

Computational Microelectronics HW.18

EECS, 20204003

Phil-Hun, Ahn

1. Laplace equation & Unstructured mesh

1) Used Model

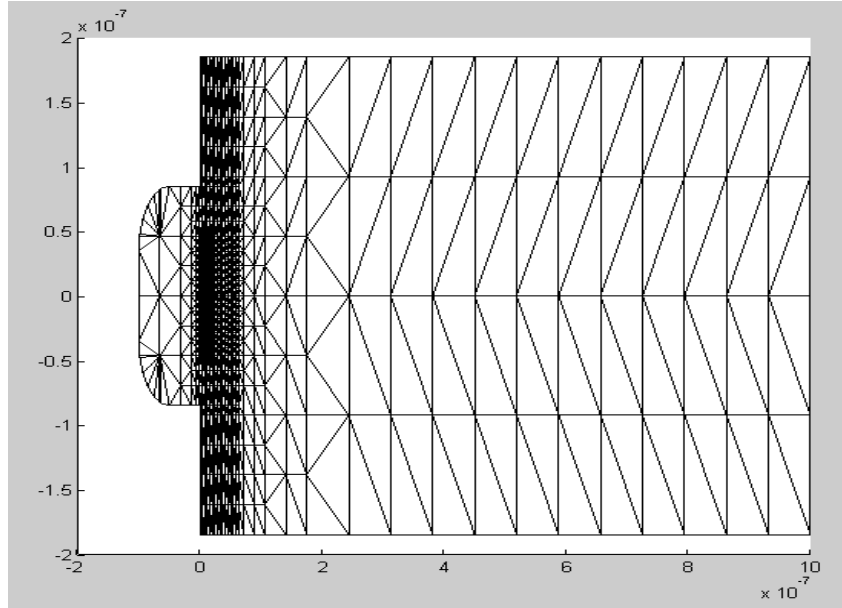


Fig. 1 Used model

위 그림은 이번 과제에서 사용한 Model이고, 위와 같이 각도와 모양 등이 다른 Unstructured mesh가 사용되었으며, 이를 Laplace equation 계산을 통해 푸는 것이 목표이다.

$$\sum_i^{all\ edge} -\epsilon \frac{\phi_i - \phi_{center}}{l_{i-center}} A_{i-center} = 0$$

i는 연결되어 있는 점들에 대한 index이고 center는 현재 풀려는 점을 의미한다. 하지만 이번 과제에선 vertex별로 연결된 모든 vertex에 대해 풀어주는 것이나, element 별로 풀어서 각각에 대한 항을 추가하는 것이나 현재 상황으로선 같음으로, 후자의 방식을 택하도록 한다. 즉 아래의 수식을, element를 구성하는 각 vertex 별로 풀어주고, 이를 모든 element에서 동일한 방식으로 풀어주게 된다.

$$\sum_{n=1}^2 -\epsilon \frac{\phi_n - \phi_0}{l_{n0}} A_{n0} = 0$$

둔각삼각형에 대해서는 따로 고려를 해주어야 하므로, 이를 찾아내야 한다. 이를 위해 내적 (inner product) 사용한다. 이 둔각이 발생하는 각도의 반대편의 Control Area를 음수로 설정하였다.

