

ETUDE DU GRÉEMENT D'UN VOILIER

Analyse et dimensionnement des structures et composants
Habibou Maitournam

2025

—
Philibert Pappens et Yingqian Yu



TABLE DES MATIÈRES

1 Position du problème	3
1.1 Quelques définitions	3
1.2 De l'intérêt de l'étude du gréement d'un navire	3
2 Modélisation simple en 2D	4
2.1 Type de gréement initial	4
2.2 Sans barre de flèche	5
2.2.1 Géométrie et moments d'inertie	5
2.2.2 Plasticité	6
2.2.3 Flambement	7
2.3 Structure et maillage	8
2.3.1 Maillage	8
2.3.2 Modèles et matériaux	8
2.3.3 Analyse du cas de charge : Poids propre	9
2.3.4 Analyse du cas de charge : Force du vent	9
3 Modélisation 3D	10
3.1 Structure et maillage	11
3.1.1 Le mât	11
3.1.2 La bôme	12
3.1.3 Les barres de mât	13
3.1.4 Les haubans	13
3.2 Déplacements	14
3.2.1 Déplacements sous poids propre	14
3.2.2 Ajout d'une force ponctuelle	14
3.3 Plasticité et rupture	15
3.4 Fatigue	15
3.5 Vibrations	16
4 Conclusion	17

RÉSUMÉ

Ce rapport présente une étude approfondie du comportement structurel et du dimensionnement du gréement d'un voilier de type sloop bermudien. Dans un contexte où la sécurité et la performance aérodynamique sont primordiales, l'objectif est d'analyser les réponses mécaniques des manœuvres dormantes (mât, bôme, haubans) face aux sollicitations statiques et dynamiques.

L'approche adoptée combine une analyse théorique en 2D et une modélisation numérique par la méthode des éléments finis à l'aide du code Cast3M. Dans un premier temps, l'étude analytique aborde les propriétés géométriques, les conditions de plasticité et le calcul de la charge critique de flambement. Dans un second temps, une modélisation 3D complexe est mise en œuvre, intégrant la géométrie elliptique du mât en aluminium et les propriétés spécifiques des câbles en acier.

Les simulations permettent de visualiser les déplacements sous poids propre et sous l'action du vent, ainsi que d'identifier les zones de concentration de contraintes (notamment aux jonctions). L'analyse se conclut par une vérification de la tenue en fatigue via les courbes de Wöhler, confirmant la viabilité de la structure pour des cycles de chargement prolongés.

1

POSITION DU PROBLÈME

1.1 QUELQUES DÉFINITIONS

Le gréement est l'ensemble des pièces fixes et mobiles d'un navire permettant la propulsion et la manœuvre d'un bateau par la force du vent. Il est constitué de l'ensemble des :

Espars : courants (mâts, beaupré, bout-dehors, etc.) et dormants (bômes, vergues, etc.)

Cordages : manœuvres courantes (drisses, écoutes, etc.) et dormantes (étais, haubans, etc.)

Tous ces éléments permettent de régler, d'établir et de manœuvrer la voilure.

Nous nous intéresserons ici aux manœuvres dormantes, c'est-à-dire celles qui ont pour vocation de rester immobiles et de maintenir le mât ainsi que la voilure une fois qu'ils ont été mis en place et convenablement raidis. Voici une liste non exhaustive de gréements que nous allons pouvoir croiser lors de cette étude :

1. Le pataras : permet de maintenir le mât vers l'arrière
2. Les haubans : permettent de maintenir le mât latéralement
3. Les étais : permettent de maintenir le mât vers l'avant..
4. Les barres de flèches : Permettent de maintenir les haubans écartés du mât
5. La bôme
6. Le mât
7. L'écoute (de grand voile) : permet de maintenir la bôme à un certain angle par rapport à l'axe du mât

Les trois premiers étant des cordages et les trois derniers étant des espars, c'est-à-dire des gréements longs et rigides. Le haubanage était autrefois en fibres naturelles et est maintenant en câble d'acier inoxydable. Le mât et les autres espars sont aujourd'hui généralement en aluminium, tandis qu'ils étaient autrefois en bois lamellé-collé. Il serait intéressant d'étudier les différents types de matériaux, car le bois est également utilisé aujourd'hui pour certains voiliers. Cependant, nous ferons notre étude sur le cas d'un gréement bermudien constitué de matériaux actuels et non d'un gréement traditionnel.



FIGURE 1 – Sloop bermudien typique.

1.2 DE L'INTÉRÊT DE L'ÉTUDE DU GRÉEMENT D'UN NAVIRE

L'étude du gréement d'un voilier revêt une importance critique en plaisance comme en course au large, où les avaries de mât et haubans constituent une cause majeure d'abandons et de sinistres, surtout en cas de

vent fort ou de mer agitée, mais aussi à cause de la fatigue structurelle. Des mâts plus hauts et des voiliures élargies améliorent les performances des navires, mais accroissent leur fragilité, rendant indispensable une optimisation alliant matériaux avancés et géométrie précise du mât, des barres de flèche et des haubans afin de minimiser les déformations et les contraintes. Cette approche réduit donc non seulement les risques humains tels que les blessures graves dues à la rupture de câbles, mais optimise également la performance aérodynamique.

Ce projet est directement dans le prolongement de ce qu'avaient fait deux X2003 dans le même cours de dimensionnement des structures [1]. Ces derniers avaient axé leur travail sur l'étude analytique du gréement et n'avaient malheureusement pas pu aller très loin dans l'implémentation à l'aide de la méthode des éléments finis. Pour notre part, nous avons certes fait quelques calculs analytiques, mais l'essentiel de notre étude se fait à l'aide du code de calcul pour l'analyse des structures CAST3M.

2 MODÉLISATION SIMPLE EN 2D

2.1 TYPE DE GRÉEMENT INITIAL

Pour commencer la modélisation et nous familiariser avec le logiciel Cast3M, nous ferons l'hypothèse d'un navire à un seul mât avec un gréement simple, comme celui d'un sloop.

