Traitement du signal. Travail sur machine 6

Exercice 1. [Calcul de convolution dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$]
a) On considère les fonctions f, g de $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z} \to \mathbb{C}$ données par $f = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9]$ et $g = [0,0,1,1,0,0,3,0,0,0]$. Calculer à la main $f * g(5)$ Rep: 32
b) Calculer $f * g$ par la méthode donnée en cours : faire la transformée de Fourier pour passer dans le domaine frequentiel, faire le produit usuel dans le domaine fréquentiel, puis faire la transformée de Fourier inverse. Rep: [27, 32, 27, 22, 27, 32, 7., 12, 17, 22])

Exercice 2. La semaine passée, pour lisser des fonctions, on a appliqué un filtre passe bas calculé à la main. On voudrait réaliser un tel filtre en le définissant par sa réponse impulsionnelle, car définir un filtre par réponse impulsionnelle permet de le composer facilement avec d'autres filtres par convolution.
a) On suppose qu'on veut considérer des frequences avec une précision de 50 Hertzs entre 0 et 1000 Hertzs, c'est a dire avec des fréquences complexes $-1000, -950, -900, \ldots, 950, 1000$. Quelle est la fréquence d'échantillonnage et le nombre d'échantillons N qu'il faut choisir pour obtenir ces fréquences ? (41 échantillons à une fréquence de 2050 Herts.)
b) Si on fait une transformée de Fourier d'un signal s ayant N tips et correctement échantillonné au sens de la question précédente, on obtient une suite de coefficients $a_0, \ldots, a_{N-1}$ correspondant à des fréquences $f_0, \ldots, f_{N-1}$. Donner la liste des fréquences $[f_0, f_1 ...]$. ([0,50,100,...,1000,-1000,-950,..., -50])
c) Quel est le filtre fréquentiel laissant passer les fréquences inférieures à 500 Hertzs ? En d'autres termes, trouver la liste L telle que $L[a_0, \ldots, a_{N-1}] = [b_0, \ldots, b_{N-1}]$ avec $b_i = a_i$ si la fréquence (réelle) est inférieure à 500 Hertzs et $b_i = 0$ sinon. ([1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1])
d) Le filtre vu du côté temporel est obtenu par transformée de Fourier inverse du filtre fréquentiel. En déduire la fonction f telle que $s * f$ représente le signal s amputé des fréquences supérieures à 500 Hertzs. ([19.0, 12.98, 1.49, -4.13, -1.47, 2.25, 1.43, -1.36, -1.38, 0.8, 1.32, -0.4, -1.23, 0.09, 1.14, 0.17, -1.02, -0.39, 0.89, 0.58, -0.75, -0.75, 0.58, 0.89, -0.39, -1.02, 0.17, 1.14, 0.09, -1.23, -0.4, 1.32, 0.8, -1.38, -1.36, 1.43, 2.25, -1.47, -4.13, 1.49, 12.98]) Il suffit donc maintenant de convoler un signal temporel échantillonné à 2050Hertzs avec un tel filtre pour ne conserver que les fréquences inférieures a 500Hertzs.

Exercice 3. (Facultatif) Composition de filtres.
a) On considère le filtre F de longueur 100 de réponse impulsionnelle $r = [1, 0, \ldots, 0, 0.2]$ (avec 98 zéros). Se convaincre que si on l'applique à un fichier wav, c'est un echo. On donnera le délai entre le son principal et l'echo (Réponse:99/44100 secondes)
b) A quelle distance doit être un mur pour que l'aller et le retour du son corresponde à un tel délai, en supposant que le son voyage a 300m/sec (33.67 cm, c'est donc un délai peu réaliste sauf piece tres particulière)
c) Pour mimer la réverberation d'un pièce, on va appliquer l'echo 100 fois de suite. Calculer la convolution $s = r * r .... * r$.
d) Télécharger le fichier "touche43.wav" sur moodle et en extraire le fichier *pcm* dans un ndarray *tab* de scipy.
e) Appliquer le filtre de réponse impulsionnelle s au tableau *tab*, puis créer un fichier son correspondant. On fera attention comme dans la feuille précédente au format des données.
f) érifier que vous entendez bien une résonnance. Jouer si nécessaire avec les données numériques pour obtenir une résonnance plus naturelle : mur plus ou moins loin, echo plus ou moins fort, nombre de réverbérations plus ou moins grand. (On pourrait aussi pour plus de réalisme, composer plusieurs filtres correspondant à des murs à des distances différentes).