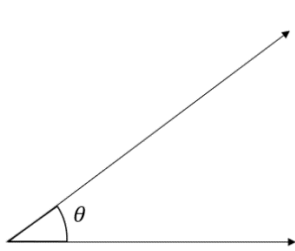


Fig 2. 예각 $a \cdot b > 0$

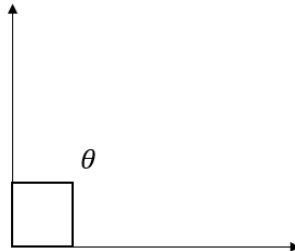


Fig 3. 직각 $a \cdot b = 0$

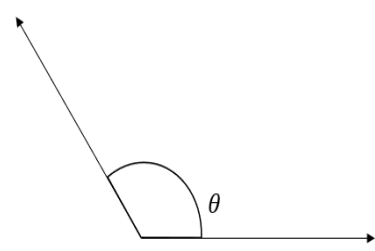


Fig 4. 둔각 $a \cdot b < 0$

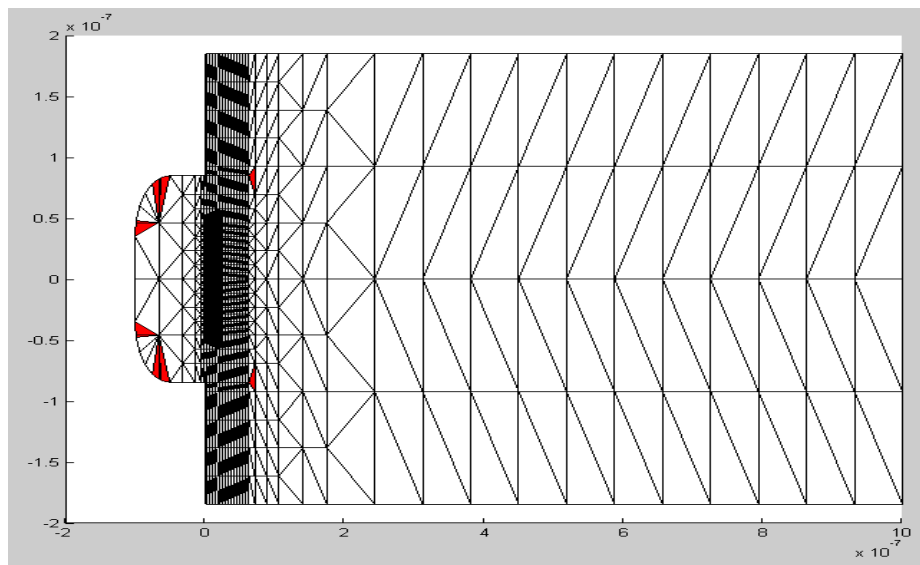
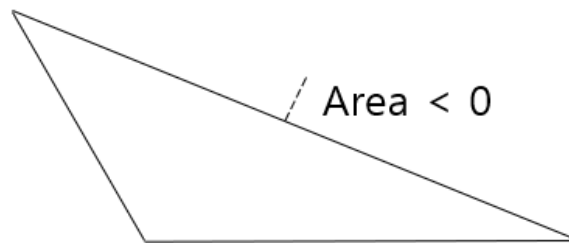


Fig. 5 Obtuse Triangle

위의 결과는 둔각삼각형을 빨간색으로 나타낸 결과로 대부분 spacer에서 나타났으며, 4, 807, 810, 811, 815, 841, 865, 866, 867, 868, 874, 1418번 element에서 발생하는 것을 확인하였고, 이에 대한 고려를 추가하였다.

Voltage가 인가될 부분에 대해서는 Dirichlet Boundary condition을 사용하였다.

$$\phi_i = V_{applied}$$

전체적인 알고리즘을 아래와 같다.

1. 1개의 Element에 해당하는 vertex의 점 좌표들을 불러오고, 1개의 vertex에 대해서 풀어줌.
2. 각 길이와 삼각형의 Area를 구해서 Control Area를 구함.
3. 이 때 삼각형이 둔각삼각형인지 확인하고, 둔각 삼각형이라면 해당 Control Area를 음수로 만들어줌.
4. 이후 Matrix를 설정
5. element에서 다른 2개의 vertex에 대해서도 2,3,4 과정을 반복
6. 모든 element에 대해서도 1,2,3,4 과정을 풀어줌.
6. Boundary 조건을 추가.
7. Matrix와 vector를 풀어줌으로 결과를 얻음.

경계조건으로 사용할 점은 아래의 빨간점 10번 vertex와 800번 vertex를 사용하여 풀 예정이다.