Nous ferons l'hypothèse que le mât est en Aluminium, avec un coefficient de Poisson $\nu = 0.34$, un module de Young $E = 70 \text{ GPa}$ et une densité $\rho = 3.0 \text{ g/cm}^3$. Les haubans sont en acier inoxydable, avec un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$, un module de Young $E = 110 \text{ GPa}$, une section de surface $1.96 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.

De plus, le mat sera supposé cylindrique à base elliptique creuse. Le demi-grand axe vaudra $a = 75\text{mm}$, le demi-petit axe vaudra $b = 50\text{mm}$, et l'épaisseur de l'ellipse vaudra $e = 4\text{mm}$.

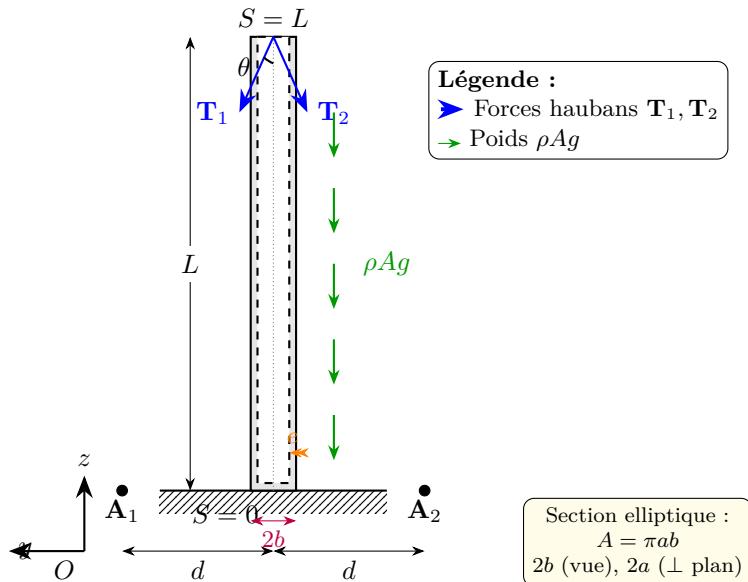


FIGURE 2 – Modélisation 2D simplifiée du mât avec les forces des haubans (plan y - z).

2.2 SANS BARRE DE FLÈCHE

La première étape est de définir les différents composants de ce gréement. Ici, nous n'aurons besoin de modéliser que le mât ainsi que deux haubans latéraux, ou bien seulement la force résultante due à ces haubans.

2.2.1 • GÉOMÉTRIE ET MOMENTS D'INERTIE

Nous calculons en premier lieu des éléments liés à la géométrie du mât, comme ses moments d'inertie. Pour cela, nous supposons que le mât est un cylindre creux à base elliptique, avec :

- un demi grand-axe interne a
- un demi petit-axe interne b
- une épaisseur e
- une hauteur L

Passons maintenant au calcul :

1. Pour l'aire A

$$\begin{aligned} A &= \pi ab - \pi(a-e)(b-e) \\ &= \pi(a+b-e)e \end{aligned}$$

D'où :

$$A = \pi(a+b-e)e$$

2. Pour le moment de flexion I_x

Pour une ellipse pleine (a, b) :

$$I_x^{(a,b)} = \iint_{\Sigma_R} y^2 dy dx$$

avec $\Sigma_R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$

Dans notre cas, nous trouvons donc :

$$\begin{aligned} I_x^{(a,b)} &= \int_{-a}^a \int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} y^2 dy dx \\ &= \int_{-a}^a \frac{1}{3} \left(b^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} + b^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right) dx \\ &= \frac{2b^3}{3} \int_{-a}^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} dx \\ &= \frac{2b^3}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\cos^2 \theta)^{\frac{3}{2}} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{2ab^3}{3} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^4 \theta d\theta \end{aligned}$$

Or, nous avons l'identité suivante :

$$\begin{aligned} \cos^4 \theta &= \left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \right)^4 \\ &= 2^{-4} (e^{4i\theta} + e^{-4i\theta} + 4(e^{2i\theta} + e^{-2i\theta}) + 6) \\ &= \frac{\cos(4\theta)}{8} + \frac{\cos(2\theta)}{2} + \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Donc, $I_x^{(a,b)} = \frac{2ab^3}{3} \times \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi ab^3}{4}$

De la même façon, pour une ellipse pleine $(a - e, b - e)$, on a :

$$I_x^{(a-e,b-e)} = \frac{\pi(a-e)(b-e)^3}{4}$$

D'où, pour le mât :

$$I_x = \frac{\pi}{4} (ab^3 - (a-e)(b-e)^3)$$

3. les moments de flexion I_y

De même, on obtient :

$$I_y = \frac{\pi}{4} (a^3b - (a-e)^3(b-e))$$

2.2.2 • PLASTICITÉ

Nous effectuons d'abord une analyse théorique. Les conditions aux limites sont :

En $S = 0$, le mât est encastré :

$$\begin{cases} \underline{x}(0) = 0 \\ \alpha(0) = 0 \end{cases}$$

En $S = L$, les haubans imposent des forces ponctuelles :

$$\begin{cases} \underline{R}(L) = \underline{T}_1 + \underline{T}_2 \\ M(L) = 0 \end{cases}$$

En tout point du mât, les équations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \underline{R}'(S) + \underline{f}_R = 0 \\ M'(S) + \|\underline{x}'(S)\|V(S) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

avec

$$\begin{cases} \underline{R}(S) = N(S)\underline{t}(S) + V(S)\underline{n}(S) \\ \underline{f}_R = -\rho_R g \underline{e}_x, \text{ la densité linéique de poids} \end{cases}$$

D'où,

$$\underline{R}(S) = \rho_R g S \underline{e}_x + \underline{cte}$$

En utilisant la condition aux limites en $S = L$, on obtient :

$$\underline{R}(S) = \rho_R g (S - L) \underline{e}_x + \underline{T}_1 + \underline{T}_2$$

