' wird der Strom nun in Stufen bis zur Stellung '0' erniedrigt, der Ausgang umgepolt und weiter bis '-11' erniedrigt. Anschließend wird der Strom wieder von '-11' bis '11' durch Schalten und Umpolen erhöht.

Auswertung

Erstellen Sie jeweils eine Tabelle mit den Spalten 'Schalterstellung S', I_1 , ΔI_1 , H , ΔH , U_C , μ_{diff} , ΔB und B . Beachten Sie dabei die Vorzeichen! Überlegen Sie sich, welche der Größen vorgegeben, welche gemessen und welche berechnet werden, und zu welcher Schalterstellung diese Größen jeweils gehören!

Zeichnen Sie μ_{diff} als Funktion von H für die Hysteresekurve und für die Neukurve (ins gleiche Diagramm). Bestimmen Sie den Maximalwert von $\mu_{r,\text{diff}}$.

⁵Wie lässt sich leicht erkennen, ob der Eisenkern gut genug entmagnetisiert wurde?

Berechnen Sie $B(H)$ durch Summation der ΔB und zeichnen Sie $B(H)$ für die Hysteresekurve und für die Neukurve (ins gleiche Diagramm). Welchen Zusammenhang erwarten Sie zwischen den Kurven für $\mu_{\text{diff}}(H)$ und $B(H)$?

Schätzen Sie durch graphische Integration ab, wieviel Energie zur Ummagnetisierung des Eisenstücks während einer Periode benötigt wird.

6.2 Der reale Transformator

Messen Sie den Wirkungsgrad des Transformators als Funktion des Lastwiderstandes!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Verwenden Sie hierzu die Schaltung nach Abb. Tra.3 mit einem Transformator mit $N_1 = 500$, $N_2 = 1000$ und dem Netzteil im Wechselspannungsbetrieb bei der Maximalspannung von 12 V. Für R' im Primärkreis liegt ein $10\,\Omega$ -Widerstand in einem Gehäuse bereit. Als Lastwiderstand R im Sekundärkreis dient die Widerstandsdekade.

Messen Sie für $R \rightarrow \infty$, $10\,\text{k}\Omega$, $5\,\text{k}\Omega$, $2\,\text{k}\Omega$, $1\,\text{k}\Omega$, $500\,\Omega$, $200\,\Omega$, $100\,\Omega$, $50\,\Omega$, $20\,\Omega$, $10\,\Omega$ und $0\,\Omega$ jeweils die Effektivwerte von U_2 , I_2 , U_1 , I_1 , U_R , und auch U_0 , da sich U_0 bei Belastung der Sekundärseite ändert. Verwenden Sie dabei für die Ströme die Tisch- und für die Spannungen die Handmultimeter.

Auswertung

Zeichnen Sie $U_{2,\text{eff}}$ als Funktion von $I_{2,\text{eff}}$.

Zeichnen Sie den Wirkungsgrad $\eta = \frac{\text{abgegebene Wirkleistung}}{\text{aufgenommene Wirkleistung}} = \frac{P_{2,\text{w}}}{P_{1,\text{w}}}$ als Funktion des Lastwiderstandes. Verwenden Sie dabei eine logarithmische Teilung für die R -Achse.

Wurden die in Frage 4 zur Vorbereitung erörterten Erwartungen erfüllt?

Setzen Sie sich abschließend mit den anderen Gruppen zusammen und diskutieren Sie für beide Versuchsteile die unterschiedlichen Ergebnisse für Trafoblech und Volleisen. Denken Sie beim Übernehmen von Ergebnissen anderer Gruppen an sauberes Zitieren.

Versuch SK: Strom–Spannungs–Kennlinien

1. Motivation und Versuchsziel

Sie werden in diesem Versuch elektrische Grundgrößen wie Strom, Spannung, Widerstand und Ladung messen und die elementaren Gesetze der Elektrizitätslehre auf einfache Bauteile anwenden. Dabei führen Sie Experimente mit Gleich- und mit Wechselspannung durch. Im Laufe der Versuchsvorbereitung und während des Versuchs werden Sie ein Verständnis für die Innenwiderstände realistischer Stromquellen und Messgeräte erhalten.

Liegt an einem elektrischen Bauteil eine Spannung an, so fließt, abhängig von der angelegten Spannung, ein bestimmter Strom durch dieses Bauteil. Dieser Zusammenhang wird als Strom–Spannungs–Kennlinie bezeichnet und ist eine Eigenschaft des jeweiligen Bauteils. Sie werden solche Charakteristiken für verschiedene Bauelemente untersuchen und dabei auch das Verhalten bei Temperaturänderung oder Lichteinfall studieren.

Das wichtigste Messinstrument in der Elektrotechnik und ein nahezu unverzichtbares Analysegerät in jedem physikalischen Labor ist das Oszilloskop. Sie werden sich in diesem Versuch eingehend mit einem Zweikanal–Oszilloskop beschäftigen und dessen unterschiedliche Fähigkeiten an praktischen Beispielen kennenlernen. Am Ende des Versuchs sollen Sie in der Lage sein, selbstständig mit einem Oszilloskop zu arbeiten.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS–2, Abschnitte 3.2, 7.13, 8.1.1, 9.1, 9.2 und 9.3.1

Gerthsen, Abschnitte 7.3, 7.4, 8.3.2, 8.3.5, 9.1.1, 9.2.1, 9.2.3, 18.3 und 18.4

EKS, Abschnitte 19–21 und 29

Berkeley 2, Abschnitt 4; Berkeley 6, Abschnitte 3, 12.1 und 12.2

Tipler, Abschnitte 21.1, 21.2, 25.1–25.5 und 38.1–38.7

HBG, Kapitel 1

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Ladung, Strom, Spannung und Widerstand

Die *elektrische Ladung* q ist eine Grundgröße, welche für die Elektrizitätslehre eine ähnliche Bedeutung hat wie die Masse in der Mechanik. Im Gegensatz zur Masse gibt es allerdings positive und negative Werte, wobei das Vorzeichen willkürlich gewählt wurde. Das kleinste Ladungsquantum ist der Betrag der Elektronenladung.

Die Bewegung elektrischer Ladungen stellt einen *elektrischen Strom* dar, dessen *Stromstärke* I durch die zeitliche Änderung der Ladung gegeben ist. Umgekehrt kann aus der Zeitabhängigkeit des Stromes die während der Zeit T geflossene Ladung Q ermittelt werden:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{und} \quad Q = \int_0^T I(t) dt. \quad (1)$$

Wird eine Ladung q in einem elektrischen Feld von einem Punkt zum anderen gegen die Feldrichtung transportiert, so muss die elektrische Arbeit $W = qU$ verrichtet werden. Dabei ist U die *Spannung* oder *Potentialdifferenz* zwischen den betrachteten Punkten.

Liegt nun zwischen den Enden eines Leiters die Spannung U an, so dass der Strom I durch den Leiter fließt, so wird ihr Verhältnis als *elektrischer Widerstand* R des Leiters bezeichnet:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (2)$$

Für viele Leiter hängt der Widerstand bei gegebener Temperatur nicht von der Spannung oder der Stromstärke ab. Diesen Sachverhalt nennt man das *Ohmsche Gesetz*: $R = \text{const.}$ Andererseits ändert sich der Widerstand typischerweise mit der Temperatur.

3.2 Innenwiderstände von Batterien und Messgeräten

Hat eine Batterie ohne Last die Leerlaufspannung U_0 , dann sinkt die Ausgangs- oder Klemmenspannung auf $U < U_0$ wenn ein Verbraucher, also eine Last R , angeschlossen wird. Dies liegt daran, dass der Laststrom I auch durch die Batterie fließt, so dass an deren *Innenwiderstand* R_i ein Teil der Spannung abfällt (s. Abb. SK.1a).

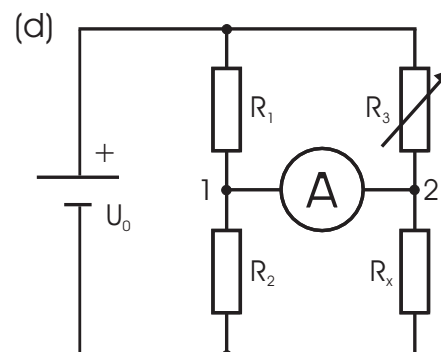
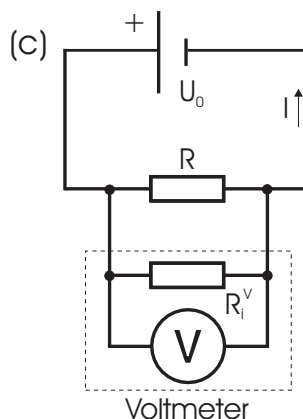
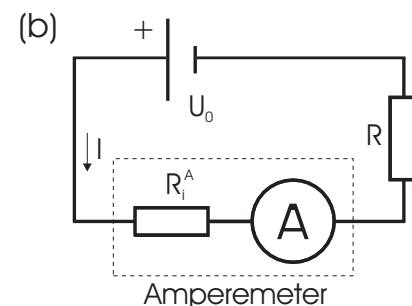
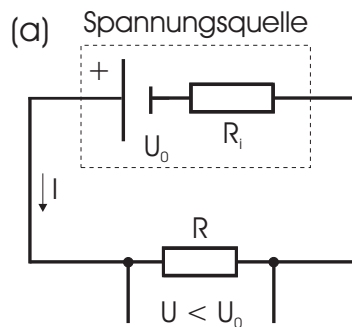
Ströme werden durch *Amperemeter* und Spannungen durch *Voltmeter* gemessen. Ein Amperemeter wird in die stromdurchflossene Schleife eingebaut, während ein Voltmeter parallel zu dem Bauteil geschaltet wird, über dem die Spannung gemessen werden soll. Auch hier sind die Innenwiderstände der Geräte zu berücksichtigen (s. Abb. SK.1b,c). In der Praxis werden Innenwiderstände nur in Ausnahmefällen in die Schaltbilder eingezeichnet, wenn z.B. wie hier deren Einfluss explizit demonstriert werden soll.

3.3 Halbleiter

Feste Körper lassen sich bezüglich ihrer elektrischen Leitfähigkeit ganz grob in drei Klassen einteilen. Es gibt sehr gute elektrische *Leiter* wie z.B. Metalle, bei denen die Leitfähigkeit

Abbildung SK.1:

- (a) Spannungsquelle,
- (b) Amperemeter und
- (c) Voltmeter mit ihren jeweiligen Innenwiderständen. Normalerweise werden Innenwiderstände in Schaltplänen nicht gezeigt.
- (d) Wheatstonebrücke zur genauen Bestimmung des Widerstandes R_x (s. Abschnitt 5.2).



durch quasi–freie Elektronen gegeben ist. Die Konzentration dieser Ladungsträger hängt dabei nicht von der Temperatur ab. *Isolatoren* wie z.B. organische Kristalle, Kunststoffe oder Keramiken zeigen dagegen keinerlei elektrische Leitfähigkeit.

Dazwischen liegen die *Halbleiter*, welche bezüglich ihrer Leitfähigkeit den gesamten Bereich von Metallen zu Isolatoren abdecken. Ihre wesentliche Eigenschaft ist aber nicht die absolute Größe der Leitfähigkeit, sondern die Tatsache, dass sich diese beträchtlich ändern kann z.B. durch sehr geringe Änderungen in der Kristallzusammensetzung, durch Licht, durch Temperaturänderung oder durch elektrische und magnetische Felder.

Halbleiter haben vielfältige Anwendungen in der Elektrotechnik gefunden und sind aus dem täglichen Leben nicht mehr wegzudenken. Einige Beispiele sind Dioden, Transistoren, Fotodioden, Solarzellen, Leuchtdioden und Halbleiterlaser. Charakteristisch für Halbleiter ist, dass sie nicht dem Ohmschen Gesetz gehorchen, sondern eine nichtlineare Strom–Spannungs–Kennlinie besitzen.

Eine gute Einführung in die Halbleiterphysik finden Sie in “Hering, Bressler, Gutekunst”.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Berechnen Sie die Strom–Spannungs–Kennlinie $U(I)$ einer realen Batterie wie sie in Abb. SK.1(a) gezeigt ist! Die Leerlaufspannung U_0 wird dabei als konstant angenommen, während die Klemmenspannung U eine Funktion des fließenden Stromes I ist und damit vom Lastwiderstand R abhängt.

Tragen Sie U gegen I auf! Für welche Last fließt der kleinste Strom, und welcher maximale Strom kann der Batterie entnommen werden? Skizzieren Sie die der Batterie entnommene Leistung als Funktion von R ! Wann wird diese maximal?

Leider sind die Verhältnisse in der Realität komplizierter, da der Innenwiderstand R_i i.Allg. vom Strom abhängt.

2. Die Größe (oder Kapazität) eines Akkus ist manchmal in mAh und manchmal in Wh angegeben. Was bedeuten diese Angaben anschaulich und (wie) kann man sie ineinander umrechnen? Welche ist Ihnen lieber und warum?
3. Welchen Strom I wird das Amperemeter in Abb. SK.1(b) messen, wenn ohne Messgerät der Strom I_0 durch den Kreis fließt? Wie muss also der Innenwiderstand des Amperemeters für eine möglichst genaue Messung beschaffen sein?

Welcher Strom I fließt in Abb. SK.1(c), wenn ohne Messgerät der Strom I_0 durch den Kreis fließt? Wie muss also der Innenwiderstand des Voltmeters beschaffen sein, damit die Schaltung durch das Messgerät möglichst wenig beeinflusst wird?

4. Zeigen Sie, dass im Abgleich der Wheatstonebrücke (s. unten) Gl. (3) gilt! Warum brauchen Sie den Innenwiderstand des Messgerätes hier nicht zu berücksichtigen?
5. Zeichnen Sie ein Diagramm der spezifischen Leitfähigkeit eines Halbleiters als Funktion der Temperatur und der Kristallzusammensetzung bzw. -verunreinigung. Erläutern Sie daran qualitativ die Begriffe *Eigenleitung* und *Störleitung*!
6. Beschreiben Sie anhand eines vereinfachten Bändermodells die elektrische Leitung in Metallen und in Halbleitern, insbesondere in dotierten Halbleitern! Beschreiben Sie davon ausgehend die grundsätzliche Wirkungsweise einer Gleichrichterdiode.

7. Aus messtechnischen Gründen ist bei diesem Versuch in Reihe zur Diode ein $10\,\Omega$ -Widerstand geschaltet und parallel zu diesen beiden Bauteilen ein etwa $8,5\,\text{k}\Omega$ -Widerstand (notfalls im Versuchsraum direkt ansehen). Können Sie erklären, wieso das gemacht wurde?

Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild dieser Anordnung und berechnen Sie den Ersatzwiderstand der Schaltung in Abhängigkeit der ohmschen Widerstände und des Widerstands der Diode. Bestimmen Sie damit Strom und Spannung an der Diode als Funktion der an dieser Schaltung anliegenden Gesamtspannung.

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Zur Realisierung verschiedener Schaltungen stehen ein Steckbrett, unterschiedliche elektrische Bauteile (konstante, veränderbare und temperaturabhängige Widerstände, Photowiderstände, verschiedene Dioden, etc.) und Verbindungskabel zur Verfügung. Als Messgeräte dienen ein x - t -Schreiber, ein Zweikanal-Oszilloskop sowie ein Digitalmultimeter (DMM). Als Spannungsquellen werden Batterien, Akkus, eine von 0 bis 15 V einstellbare Gleichspannungsquelle und eine 12 V Wechselspannungsquelle verwendet. Die Spannungsquellen sind erdfrei. Für die Messung der Temperaturabhängigkeit bestimmter Bauelemente wird ein Wasserthermostat benutzt.

Die zu untersuchenden Schaltungen werden unter “6. Versuchsdurchführung” beschrieben.

