

Spenning over kondensator i RC-krets

Forord:

I denne «rapporten» så har jeg hatt et mindre seriøst perspektiv, og tatt meg den frihet til å «prøve» å være morsom eller gøy. Dette gjorde jeg fordi oppgavebeskrivelsen ba om en «artig» rapport. Kanskje humoren ikke faller i smak hos leseren, og dette er et sannsynlig tilfelle ettersom at jeg ikke er en veldig gøy person. I tillegg kan det være vanskelig å få humor ned på papir.

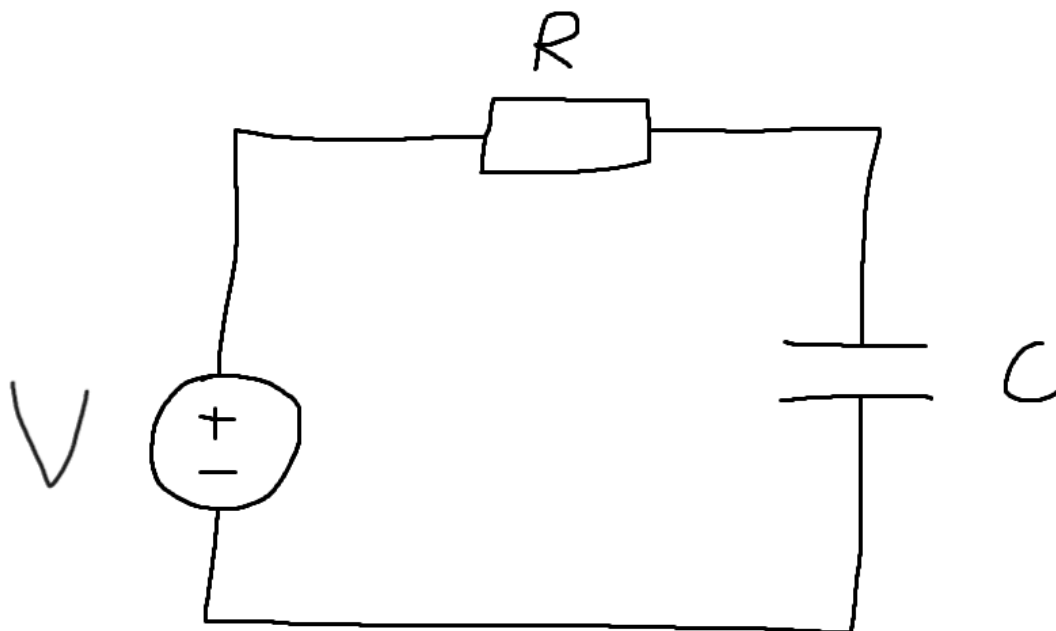
Hensikt:

Hensikten med dette forsøket er å måle spenningen over en kondensator i en RC-krets, og sammenlikne disse målingene med den teoretiske modellen for spenning over en kondensator i en RC-krets, ved å plote målt og teoretisk kurve i python.

Med andre ord så tester man teori mot praksis, man sjekker om det som står på papiret faktisk stemmer med virkeligheten. Ofte så gjør den det, eller så er teorien en god pekepinn på verdens påfunn.

Teori:

En kretstegning av en RC-krets kan se slik ut:



Figur 1: «Kretstegning av RC-krets»

Hvor V er spenningskilden, R er motstanden og C er kondensatoren i kretsen. Man kan ut ifra Kirchhoffs spenningslov sette opp dette uttrykket:

$$V - V_R - V_C = 0$$

$$V = V_R + V_C$$

Man kan deretter bruke Ohms lov for spenningen over motstanden:

$$V = IR + V_C, \text{ hvor } I \text{ er strømmen i seriekretsen.}$$

$$\frac{V - V_C}{R} = I$$

Alle barn i barnehagen vet at sammenhengen mellom strømmen I og spenningen V for en kondensator C er gitt ved elementloven

$$I = C \cdot \frac{dV_C}{dt}, \text{ hvor } C \text{ er kapasitansen}$$

Setter vi dette inn i uttrykket får vi:

$$\frac{V - V_C}{R} = C \cdot \frac{dV_C}{dt}$$

Og

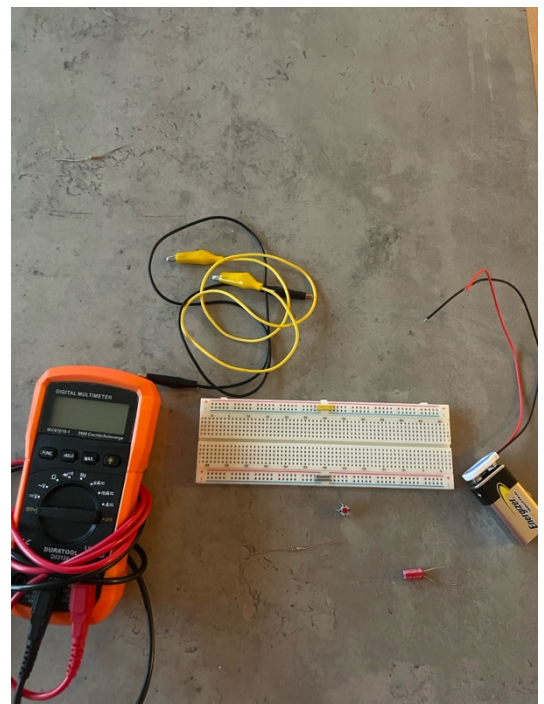
$$RC \dot{v}_C(t) + v_C(t) = V$$

Som det så fint står i obligheftet.

Utstyr:

For å gjøre dette forsøket slik jeg gjorde det så trenger man:

- En kondensator (100 μF)
- En motstand (100k Ω)
- Et brødbrett som det heter på godt norsk
- En bryter (denne er ikke nødvendig)
- Et 9-volts batteri
- Noe loddegreier eller noe for å koble batteriet til brødbrettet
- Et voltmeter
- To klypetanger for å enklere måle spenningen
- Godt humør og tålmodighet hvis man på et eller annet vis tuller til forsøket og må utlade kondensatoren før man begynner på nytt.

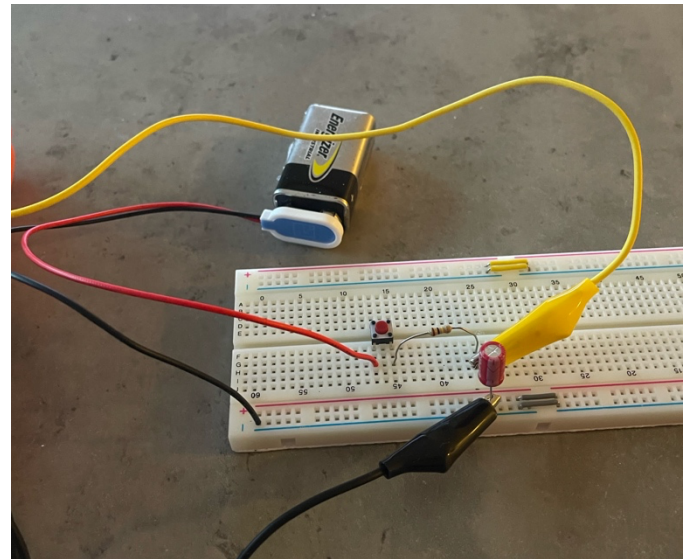


Figur 2: «Et bilde med meget bra oppløsning som viser komponentene»

Fremgangsmåte:

Koble opp sånn at det blir en seriekrets med batteriet, bryteren, kondensatoren og motstanden slik som i figur 3. Du bør klare dette selv, det er ikke så vanskelig. I tillegg så må man koble voltmeteret slik at det måler spenningen over kondensatoren. Jeg brukte egentlig et multimeter, så jeg tok den i en tilstand hvor den måler likespenning.

I en av de første ukene vi hadde ADE, så skulle vi måle strømmen gjennom en motstand. Da var det noen som friterte sikringen til multimeteret sitt fordi de prøvde å måle strømmen ved å koble til målesondene på hver sin side av motstanden. Det har i tillegg blitt mange friterte lysdioder og varme motstandere i løpet av dette semesteret.



Figur 3: «RC-krets med voltmeter koblet over motstanden»

Du bør også være påpasselig med hvordan du kobler til kondensatoren i kretsen. Kondensatoren kan visstnok sprenges hvis du har koblet den til med feil poler i kretsen.¹

Når du har koblet opp kretsen så kan du holde inne knappen og notere ned spenningsverdier og tid. Jeg filmet mens jeg gjorde forsøket og noterte ned verdier for spenning i ettertid. Husk at verdiene for kapasitansen og motstanden har noe å si for hvor fort kondensatoren lades opp. R ganget med C tilsvarer tidskonstanten til kretsen, som sier hvor lang tid systemet bruker på å nå ca. 63,3% av stasjonærverdien. I vårt tilfelle, hvor lang tid det tar før kondensatoren lades opp 63,3% av 9V.

Plot deretter verdiene du fikk i forsøket i python sammen med den teoretiske modellen. Jeg løste differensiallikningen først før jeg plottet den i python, men du kan også bruke numerisk metode hvis du ønsker det.