Nous supposons que les deux haubans sont symétriques par rapport au mât, et que :

$$|\underline{T}_1| = |\underline{T}_2| := \frac{T}{2}$$

Alors,

$$\begin{cases} \underline{R}(S) = (\rho_R g (S - L) - T \cos \theta) \underline{e}_x \\ \underline{x}(S) = S \underline{e}_x \\ M(S) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Pour ce mât de type poutre, le tenseur des contraintes est modélisé comme suit :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{N(S)}{A} - \frac{M(S)y}{I} \\ &= \frac{\rho_R g(S-L) - T \cos \theta}{A} < 0\end{aligned}$$

Notons σ_c le tenseur critique. Le domaine d'élasticité est alors :

$$|\sigma_{xx}| \leq \sigma_c$$

C'est-à-dire :

$$\boxed{\rho_R g(L-S) + T \cos \theta \leq A \sigma_c}$$

On en déduit qu'il est possible de sortir de ce domaine (tout d'abord en $S = 0$), et les conditions de plasticité sont donc :

— sur l'aire du mât :

$$A \leq \frac{\rho_R g(L-S) + T \cos \theta}{\sigma_c}, \text{ et en } S = 0, \text{ il faut } A \leq \frac{\rho_R g L + T \cos \theta}{\sigma_c}$$

— sur la hauteur du mât :

$$L \geq S + \frac{A \sigma_c - T \cos \theta}{\rho_R g}, \text{ et en } S = 0, \text{ il faut } L \geq \frac{A \sigma_c - T \cos \theta}{\rho_R g}$$

— sur la force des haubans (composante verticale) :

$$T \cos \theta \geq A \sigma_c - \rho_R g(L-S), \text{ et en } S = 0, \text{ il faut } T \cos \theta \geq A \sigma_c - \rho_R g L$$

Lorsque l'aire du mât diminue et que sa longueur, ainsi que la composante verticale de la force, augmentent, le mât peut entrer plus facilement dans son domaine de plasticité.

2.2.3 • FLAMBEMENT

Pour étudier le flambement du mât sous l'action de son poids propre et de la force des haubans, nous devons prendre en compte l'angle $\alpha(S)$:

$$\begin{cases} \underline{x}'(S) = \cos(\alpha(S)) \underline{e}_x + \sin(\alpha(S)) \underline{e}_y \\ \underline{R}(S) = N(S) \underline{x}'(S) + V(S) \underline{e}_z \wedge \underline{x}'(S) \end{cases}$$

En remplaçant l'expression de $\underline{x}'(S)$ dans la deuxième équation, nous obtenons :

$$\underline{R}(S) = (N(S) \cos(\alpha(S)) - V(S) \sin(\alpha(S))) \underline{e}_x + (N(S) \sin(\alpha(S)) + V(S) \cos(\alpha(S))) \underline{e}_y.$$

De plus, nous avons encore les équations de (2), donc :

$$\begin{cases} N(S) = (\rho_R g(S-L) - T \cos(\theta)) \cos(\alpha(S)) \\ V(S) = -(\rho_R g(S-L) - T \cos(\theta)) \sin(\alpha(S)) \end{cases}$$

Ensuite, nous pouvons calculer $\alpha(S)$. D'après les équations de (1) et les conditions aux limites, nous avons déjà :

$$\begin{cases} EI \alpha''(S) - (\rho_R g(S-L) - T \cos(\theta)) \sin(\alpha(S)) = 0 \\ \alpha(0) = 0 \\ \alpha'(L) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Nous allons maintenant faire un changement de variables afin de nous ramener à un problème plus simple. Posons $\tilde{S} = a(-S + \tilde{L})$, avec $a = (\frac{\rho_R g}{EI})^{\frac{1}{3}}$, et $\tilde{L} = L - \frac{T \cos \theta}{\rho_R g}$. On prend de plus $\tilde{\alpha}$ tel que $\tilde{\alpha}(\tilde{S}) = \alpha(S)$. Comme $a\tilde{\alpha}'(\tilde{S}) = -\alpha'(S)$ et $a^2\tilde{\alpha}'(\tilde{S}) = \alpha''(S)$, l'équation de (3) devient :

$$\begin{aligned} EIa^2\tilde{\alpha}'(\tilde{S}) - \rho_R g(S - \tilde{L})\sin\alpha(S) &= 0 \\ EIa^2\tilde{\alpha}'(\tilde{S}) - \rho_R g\frac{\tilde{S}}{a}\tilde{\alpha}(\tilde{S}) &= 0 \text{ (car } \alpha \text{ est petit dans le cadre des petites déformations)} \\ \tilde{\alpha}'(\tilde{S}) - \frac{\rho_R g}{EIa^3}\tilde{S}\tilde{\alpha}(\tilde{S}) &= 0 \\ \tilde{\alpha}'(\tilde{S}) - \tilde{S}\tilde{\alpha}(\tilde{S}) &= 0 \end{aligned}$$

Nous obtenons donc une simplification de l'équation (3) :

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}'(\tilde{S}) - \tilde{S}\tilde{\alpha}(\tilde{S}) = 0 \\ \tilde{\alpha} = 0 \text{ pour } \tilde{S} = a\tilde{L} \\ \tilde{\alpha}' = 0 \text{ pour } \tilde{S} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Les solutions de l'équation (4) sont connues en mathématiques et sont appelées fonctions d'Airy $Ai(\tilde{S})$ et $Bi(\tilde{S})$:

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}(\tilde{S}) = C_1 Ai(\tilde{S}) + C_2 Bi(\tilde{S}) \\ C_1 Ai(a\tilde{L}) + C_2 Bi(a\tilde{L}) = 0 \\ C_1 Ai'(0) + C_2 Bi'(0) = 0 \end{cases}$$

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 sont non nulles (c'est-à-dire que la solution $\tilde{\alpha}$ est non triviale) si et seulement si :

$$Ai(a\tilde{L})Bi'(0) - Bi(a\tilde{L})Ai'(0) = 0$$

Nous trouvons alors une solution numérique : $a\tilde{L} = \lambda_{min} \approx 1,986$.