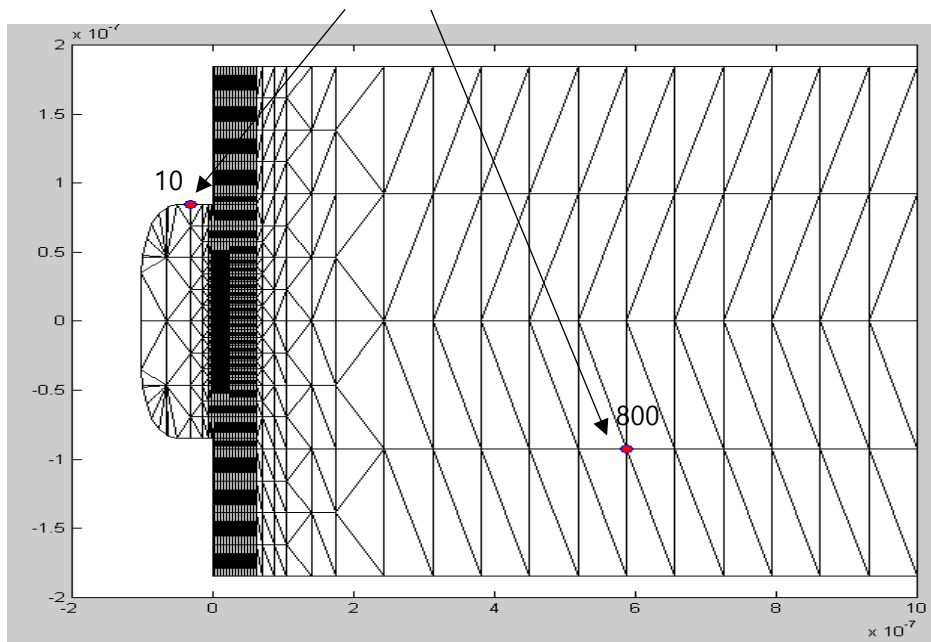


Fig. 6 Dirichlet Boundary Points

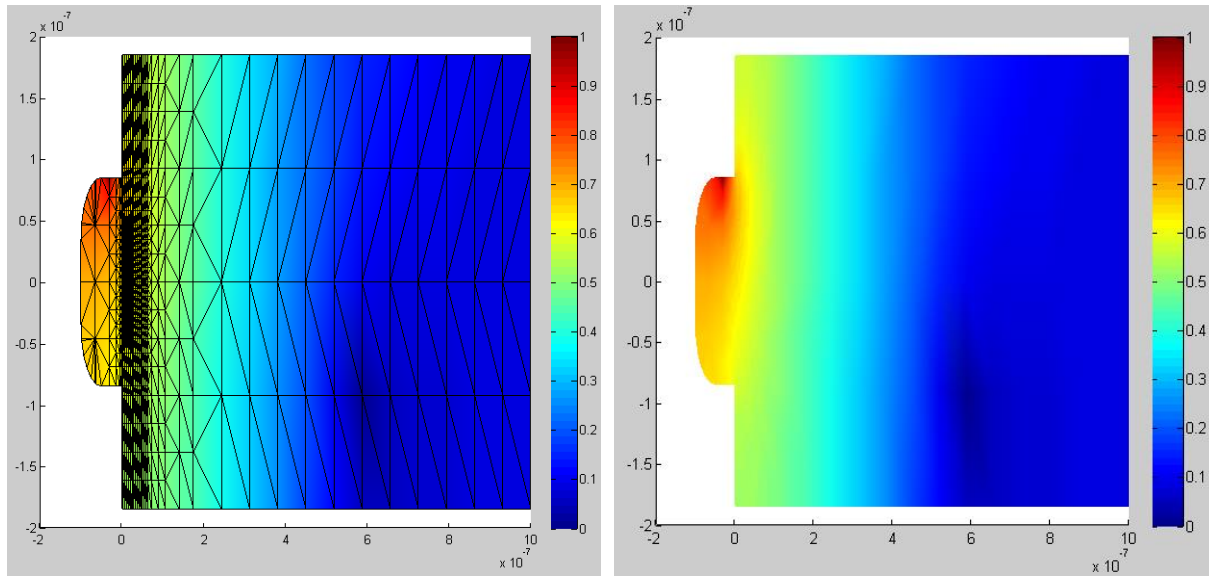
10번 점(왼쪽 위)에는 1V를 인가하고, 800번 점(오른쪽 아래)는 0V를 인가할 것이다.

이후 Matrix 설정이 완료되면, 아래의 식을 풀어 줌으로써, 결과를 얻을 수 있다.