5.1 Das Oszilloskop

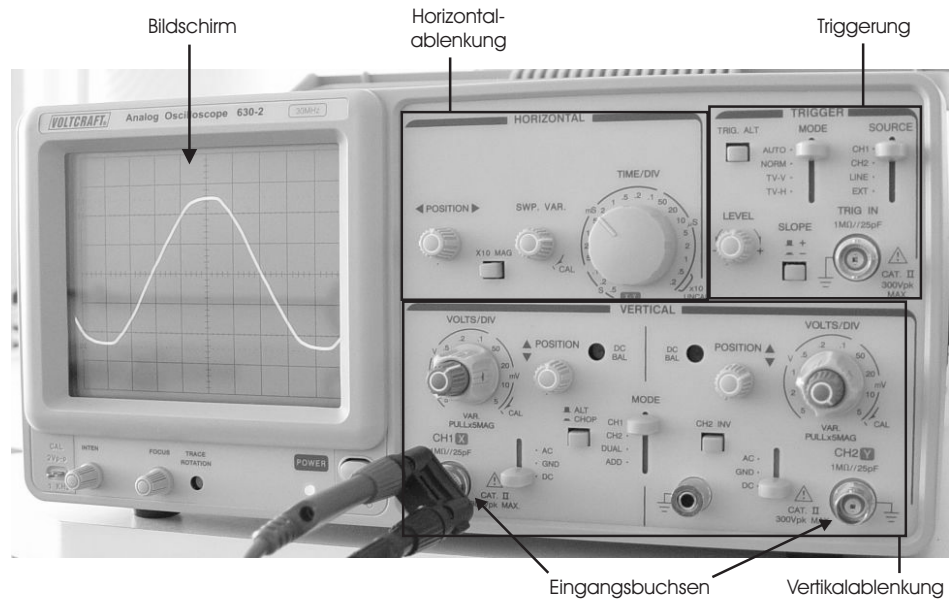
Das *Oszilloskop* ist ein universelles elektrisches Messinstrument, welches primär eine elektrische Spannung U als Funktion der Zeit t graphisch darstellt. Insbesondere können Spannungen gezeigt werden, die sich zeitlich sehr schnell ändern und damit auf anderem Wege schwer beobachtbar sind. Entsprechend lassen sich auch andere physikalische Größen y als Funktion der Zeit darstellen, wenn diese in Spannungen umgewandelt werden können, wie z.B. Stromstärken, Lichtleistungen, Temperaturen usw. Besonders geeignet ist das Oszilloskop zur Darstellung zeitlich periodischer Vorgänge, mit einem *Speicheroszilloskop* können aber auch einmalige Vorgänge aufgezeichnet werden. Statt der Zeit sind auch andere Größen x als unabhängige Variable möglich, so dass auf dem Oszilloskopschirm die unterschiedlichsten physikalischen Zusammenhänge $y = f(x)$ gezeigt werden können.

Bei einem klassischen Oszilloskop erfolgt die Darstellung durch eine *Kathodenstrahlröhre*, in der Elektronen zum Leuchtschirm hin beschleunigt werden und dort einen sichtbaren Leuchtfleck erzeugen. Der Elektronenstrahl, und damit der Leuchtfleck, werden durch zwei zueinander senkrecht angeordnete Plattenkondensatoren abgelenkt, so dass die Position des Leuchtflecks am Bildschirm durch die an diesen Platten anliegenden Spannungen bestimmt wird. Dadurch lässt sich die zu untersuchende Spannung sehr direkt beobachten. Heutzutage werden vermehrt *Digitaloszilloskope* verwendet, bei denen die Spannung digitalisiert und dann z.B. auf einer Flüssigkristallanzeige sichtbar gemacht wird.

Die Bedienelemente sind für die meisten Oszilloskope sehr ähnlich und lassen sich in drei Gruppen unterteilen (s. Abb. SK.2):

Mit der Horizontalablenkung wird die Zeitbasis festgelegt, d.h. welcher Zeitraum auf der horizontalen Achse des Bildschirms dargestellt wird. Dieser kann über viele Größenordnungen variiert werden, bei dem hier verwendeten Oszilloskop über mehr als 6. Der Null-

Abbildung SK.2:
Die wichtigsten
Bedienelemente
des Oszilloskops.



punkt des Koordinatensystems kann in horizontaler Richtung verschoben werden. Bei einem Kathodenstrahl–Oszilloskop erfolgt die Zeitablenkung durch Anlegen einer Sägezahnspannung an die horizontalen Ablenkplatten, wodurch der Leuchtfleck mit konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts über den Bildschirm bewegt wird.

Mit der Vertikalablenkung wird die Eingangsempfindlichkeit festgelegt, d.h. welche Spannungsvariation auf der vertikalen Achse des Bildschirms dargestellt wird. Der Nullpunkt des Koordinatensystems kann in vertikaler Richtung verschoben werden. Hier finden sich auch die Eingangsbuchsen für die zu untersuchende(n) Spannung(en). Da es sich um ein Zweikanal–Oszilloskop handelt, können zwei Spannungen einzeln oder gleichzeitig dargestellt werden, sowie auch deren Summe oder Differenz. Beide Kanäle haben die gleiche Masse, welche mit der Labormasse identisch ist. Im x - y -Betrieb kann ein Kanal (y) gegen den anderen (x) dargestellt werden. Wichtig ist die Eingangskopplung: Im DC–Betrieb wird die angelegte Spannung direkt dargestellt; im AC–Betrieb werden Gleichspannungsanteile weggefiltert, so dass nur der reine Wechselspannungsanteil gezeigt wird; bei der Schalterstellung “GND” wird die Eingangsspannung komplett abgekoppelt, also die Spannung 0 V angezeigt. Damit lässt sich der Nullpunkt des Koordinatensystems einstellen.

Mit Hilfe der Triggerung ist es möglich, durch wiederholtes Schreiben mit dem Leuchtfleck ein stehendes Bild einer periodischen Wechselspannung auf dem Schirm zu erzeugen. Dazu muss der Leuchtfleck nach dem Rücklauf zum linken Bildschirmrand den erneuten Schreibvorgang bei genau der gleichen Phasenlage der Eingangsspannung wie beim vorherigen Durchlauf beginnen. Das geschieht dadurch, dass man die Zeitablenkung immer dann starten lässt, wenn die Eingangsspannung eine bestimmte vorgewählte Höhe (das *Trigger–Level*) erreicht hat. Bei genügend hoher Frequenz des darzustellenden periodischen Signals sieht man auf dem Schirm wegen der Trägheit des Auges nicht mehr die Bewegung des Leuchtflecks, sondern ein stehendes Bild.

Mit dem hier verwendeten Zweikanal–Oszilloskop können gleichzeitig zwei Spannungen gemessen bzw. sichtbar gemacht werden. **Beachten Sie aber unbedingt, dass die Massen der beiden Eingänge gleich sind!** Das Messen zweier Spannungen ist also nur dann möglich, wenn diese einen gemeinsamen Punkt besitzen.

Bitte beschäftigen Sie sich unbedingt bereits vor Versuchsbeginn mit dem Oszilloskop! Hierzu sind die Versuchsräume zu bestimmten Zeiten geöffnet.

5.2 Die Wheatstonesche Messbrücke

Der Widerstand R eines Bauteils kann gemäß Gl. (2) aus einer Messung von U und I berechnet werden, was aber aufgrund der endlichen Innenwiderstände der Messgeräte zu Ungenauigkeiten führt. Eine sehr genaue Widerstandsmessung bietet die Brückenschaltung nach *Wheatstone*: Hier wird der unbekannte Widerstand R_x mit den bekannten Widerständen R_1 , R_2 und R_3 nach Abb. SK.1(d) zusammengeschaltet, wobei einer der Widerstände (hier R_3) veränderbar ist. Zum Abgleich der Brücke wird R_3 so lange variiert, bis zwischen den Punkten 1 und 2 kein Strom mehr fließt, was mit Hilfe eines sehr empfindlichen Messgerätes beobachtet wird. Dann gilt

$$R_x = R_3 \frac{R_2}{R_1}. \quad (3)$$

6. Versuchsdurchführung

Gefährdungspotentiale: Glasbruch (Thermometer) und heißes Wasser kann zu Verletzungen und Verbrühungen führen. Bananenstecker (4 mm–Federstecker) oder elektrische Bauteile dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden!

Fertigen Sie für jede Schaltung zunächst einen Schaltplan in Ihrem Protokollheft an und stellen Sie sicher, dass Sie diesen verstanden haben! Bauen Sie die Schaltung dann in Ruhe anhand des Planes auf und ziehen Sie den Betreuer zurate, wenn Sie unsicher sind.

Messen Sie alle verwendeten Widerstände mit dem DMM! Die Toleranz der Widerstandsdekade beträgt 1% des eingestellten Wertes.

Die Spannungsversorgung ist immer **nach dem Aufbau als Letztes** ein- und **vor dem Abbau als Erstes** auszuschalten!

6.1 Entlade–Charakteristiken von Batterien und Akkus

Dieses Experiment soll zuerst aufgebaut werden und läuft im Hintergrund ab, während Sie sich mit den anderen Versuchen beschäftigen. Eine Hälfte der Gruppen führt den Versuch mit Batterien, die andere Hälfte mit Akkus durch.

Die Spannungsquelle wird gemäß Abb. SK.1(a) über einen Lastwiderstand R entladen. Der Versuch wird erst für $R = 1,8 \Omega$ und dann für $R = 0,55 \Omega$ mit jeweils neuen Batterien bzw. Akkus durchgeführt. Alle Spannungsmessungen sind mit dem Schreiber durchzuführen, und zwar mit einer Empfindlichkeit von 2 V und einem Papiervorschub von $30 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$.

Vorgehensweise: Markieren Sie zunächst mit dem Schreiber die Position für 0 V. Messen Sie nun die Leerlaufspannung der Spannungsquelle und markieren Sie diese ebenfalls mit dem Schreiber. Starten Sie den Schreiber und klemmen Sie den Entladewiderstand zu einem definierten Zeitpunkt an (auf Schreiberpapier kennzeichnen!). Wiederholen Sie die Bestimmung des Innenwiderstands nach etwa 5 bis 10 Minuten (wie machen Sie das genau?)! Beenden Sie das Experiment, wenn die Spannung auf etwa 0,2 V abgefallen ist.

Machen Sie sich ausführlich mit den Bedienelementen und Möglichkeiten des Oszilloskops vertraut, bevor Sie mit den weiteren Versuchsteilen beginnen!

6.2 Messungen mit Gleichspannung

Für jeden der folgenden Versuchsteile ist eine Wheatstonebrücke gemäß Abb. SK.1(d) zur Messung bestimmter Widerstände aufzubauen. Als R_3 ist die einstellbare Widerstandsdekade zu verwenden, R_1 , R_2 sowie U_0 sind beim jeweiligen Versuchsteil angegeben. Als Abgleichinstrument wird das Oszilloskop verwendet. Legen Sie zunächst in der Stellung “GND” die Lage des Nullpunktes fest, welche Sie während des Versuchs immer wieder überprüfen müssen. Die Gleichspannungsmessung erfolgt dann in der Betriebsart “DC”. Der endgültige Abgleich erfolgt immer im empfindlichsten Messbereich!

Dabei dürfen Sie die Widerstandsdekade nie auf $0\ \Omega$ einstellen, da sonst Bauteile zerstört werden können!

Wechseln Sie zwischen den Versuchsteilen 1 und 2 das Wasser im Thermostaten, da das Abkühlen sonst zu lange dauert. Für die Versuchsteile 1, 2 und 3 wird als U_0 immer der Maximalwert der Gleichspannungsquelle verwendet.

1. Messen Sie $R(T)$ für einen Kohleschichtwiderstand ($50 \dots 100\ \Omega$) von etwa 25 bis $70\ ^\circ\text{C}$! Zeigen Sie qualitativ, dass R unabhängig von U_0 ist. ($R_1 = 1\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$)
2. Messen Sie $R(T)$ für einen NTC–Widerstand¹ zwischen etwa $25\ ^\circ\text{C}$ und $70\ ^\circ\text{C}$! ($R_1 = 1\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 100\ \Omega$)
3. Messen Sie die Größe eines Photowiderstandes für verschiedene Intensitäten des einfallenden Lichtes! Wenn Sie möchten, verwenden Sie Ihr Smartphone mit einer geeigneten App (z.B. phyphox), um die Leuchtstärke der verschiedenen Lichtquellen am Photowiderstand zu quantifizieren. ($R_1 = R_2 = 100\ \Omega$)
4. Messen Sie die Kennlinie $R_D(U_D)$ einer Silizium–Diode in Durchlass- und in Sperrrichtung! Wählen Sie in beiden Fällen $R_1 = R_2 = 100\ \Omega$. Messen Sie die an der Diode anliegende Spannung U_D mit dem DMM.

Durchlassrichtung: Der Pfeil auf der Diode zeigt vom positiven zum negativen Pol der Spannungsquelle. Variieren Sie U_0 von 0 bis etwa $2\ \text{V}$, so dass im Abgleich bis zu $1\ \text{V}$ an der Diode anliegen. **Eine zu hohe Spannung zerstört die Diode!**

Sperrrichtung: Der Pfeil auf der Diode zeigt vom negativen zum positiven Pol. Variieren Sie U_0 von 0 bis $12\ \text{V}$.

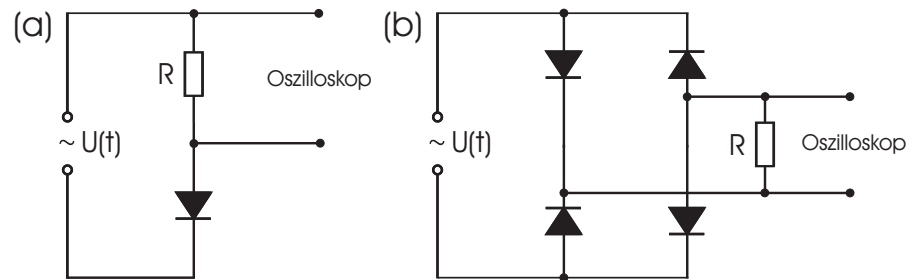
6.3 Messungen mit Wechselspannung

Die folgenden Aufgaben haben hauptsächlich qualitativen Charakter und dienen dazu, Ihnen den typischen Einsatzbereich eines Oszilloskops nahe zu bringen. Übertragen Sie jeweils die stehenden Oszilloskopbilder in Ihr Protokollheft, so dass Sie diese zu Hause diskutieren können.

Die Aufgaben 1–3 werden mit einer sinusförmigen Wechselspannung $U(t) = U_0 \sin(2\pi ft)$ mit der Frequenz $f = 50\ \text{Hz}$ und der Effektivspannung $U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx 12\ \text{V}$ durchgeführt.

¹NTC = negative temperature coefficient, d.h. der Widerstand nimmt mit steigender Temperatur ab.

Abbildung SK.3:
Schaltung zum Mes-
sen der Durchlass-
Charakteristik (a)
von einer Diode und
(b) von 4 Dioden in
Graetzschaltung.



1. Nehmen Sie den zeitlichen Verlauf des Durchlassstromes einer einzelnen Diode nach der Schaltung in Abb. SK.3(a) auf. Betrachten Sie dazu die Spannung über dem Lastwiderstand $R = 100\ \Omega$, welche ja proportional zum fließenden Strom ist.
Überlegen Sie sich, wie Sie gleichzeitig die Eingangsspannung $U(t)$ und die Spannung an der Diode $U_D(t)$ an den beiden Kanälen des Oszilloskops darstellen können (Schaltbild!) und bauen Sie diese Schaltung auf!
2. Nehmen Sie den zeitlichen Verlauf des Durchlassstromes von vier Dioden in Graetzschaltung auf (Abb. SK.3b, $R = 100\ \Omega$). Klemmen Sie nun parallel zum Widerstand Kondensatoren verschiedener Größen und nehmen auch hierzu den Verlauf auf.
3. Überlegen Sie sich eine Wechselspannungs-Schaltung, mit der Sie die komplette Strom-Spannungs-Kennlinie $I_D(U_D)$ einer Diode (vgl. Aufgabe 4 bei Gleichspannungsmessungen) direkt am Oszilloskop sichtbar machen können!
4. Am Versuchsplatz liegt ein Spannungsgenerator mit einem unbekannten Spannungsverlauf am Ausgang. Charakterisieren Sie das Ausgangssignal!

7. Auswertung

7.1 Entlade-Charakteristiken von Batterien und Akkus

Berechnen Sie für alle Ihre Messungen aus dem instantanen Spannungsabfall direkt nach dem Anklemmen des Entladewiderstandes den Innenwiderstand der Spannungsquelle! Diskutieren Sie die aufgenommenen Diagramme!