La tension critique de flambement est alors :

$$T_c = \frac{\rho_R g}{\cos\theta} \left(L - \frac{\lambda_{min}}{a} \right)$$

Si $T < T_c$, le mât est tout droit et α est négligeable, alors que si $T > T_c$, il subira un flambement dû notamment à son poids propre, sa hauteur et ses autres caractéristiques géométriques.

2.3 STRUCTURE ET MAILLAGE

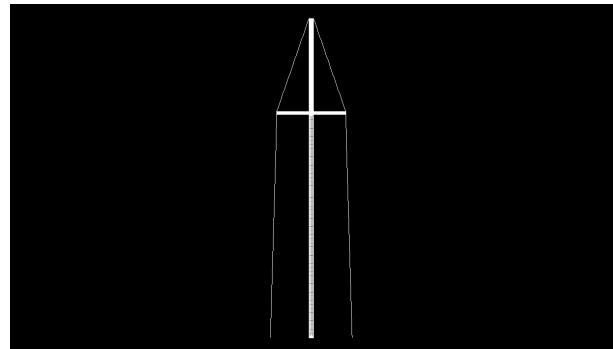
2.3.1 • MAILLAGE

On prend des paramètres similaires pour 2D et 3D.

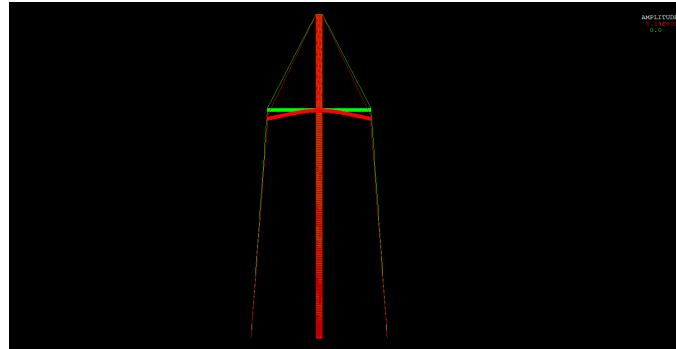
- largeur du mât : $2a = 150$ mm
- hauteur du mât : $L = 10m$
- distance entre les haubans et le mat sur la coque : $L_1 = 1.2m$
- longueur des barres de mât : $L_2 = 1m$
- largeur des barres de mât : $e = 50mm$

2.3.2 • MODÈLES ET MATÉRIAUX

Le mât et les barres sont modélisés comme des matériaux élastiques linéaires et isotropes. Pour les haubans, une modélisation initiale par éléments de haubans a été écartée pour des raisons de compatibilité de liaison.



Maillage de la structure



Déformation sous poids propre

FIGURE 3

Nous avons donc opté pour des éléments de type « poutre » en leur assignant un moment d'inertie très faible pour minimiser leur raideur en flexion.

Concernant les conditions aux limites, les extrémités des haubans et la base du mât sont encastrées sur la coque.

2.3.3 • ANALYSE DU CAS DE CHARGE : POIDS PROPRE

L'analyse des contraintes de Von Mises montre que les haubans supérieurs sont les plus sollicités ($1,7 \times 10^6$ Pa), car ils supportent le poids des barres horizontales. Ces valeurs restent néanmoins bien inférieures à la limite d'élasticité de l'acier. À l'inverse, les deux haubans inférieurs sont soumis à de la compression (8×10^5 Pa). Ce résultat est physiquement artificiel car, dans la réalité, des câbles ne peuvent pas reprendre d'efforts de compression (ils deviendraient mous). Ce phénomène est dû à l'élément « poutre » qui conserve une raideur axiale en compression. Le modèle actuel sous-estime légèrement la réalité. En effet, sans le « support » fictif des haubans inférieurs, la tension dans les haubans supérieurs et les contraintes de flexion à l'encastrement des barres seraient plus élevées.

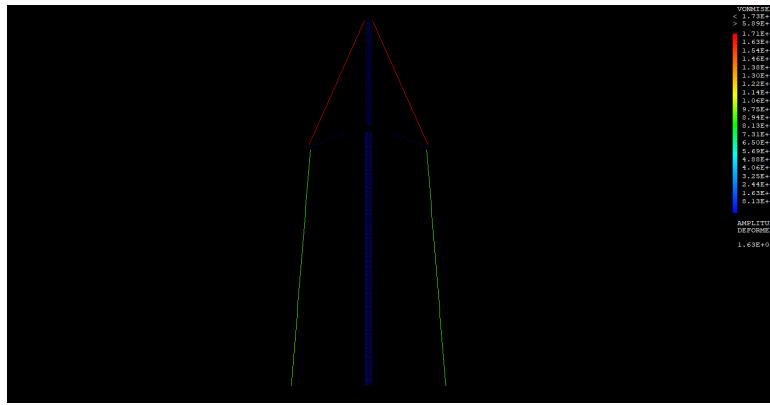


FIGURE 4 – Contrainte sur la structure

2.3.4 • ANALYSE DU CAS DE CHARGE : FORCE DU VENT

Nous appliquons d'abord une force ponctuelle au sommet du mât pour modéliser l'action du vent. Nous avons choisi une intensité de 100,N, ce qui correspond à une vitesse de vent d'environ 34,km/h (calculée via