Løsning av differensiallikning:

$$RC\dot{v}_c(t) + v_c(t) = V$$

$$\dot{v}_c(t) + \frac{1}{RC}v_c(t) = \frac{1}{RC}V$$

$$e^{\frac{t}{RC}}(\dot{v}_c(t) + \frac{1}{RC}v_c(t)) = e^{\frac{t}{RC}} \cdot \frac{1}{RC}V$$

¹ Søk opp «Capacitor wrong polarity» på youtube for å se noen fascinerende videoer. Tror det likevel er avhengig av størrelsen på spenningsforsyningen.

$$\frac{d}{dt} \left(v_C(t) e^{\frac{t}{RC}} \right) = e^{\frac{t}{RC}} \cdot \frac{1}{RC} V$$

$$v_C(t) e^{\frac{t}{RC}} = \int e^{\frac{t}{RC}} \cdot \frac{1}{RC} V$$

$$v_C(t) e^{\frac{t}{RC}} = e^{\frac{t}{RC}} \cdot V + c_1$$

$$v_C(t) = V + c_1 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Finner uttrykk for c_1 :

$$v_C(0) = 0$$

$$0 = V + c_1$$

$$c_1 = -V$$

Dermed får vi uttrykket:

$$v_C(t) = V - V e^{-\frac{t}{RC}}$$

Og vi kan sette inn verdiene for R, C og V

$$R = 100k\Omega, C = 100 \mu F, V = 9V$$

$$v_C(t) = 9 - 9e^{-\frac{t}{100 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}}$$

$$v_C(t) = 9 - 9e^{-\frac{1}{10}t}$$

Resultater:

Jeg klarte ikke å få spenningen utladet til 0V før jeg startet forsøket, jeg vet ikke om det er mulig engang. Men jeg fikk den ned til 3.1 mV, som er bra nok synes jeg. Dermed er startverdien min 3.1 mV. Jeg lot også merke til at spenningen over kondensatoren endret seg veldig tregt etter at den kom opp i 7V. Det er jo realistisk at den skulle flate ut jo nærmere man kommer stasjonærverdien, ettersom at det er en eksponential funksjon, men det var fortsatt litt rart. Så jeg filmet i 1 minutt og 57 sekunder før jeg ikke gadd mer, og da kom den opp i 7.41V.

Ettersom at den flatet seg ganske ut etter hvert så valgte jeg å skrive ned verdier ganske ofte i starten, og så sjeldnere jo lenger ut.

Her er bilde av kode skrevet i python:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Målte verdier og tid

v_0_til_10 = [0.0031, 0.704, 0.917, 1.88, 2.4, 2.84, 3.25, 3.74, 3.96, 4.27, 4.67]
t_0_til_10 = [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]

v_11_til_20 = [4.88, 5.1, 5.37, 5.55, 5.76, 5.9, 6.07, 6.19, 6.32, 6.41]
t_11_til_20 = [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20]

v_21_til_30 = [6.5, 6.6, 6.65, 6.73, 6.8, 6.85, 6.9, 6.95, 6.99, 7.01]
t_21_til_30 = [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]

v_31_til_40 = [7.06, 7.08, 7.11, 7.14, 7.16, 7.18, 7.21, 7.22, 7.23, 7.25]
t_31_til_40 = [31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40]

v_41_til_50 = [7.26, 7.27, 7.28, 7.29, 7.30, 7.31, 7.31, 7.32, 7.33, 7.33]
t_41_til_50 = [41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50]

v_resten = [7.34, 7.35, 7.36, 7.37, 7.38, 7.39, 7.4, 7.41]
t_resten = [51, 53, 56, 59, 65, 72, 85, 101]

v_målt = np.array(v_0_til_10 + v_11_til_20 + v_21_til_30 + v_31_til_40 + v_41_til_50 + v_resten)
t = np.array(t_0_til_10 + t_11_til_20 + t_21_til_30 + t_31_til_40 + t_41_til_50 + t_resten)

# Teoretisk modell

def v(t):
    return 9 - 9 * np.exp((-1/10)*t)