Mit Hilfe von Gl. (2) können Sie die Spannungs-Zeit-Diagramme in Strom-Zeit-Diagramme umskalieren. Bestimmen Sie zunächst durch graphische Integration nach Gl. (1) ganz grob die der Spannungsquelle insgesamt entnommene Ladung. Bestimmen Sie dann durch schrittweise graphische Integration die entnommene Ladung als Funktion der Zeit und stellen Sie das Ergebnis graphisch dar. Zeichnen Sie auch ein Diagramm der am Entladewiderstand anliegenden Spannung als Funktion der entnommenen Ladung. Aus dem abrupten Abknicken der beiden Kurven können Sie die entnommene Gesamtladung abschätzen.

Was stellen Sie für die beiden Entladewiderstände fest? Setzen Sie sich mit einer der anderen Gruppen zusammen, so dass Sie die Ergebnisse für Akkus und Batterien vergleichen können. Für welche Anwendungen sind Akkus besser geeignet, und für welche Batterien?

7.2 Messungen mit Gleichspannung

1. Was stellen Sie für die Temperaturabhängigkeit des Kohleschichtwiderstands fest?
2. Kalibrieren Sie mit Ihren Messwerten den NTC–Widerstand. Es gilt in etwa (vgl. auch Versuch Vis):

$$R = R^* \cdot e^{\frac{T^*}{T}}. \quad (4)$$

Tragen Sie $\ln(\bar{R})$ gegen $\frac{1}{T}$ auf und bestimmen Sie mit Hilfe der Fehlerbalken die Geraden mit der minimalen und der maximalen Steigung. Dabei bezeichnet \bar{R} den Widerstand R in geeigneten Einheiten. Ermitteln Sie hieraus die Parameter R^* und T^* . Was ist deren Bedeutung?

3. Diskutieren Sie qualitativ die Änderung des Photowiderstandes!
4. Zeichnen Sie für die Diode die Kennlinien $R_D(U_D)$ und $I_D(U_D)$ und beachten Sie dabei die Vorzeichen von U_D und I_D !

Diskutieren Sie den Einfluss der Zusatzwiderstände auf die Kennlinien: Berechnen Sie mit Hilfe des Ersatzschaltbildes der Diode inklusive den Zusatzwiderständen die wahren Werte für Strom und Spannung an der Diode (s. Frage 7 zur Vorbereitung). Zeichnen Sie die bereinigte Kennlinie in Ihre ursprüngliche Auftragung.

7.3 Messungen mit Wechselspannung

1. Diskutieren Sie die von Ihnen gemachten Beobachtungen und erklären Sie die Schaltung zur Darstellung der Eingangsspannung!
2. Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen! Wozu wird diese Schaltung in der Technik eingesetzt?

Warum können Sie in diesem Fall die Eingangsspannung nicht am zweiten Kanal des Oszilloskops darstellen?

3. Erklären Sie, warum Sie die Schaltung gerade so aufgebaut haben!

Vergleichen Sie die Diodenkennlinie mit dem entsprechenden Ergebnis aus den Gleichspannungsmessungen!

4. Was für ein Spannungssignal (quantitativ, z.B. Spannungsänderung, Periodendauer, Pulsdauer etc.) erzeugt der Generator?

Versuch MM: Magnetisches Moment

1. Motivation und Versuchsziel

Das magnetische Moment ist Grundlage für die Kernspinresonanz (NMR, *nuclear magnetic resonance*), ein Phänomen, das in einer Vielzahl von Fachgebieten von der Physik bis zur Chemie ein leistungsstarkes Forschungswerkzeug ist. Man kann damit Molekülstrukturen aufklären oder auch Inhaltsstoffe von Proben bestimmen. In der Medizin bildet sie die Basis für die Magnetresonanztomographie (Kernspintomographie), ein bildgebendes Verfahren zur Aufklärung von Krankheiten und Verletzungen.

In der Magnetostatik gibt es kein Analogon zur elektrischen Ladung, also keinen magnetischen Monopol, wohl aber magnetische Dipole. In diesem Versuch werden Sie sich mit solch einem Dipol auseinandersetzen und dessen magnetisches (Dipol-)Moment mit verschiedenen Methoden messen. Dabei lernen Sie, welche Kräfte bzw. Drehmomente auf den Dipol in einem Magnetfeld wirken. Auch Prinzipien aus der Mechanik werden wiederholt und vertieft, so studieren Sie die Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels und die Präzessionsbewegung eines symmetrischen Kreisels. Außerdem lernen Sie, wie mit Spulen ein Magnetfeld erzeugt wird und wie man dessen Feldstärke bestimmt.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-1, Abschnitte 8.1–8.3 und 8.5; BS-2, Abschnitte 3.3 und 3.4

Gerthsen, Abschnitte 2.5.2, 7.7.2, 7.7.3 und 7.9

Berkeley 2, Abschnitte 6.1–6.5 und 11.1–11.4

Tipler, Abschnitte 9.1–9.4, 10.1–10.3, 26.1 und 26.3

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Magnetisches Moment und Magnetische Dipole

Das *magnetische Moment* $\vec{\mu}$ einer Leiterschleife, welche vom Strom I durchflossen wird und die Fläche A (mit Normalenvektor \vec{A}) einschließt, wird definiert als (s. Abb. MM.1a)

$$\vec{\mu} = I \cdot \vec{A}. \quad (1)$$

Eine solche Leiterschleife wird auch *magnetischer Dipol* genannt. In einem homogenen Magnetfeld \vec{B} wirkt auf diesen ein Drehmoment \vec{M} gemäß

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (2)$$

Auch auf einen Permanentmagneten wirkt im Magnetfeld ein Drehmoment, so dass diesem mit Gl. (2) ebenfalls ein Dipolmoment zugeordnet werden kann (s. Abb. MM.1b). Wie

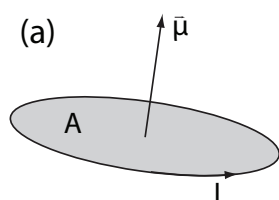
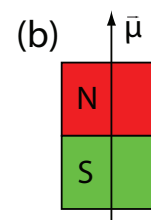


Abbildung MM.1:
Magnetisches (Dipol-)Moment $\vec{\mu}$
(a) einer kreisförmigen Leiterschleife und
(b) eines Permanentmagneten mit Nordpol (N) und Südpol (S).



eine Leiterschleife stellt also auch ein Permanentmagnet einen magnetischen Dipol dar.¹ Befindet sich der in z -Richtung weisende Dipol in einem um die z -Achse radialsymmetrischen aber inhomogenen Magnetfeld, so erfährt er neben dem Drehmoment auch eine Kraft F_z entlang der z -Achse. Ist B_z die z -Komponente des Magnetfeldes, so gilt

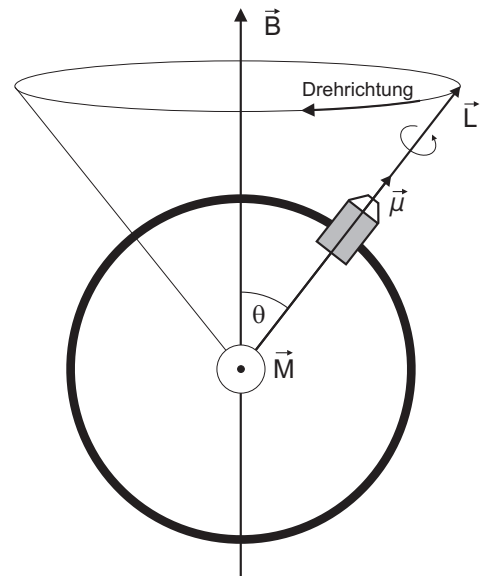
$$F_z = \mu \frac{dB_z}{dz}. \quad (3)$$

3.2 Präzession eines Kreisels

Abbildung MM.2: Lässt man einen magnetischen Dipol um seine Dipolachse rotieren, so kann man ihn als symmetrischen, rotierenden Kiesel betrachten, dessen Eigendrehimpuls \vec{L} parallel zu seinem magnetischen Moment $\vec{\mu}$ ist. Das Drehmoment \vec{M} im homogenen Feld \vec{B} bewirkt dann eine Änderung des Drehimpulses gemäß $\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M}$. Die Kreisellachse dreht sich also (zusätzlich zur Eigenrotation) mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit Ω_P um die Magnetfeldrichtung (hier die z -Achse):

$$\Omega_P = \frac{M}{L \sin \theta}. \quad (4)$$

Dabei ist θ der Winkel zwischen $\vec{\mu}$ und \vec{B} . Diese Bewegung heißt *Präzession* und Ω_P heißt *Präzessionsfrequenz*. Das Drehmoment \vec{M} zeigt aus der Zeichenebene und veranlasst, dass sich der Drehimpuls \vec{L} auf einem Kegelmantel um \vec{B} bewegt.



4. Fragen zur Vorbereitung

1. Betrachten Sie eine rechteckige, vom Strom I durchflossene Leiterschleife mit den Seitenlängen a und b im homogenen Magnetfeld \vec{B} . Die Leiterstücke der Länge a liegen senkrecht und die mit Länge b parallel zum Feld. Bestimmen Sie das aufgrund der Lorentz-Kräfte wirkende Drehmoment \vec{M} ! Skizzieren Sie die Richtungen der Vektoren, Ströme und Rotationen.

Erklären Sie anschaulich, warum die Form der Leiterschleife keine Rolle spielt.

2. Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes das Feld \vec{B} entlang der Symmetrieachse (z -Achse) einer kreisförmigen, stromdurchflossenen Leiterschleife mit Radius r ! Plotten Sie $B(z)$, also den Verlauf von B entlang der z -Achse!
Man kann auch eine Zylinderspule mit Höhe Δz , Dicke Δr und Windungszahl N als kreisförmige Leiterschleife nähern, wobei man den Radius r mit dem mittleren Radius r_m der Spule annimmt. Wann ist diese Näherung zulässig und wo liegt der Unterschied zur einfachen Leiterschleife?

3. Betrachten Sie nun zwei gleiche Zylinderspulen mit Radius r_m , die im Abstand d parallel zueinander angeordnet sind (s. Abb. MM.4). Modellieren Sie diese wieder als kreisförmige Leiterschleifen und berechnen Sie das Magnetfeld \vec{B} sowie den

¹Warum kann man aus einem Permanentmagneten wie in Abb. MM.1(b) keine magnetischen Monopole (z.B. durch Zerschneiden) kreieren?

Feldgradienten $\frac{dB}{dz}$ entlang ihrer gemeinsamen Symmetrieachse, und zwar einmal für gleichsinnigen und einmal für gegensinnigen Stromfluss!

Geben Sie zunächst das allgemeine Ergebnis im Zentrum zwischen den beiden Spulen (also für $z = \frac{d}{2}$) an und dann für den Spezialfall $N = 195$, $r_m = 105,42$ mm und $d = 140,05$ mm! (Lösung: $B = 1,34 \text{ mT} \cdot I/A$, $\frac{dB}{dz} = 1,76 \cdot 10^{-2} \frac{\text{T}}{\text{m}} \cdot I/A$)

Wie groß ist im Vergleich dazu das Erdmagnetfeld?

4. Was versteht man unter *Helmholtz-Spulen* und was unter *Anti-Helmholtz-* bzw. *Maxwell-Spulen*? Betrachten Sie in beiden Fällen die Taylorentwicklung von $B(z)$ in der Mitte zwischen den Spulen bis zur 5. Ordnung und diskutieren Sie diese!
5. Leiten Sie Gln. (4) und (7) für die Präzessionsbewegung her. In welche Richtung präzediert die Kugel bei gegebener Rotation und gegebener Magnetfeldrichtung?
6. Geben Sie das Trägheitsmoment J und den Drehimpuls \vec{L} einer um eine Achse durch den Schwerpunkt rotierenden Kugel an (keine Herleitung)!

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

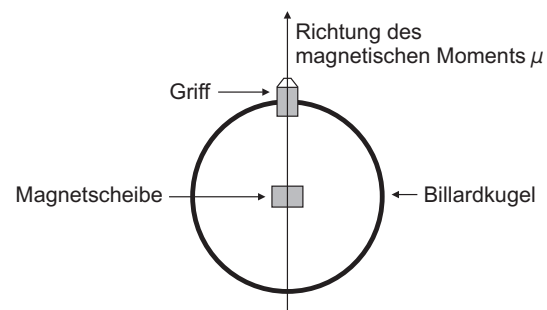
Außer dem im Folgenden beschriebenen Aufbau stehen eine Waage, eine Stoppuhr und ein Messschieber, sowie der Plastikturm (Erklärung durch Betreuer) zur Verfügung.

5.1 Die Billardkugel

Der zu vermessende magnetische Dipol ist ein kleiner zylinderförmiger Permanentmagnet, der sich in der Mitte einer Billardkugel befindet (s. Abb. MM.3). Damit man diese Kugel in Rotation versetzen kann, befindet sich an ihr ein schwarzer Griff, der außerdem in Richtung des magnetischen Moments der Magnetscheibe zeigt. Weiterhin ist im Griff ein Loch, in das man einen Aluminiumstab stecken kann. Der weiße Punkt am Griff dient zur Bestimmung der Rotationsfrequenz der Kugel (s. Abschnitt 5.6). Die Kugel mit Griff ist nicht exakt ausbalanciert, so dass sie ein Eigendrehmoment besitzt (s. Abschnitt 6.2).

Abbildung MM.3:

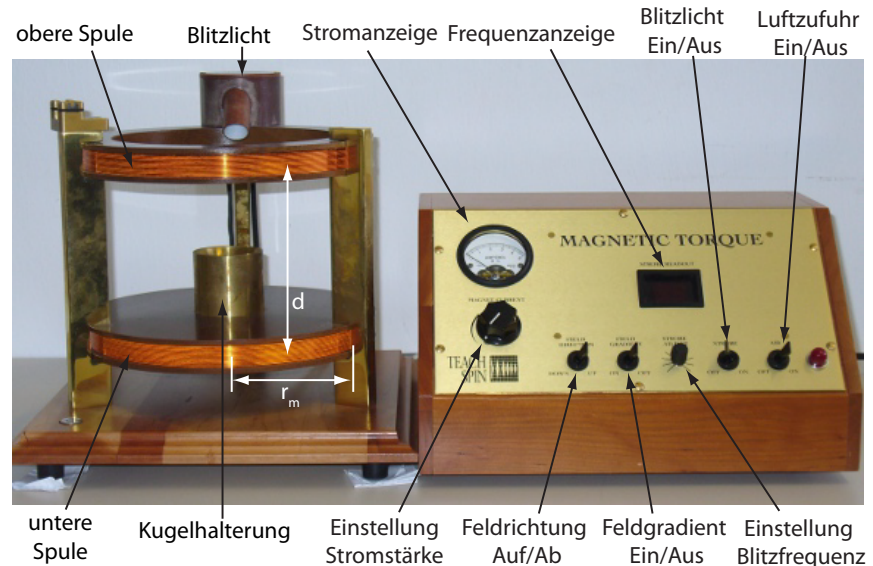
Skizze der Billardkugel mit der Magnetscheibe im Kugelininneren.



5.2 Elektromagnet und Steuerkonsole

Das Magnetfeld, in das der magnetische Dipol gebracht werden soll, wird durch Spulen (s. Abb. MM.4) erzeugt, die einem Helmholtzspulenpaar ähnlich sind (Wo liegt der Unterschied?). Für die Erzeugung eines konstanten homogenen Feldes fließt der Strom in beiden Spulen in die gleiche Richtung (festgelegt durch den Schalter "FIELD DIRECTION DOWN/UP") während zur Realisierung eines konstanten Feldgradienten der Strom in der oberen Spule umgedreht wird (durch den Schalter "FIELD GRADIENT ON").

Abbildung MM.4:
Elektromagnet mit
der Steuerkonsole,
an dessen Rückseite
sich der Netzschal-
ter befindet (nicht
im Bild).



Die Spulen bestehen aus Kupferdraht² und haben jeweils 195 Windungen. Die Maße der Spulen sind in Frage 3 zur Vorbereitung gegeben.