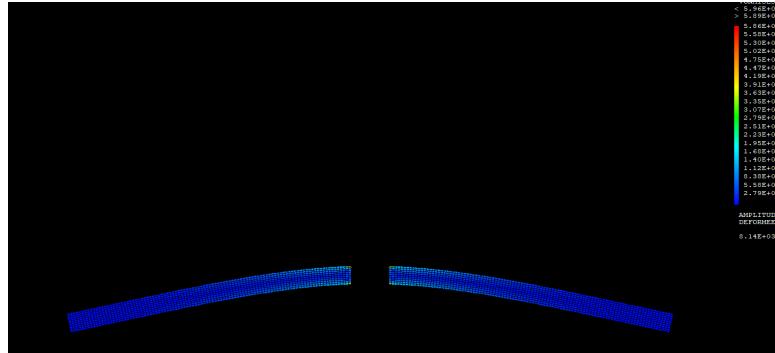
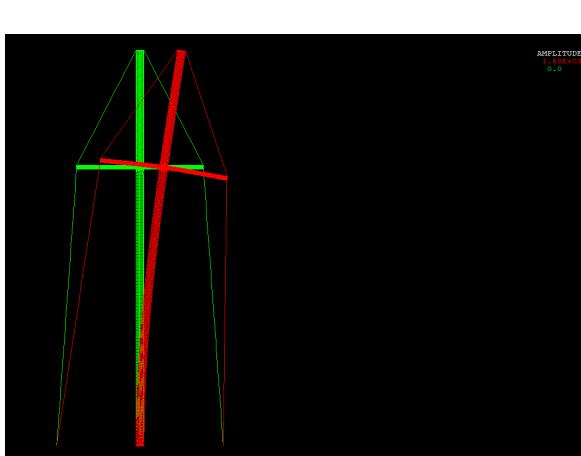
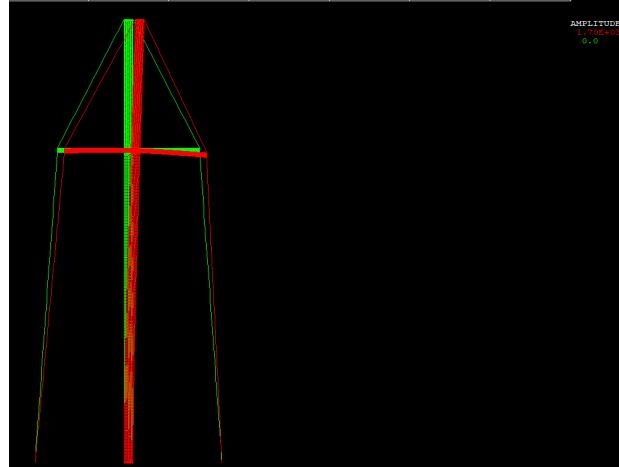


FIGURE 5 – Contraintes à l'encastrement sur les barres

la formule de traînée $F_d = \frac{1}{2}\rho A C_d v^2$, avec $\rho_{air} = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $A = 1.5 \text{ m}^2$ et $C_d = 1.2$). Il s'agit d'un vent modéré.



Déformation sous force ponctuelle



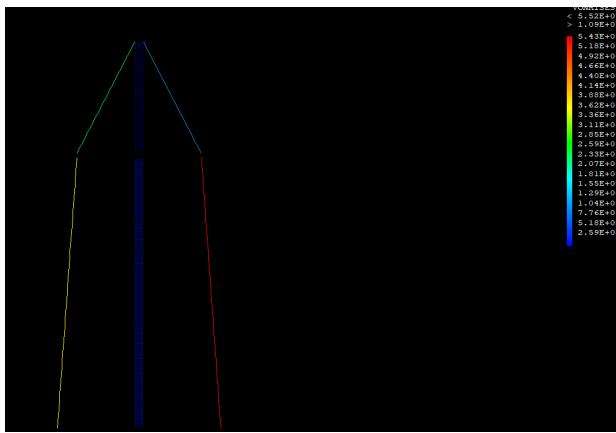
Contrainte à l'encastrement sur les barres

FIGURE 6 – Déformation sous force linéique

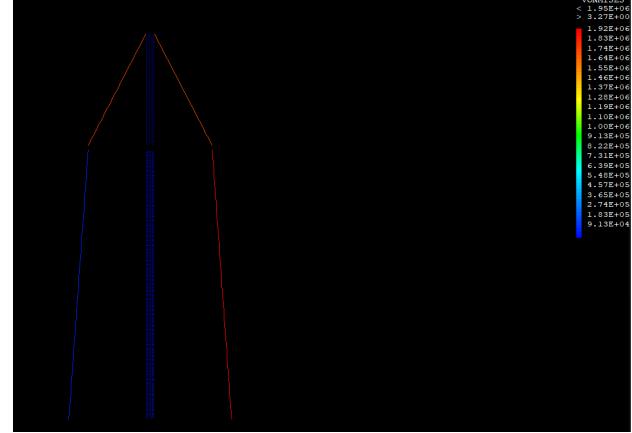
Comme illustré sur la figure 7, les contraintes sont réparties de manière antisymétrique. Par exemple, pour le hauban sous le vent (aval, couleur jaune), la compression induite par le vent est partiellement compensée par la tension due à la gravité. À l'inverse, pour le hauban au vent (amont, couleur rouge), les deux forces s'additionnent, augmentant la contrainte totale.

Ensuite, nous remplaçons la charge ponctuelle par une force linéique tout en gardant la force totale inchangée. La contrainte maximale passe alors de 5,5 MPa à 2 MPa. Ceci s'explique par la diminution du bras de levier effectif.

3 MODÉLISATION 3D



Contrainte sur la structure sous force ponctuelle



Contrainte sur la structure sous force linéaire

FIGURE 7 – Contraintes sous force du vent

3.1 STRUCTURE ET MAILLAGE

3.1.1 • LE MÂT

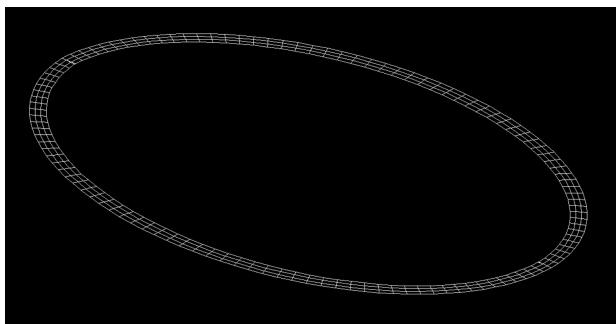
Comme nous l'avons déjà dit, afin de nous rapprocher de la réalité, nous faisons l'hypothèse d'un mât en Aluminium ayant une forme cylindrique creuse à base elliptique.