$$A\phi = b$$

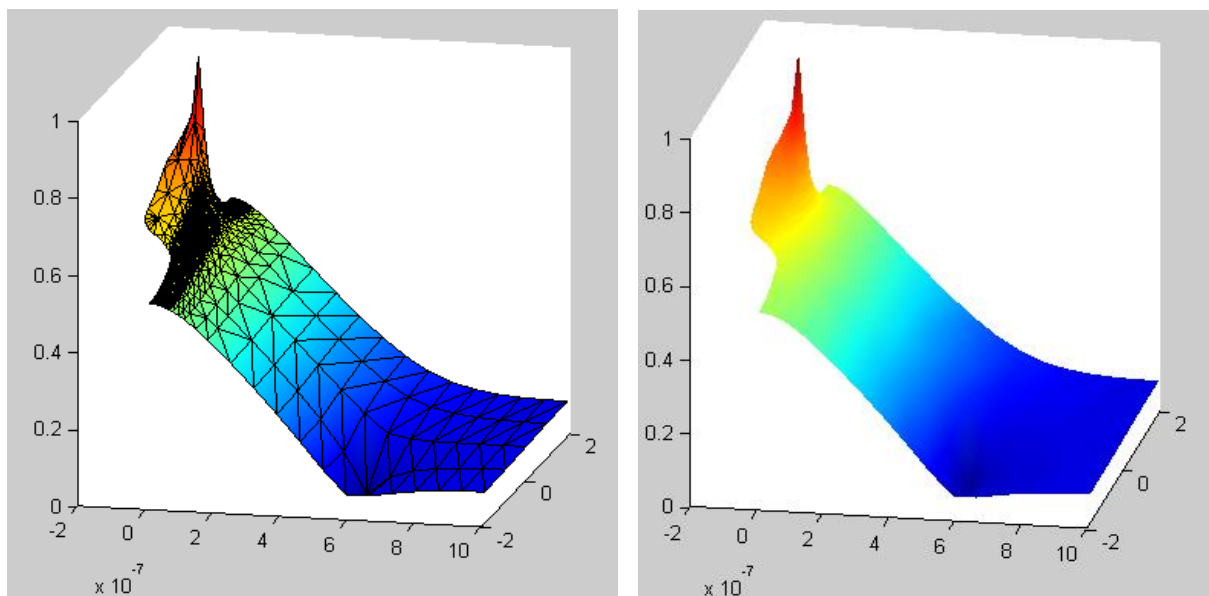
2) Results

a) 2D Contour Graph.



위와 같이 1V를 인가한 점 주변에서는 1V에 가까운 값이 나오고 0V가 인가된 점 주변에서는 0V에 가까운 값이 나오는 것을 확인할 수 있다.

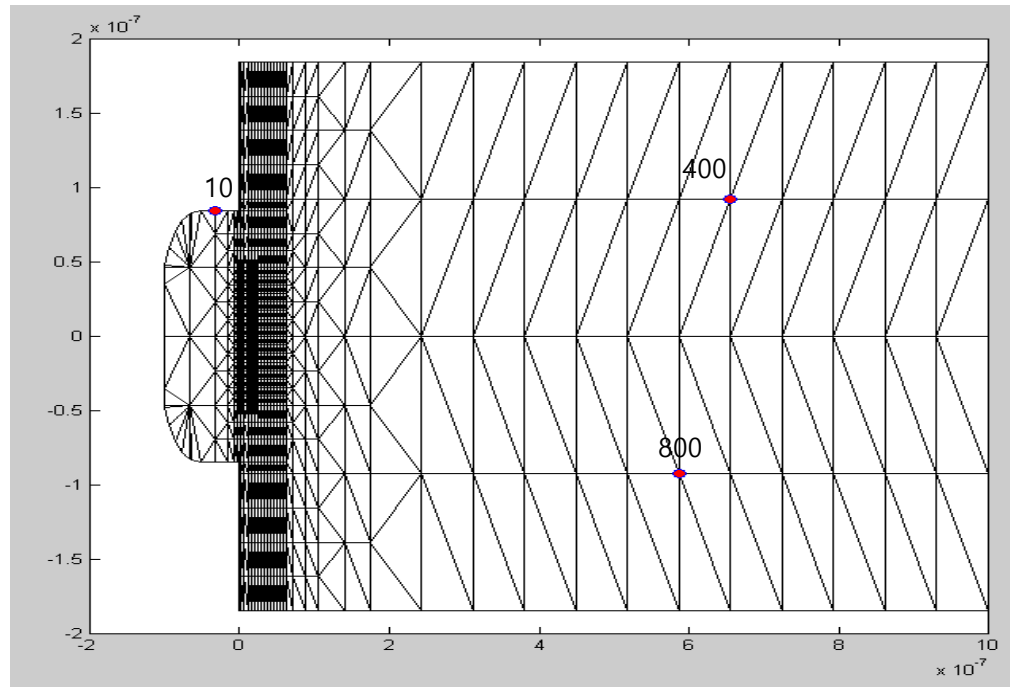
b) 3D Graph.