Um den Dipol im Zentrum zwischen den beiden Spulen zu positionieren, befindet sich dort ein Messingzylinder, dessen Deckfläche so ausgehöhlt ist, dass sie die Billardkugel aufnehmen kann. Zusätzlich befindet sich in der Mitte des Zylinders ein kleines Loch, durch das Luft dringen kann, die unter der Kugel ein Luftkissen erzeugt, so dass die Kugel fast reibungsfrei lagert.

Zur Bestimmung der Rotationsfrequenz der Billardkugel befindet sich auf der oberen Spule in einem extra Gehäuse ein stroposkopisches Blitzlicht, das Lichtblitze in festen, definierten Zeitabständen erzeugt. Deren Frequenz wird an der Steuerkonsole für 10s angezeigt und nach weiteren 10s aktualisiert.

5.3 Das Messen des Stroms

Der Strom durch die Spulen wird mit Hilfe eines Digitalmultimeters gemessen. Meißt wird der 10 A-Messbereich verwendet, lediglich zum Messen des Eigendrehmoments der Kugel wird der 200 mA-Bereich benutzt.

Wichtig: Zusätzlich zum Umschalten der Messbereiche müssen an der Rückseite der Steuerkonsole die entsprechend beschrifteten Stecker ausgetauscht werden!

5.4 Statisches Kräftegleichgewicht

Das magnetische Moment der Kugel kann dadurch bestimmt werden, indem man das Drehmoment aus Gl. (2) durch ein mechanisches Drehmoment \vec{M}_{mech} ausgleicht. Dieses wird durch einen Aluminiumstab verwirklicht, auf dem man ein Plastikgewicht der Masse m verschieben kann. Dazu wird der Stab in den Griff der Billardkugel gesteckt.³ Im Gleichgewicht gilt (l ist der Abstand der Plastikmasse vom Zentrum der Billardkugel):

$$\mu B = lmg. \quad (5)$$

²AWG # 18 (**A**merican **W**ire **G**auge), Durchmesser 1,024 mm

³Da eine Spitze des Stabes mit Stahl versehen ist, wird diese von der Magnetscheibe angezogen.

5.5 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels

Lenkt man die Billardkugel im konstanten Feld B um einen kleinen Winkel Θ aus, so oszilliert sie um die Ruhelage. Wenn J das Trägheitsmoment der Kugel ist, findet man mit der Kleinwinkelnäherung $\sin \Theta \approx \Theta$ für die Schwingungsdauer T :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 J}{\mu B}. \quad (6)$$

5.6 Präzession eines symmetrischen Kreisel

Neigt man die Kugel um einen Winkel Θ gegenüber der Richtung des konstanten Magnetfelds B und versetzt sie in Rotation, so präzediert sie mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_P um die Magnetfeldrichtung (Abb. MM.2). Ist L der Eigendrehimpuls der Kugel, so gilt:

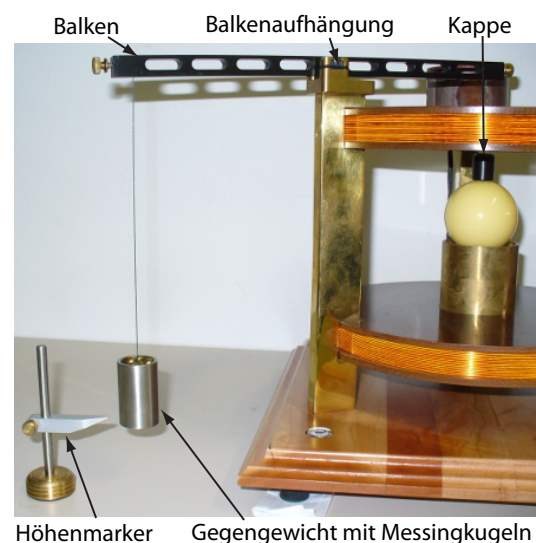
$$\Omega_P = \frac{\mu}{L} B. \quad (7)$$

Zur Bestimmung des Drehimpulses benötigt man die Rotationsfrequenz der Billardkugel. Dazu dunkelt man den Raum etwas ab und schaltet an der Steuerkonsole das Blitzlicht ein. Man stellt mit dem Drehschalter **eine feste** Frequenz zwischen 4,5 und 6,0 Hz ein (welche dann nicht mehr verändert wird) und bringt die Kugel (zunächst ohne Magnetfeld) in Rotation. Erscheint der auf dem schwarzen Griff befindliche weiße Punkt statisch, rotiert die Kugel mit der eingestellten Frequenz. Nun wird das Magnetfeld eingeschaltet und Ω_P mit einer Stoppuhr gemessen.

Das Rotieren und Positionieren der Kugel erfordert Übung. Machen Sie vor den Messungen zunächst einige Versuche!

5.7 Die Balkenwaage

Abbildung MM.5: Der Balken wird auf einem der Messingstäbe, die die Spulen halten, in eine Aufhängung gelegt. An einem Ende befindet sich eine schwarze Kappe, welche die Billardkugel halten kann, auf der anderen Seite ein Gegengewicht, welches mit Hilfe von Messingkugeln das System ins Gleichgewicht bringen kann. Es gibt zwei Sorten von Kugeln mit jeweils unterschiedlichen Massen. Der Höhenmarker dient dazu, die Ruhelage zu markieren.



6. Aufgaben

Bei diesem Versuch gibt es keine speziellen Gefährdungspotentiale.

Bestimmen Sie das magnetische Moment μ des Dipols mit verschiedenen Methoden!

Allgemeine Hinweise zur Versuchsdurchführung

- Richten Sie vor den Messungen den Elektromagneten waagrecht aus. Wieso?
- Machen Sie sich in Ruhe mit der Messapparatur und mit allen Utensilien vertraut.
- Vermeiden Sie hohe Ströme um die 4 A über längere Zeit. Warum?
- Außer bei der Messung mit der Balkenwaage benötigen Sie die Luftzufuhr und ein konstantes homogenes Magnetfeld.
- Benutzen Sie zur Berechnung der Feldstärke B und des Gradienten $\frac{dB}{dz}$ im Zentrum zwischen den beiden Spulen die Ergebnisse aus Frage 3 zur Vorbereitung.

6.1 Qualitative Beobachtungen mit Hilfe des Plastikturms

Beobachten Sie mit Hilfe des Plastikturms (ohne Luftzufuhr) qualitativ den Einfluss eines konstanten Feldes und eines Feldgradienten auf ein magnetisches Moment! Probieren Sie dabei alle mit diesem Aufbau möglichen Richtungen des Magnetfelds aus und führen Sie die Beobachtungen mit frei drehbarem und mit festgestelltem Probemoment aus.

Auswertung

Diskutieren Sie alle Ihre Beobachtungen! Stimmen diese mit Ihren Erwartungen überein?

6.2 Statisches Kräftegleichgewicht

Stellen Sie den Strom I so ein, dass die Billardkugel mit dem Aluminiumstab bei einem bestimmten Abstand l des Plastikgewichts vom Kugelzentrum in Ruhe bleibt. Messen Sie für mindestens acht verschiedene Werte von l ! Welche Rolle spielt der Winkel des Aluminiumstabes zur Vertikalen? Sie benötigen den Radius der Billardkugel und die Länge des Griiffs, um bei der Messung selbst nur den Abstand vom Griff bis zum Plastikgewicht zu messen. Außerdem benötigen Sie die Masse m des Plastikgewichts.

Bestimmen Sie auch das Eigendrehmoment der Kugel, indem Sie diese ohne Gewicht und ohne Stab ins Gleichgewicht bringen. Verwenden Sie hierzu den 200 mA-Messbereich.

Auswertung

1. Leiten Sie Gl. (5) aus der Gleichgewichtsbedingung der beiden Drehmomente her.
2. Tragen Sie lmg gegen B auf und bestimmen Sie aus der Geradensteigung μ .
3. Gl. (5) stellt eine Ursprungsgerade dar. Warum beobachten Sie das nicht?

6.3 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels

Tippen Sie bei eingeschaltetem Strom die Billardkugel kurz an, und messen Sie die Zeit für 10 volle Schwingungen. Wiederholen Sie dies für mindestens zehn verschiedene (sinnvoll ausgewählte) Stromstärken I ! Sie benötigen die Masse der Billardkugel.

Auswertung

1. Leiten Sie Gl. (6) her, indem Sie das Drehmoment \vec{M} gleich der zeitlichen Änderung des Drehimpulses \vec{L} setzen. Achten Sie auf das Vorzeichen!
2. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J der Kugel. Vernachlässigen Sie den Griff.
3. Tragen Sie T^2 gegen $\frac{1}{B}$ auf und bestimmen Sie aus der Geradensteigung μ .
Geht die Gerade durch den Ursprung und falls nein, warum nicht? Versuchen Sie, dies zu korrigieren!

6.4 Präzession eines symmetrischen Kreisels

Lassen Sie die Billardkugel rotieren. Durch leichtes Antippen mit der Fingerspitze oder mit dem Aluminiumstab kann die Kugel stabilisiert und in die gewünschte Position gebracht werden (Neigung gegenüber der Vertikalen). Bestimmen Sie nun die Rotationsfrequenz (beachten Sie, dass die Anzeige nur alle 20s aktualisiert wird). Messen Sie die Zeit für eine volle Umdrehung der Präzessionsbewegung für mindestens sechs Stromstärken I und mindestens drei Mal für jede Stromstärke!

Hinweis: Überlegen Sie sich, wie Sie das Magnetfeld B instantan einschalten können!

Auswertung

1. Leiten Sie Gl. (7) her.
2. Bestimmen Sie den Drehimpuls L der Billardkugel unter Vernachlässigung des Griffs.
3. Tragen Sie Ω_P gegen B auf und bestimmen Sie aus der Geradensteigung μ .
Geht die Gerade durch den Ursprung und falls nein, haben Sie eine Idee wieso nicht? Versuchen Sie, dies zu korrigieren!

6.5 Kraft auf einen magnetischen Dipol im inhomogenen Magnetfeld

Bringen Sie den Balken bei ausgeschaltetem Strom mit Hilfe der Messingkugeln ins Gleichgewicht und markieren Sie die Ruhelage. Aktivieren Sie den Feldgradienten und balancieren Sie die Waage durch Einstellen des Stroms für verschiedene Anzahlen von Messingkugeln aus. Nehmen Sie so viele Werte auf, wie vernünftigerweise möglich sind! Sie benötigen die Masse der Messingkugeln. Gehen Sie davon aus, dass alle Kugeln einer Sorte die gleiche Masse haben.

Auswertung

Tragen Sie die Gewichtskraft der Kugeln gegen den Feldgradienten $\frac{dB}{dz}$ auf und bestimmen Sie aus der Geradensteigung μ .

Vergleichen Sie abschließend alle Ihre Messergebnisse für μ und diskutieren Sie diese und etwaige Unterschiede!

Welchen Einfluss hat das Eigendrehmoment auf die einzelnen Messungen?

Welcher Strom müsste fließen, wenn Sie das hier gemessene magnetische Moment durch eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius 1 cm simulieren würden?

Versuch KW: Komplexe Widerstände

1. Motivation und Versuchsziel

Wird an eine elektrische Schaltung aus Widerständen, Kondensatoren und Spulen eine Wechselspannung angelegt, so ist der durch diese Bauteile fließende Strom im Allgemeinen nicht mit der angelegten Spannung in Phase. Die Bauteile können durch komplexe Widerstände beschrieben werden, so dass das Ohmsche Gesetz und die Kirchhoffschen Regeln formal auch für Wechselstromkreise gelten.

In einem elektrischen Schwingkreis, bestehend aus einer Spule und einem Kondensator, kann Ladung zwischen den beiden Bauteilen hin und her fließen. Analog zu einem mechanischen Pendel, bei dem ein ständiger Austausch von kinetischer und potentieller Energie stattfindet, wandert die Energie zwischen Spule und Kondensator hin und her. Die mathematische Beschreibung der Schwingungen ist in beiden Fällen formal identisch.

Sie werden in diesem Versuch das Verhalten verschiedener Kombinationen komplexer Widerstände beim plötzlichen Einschalten einer Spannung untersuchen. Analog zum Versuch ES werden Sie sich mit freien und mit erzwungen Schwingungen beschäftigen und deren Resonanzkurven vermessen, diesmal aber anhand elektrischer Schwingkreise. Außerdem lernen Sie eine Methode zum Messen beliebiger komplexer Widerstände kennen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-2, Abschnitte 2.4.1, 2.4.2., 4.2.1, 4.2.2, 4.2.6, 4.3.1, 4.3.2, 5.1.1 und 5.1.4

Gerthsen, Abschnitte 8.1.5, 8.1.6, 8.3.2, 8.3.3 8.3.5 und 8.3.7

EKS, Abschnitte 22 und 24

Berkeley 2, Abschnitte 4.11 und 8; Berkeley 6, Abschnitte 6.1–6.4

Tipler, Abschnitte 21.1, 21.2, 24.1–24.3, 25.1–25.6, 28.6–28.8, 29.1, 29.2 und 29.4–29.6

HBG, Kapitel 1 *sowie* Vorbereitung und Fragen zu Versuch ES

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Wechselspannung und Wechselstrom

Wechselspannungen $U(t)$ und *Wechselströme* $I(t)$ sind zeitlich nicht konstant, sondern variieren (z.B. periodisch). Technische Wechselspannungen und -ströme sind meist sinusförmig und werden durch

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \quad \text{und} \quad I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

beschrieben (s. Abb. KW.1a). U_0 und I_0 sind die Amplituden oder *Scheitelwerte* von Spannung und Strom, $\omega = 2\pi f$ wenn $f = \frac{1}{T}$ die Frequenz der Wechselspannung und T die Periodendauer ist, und φ beschreibt eine mögliche Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung. Weitere im Labor häufig verwendete Wechselspannungen sind Dreieck- oder Rechteckspannungen (s. Abb. KW.1b und c).

Bei der quantitativen Beschreibung von Wechselstromkreisen ist wegen der notwendigen Berücksichtigung von Betrag und Phase eine komplexe Schreibweise hilfreich.¹ Spannung und Strom aus Gl. (1) lassen sich dann darstellen als

¹Komplexe Größen werden im Folgenden durch eine Tilde gekennzeichnet, wie z.B. $\tilde{U}(t)$.

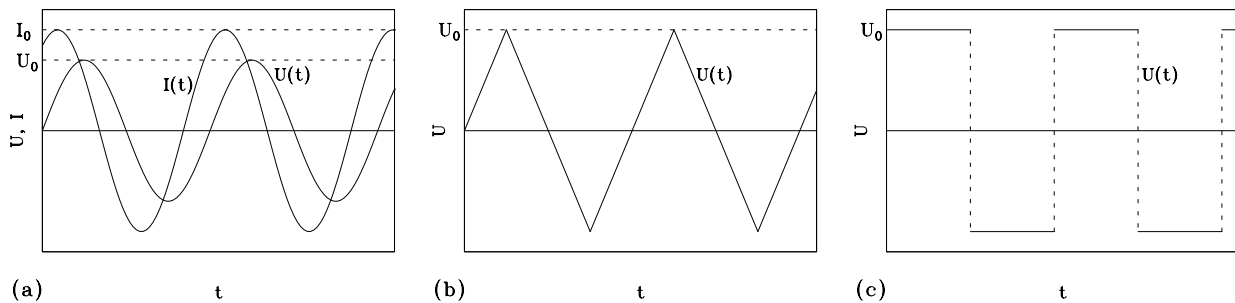


Abbildung KW.1: (a) Zeitlicher Verlauf einer sinusförmigen Wechselspannung $U(t)$ sowie des dazu phasenverschobenen Wechselstromes $I(t)$. (b) Dreiecksspannung und (c) Rechtecksspannung.

$$\tilde{U}(t) = U_0 e^{i\omega t} \quad \text{und} \quad \tilde{I}(t) = \tilde{I}_0 e^{i\omega t} \quad (2)$$

wobei die Messgrößen durch die entsprechenden Realteile $U(t) = \text{Re}(\tilde{U}(t))$ und $I(t) = \text{Re}(\tilde{I}(t))$ gegeben sind. Ist wie hier die Amplitude U_0 der Spannung reell, so wird \tilde{I}_0 i. Allg. komplex sein: $\tilde{I}_0 = I_0 e^{i\varphi}$ mit $I_0 = |\tilde{I}_0|$ und $\tan \varphi = \frac{\text{Im}(\tilde{I}_0)}{\text{Re}(\tilde{I}_0)}$. Damit ist $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$.