Nous choisissons des valeurs pour les caractéristiques géométriques :

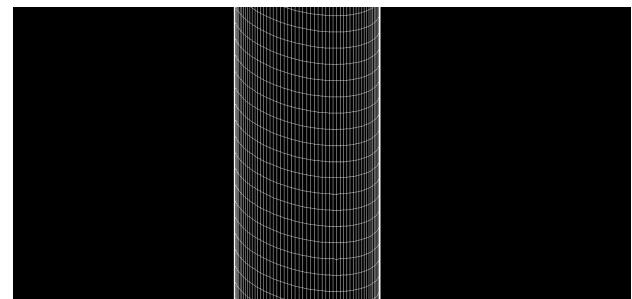
- demi grand-axe interne $a = 75$ mm
- demi petit-axe interne $b = 50$ mm
- épaisseur $e = 4$ mm
- hauteur $L = 10$ m

Les différentes étapes du maillage sont les suivantes :

- création de deux demi-ellipses
- remplissage de l'intervalle entre ces ellipses pour créer un anneau
- création de l'autre demi-anneau par symétrie
- suppression des points redondants
- création du volume de hauteur L sur cette base



Maillage de la base elliptique du mât



Maillage 3D complet du mât

FIGURE 8 – Étapes de génération du maillage du mât

3.1.2 • LA BÔME

La bôme est également en aluminium et a tout d'abord une forme cylindrique à base pleine. Ceci se traduira par une masse totale plus importante et donc un plus gros déplacement sous poids propre. Cependant, ce n'est pas très gênant pour la suite du calcul.

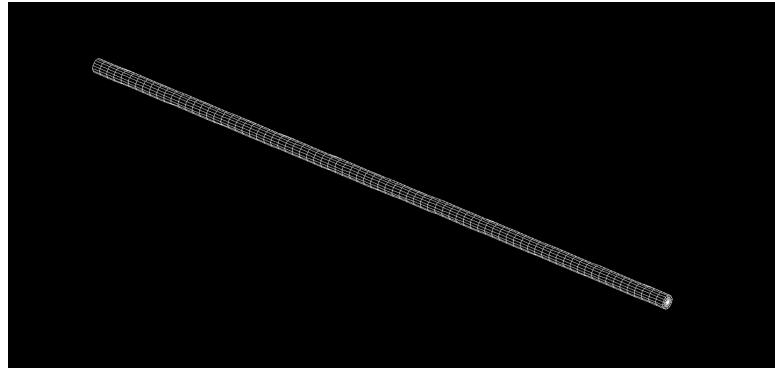
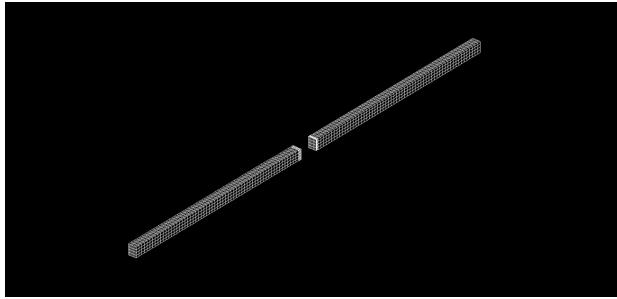


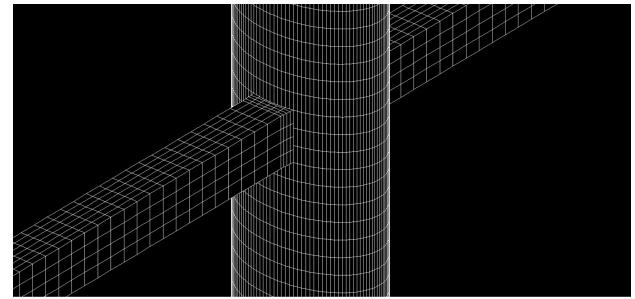
FIGURE 9 – Maillage 3D de la bôme pleine en aluminium.

3.1.3 • LES BARRES DE MÂT

Les barres de mât, également en aluminium, sont des parallélépipèdes rectangles. Le problème que nous avons rencontré lors de leur création est celui de la liaison entre les maillages des barres et du mât. Nous avons effectué une couture entre la barre et le mât à l'aide d'une fonction de Cast3M.



Barres sans le mât



Couture entre les barres et le mât

FIGURE 10 – Maillage des barres

3.1.4 • LES HAUBANS

Les haubans sont quant à eux en acier inoxydable et leur géométrie est celle d'un câble. Dans Cast3M, une fonction existe déjà pour créer de tels haubans. Il faut notamment lui donner les paramètres suivants :

- diamètre : 5 mm
- rigidité membranaire du câble : $1,96 \times 10^6$ N / m
- masse linéique : 1,47 kg / m
- prétension (point important de [1] pour le calcul analytique) : coefficient de 0.995

La longueur à vide des haubans étant prise comme la distance entre leurs points d'attache.

Voici le maillage des haubans et de la structure une fois que tous les composants ont été ajoutés. Nous pourrions ajouter d'autres étages de barres de mât si nous le souhaitons et faire varier les paramètres comme nous le voulons :