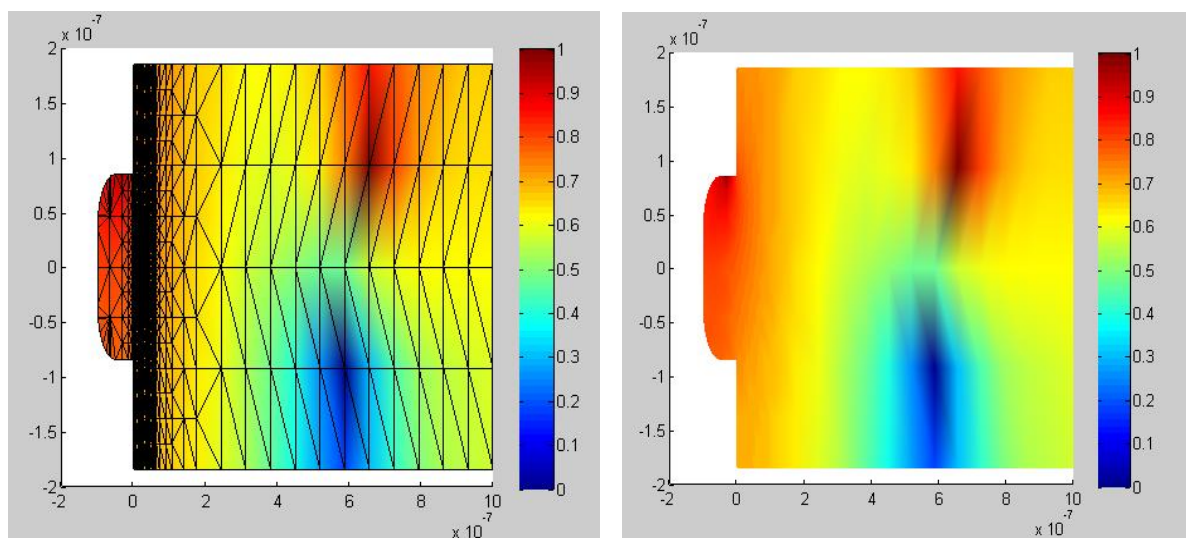
이 그래프에서도 위와 같은 결과를 확인할 수 있다. 1V 주변에서는 큰 값이 나오고 멀어질수록 줄어드는 것을 확인 가능하다.

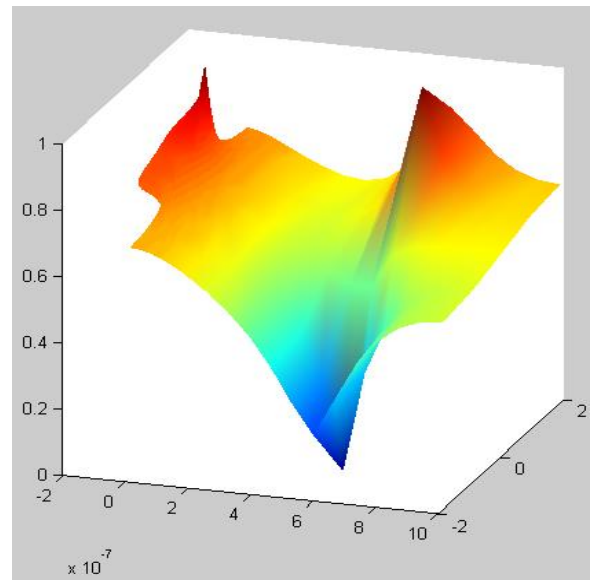
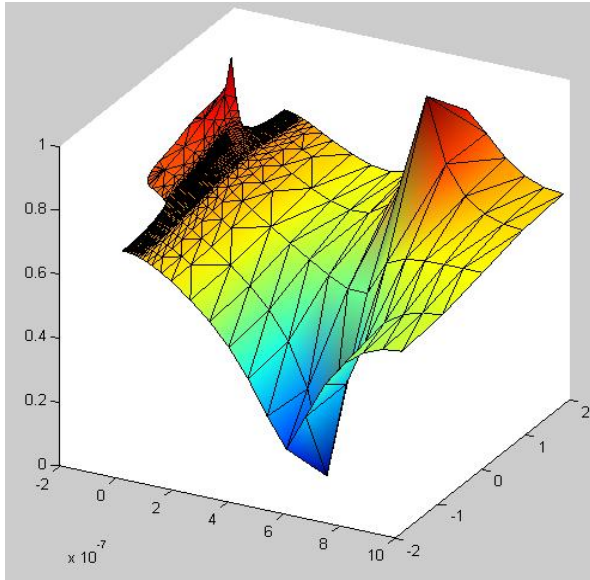
3) More case

이번에는 400번 vertex에 추가로 1V를 인가하는 경우, 즉 2개의 Point에 1V가 인가되는 경우를 시뮬레이션 해본다. 각 10, 400, 800번점의 위치는 아래와 같다.



이에 대해서도 결과를 나타내 본다.





예상과 같이 1V가 인가된 점들 주변에서는 큰 값이 나왔고, 0V가 인가된 부분에서는 낮은 값이 나오는 것을 확인 할 수 있다.