3.2 Komplexe Widerstände

Eine Reihenschaltung aus einem Ohmschen Widerstand R und einer Spule der Induktivität L wird als R - L -Kombination bezeichnet (Abb. KW.2a). Wird an eine solche Schaltung die Wechselspannung $\tilde{U}(t) = U_0 e^{i\omega t}$ angelegt, so gilt $\tilde{U}(t) = \tilde{U}_R(t) + \tilde{U}_L(t)$. Mit $\tilde{U}_R(t) = R \tilde{I}(t)$ und $\tilde{U}_L(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt}$ folgt für $\tilde{I}(t)$ die Differentialgleichung

$$L \dot{\tilde{I}} + R \tilde{I} = U_0 e^{i\omega t} \quad (3)$$

Mit dem Ansatz $\tilde{I}(t) = \tilde{I}_0 e^{i\omega t}$ ergibt sich

$$\tilde{I}_0 = \frac{U_0}{R + i\omega L} \quad \text{oder auch} \quad \tilde{I}(t) = \frac{\tilde{U}(t)}{R + i\omega L} \quad (4)$$

Dies entspricht formal dem Ohmschen Gesetz $\tilde{I}_0 = \frac{U_0}{\tilde{R}}$, wenn man $\tilde{R} = R + i\omega L$ als komplexen Wechselstromwiderstand der R - L -Kombination auffasst.

Mit einer analogen Überlegung für eine R - C -Kombination (s. Abb. KW.2b) erhält man schließlich die folgenden komplexen Widerstände \tilde{R}_i für die verschiedenen Bauteile:

$$\begin{aligned} \text{Ohmscher Widerstand } R: & \quad \tilde{R}_R = R \\ \text{Spule mit Induktivität } L: & \quad \tilde{R}_L = i\omega L \\ \text{Kondensator mit Kapazität } C: & \quad \tilde{R}_C = \frac{1}{i\omega C} \end{aligned} \quad (5)$$

Ein Ohmscher Widerstand verhält sich also bezüglich Wechselspannungen genauso wie bei Gleichspannungen während die Wechselstromwiderstände von Spulen und Kondensatoren von der Frequenz der angelegten Spannung abhängen.

Abbildung KW.2:
Spannungsverhältnisse
(a) an einer R - L -Schaltung und (b) an einer R - C -Schaltung.

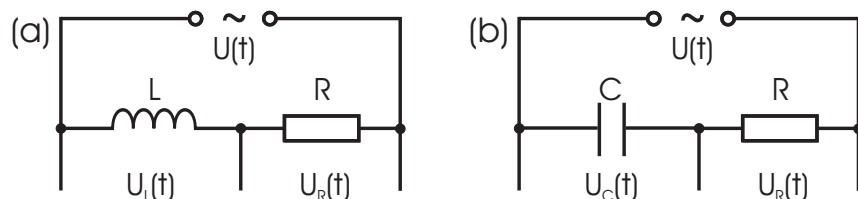
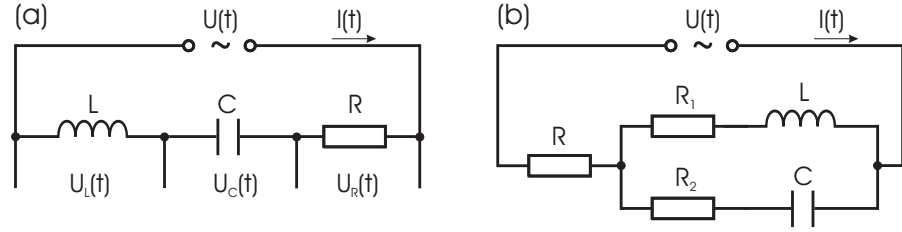


Abbildung KW.3:

(a) Serienschwingkreis.

(b) Beispiel für einen Parallelschwingkreis.



Mit den Zuordnungen nach Gl. (5) gelten wieder die Kirchhoffschen Maschen- und Knotenregeln und insbesondere die bekannten Gesetze:

Reihenschaltung von n komplexen Widerständen:
$$\tilde{R}_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n \tilde{R}_i \quad (6)$$

Parallelschaltung von n komplexen Widerständen:
$$\frac{1}{\tilde{R}_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tilde{R}_i} \quad (7)$$

Liegt also an einer beliebigen Kombination von Bauteilen mit komplexem Gesamtwiderstand \tilde{R} die Spannung $\tilde{U}(t) = U_0 e^{i\omega t}$ an, so gilt für den Strom durch die Schaltung

$$\tilde{I}(t) = \frac{U_0}{\tilde{R}} e^{i\omega t} = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \quad \text{mit} \quad I_0 = \frac{U_0}{|\tilde{R}|} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = -\frac{\text{Im}(\tilde{R})}{\text{Re}(\tilde{R})} \quad (8)$$

3.3 Elektrische Schwingkreise

Ein *elektrischer Schwingkreis* besteht aus einer Spule und einem Kondensator, beides Bauelemente welche elektrische Energie speichern können. Die Energie kann dabei von einem Bauteil auf das andere und zurück übertragen werden, so dass eine periodische Schwingung ähnlich wie bei einem mechanischen Pendel entsteht. Liegt an der Schaltung eine Wechselspannung an, so kann es zu erzwungenen Schwingungen kommen.

Abbildung KW.3(a) zeigt einen *Serienschwingkreis*, bei dem also Spule und Kondensator hintereinander geschaltet sind.² Es gilt offenbar $\tilde{U}(t) = \tilde{U}_L(t) + \tilde{U}_C(t) + \tilde{U}_R(t)$. Mit $\tilde{U}_L(t) = L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt}$, $\tilde{U}_C(t) = \frac{\tilde{Q}(t)}{C}$, $\tilde{U}_R(t) = R\tilde{I}(t)$ und der antreibenden Spannung $\tilde{U}(t) = U_0 e^{i\omega t}$ folgt nach einmaliger Differentiation nach der Zeit eine Differentialgleichung 2. Ordnung für den durch die Anordnung fließenden Strom $\tilde{I}(t)$

$$L\ddot{\tilde{I}} + R\dot{\tilde{I}} + \frac{1}{C}\tilde{I} = i\omega U_0 e^{i\omega t} \quad (9)$$

Durch geeignete Umformungen können analoge Differentialgleichungen für $\tilde{U}_L(t)$, $\tilde{U}_C(t)$ und $\tilde{U}_R(t)$ aufgestellt werden. Alle diese Beschreibungen sind formal identisch mit der von erzwungenen mechanischen Schwingungen (s. Gl. 2 aus Versuch ES), so dass deren Lösungen direkt übernommen werden können. Der Strom durch die Schaltung sowie die Spannungen über den einzelnen Bauteilen haben also die Form von getriebenen gedämpften Schwingungen mit den entsprechenden Resonanzphänomenen.

Sind Spule und Kondensator parallel zueinander geschaltet, spricht man von einem *Parallelschwingkreis*. Abbildung KW.3(b) zeigt die in diesem Versuch verwendete Anordnung.³

²Der Dämpfungswiderstand R ist aufgrund der endlichen Ohmschen Verluste in Spulen und Kondensatoren immer vorhanden, auch wenn er nicht explizit in den Stromkreis eingebaut wird.

³Die Widerstände können wieder als Platzhalter für die Ohmschen Verluste in den Bauteilen aufgefasst oder aber auch als zusätzliche Dämpfungswiderstände eingebaut werden.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Wie groß ist der Effektivwert einer sinusförmigen Wechselspannung (bzw. des dazu gehörigen Stromes) und was ist dessen anschauliche Bedeutung?
2. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen der an einem Ohmschen Widerstand R abfallenden Wechselspannung und dem durch ihn fließenden Strom? Wie sind die Verhältnisse für eine Spule L und wie für einen Kondensator C ?
3. Verhältnisse am Serienschwingkreis aus Abb. KW.3(a)

- (a) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz der elektrischen Schwingung durch Vergleich von Gl. (9) oben mit Gl. (2) aus Versuch ES!
- (b) Berechnen Sie den komplexen Gesamtwiderstand \tilde{R}_{ges} im Schwingkreis und den durch die Anordnung fließenden Strom $\tilde{I}(t)$, also I_0 und φ gemäß Gl. (8)!
- (c) Am Übersichtlichsten lassen sich die Verhältnisse anhand eines Zeigerdiagramms darstellen. Zeichnen Sie mit Hilfe der in Aufgabe 2 gewonnenen Erkenntnisse U_0 , U_R , U_L , U_C und I_0 in ein solches Diagramm ein.
- (d) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz ω_r , für die der Strom I_0 extremal wird! Ist dies ein Minimum oder ein Maximum? Wie ist in diesem Fall die Phasenverschiebung φ und wie groß ist der Gesamtwiderstand? Wie verhält sich also der Serienschwingkreis im Resonanzfall, und was folgt daraus sofort für U_C und U_L (s. Zeigerdiagramm)? Welchen Wert haben U_C und U_L in diesem Fall?
Es kommt also zu einer *Spannungsüberhöhung* oder *Spannungsresonanz* an Kondensator und Spule. Der Faktor $Q = \sqrt{\frac{L}{CR^2}}$ heißt Gütefaktor.
- (e) Berechnen Sie nun die Beträge U_R , U_C und U_L der Spannungen an Widerstand, Kondensator und Spule als Funktionen der Frequenz und skizzieren Sie diese qualitativ (ins gleiche Diagramm)! Beachten Sie dabei das jeweilige Verhalten für kleine und große Frequenzen, sowie im Resonanzfall.
Können Sie aus diesen Ergebnissen eine oder zwei Anwendungen ableiten?

4. Verhältnisse am Parallelschwingkreis aus Abb. KW.3(b)

- (a) Berechnen Sie den komplexen Gesamtwiderstand in der Form $\tilde{R}_{\text{ges}} = a + ib$ mit reellen a , b für $R_1 = R_2$!
- (b) Wie groß ist \tilde{R}_{ges} für $R_1 = R_2 = 0$? Berechnen Sie die Resonanzfrequenz ω_r , für die $|\tilde{R}_{\text{ges}}|$ extremal wird! Ist dies ein Minimum oder ein Maximum? Welcher Strom fließt also im Resonanzfall durch den Widerstand R ?
Fällt Ihnen hierzu eine Anwendung ein?
- (c) Berechnen Sie \tilde{R}_{ges} für $R_1 = R_2 \neq 0$ im Resonanzfall! Was fällt auf, und welche Phasenverschiebung besteht also zwischen dem Strom durch den Widerstand R und der treibenden Spannung? (Ergebnis: $\tilde{R}_{\text{ges}} = R + \frac{1}{2}R_1 + \frac{L}{2R_1C}$)

5. Wie lautet die Abgleichbedingung der Brückenschaltung in Abb. KW.4? Geben Sie Beziehungen für die reellen Werte a und b des zu messenden Widerstandes $\tilde{R}_x = a + ib$ als Funktion von R_1 und R_3 sowie der festen Größen R_2 , C und ω an!
(Ergebnisse: $a = R_3 \frac{1+R_1R_2\omega^2C^2}{1+R_2^2\omega^2C^2}$, $b = R_3\omega C \frac{R_1-R_2}{1+R_2^2\omega^2C^2}$)

Berechnen Sie hieraus nun die zu erwartenden Werte für R_1 und R_3 wenn für \tilde{R}_x die in Abb. KW.6(a) und (b) gezeigten Widerstände verwendet werden!

(Ergebnisse: (a) $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$; (b) $R_1 \approx 360 \Omega$, $R_3 \approx 1200 \Omega$)

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Zum Aufbau verschiedener Schaltungen stehen ein Steckbrett, unterschiedliche elektrische Bauteile und Verbindungskabel zur Verfügung. Als Wechselspannungsquelle wird ein Frequenzgenerator zur Erzeugung von Sinus- und Rechteckspannungen mit einstellbarer Ausgangsamplitude verwendet. Zur Sichtbarmachung der zeitlichen Spannungs- und Stromverläufe sowie als Abgleichinstrument dient ein Zweikanal-Oszilloskop. Außerdem ist ein Trenntrafo vorhanden. Frequenzgenerator und Oszilloskop haben die gleiche Masse, welche mit der Labormasse identisch ist.

Die zu untersuchenden Schaltungen werden unter “6. Versuchsdurchführung” beschrieben.

5.1 Beobachtung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung

An den zu analysierenden komplexen Widerstand \tilde{R} wird eine sinusförmige Wechselspannung $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ angelegt. Diese wird auf Kanal 1 des Oszilloskops gegeben, während an Kanal 2 der durch \tilde{R} fließende Strom $I(t) = \frac{U_0}{|\tilde{R}|} \sin(\omega t - \varphi) = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$ dargestellt wird. Hierzu wird die zu diesem Strom proportionale Spannung an einem Ohmschen Widerstand $R \ll |\tilde{R}|$ abgegriffen.

Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung kann entweder im normalen x - t -Betrieb oder im x - y -Betrieb (s. Drehknopf für die Zeitbasis) beobachtet werden. Im ersten Fall werden Strom und Spannung direkt als Funktion der Zeit übereinander dargestellt, wobei die beiden Kurven um φ gegeneinander verschoben sind. Bei der zweiten Variante liegt die Spannung am horizontalen Ablensystem und der Strom am vertikalen, so dass der Strom als Funktion der Spannung gezeigt wird. Im allgemeinen Fall einer beliebigen Phasenverschiebung φ wird dann eine schräge Ellipse auf dem Oszilloskopschirm sichtbar. Für $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ fallen die Halbachsen mit der horizontalen und vertikalen Ablenkrichtung zusammen, so dass durch Ändern der Ablenkempfindlichkeiten die Ellipse zu einem Kreis gemacht werden kann. Für $\varphi = 0$ entartet die Ellipse zu einer Geraden.

5.2 Messung des Stroms durch einen komplexen Widerstand

Wie eben beschrieben wird der durch den komplexen Widerstand fließende Strom an das vertikale Ablensystem (Kanal 2) angelegt, wobei der Eingang für das horizontale Ablensystem (Kanal 1) nun geerdet ist (entsprechender Schalter in Stellung “GD”). Im x - y -Betrieb ist dann ein vertikaler Strich zu sehen und der Absolutwert des Stroms kann mit Hilfe des Widerstands R berechnet werden.

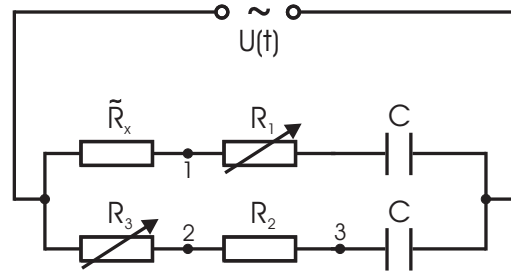
5.3 Einschaltvorgänge an komplexen Widerständen

Wird an den zu untersuchenden komplexen Widerstand \tilde{R} eine Rechteckspannung angelegt, so wird der Ein- und Ausschaltvorgang periodisch wiederholt. Der Strom durch \tilde{R} wird wieder als Spannungsabfall an einem Ohmschen Widerstand $R \ll |\tilde{R}|$ in Reihe zu \tilde{R} abgegriffen und auf Kanal 2 des Oszilloskops gegeben, während die Rechteckspannung an Kanal 1 liegt. Im normalen Zweikanal- x - t -Betrieb kann nun die Reaktion des Systems auf das Ein- und Ausschalten der Spannung sichtbar gemacht werden.

5.4 Brückenschaltung zur Messung komplexer Widerstände

Ein beliebiger komplexer Widerstand $\tilde{R}_x = a + ib$ mit den reellen Widerständen a und b kann mit einer Brückenschaltung ähnlich der nach Wheatstone (s. Versuch SK) bestimmt

Abbildung KW.4: Brückenschaltung zur Messung eines beliebigen komplexen Widerstandes \tilde{R}_x . Der Abgleich erfolgt zwischen den Punkten 1 und 2 (Kanal 2), die Referenzspannung wird zwischen den Punkten 2 und 3 (Kanal 1) abgegriffen. Im Abgleich entartet die am Oszilloskop (x - y -Betrieb) sichtbare Ellipse zu einer horizontalen Linie.