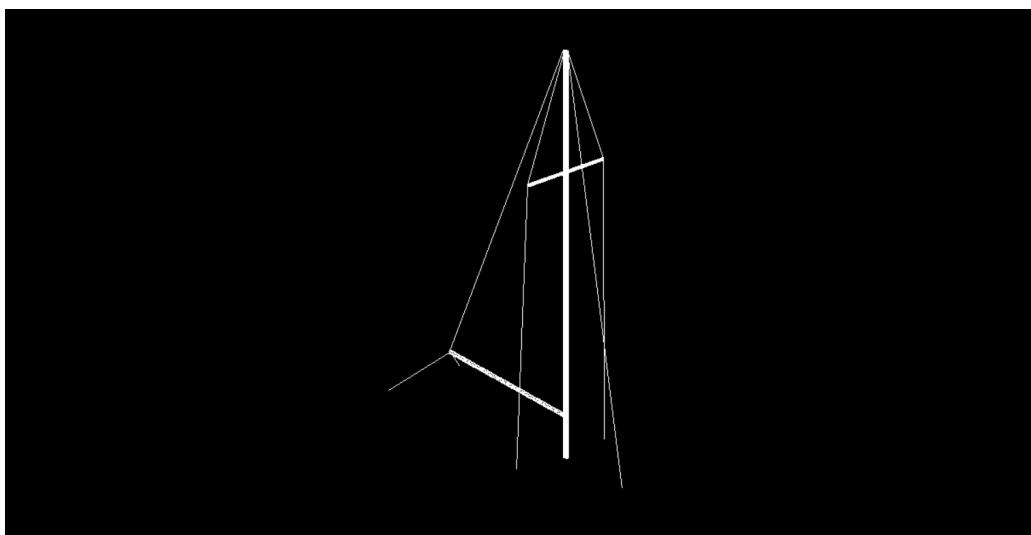


FIGURE 11 – Maillage 3D de la structure complète

3.2 DÉPLACEMENTS

3.2.1 • DÉPLACEMENTS SOUS POIDS PROPRE

La première étape fut de calculer les déplacements de la structure sous son poids propre.

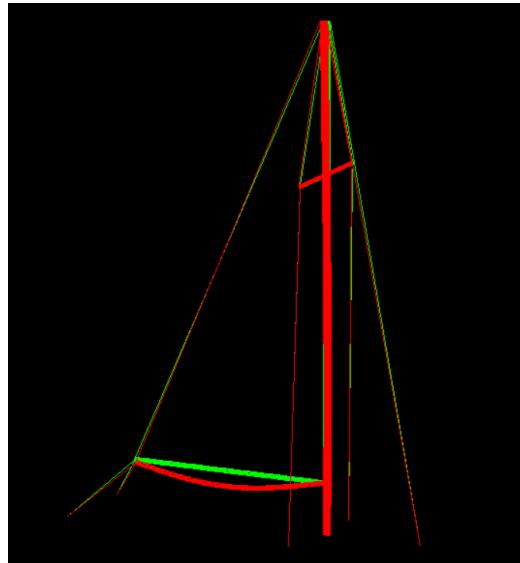


FIGURE 12 – Déplacements sous poids propre avec une amplitude > 1

Dans cette figure aux déplacements exagérés, nous pouvons voir deux principaux effets du poids sur le gréement. Tout d'abord, la bôme plie sous son poids propre et le mât penche vers l'arrière à cause du pataras qui le relie à la bôme.

3.2.2 • AJOUT D'UNE FORCE PONCTUELLE

Nous pouvons facilement ajouter des forces ponctuelles à n'importe quel endroit de la structure. Ceci peut représenter l'action d'une drisse sur le gréement par exemple.

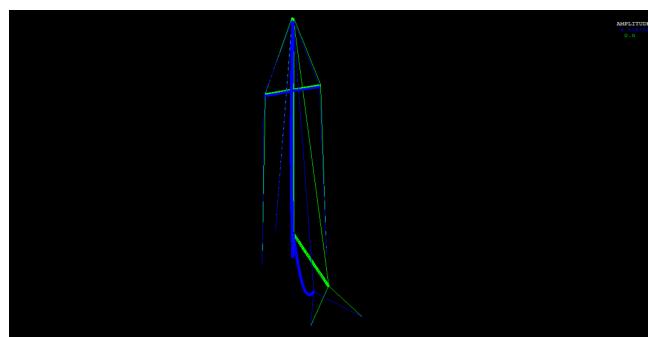


FIGURE 13 – Déplacements sous poids propre et force ponctuelle avec une amplitude > 1

Nous avons assimilé ici la force (due au vent dans la voile) à une force ponctuelle au bout de la bôme, ce qui ne représente pas exactement la réalité. Ceci nous permet cependant de voir que la bôme plie dans la direction de cette force, ce à quoi nous pouvions nous attendre.

3.3 PLASTICITÉ ET RUPTURE

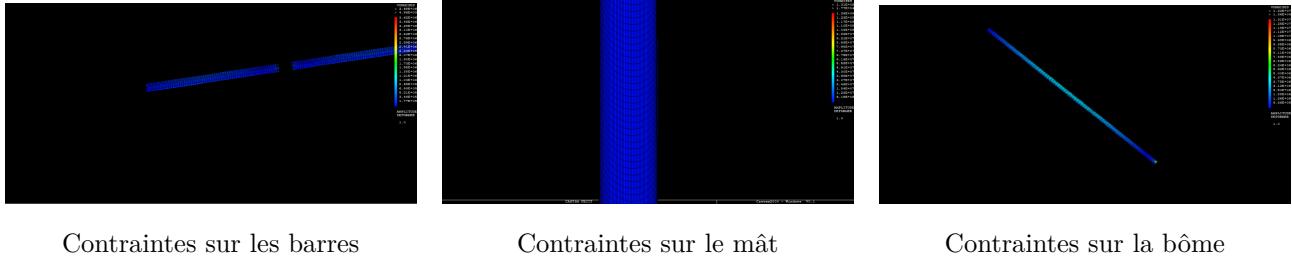


FIGURE 14 – Contraintes équivalentes de Von Mises sous poids propre

Nous observons que les contraintes maximales se situent au niveau des jonctions. C'est ici que le gréement risque de plastifier en premier et de se fragiliser. En particulier, les contraintes de Von Mises au niveau de l'interface entre la bôme et le mât sont de l'ordre de 13 MPa. Cependant, la limite d'élasticité de l'Aluminium est en général aux alentours de 100 – 130 MPa, donc le mât ne plastifie pas avec nos choix de constantes.

Nous remarquons également que la bôme a un champ de contraintes usuel pour la déformation d'une barre sous poids propre, à l'exception de la liaison avec le mât.

