

Exercice 1. Le but de cet exercice est de se familiariser avec les convolutions sur machine et de produire de la résonnance sur un son à partir d'une opération de convolution.

a) Soit la fonction $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par $f(x) = x$ pour $0 \leq x \leq 10$ et $f(x) = 0$ sinon. Calculer la convolution $f * f$ (par exemple avec `numpy.convolve`). [0 0 1 4 10 20 35 56 84 120 165 220 264 296 315 320 310 284 241 180 100]

b) Soit la fonction $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par $f(x) = x$ pour $-5 \leq x \leq 5$ et $f(x) = 0$ sinon. Soit g la fonction $g(x) = x$ si $x = 8, 9$ ou 10 et 0 sinon. Calculer la convolution $f * g$. Reponse : [0 0 0 -40 -77 -110 -83 -56 -29 -2 25 52 79 106 85 50]

c) Prendre le fichier *touche43.wav* sur Moodle. En extraire le tableau des valeurs pcm correspondantes et les mettre dans un tableau t . Vérifier que t admet 21554 entrées de type *int16* et que l'échantillonnage est du type *cd* à 44100Hertz. $t = [32767 \ 32207 \ 30502 \ \dots \ 528 \ 299 \ 21]$

d) On considère le ndarray u de longueur 100001 (100 mille 1) avec $u[i] = \frac{20000}{i^2}$ si i est multiple de 20000 et $u[i] = 0$ sinon. ($u = [0. \ 0. \ 0. \ \dots \ 0. \ 0. \ 0.2]$) Calculer le tableau $conv = t * u$. On vérifiera que cette convolution d'un tableau de type *int16* et d'un tableau de type *float64* est de type *float64*.

e) Normaliser $t * u$, c'est à dire remplacer les valeurs $[v_0, v_1, v_2, \dots]$ du tableau $t * u$ par des valeurs $w = [av_0, av_1, av_2, \dots]$ de sorte pour que les av_i soient des de type *float32* et compris entre -1 et 1 .

f) Produire un fichier *.wav* à partir du tableau w . Ecouter et expliquer.

Exercice 2. Le but de cet exercice est de montrer comment la théorie du signal permet de faire des accordeurs électroniques pour les instruments (guitare, piano...).

a) Prendre le fichier *touche43.wav* sur Moodle. Vous pouvez l'écouter et/ou l'ouvrir avec Audacity si vous le souhaitez. C'est un son de piano dont on cherche la fréquence.

b) Extraire le tableau t du fichier pcm sous-jacent. Facultatif : Le tracer. Vérifier que votre tracé ressemble au tracé d'audacity.

c) Faire une transformée de Fourier de t sur les 21553 premières entrées de t (sachant que t contient 21554 entrées). On obtient un tableau u qui représente les coefficients devant les fréquences complexes.

d) Comme la semaine passée, les fréquences complexes ne sont pas dans l'ordre. Faire un tableau f telle que l'entrée numero i de f soit la fréquence correspondant à l'entrée u_i .

e) À partir des tableaux f et u , dessiner le graphe de $|u|$ en fonction des fréquences. Dire en regardant le graphe quelle est la fréquence approximative de la note jouée. A l'oeil, en zoomant sur le graphe, on voit une fréquence fondamentale (le premier pic) autour de 320 Hertz et les harmoniques de cette fréquence fondamentale (c'est à dire les pics suivants) de fréquences aux alentours de 640, 960,.... Dans ce contexte, l'oreille identifie une hauteur de 320Hertz. On voit sur Wikipedia que la touche 44 devrait faire 329 Hertz. (Il s'agit d'un piano ancien accordé légèrement sous le diapason, ce qui explique l'écart entre la fréquence attendue dans la gamme "officielle" et la fréquence constatée.

f) Affiner avec la machine votre impression visuelle : calculer le maximum de $|u|$ autour de la fréquence fondamentale et voir quelle est la fréquence correspondante.

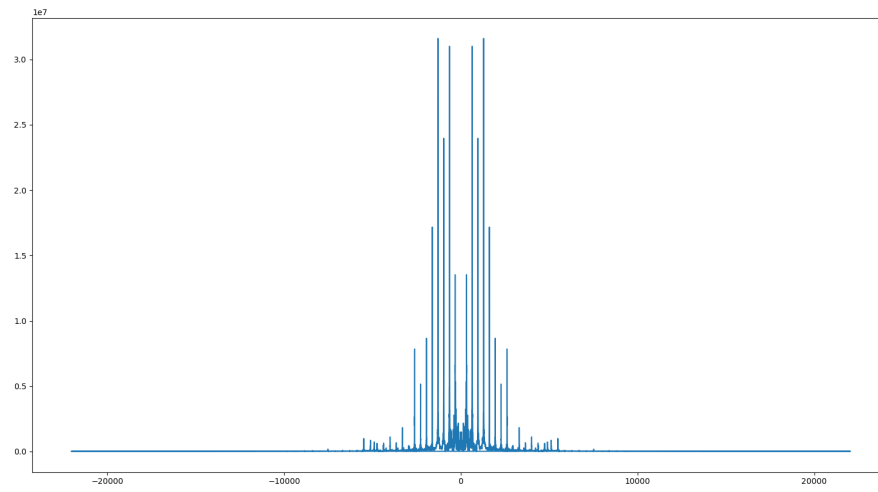


Figure 1: La fréquence fondamentale et ses harmoniques sont les abscisses des pics

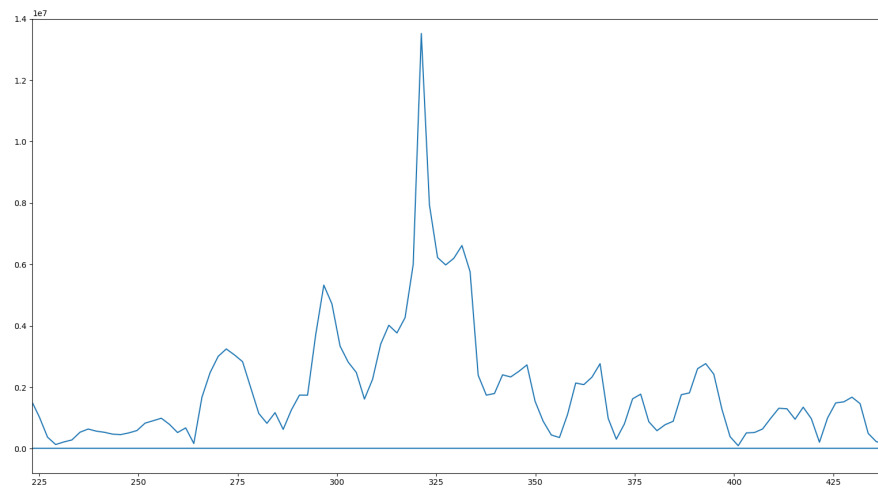


Figure 2: Un zoom autour de la fréquence fondamentale