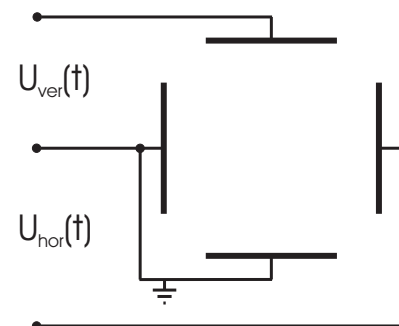
werden. Ein Beispiel einer solchen Schaltung ist in Abb. KW.4 gezeigt. Anders als bei der Wheatstonebrücke für Ohmsche Widerstände müssen nun auch komplexe Widerstände vorhanden sein und man benötigt zum Abgleich zwei variable Bauteile (warum?), welche hier Widerstandsdekaden sind. Die Brücke wird mit Wechselspannung einer bestimmten Frequenz betrieben. Im Abgleich fällt an \tilde{R}_x die gleiche Spannung ab wie an R_3 , so dass auch an der Kombination R_1 - C die gleiche Spannung abfallen muss wie an R_2 - C .

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Bananenstecker (4 mm-Federstecker) oder elektrische Bauteile dürfen auf keinen Fall in die Steckdose gesteckt werden!

- Beachten Sie Abb. KW.5!
- Die schwarze Buchse des Frequenzgenerators und die \perp -Buchsen des Oszilloskops liegen an der gleichen Masse!
- Die Ausgangsamplitude am Frequenzgenerator darf nicht zu hoch eingestellt werden, da es sonst zu Verzerrungen kommt (mit Oszilloskop nachprüfen)!
- Die Schaltung ist immer erst **nach dem Aufbau** an die Spannungsversorgung anzustecken und immer **vor dem Abbau** wieder abzustecken!

Abbildung KW.5: Fertigen Sie für jede Schaltung zunächst einen Schaltplan in Ihrem Protokollheft an und stellen Sie sicher, dass Sie diesen verstanden haben! Zeichnen Sie dabei immer das Anschlusschema des Oszilloskops wie etwa in der nebenstehenden Abbildung mit ein, sowie den Masseanschluss. Bauen Sie die Schaltung dann in Ruhe anhand des Planes auf und ziehen Sie den Betreuer zu Rate, wenn Sie unsicher sind.



6.1 Qualitative Beobachtungen

Führen Sie für verschiedene Kombinationen von Widerstand, Kondensator und Spule qualitative Untersuchungen zur Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung sowie zum Antwortverhalten auf einen Einschaltvorgang durch!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Bauen Sie eine **R-L-Kombination** nach Abb. KW.2(a) auf ($L \approx 10$ mH, Widerstandsdekade für R). Wählen Sie für die Frequenz der Wechselspannung $f = 5$ kHz. Beobachten Sie qualitativ die Phasenverschiebung zwischen dem Strom und der

Eingangsspannung für verschiedene Dämpfungswiderstände $R = 10\ \Omega \dots 10\ \text{k}\Omega$ nach beiden in Abschnitt 5.1 beschriebenen Methoden. Der Strom wird dabei durch die Spannung über R dargestellt. Übertragen Sie Ihre Beobachtungen ins Protokollheft.

Betrachten Sie den Einschaltvorgang an dieser R - L -Kombination für verschiedene $R = 10\ \Omega \dots 10\ \text{k}\Omega$ und übertragen Sie Ihre Beobachtungen ins Protokollheft.

2. Wiederholen Sie diese Aufgaben für eine **R-C-Kombination** nach Abb. KW.2(b) ($C \approx 0,1\ \mu\text{F}$, Widerstandsdekade für R).

3. Bauen Sie einen **Serienschwingkreis** nach Abb. KW.3(a) auf ($L \approx 10\ \text{mH}$, $C \approx 0,1\ \mu\text{F}$, Widerstandsdekade für R). Wählen Sie für die Wechselspannung $f = 500\ \text{Hz}$.

Betrachten Sie den Einschaltvorgang am Serienschwingkreis für verschiedene $R = 10\ \Omega \dots 10\ \text{k}\Omega$ und übertragen Sie Ihre Beobachtungen ins Protokollheft.

Bestimmen Sie den Widerstand R_a für den aperiodischen Grenzfall!

Auswertung

Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen bezüglich der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung bei Variation von R für die verschiedenen Schaltungen! Entspricht dies Ihren Erwartungen?

Diskutieren Sie außerdem Ihre Beobachtungen für die Einschaltvorgänge bei Variation von R an den verschiedenen Schaltungen! Entspricht dies Ihren Erwartungen?⁴

Diskutieren Sie R_a im Vergleich zu dem von Ihnen erwarteten Wert!

6.2 Resonanz im Serienschwingkreis

Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz und nehmen Sie die Resonanzkurve auf!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Bauen Sie die Schaltung aus Aufgabe 6.1 (3.) zunächst so auf, dass am Oszilloskop die Spannung $U_L(t)$ an der Spule gegen die Eingangsspannung $U(t)$ dargestellt werden kann. Welche Figur erwarten Sie im Resonanzfall?

Wählen Sie $R = 100\ \Omega$ und bestimmen Sie die Resonanzfrequenz!

2. Bauen Sie nun die Schaltung so um, dass die Eingangsspannung $U(t)$ und die Spannung am Widerstand $U_R(t)$ am Oszilloskop anliegen.

Nehmen Sie U_R (und damit den Strom I_0 durch die Schaltung) als Funktion der Frequenz mit der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Methode von $f = 1 \dots 50\ \text{kHz}$ auf. Führen Sie die Messung zuerst für $R = 10\ \Omega$ und dann für $R = 100\ \Omega$ durch! Wählen Sie in der Nähe der Resonanzfrequenz kleinere Schritte für f .

Hinweise: Zur Bestimmung von I_0 wird die Spannung am Dämpfungswiderstand R abgegriffen. Die Ströme für verschiedene Messungen sind aber nur dann vergleichbar, wenn sie bei gleichem U_0 durchgeführt werden. Bei kleinen Widerständen kann die Spannung U_0 des Frequenzgenerators abfallen, so dass diese im Verlauf der Messung u.U. nachgeregelt werden müsste. Sie umgehen dieses Problem indem Sie U_0 nicht zu

⁴Für die R - L -Kombination könnten Sie z.B. Gl. (3) mit $\omega = 0$ und der Anfangsbedingung $I(0) = 0$ lösen. Für die R - C -Kombination können Sie eine analoge Differentialgleichung aufstellen und diese mit $I(0) = \frac{U_0}{R}$ lösen. Für die freie Schwingung im Serienschwingkreis können Sie entweder den homogenen Teil von Gl. (9) lösen oder durch geeigneten Vergleich die Lösungen aus Versuch ES verwenden.

groß einstellen. Wählen Sie also vor der Messung durch Ausprobieren ein geeignetes U_0 . Achten Sie darauf, dass nahe der Resonanz keine Verzerrungen von U_R auftreten.

Auswertung

Vergleichen Sie die gemessene Resonanzfrequenz mit der theoretisch erwarteten $\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$! Zeichnen Sie den gemessenen Strom als Funktion der Frequenz für die verschiedenen Dämpfungswiderstände in ein gemeinsames Diagramm auf halblogarithmischem Papier! Stimmen die Verhältnisse der Resonanzströme mit Ihren Erwartungen überein?

6.3 Messung komplexer Widerstände

Messen Sie zwei komplexe Widerstände mit Hilfe einer Brückenschaltung!

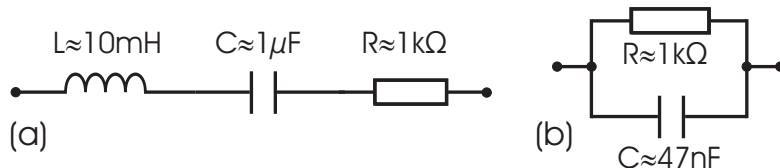
Hinweise zur Versuchsdurchführung

Bauen Sie die Brückenschaltung nach Abb. KW.4 auf ($C \approx 0,1 \mu\text{F}$, $R_2 \approx 1 \text{ k}\Omega$, Widerstandsdekaden für R_1 und R_3). Wählen Sie für die Frequenz der Wechselspannung $f = 1,592 \text{ kHz}$ ($\omega = 10^4 \frac{1}{\text{s}}$).

Der Frequenzgenerator muss galvanisch von der Brückenschaltung getrennt werden, was hier mit Hilfe eines Trenntrafos geschieht. Warum ist das nötig, bzw. wie sieht die Schaltung ohne den Trenntrafo aus?

Bestimmen Sie nun für die komplexen Widerstände \tilde{R}_a und \tilde{R}_b aus Abb. KW.6(a) und (b) die jeweiligen Werte R_1 und R_3 durch Abgleich der Brücke!

Abbildung KW.6: Komplexe Widerstände (a) \tilde{R}_a und (b) \tilde{R}_b .



Auswertung

Vergleichen Sie die von Ihnen gemessenen Werte für R_1 und R_3 mit den für die verwendeten Bauteile erwarteten Werte (vgl. Frage 5 zur Vorbereitung)!

6.4 Freiwillige Zusatzaufgabe für Forscher: Resonanz im Parallelschwingkreis

Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz und nehmen Sie die Resonanzkurve auf!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Bauen Sie die Schaltung nach Abb. KW.3(b) auf ($L \approx 10 \text{ mH}$, $C \approx 0,1 \mu\text{F}$, $R \approx 100 \Omega$, Widerstandsdekaden für R_1 und R_2), und zwar so, dass am Oszilloskop die Eingangsspannung $U(t)$ und die Spannung $U_R(t)$ am Widerstand R dargestellt werden können. Welche Figur erwarten Sie im Resonanzfall?

Wählen Sie $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ und bestimmen Sie die Resonanzfrequenz!

2. Nehmen Sie wie in Aufgabe 6.2 den Strom I_0 durch die Schaltung als Funktion der Frequenz von $f = 1 \dots 50 \text{ kHz}$ auf, und zwar jeweils für $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ und für $R_1 = R_2 = 100 \Omega$! Beachten Sie dabei die Hinweise zu Aufgabe 6.2 oben!

Auswertung

Wie Auswertung zu Aufgabe 6.2 oben!

Versuch Beu: Beugung an Spalten und Gittern

1. Motivation und Versuchsziel

Viele Erscheinungen in der Optik können durch fiktive, sich geradlinig ausbreitende Lichtstrahlen erklärt werden. Die Grenze dieses vereinfachten Modells wird erreicht, wenn die Ausdehnungen der betrachteten Objekte mit der Größenordnung der Lichtwellenlänge vergleichbar werden. In diesem Fall kommt es zu Beugungserscheinungen: An Stellen, die nach der Strahlenoptik eigentlich dunkel sein müssten, wird eine endliche Intensität beobachtet und umgekehrt. Außerdem ist die Gesamtintensität an einem Punkt nicht einfach die Summe der dort ankommenden Einzelintensitäten.

In diesem Versuch werden Sie die Beugungsmuster von monochromatischem Licht an Einzelspalten, Doppelspalten, Mehrfachspalten und Gittern studieren. Sie werden die einzelnen Erscheinungen qualitativ und quantitativ miteinander vergleichen und lernen, wie Sie aus ihren Ergebnissen bei bekannter Lichtwellenlänge die geometrischen Ausdehnungen der betrachteten Objekte bestimmen können. Umgekehrt können Sie mit dieser Methode bei bekannten Objekten die Lichtwellenlänge bestimmen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-3, Abschnitte 3.1 und 3.8–3.10; BS-1, Abschnitt 13.6

Gerthsen, Abschnitte 11.1 und 4.4.1–4.4.4

Berkeley 3, Abschnitte 9.1–9.6; Berkeley 6, Abschnitt 9.5

EKS, Abschnitte 38 und 40

Tipler, Abschnitte 31.2, 33.1 und 33.3–33.8

3. Theoretischer Hintergrund

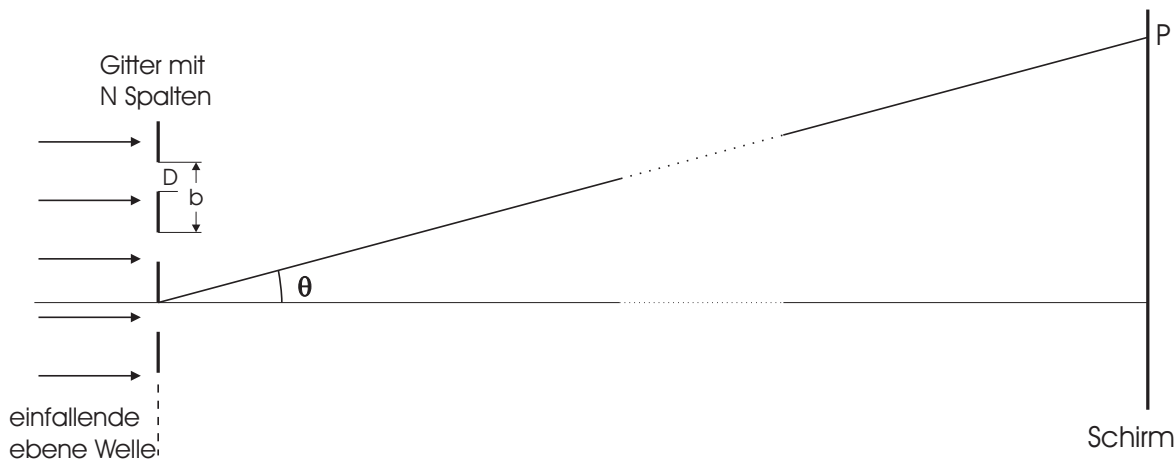
Licht ist elektromagnetische Strahlung und kann als transversale Welle beschrieben werden, z.B. durch das elektrische Feld $E(x, t)$ am Ort x zur Zeit t . Für Licht der Wellenlänge λ mit der Frequenz f ergibt sich dann bei konstanter Amplitude A

$$E(x, t) = A \cdot e^{i(\omega t + kx)} \quad (1)$$

Dabei ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl und $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz. Es wird nur eine Polarisationsrichtung betrachtet. Typischerweise wird allerdings nicht das elektrische Feld $E(x, t)$, sondern die Intensität $I(x) = \overline{|E(x, t)|^2}$ beobachtet. Der Querstrich bezeichnet den zeitlichen Mittelwert.

In Abb. Beu.1 sind N Spalte der Breite D periodisch im Abstand b nebeneinander angeordnet, wobei nach Definition $b > D$ ist. Wenn von links eine ebene Welle konstanter Amplitude einfällt, wird das Licht an den Spalten gebeugt, so dass sich auf einem Schirm dahinter eine bestimmte Intensitätsverteilung ergibt. Ist der Abstand zwischen dem Schirm und den Spalten groß gegen die Ausdehnung der Spalte, so findet man am Punkt P, der mit der Einfallrichtung des Lichtes den Winkel θ einschließt (vgl. Abb. Beu.1) die Intensität

$$I(P) \propto D^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{N\pi b}{\lambda} \sin \theta)}{\sin(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta)} \right)^2 \quad (2)$$

Abbildung Beu.1: Schematische Darstellung zur Lichtbeugung an einem Gitter mit N Spalten.

Man erhält dieses Resultat, indem man die einzelnen Spalte jeweils als Ausgangspunkte vieler individueller Kugelwellen betrachtet und deren elektrische Felder am Punkt P addiert (für Einzelheiten s. Literatur). Man schreibt oft kürzer:

$$I(P) = I_0 D^2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin Ny}{\sin y} \right)^2 \quad \text{mit} \quad x = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta, \quad y = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \quad (3)$$

Dabei ist I_0 eine normierte Intensität die nur von der einfallenden Welle abhängt. Der erste Teil dieses Ausdrucks heißt *Spaltfunktion* und der zweite Teil *Gitterfunktion*.