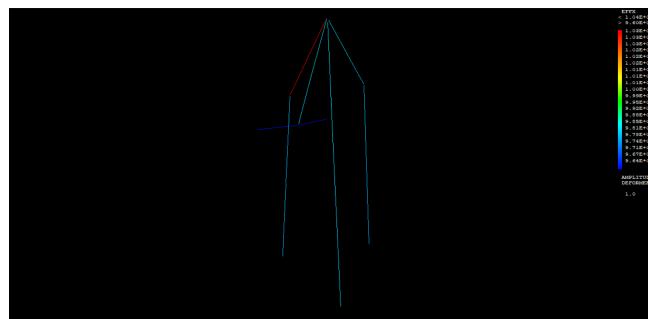


FIGURE 15 – Contraintes dans les haubans

L'ordre de grandeur de contraintes dans les haubans est de 10 kPa., tandis que la contrainte maximale pour l'acier est de quelques centaines de MPa. On en déduit que les haubans ne risquent pas de plastifier.

3.4 FATIGUE

Il n'est pas rare que les gréements rompent en raison de la fatigue causée par un haut nombre de cycles. Pour évaluer la tenue en fatigue de notre gréement, nous adoptons une approche « contrainte–durée de vie » basée sur les courbes de Wöhler (ou courbes S–N).

Ces courbes donnent, pour un matériau et un rapport de charge donnés, le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de contrainte appliquée ; dans notre cas, on assimile l'amplitude à la contrainte maximale issue du calcul EF, ce qui est une approximation acceptable pour des chargements essentiellement alternés.

À partir du modèle éléments finis, on détermine d'abord la contrainte équivalente de Von Mises dans les zones critiques (jonction mât–bôme, pied de mât, attaches de barres de flèche), puis on retient sa valeur maxi-

male sous le cas de chargement étudié.

Cette contrainte est alors projetée sur la courbe de Wöhler du matériau correspondant : on lit le nombre de cycles associé à ce niveau de contrainte, ce qui fournit une estimation de la durée de vie en fatigue de la zone considérée.

Enfin, on compare le nombre de cycles obtenu au nombre de cycles attendu sur la durée de vie du voilier (par exemple, en nombre de manœuvres ou de rafales équivalentes) et l'on en déduit un facteur de sécurité en fatigue ; si ce facteur est jugé insuffisant, il est nécessaire d'augmenter les sections, de réduire les concentrations de contraintes ou d'adopter un matériau plus résistant en fatigue.

S - N curve (Wöhler) for Al and Al alloy

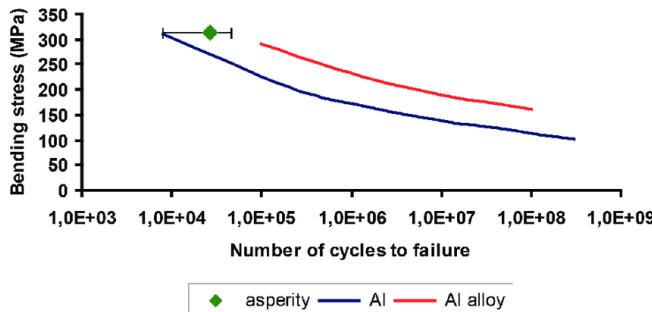


FIGURE 16 – Diagramme de Wöhler pour l'aluminium [2]

A partir de cette figure et des données que nous avons obtenues précédemment, nous pouvons voir que les parties en aluminium du gréement peuvent supporter 10^8 et sûrement davantage de cycles.

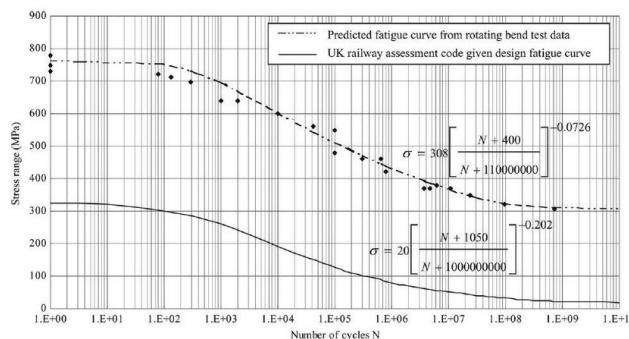


FIGURE 17 – Diagramme de Wöhler pour l'acier [3]

Nous pouvons faire la même analyse pour les haubans en acier. Nous trouvons de même un nombre de cycles supérieur à 10^8 .

3.5 VIBRATIONS

Il peut être intéressant de voir la réaction du gréement à des sollicitations dynamiques. Pour cela, il nous faut commencer par étudier ses modes propres de vibration.

4 CONCLUSION

Cette étude nous a permis d'appréhender la complexité du dimensionnement d'un gréement de sloop ber-mudien, en passant d'une approche analytique 2D à une simulation numérique 3D avancée sous Cast3M.

Cependant, la réalisation de ce projet s'est heurtée à plusieurs difficultés techniques notables. La transition vers la modélisation 3D a soulevé des défis importants en termes de maillage et de compatibilité des liaisons. En particulier, la connexion entre les barres de flèche et le mât a nécessité une attention particulière pour éviter des concentrations de contraintes artificielles ou des erreurs cinématiques.

Par ailleurs, il existe certaines limites de notre modélisation. Dans notre modèle 2D simplifié, l'utilisation d'éléments de type poutre a conduit à des résultats physiquement aberrants où les haubans sous le vent subissaient de la compression. Une analyse plus fine nécessiterait une modélisation du type câble ou hauban. Nous avons aussi modélisé l'action du vent par des forces ponctuelles ou linéaires simplifiées. Une étude plus réaliste exigerait l'application d'un champ de pression aérodynamique évolutif. De plus, la bôme a été considérée comme pleine, surestimant sa masse et donc sa flèche sous poids propre.

RÉFÉRENCES

- [1] Thomas Khin et Stéphanie Soton : *Etude d'un gréement de voilier*. Rapport d'EA datant de 2005.
- [2] J. Sequard-Base, C. Lenauer, V. Lazarev, K. Gavrilov, A. Doikin et G. Vorlaufer : *A modified energy-based model for describing wear processes applied to an internal combustion engine*, International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, vol. 3, pp. 150–164, 2015.
- [3] Vihara Meegalla, P. Saparamadu, Imeth Wijayarathna, Kamal Karunananda : *Development of curve based modified sequential law for fatigue life estimation of steel structures* , 2020.