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen Beugung und Interferenz sowie den Unterschied zwischen Fraunhofer- und Fresnelbeugung!
2. Diskutieren Sie die Funktion für die Intensitätsverteilung, Gl. (3), für $N = 1$ (Einzelspalt): Zeigen Sie, dass die Minima bei $\sin \theta = \frac{n\lambda}{D}$ mit $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ zu finden sind. Wo liegt das Zentralmaximum, und warum? Schätzen Sie die Intensität der Maxima höherer Ordnung bezogen auf das Zentralmaximum ab und skizzieren Sie die Intensität als Funktion von $\sin \theta$!
3. Diskutieren Sie diese Funktion nun für $N = 2$ (Doppelspalt) und arbeiten Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede zum Einzelspalt heraus. Zeigen Sie, dass die neu hinzugekommenen Minima bei $\sin \theta = \frac{k\lambda}{2b}$ mit $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ liegen. Wie verhält sich die Intensität des Zentralmaximums im Vergleich zum Einzelspalt bei jeweils gleicher Spaltbreite und gleicher Intensität des einfallenden Lichtes? Skizzieren Sie wieder die Intensität als Funktion von $\sin \theta$!
4. Diskutieren Sie die Funktion für $N \gg 1$ (Gitter): Zeigen Sie, dass die Hauptmaxima bei $\sin \theta = \frac{n\lambda}{b}$ mit $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ liegen bzw. für welche Näherung dies der Fall ist. Wie skaliert die Intensität des Zentralmaximums mit N und wie hoch ist in etwa die Intensität des ersten Hauptmaximums im Vergleich zum Zentralmaximum für $N = 3$, für $N = 10$ und für sehr große N ?
5. Welches Beugungsmuster erwarten Sie bei einem Gitter mit vertikalen **und** horizontalen Strichen? Wo können Sie dieses Phänomen im Alltag beobachten?

6. Machen Sie sich mit dem Huyghensschen Prinzip und dessen qualitativer Anwendung auf Doppelspalt und Einzelspalt vertraut (keine schriftliche Antwort nötig).

5. Versuchsaufbau und Messtechniken

Ein Laser sendet einen Parallel-Lichtstrahl (Durchmesser etwa 0,5 mm) der Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ aus, welcher an einem Objekt gebeugt wird. Die verschiedenen Beugungsobjekte (Einzelspalte, Doppelspalte, Mehrfachspalte und Gitter) liegen als gerahmte Diapositive zwischen Glasplatten vor und werden von einem magnetischen Objekthalter getragen. Eine senkrecht zum Strahl verschiebbare Photodiode misst die Intensität des gebeugten Lichtes in einer Entfernung l hinter dem Objekt. Die Photodiode ist auf einem Schlitten montiert, der mit einem Schrittmotor sehr präzise verschoben werden kann. Der Aufbau ist schematisch in Abb. Beu.2 skizziert.

Der Laser ist mit einem aufschraubbaren Strahlbegrenzer versehen. Außerdem liegt eine Aufweitungsoptik zum Verbreitern des Laserstrahls bereit.

5.1 Der optische Aufbau und dessen Justierung

Laser und Objekthalter sind auf einer optischen Bank montiert und können in Längsrichtung verschoben werden. Der Magnethalter ist so einzubauen, dass die weiße Strichmarkierung vom Laser abgewandt ist. Die Beschriftung der Beugungsobjekte muss zum Laser hin zeigen. Am Ende der Bank befindet sich der Schrittmotor mit der Photodiode.

Die Richtung des Laserstrahls kann mit Hilfe von 3 Justierschrauben sehr genau eingestellt werden. Der Strahl ist zunächst ohne Beugungsobjekt so zu justieren, dass er parallel zur optischen Bank verläuft und die Photodiode möglichst in der Mitte trifft. Die Beugungsobjekte müssen senkrecht zum Strahl eingebracht werden und zwar so, dass die größtmögliche Intensität beobachtet werden kann und das Beugungsbild genau in der von der Photodiode abgefahrenen Ebene liegt. Dazu wird das Muster bei nahezu abgedunkeltem Raum auf einem Blatt Papier beobachtet. Zur Kontrolle sollte es in kleinen Schritten mit der Diode abgefahren werden. Gegebenenfalls ist der Laser nachzujustieren.

5.2 Die Schrittmotorsteuerung

Die Steuerung des Schrittmotors erfolgt durch einen Computer. Nach dem Einschalten der Steuerbox und dem Starten des Messprogramms fährt der Schlitten mit der Photodiode in eine definierte Startposition. Jede neue Position, zu der der Schlitten fahren soll, wird im

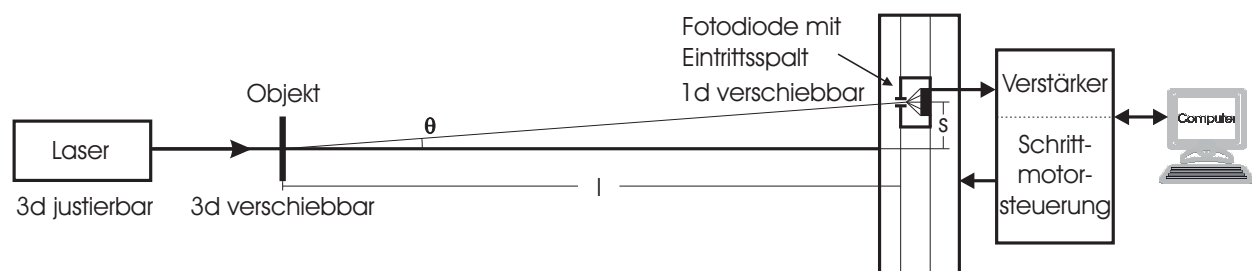


Abbildung Beu.2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus von oben.

Messprogramm direkt eingegeben oder mit dem Cursor unterhalb der x -Achse ausgewählt. Alle Eingaben und Anzeigen erfolgen in Millimeter.

Der Schlitten kann entweder abschnittsweise oder über die komplette Länge des Messbereichs gefahren werden. Dabei ist eine Bewegung von rechts nach links oder von links nach rechts gleichermaßen möglich. Die Geschwindigkeit kann im Prinzip zwischen 1 und 13 mm/s variieren, der voreingestellte Wert von 10 mm/s hat sich aber bewährt.

5.3 Die Aufnahme der Beugungsintensität

Das Beugungsmuster wird durch die verschiebbare Photodiode aufgenommen. Ein Eintrittspalt vor der Diode bestimmt die Ortsauflösung, wobei zwei Spalte mit den Breiten 50 und 500 μm zur Verfügung stehen. Die Photodiode liefert einen zur Intensität proportionalen Strom, der über einen Verstärker als Spannungssignal zum Computer gelangt.

Für die sehr unterschiedlichen Photoströme bei den einzelnen Versuchsteilen ist jeweils eine geeignete Verstärkung zu wählen. Dazu fährt man den Schlitten in die Nähe des absoluten Maximums und öffnet die Justierhilfe, welche direkt die Spannung am Verstärker anzeigt. Die Verstärkung ist am Drehknopf der Steuerbox so einzustellen, dass die maximal mögliche Spannung von 10 V nicht überschritten wird. Innerhalb der Justierhilfe kann der Schlitten in kleinen Schritten nach rechts und links bewegt werden. Diese Bewegungen werden jedoch nicht an das Messprogramm weitergegeben, so dass nach dem Schließen der Justierhilfe die aktuelle Position nicht korrekt angezeigt wird. Durch eine (kurze) Fahrt des Schlittens wird die Anzeige wieder auf den richtigen Wert aktualisiert.

6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Schauen Sie niemals direkt in den Laserstrahl! Direkte Reflexe über Schmuck, Uhren oder Ähnlichem sind ebenfalls zu vermeiden. Durch die Abdunklung im Raum besteht erhöhte Stolpergefahr.

Der Laser braucht etwa 20 Minuten, bis er stabil läuft!

Steuerung und Datenaufnahme: Die Steuerung und Datenaufnahme erfolgt mit einem PC, eine Anleitung liegt am Arbeitsplatz. Schalten Sie erst die Steuerbox an und starten Sie danach das auf dem Desktop befindliche "Messprogramm". Nun sollten Sie wie beschrieben einen Ordner für die Messdaten anlegen, in welchem dann alle mit Hilfe des Programms gespeicherten Dateien abgelegt werden. Falls Sie das Messprogramm aus irgendeinem Grund neu starten müssen, wählen Sie bitte wieder den gleichen Ordner aus. Eine Messung erfolgt immer nach dem gleichen Schema: der Schlitten mit der Photodiode fährt von der aktuellen zur neuen, von Ihnen vorgegebenen Position. Dabei wird die Lichtintensität als Funktion des Ortes aufgenommen und am Bildschirm dargestellt. Für jede Messung sollten Sie eine geeignete Verstärkung wählen.

Der Verstärker hat einen Gleichspannungsoffset, der nur bei einer Fahrt über den gesamten Messbereich ausgeglichen wird. Deshalb sollte bei jeder Aufgabe die abschließende Messung eine solche Fahrt darstellen.

Speichern Sie für jede Messung die Messdaten sowie zugehörige Plots ab. Bringen Sie bitte einen USB-Speicherstick mit, um Ihre Messdaten mit nach Hause zu nehmen.

Justierung und Vorbereitung: Führen Sie zunächst eine ausführliche Justierung des Aufbaus wie oben beschrieben durch. Achten Sie dabei darauf, dass der Laser immer einen

festen Sitz hat und nicht wackelt. Überprüfen Sie vor jeder Messung die Justierung und passen Sie diese gegebenenfalls an. Berühren Sie dabei die Dias bitte nur am Rand.

Bevor Sie mit den einzelnen Aufgaben beginnen, führen Sie unbedingt eine Probemessung mit einem der Einzelspalte durch, um sich mit dem Messverfahren vertraut zu machen!

Auswertung allgemein: Erstellen Sie für jeden Versuchsteil zu Hause aus den Messdaten die entsprechenden Beugungsdiagramme (Intensität als Funktion des Ablenkwinkels).

6.1 Beugung am Einzelspalt

Bestimmen Sie durch Beugungsversuche die Breiten der Einzelspalte B und C!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Nehmen Sie die Intensitätsverteilung der Beugungsmuster für die beiden Einzelspalte auf. Wählen Sie dabei für die Fotodiode den Eintrittsspalt mit der Breite $500\text{ }\mu\text{m}$ und für den Abstand l etwa 400 mm .

Bestimmen Sie mit Hilfe der Zoomfunktion und des Cursors die Lage der für die Auswertung benötigten Minima. Achten Sie dabei auf einen geeigneten Komprimierungsfaktor!

Auswertung

Zeigen Sie zunächst, wie Sie die Spaltbreite bestimmen (s. Fragen zur Vorbereitung)!

Berechnen Sie nun aus den Minima der Intensitätsverteilung die Spaltbreiten D für die beiden Beugungsobjekte! Verwenden Sie dabei so viele der Minima wie möglich.

Falls Sie statt der genauen Formel die Kleinwinkelnäherung $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{s}{l}$ verwenden, so überprüfen Sie bitte für einen Maximalwert, ob diese innerhalb der Fehler gültig ist.

6.2 Beugung am Doppelspalt

Bestimmen Sie durch Beugungsversuche an den Doppelspalten A, B und C die jeweiligen Spaltbreiten und Spaltabstände!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Nehmen Sie die Intensitätsverteilung der Beugungsmuster für die drei Doppelspalte auf. Wählen Sie dabei für die Fotodiode den Eintrittsspalt mit der Breite $50\text{ }\mu\text{m}$ und für den Abstand l etwa 400 mm . Achten Sie bei der Justierung der Beugungsobjekte darauf, dass die Minima der Gitterfunktion nahezu bis zur Intensität Null abfallen.

Bestimmen Sie wieder die Lage aller für die Auswertung benötigten Minima. Neben einem geeigneten Komprimierungsfaktor mag hier auch die logarithmische Auftragung der Amplitude hilfreich sein!

Wiederholen Sie den Versuch für den Doppelspalt B im Bereich des Zentralmaximums der Spaltfunktion, diesmal aber mit dem Eintrittsspalt der Breite $500\text{ }\mu\text{m}$.

Auswertung

Zeigen Sie zunächst, wie Sie Spaltbreite und Spaltabstand bestimmen!

Berechnen Sie nun aus den Minima der Spaltfunktion die Spaltbreiten D und aus den Minima der Gitterfunktion die Spaltabstände b für die drei Beugungsobjekte! Verwenden Sie auch hier so viele der Minima wie möglich.

Bestimmen Sie aus den Werten für b und D die Zahl der Minima im zentralen Hauptmaximum und vergleichen Sie diesen Wert mit Ihren Messungen. Dies dient als Kontrolle,

ob b und D richtig berechnet wurden.

Warum war beim Doppelspalt B eine genaue Justierung so wichtig, und was fällt beim $500\text{ }\mu\text{m}$ -Eintrittsspalt auf?

6.3 Beugung am Gitter

Bestimmen Sie durch einen Beugungsversuch an einem Gitter dessen Gitterkonstante!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Nehmen Sie die Intensitätsverteilung des Beugungsmusters für ein Gitter auf. Wählen Sie dabei für die Fotodiode den Eintrittsspalt mit der Breite $50\text{ }\mu\text{m}$ und für den Abstand l etwa 400 mm .

Bestimmen Sie die Lage aller für die Auswertung benötigten Maxima und achten Sie auf einen geeigneten Komprimierungsfaktor.

Auswertung

Gehen Sie davon aus, dass die Intensitätsmaxima praktisch bei $\sin\theta = \pm n\frac{\lambda}{b}$ liegen. Bestimmen Sie hieraus die Gitterkonstante b .

Falls Sie die Kleinwinkelnäherung verwenden, beachten Sie den Hinweis bei Aufgabe 6.1 Was wird beobachtet, wenn ein Mehrfachspalt mit N Spalten mit einem Laserstrahl beleuchtet wird, dessen Durchmesser kleiner als der N -fache Spaltabstand ist? Wie können Sie also aus Ihrer Messung die Anzahl der durch den Laser beleuchteten Spalte abschätzen? Stimmt das Ergebnis mit Ihrer Erwartung überein? Wie müssten Sie die Anordnung ändern, um die Breite der Maxima weiter zu verringern?

6.4 Beugung an Mehrfachspalten

Vergleichen Sie die Beugungsmuster für einen 2-, 3-, 4- und 5-fach Spalt!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Nehmen Sie die Intensitätsverteilungen der Beugungsmuster für die verschiedenen Mehrfachspalte auf. Wählen Sie dabei für die Fotodiode den Eintrittsspalt mit der Breite $50\text{ }\mu\text{m}$, der Abstand l soll möglichst groß sein. Verwenden Sie für diesen Versuchsteil die Aufweitungsoptik für den Laserstrahl (warum?).

Die Mehrfachspalte müssen sehr sorgfältig justiert werden, damit vorhandene Nebenmaxima gut aufzulösen sind. Prüfen Sie in einem Probelauf, dass diese messbar sind.

Auswertung

Drucken Sie für jeden der Mehrfachspalte einen Bereich bis mindestens zum ersten Minimum der Spaltfunktion bzw. ein bisschen darüber hinaus aus. Wählen Sie dabei für jeden Spalt den gleichen Ausschnitt und kleben Sie die vier Beugungsmuster übereinander, vergleichen Sie diese und diskutieren Sie Ihre Beobachtungen!

Welche Schlüsse in Bezug auf die verwendeten Beugungsobjekte können Sie aus Ihren Messungen ziehen?

Versuch RG: Reales Gas und Verflüssigung

1. Motivation und Versuchsziel

Bei der Entwicklung der klassischen Thermodynamik und der Vorstellung vom atomistischen Aufbau der Materie spielte die Untersuchung von Gasen eine wichtige Rolle. Man benutzt normalerweise eine abgeschlossene Gasmenge, deren Eigenschaften durch die drei Zustandsgrößen Volumen, Druck und Temperatur beschrieben werden. Im einfachsten Fall ist der Zusammenhang zwischen diesen Größen durch die ideale Gasgleichung gegeben.

Die in der Natur vorkommenden realen Gase zeigen mehr oder weniger große Abweichungen vom Verhalten der idealen Gase. Das auffälligste Merkmal ist dabei die Möglichkeit der Verflüssigung unterhalb einer bestimmten kritischen Temperatur. Das Verhalten solcher Gase wird recht gut durch die van-der-Waals-Gleichung beschrieben.

In diesem Versuch werden Sie das Gas Schwefelhexafluorid komprimieren und verflüssigen und dabei die Isothermen für verschiedene Temperaturen aufnehmen. Aus den Ergebnissen können Sie die Dampfdruckkurve und die kritischen Parameter sowie Erkenntnisse über die Kompressibilität und das Verhalten in der Nähe des kritischen Punktes gewinnen.

2. Literatur

Zur Vorbereitung muss mindestens eine der folgenden Quellen gelesen werden:

BS-1, Abschnitte 10.1, 10.2, 10.4, 10.5, 16.3, 20.1 und 20.2

Gerthsen, Abschnitte 6.3.1 und 6.7.1–6.7.5

EKS, Abschnitt 17

Tipler, Abschnitte 13.2, 17.1–17.3, 20.2 und 20.3

W.H. Mears, E. Rosenthal, J.V. Sinka “Physical Properties and Virial Coefficients of Sulfur Hexafluoride”, Journal of Physical Chemistry, Vol. 73, No. 7, July 1969, p. 2254

3. Theoretischer Hintergrund

3.1 Die Beschreibung idealer und realer Gase

Die *Zustandsgleichung* eines Systems gibt an, wie seine messbaren Eigenschaften voneinander abhängen. Eine gegebene Gasmenge der Masse m wird durch die Größen Druck p , Volumen V und (absolute) Temperatur T vollständig bestimmt. Für ein *ideales Gas* gilt

$$pV = NkT = \nu RT. \quad (1)$$

N ist die Anzahl der Teilchen und $\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ die Anzahl der Mole im Gas, wenn M die molare Masse und N_A die Anzahl der Teilchen pro Mol sind. Die dabei wichtigen Naturkonstanten sind

$$\text{Boltzmann-Konstante:} \quad k = 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}},$$

$$\text{Avogadro-Konstante:} \quad N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}},$$

$$\text{Molare Gaskonstante:} \quad R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}.$$

Offenbar kann Gl. (1) nicht streng gültig sein, da sonst bei konstantem Druck das Volumen mit $T \rightarrow 0$ ebenfalls gegen Null gehen müsste. Für ein *reales Gas* gilt, auch in der Nähe des Phasenüberganges gasförmig–flüssig, recht gut die *van-der-Waals*–Gleichung

$$(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = \nu RT. \quad (2)$$

Auf die Bedeutung der Größen a und b wird in Frage 2 zur Vorbereitung eingegangen.

Eine andere Betrachtungsweise ist die so genannte *Virialentwicklung*, welche zu einer genäherten Zustandsgleichung für reale Gase führt. Ausgehend vom idealen Gas wird der Druck nach Potenzen der Dichte, also nach Potenzen von $\frac{N}{V}$ entwickelt:

$$p = \frac{NkT}{V} \left(1 + \frac{N}{V} B'(T) + \frac{N^2}{V^2} C'(T) + \dots \right) = \frac{\nu RT}{V} \left(1 + \frac{\nu}{V} B(T) + \frac{\nu^2}{V^2} C(T) + \dots \right). \quad (3)$$

Für genügend kleine Dichten, also in nullter Ordnung, geht dies offenbar in die ideale Gasgleichung (1) über, während sich in erster Ordnung die van-der-Waals–Gleichung (2) wiederfinden lässt. Die Virialkoeffizienten $B(T)$, $C(T)$, etc. lassen sich aus den Wechselwirkungspotentialen zwischen den Molekülen herleiten, so dass aus deren Messung Information über diese Potentiale gewonnen werden kann.

3.2 Das Verhalten in der Nähe des kritischen Punktes

Bei festgehaltener Temperatur befindet sich beim so genannten *Dampfdruck* oder *Sättigungsdruck* die Flüssigkeit mit dem Gas (früher oft *Dampf*) im Gleichgewicht, wobei die jeweilige Menge vom Volumen abhängt. Bei einer Volumenänderung ändert sich im Zweiphasengebiet also nur das Verhältnis von Gasmenge zu Flüssigkeitsmenge, nicht aber der Druck. Eine Verflüssigung ist allerdings nur bis zu einem bestimmten *kritischen Punkt* und damit unterhalb einer kritischen Temperatur T_c möglich. Für höhere Temperaturen können Gas und Flüssigkeit nicht mehr unterschieden werden.¹

In der Nähe des kritischen Punktes ist der Phasenübergang gasförmig–flüssig zweiter Ordnung, wofür immer Gesetze der Form $A \propto (\frac{T_c - T}{T_c})^\gamma$ gelten. A ist der so genannte *Ordnungsparameter*, welcher am kritischen Punkt verschwindet und ein Maß für den Ordnungsgrad ist. γ ist der kritische Exponent. Beim realen Gas ist der Ordnungsparameter durch den Unterschied $(\rho_{fl} - \rho_g)$ der Dichten im flüssigen und gasförmigen Zustand an den Grenzen des Zweiphasengebietes gegeben, wobei er typischerweise auf die Dichte ρ_c am kritischen Punkt normiert wird. Damit gilt in einer Umgebung des kritischen Punktes

$$\frac{\rho_{fl} - \rho_g}{\rho_c} \propto \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right)^\gamma. \quad (4)$$

4. Fragen zur Vorbereitung

1. Diskutieren Sie die ideale Gasgleichung (1) und zeichnen Sie die daraus resultierenden Isothermen schematisch für verschiedene Temperaturen in ein p - V -Diagramm!
2. Motivieren Sie, ausgehend von der idealen Gasgleichung, die van-der-Waalssche Zustandsgleichung (2) eines realen Gases, und zeichnen Sie auch hier die Isothermen

¹Der kritische Punkt, bestimmt durch die für die jeweilige Substanz charakteristischen kritischen Größen T_c , p_c und V_c , markiert den Übergang von einem Mehrphasen- zu einem Einphasengebiet.

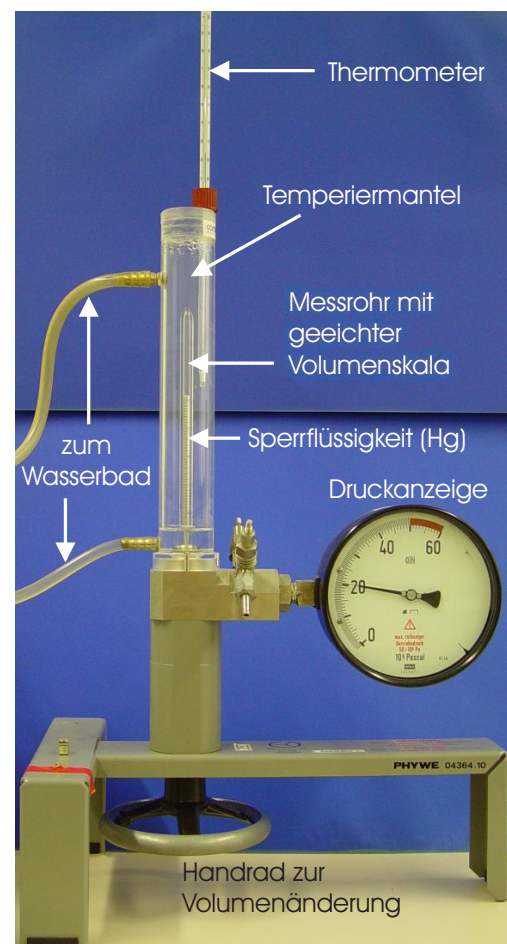
schematisch in ein p - V -Diagramm! Wie können Sie mit diesen Überlegungen ein ideales Gas anschaulich definieren? Was sind die Bedeutungen von a und b und wie hängen diese von der Stoffmenge ab?

Vergleichen Sie die Isothermen mit denen aus Aufgabe 1: Für welche Parameter geht die van-der-Waals-Gleichung in die ideale Gasgleichung über?

3. Kritischer Punkt: Bestimmen Sie aus der van-der-Waals-Gleichung die kritischen Größen T_c , p_c und V_c mit Hilfe der Bedingung, dass die Isotherme dort einen Wendepunkt und eine horizontale Tangente besitzt! Zeigen Sie, welche der kritischen Größen von der Stoffmenge abhängen und welche nicht!
4. Gasverflüssigung: Beschreiben Sie was passiert, wenn Sie das Volumen eines in einem Gefäß eingeschlossenen Gases immer mehr verringern! Wie sehen die realistischen Isothermen aus, und wie wird dies durch die van-der-Waals-Gleichung beschrieben? Wie erhält man aus einer Isotherme den Dampfdruck bei dieser Temperatur?
5. V_H ist das Volumen, bei dem gerade alles Gas verflüssigt ist, und V_g das Volumen, bei dem gerade alles noch gasförmig ist. Zeigen Sie, dass gilt: $\frac{\rho_H - \rho_g}{\rho_c} = V_c \left(\frac{1}{V_H} - \frac{1}{V_g} \right)$.
6. Warum wird bei dieser und ähnlichen Vorrichtungen gerne Quecksilber als Sperrflüssigkeit verwendet und nicht etwa (gefärbtes) Wasser?

5. Versuchsaufbau

Abbildung RG.1: In einem einseitig geschlossenen Messrohr aus Glas befindet sich eine bestimmte Menge des zu untersuchenden Gases Schwefelhexafluorid (SF_6). Zur offenen Seite des Messrohrs (nach unten) ist das Gas durch eine Sperrflüssigkeit (Quecksilber) abgeschlossen. Das Messrohr befindet sich in einem Temperiermantel, dessen Temperatur mit Hilfe eines Wasserbades (hier nicht gezeigt) konstant gehalten und mit einem Thermometer gemessen wird. Mit einem Handrad kann die Höhe des Quecksilbers und damit das Volumen des Gases im Messrohr eingestellt und über eine geeichte Skala abgelesen werden. Der Druck im Messrohr wird über das Quecksilber zu einem Manometer geleitet und auf einer Anzeige dargestellt. Mit dieser Anordnung kann also bei konstanter Temperatur das Volumen des Gases verändert und der zugehörige Druck gemessen werden. SF_6 wird aus praktischen Gründen verwendet, da sein kritischer Punkt in einem experimentell leicht zugänglichen Bereich liegt, und weil es ungefährlich und nicht korrosiv ist.



6. Aufgaben

Gefährdungspotentiale: Glasbruch (Thermometer) und heißes Wasser kann zu Verletzungen und Verbrühungen führen. Der Austritt von Quecksilber aus den Apparaturen ist zwar extrem unwahrscheinlich, aber prinzipiell nicht unmöglich. In diesem Fall ist sofort der Betreuer zu informieren!

Nehmen Sie die Isothermen von SF_6 für verschiedene Temperaturen auf!

Bestimmen Sie hieraus

1. die Dampfdruckkurve und die kritischen Werte,
2. den ersten Virialkoeffizienten $B(T)$ und die verwendete Menge von SF_6 ,
3. den kritischen Exponenten für Gl.(4)!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Die Apparatur ist betriebsbereit mit SF_6 gefüllt. Die kleinen seitlichen Ventile dürfen nicht geöffnet werden, da sonst Quecksilber austreten kann!

Ein Druck von 50 bar = $50 \cdot 10^5$ Pa und eine Temperatur von 58°C sollten nur kurzzeitig überschritten werden!

Messen Sie die Isothermen für die folgenden ungefähren Temperaturen:

20°C , 25°C , 30°C , 35°C , 40°C , 43°C , eine Temperatur aus dem Bereich $45,0 \dots 45,5^\circ\text{C}$, 48°C , 53°C und 58°C .

Ändern Sie dabei das Volumen in Schritten von etwa $0,5\text{ cm}^3$ in der Gasphase und von etwa $0,1\text{ cm}^3$ bis $0,2\text{ cm}^3$ im Verflüssigungsbereich, je nach dessen Breite. Im Bereich der vollständigen Verflüssigung muss das Volumen u.U. abgeschätzt werden. Stellen Sie sicher, dass Sie jeweils den Beginn und das Ende des Zweiphasengebietes genau bestimmen! Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen für verschiedene Temperaturen, insbesondere im Bereich des kritischen Punktes!

Nach einer Temperaturänderung muss etwa 10 Minuten auf das Einstellen des neuen Gleichgewichts gewartet werden. Nutzen Sie die Zeit, indem Sie die gerade aufgenommene Kurve ins p - V -Diagramm einzeichnen!

Überprüfen Sie die Druckeichung über einige Punkte der Dampfdruckkurve (Literaturwerte hängen aus). Warten Sie hierzu bei entsprechenden Punkten im Zweiphasengebiet etwa 5 Minuten.

Auswertung

1. p - V -Diagramm, Dampfdruckkurve und kritische Werte

Zeichnen Sie das p - V -Diagramm von SF_6 und erstellen Sie daraus ein Diagramm für die Dampfdruckkurve, jeweils mit Wertetabelle und Fehlerangaben! Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise.

Bestimmen Sie die kritischen Werte V_c , p_c und T_c anhand des Diagramms und den von Ihnen während des Versuchs gemachten Beobachtungen!

Diskutieren Sie Ihre in der Nähe des kritischen Punktes gemachten Beobachtungen!

Aus Frage 3 zur Vorbereitung erhielten Sie Beziehungen zwischen T_c und p_c und den van-

der-Waals-Konstanten a und b . Überprüfen Sie diese Beziehungen, wenn die auf ein Mol bezogenen Konstanten durch $\frac{a}{\nu^2} = 0,786 \frac{\text{Nm}^4}{\text{mol}^2}$ und $\frac{b}{\nu} = 88 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$ gegeben sind.

2. Virialkoeffizient $B(T)$ und verwendete Gasmenge

Wird das Produkt pV in Abhängigkeit von $\frac{1}{V}$ betrachtet (vgl. Gl. 3), so folgt für diese Funktion und deren Steigung für große Volumen ($\frac{1}{V} \rightarrow 0$):

$$\lim_{\frac{1}{V} \rightarrow 0} pV = \nu RT \quad \text{und} \quad \lim_{\frac{1}{V} \rightarrow 0} \frac{\partial(pV)}{\partial(\frac{1}{V})} = \nu^2 RT B(T). \quad (5)$$

Aus dem ersten Teil kann somit die Anzahl der Mole ν des Gases und aus dem zweiten Teil der Virialkoeffizient B (in $\frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$) bestimmt werden.

Zeichnen Sie im Bereich von etwa $0 < \frac{1}{V} \lesssim 1,0 \frac{1}{\text{cm}^3}$ ein Diagramm der gemessenen pV -Werte als Funktion von $\frac{1}{V}$, legen Sie eine Gerade durch geeignet gewählte Messpunkte und extrapolieren Sie diese nach $\frac{1}{V} = 0$. Bestimmen Sie hieraus die Molzahl ν und den Virialkoeffizienten B und zeichnen Sie ein Diagramm $B(T)$!

Tabelle RG.1: Literaturwerte für $B(T)$
(aus Mears et al. 1969).

$T / ^\circ\text{C}$	20	30	40	50	60
$B / \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$	-294	-275	-257	-235	-223

3. Kritischer Exponent γ für Gl. (4)

Zeigen Sie, dass der kritische Exponent durch $\gamma = \frac{1}{3}$ gegeben ist, indem Sie für Werte in der Nähe des kritischen Punktes $(\frac{\rho_{\text{fl}} - \rho_{\text{g}}}{\rho_{\text{c}}})^3$ gegen $\frac{T_{\text{c}} - T}{T_{\text{c}}}$ auftragen. Dies sollte eine Gerade ergeben. Was kann hieraus für $(\rho_{\text{fl}} - \rho_{\text{g}})$ bei $T = T_{\text{c}}$ geschlossen werden?

Hinweise:

Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 5 zur Vorbereitung.

V_{c} kann bei dieser Messung nur abgeschätzt werden. Bestimmen Sie V_{c} deshalb aus dem Literaturwert für das molare kritische Volumen $V_{\text{c}}^{\text{mol}} = 197,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$ und der in Aufgabe 2 erhaltenen mittleren Molzahl ν . Verwenden Sie für T_{c} den Literaturwert.