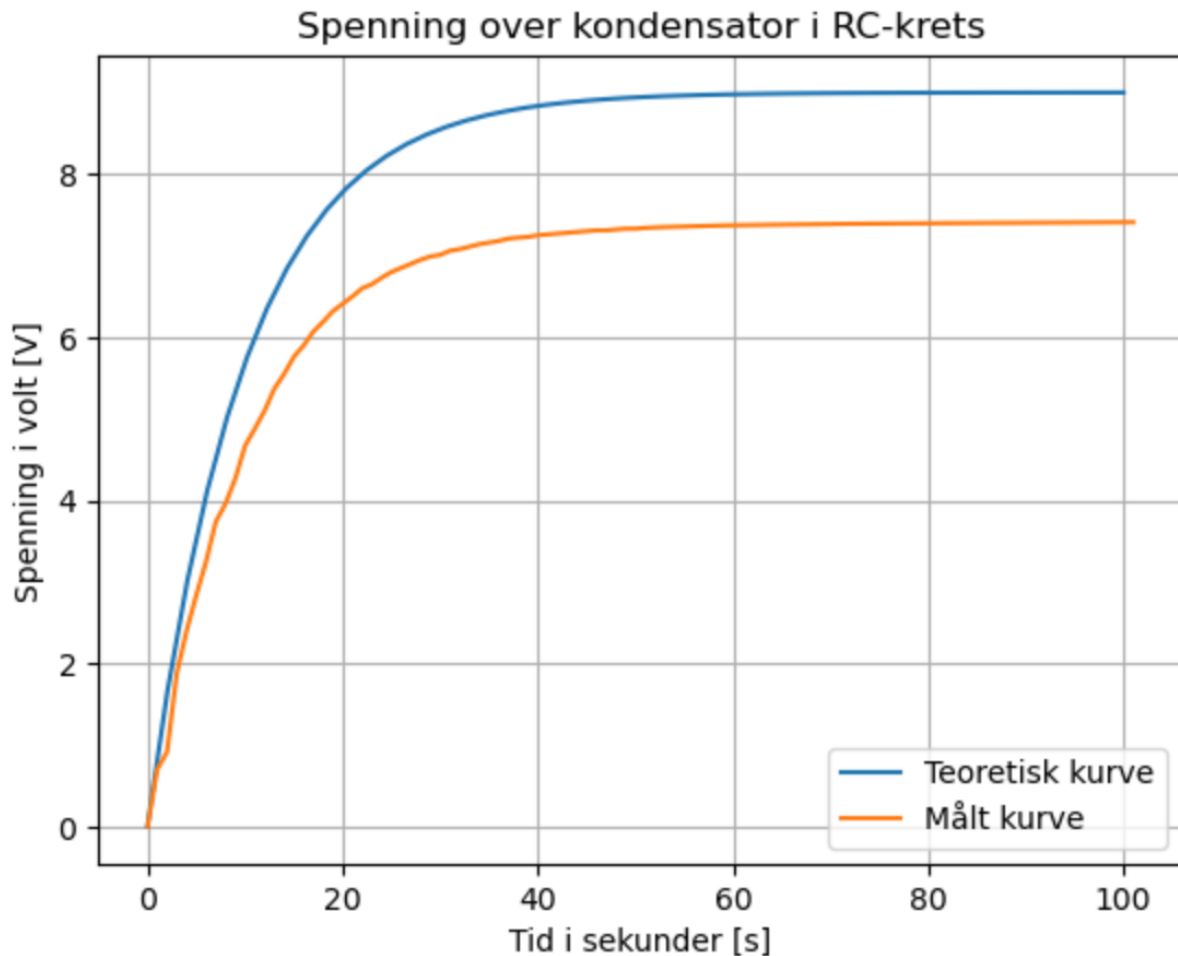
# Lager tidsverdier i en array på intervallet 0-100

t_verdier = np.linspace(0,100)

# Plotting

plt.plot(t_verdier, v(t_verdier), label = "Teoretisk kurve")
plt.plot(t, v_målt, label = "Målt kurve")
plt.xlabel("Tid i sekunder [s]")
plt.ylabel("Spennings i volt [V]")
plt.title("Spennings over kondensator i RC-krets")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Denne koden gir ut dette plottet:



Hmm...

Den målte kurven følger den teoretiske kurven ganske bra, selv om de ikke går opp mot samme stasjonærverdi. Dette irriterte meg grenseløst i nærmest en halvtime, før jeg lagde en enkel krets med bare 9V-batteriet og en motstand, for å kunne måle spenningen til batteriet. Man kunne nok kun målt det direkte på batteriet, men så langt tenker ikke jeg.

Da målte jeg en spenning på 7.3 volt. Dette var enda mindre enn det kondensatoren kom til i målingene mine. Dette ga meg et svar på problemene mine. Batteriet jeg brukte var døende. Det er et 9-volts batteri, men leverte kun 7.3 volt. Jaja. Jeg orker ikke å skaffe målinger på nytt med et annet batteri, så jeg modifiserer kun den teoretiske modellen til å passe tilstanden til batteriet mitt.²

Jeg endrer polspenningen i modellen til 7.42 volt, ettersom at kondensatoren lå stabilt på 7.41 volt i ca. 20 sekunder før jeg stoppet målingene. Kanskje kondensatoren hadde nådd 7.42 volt hvis jeg hadde fortsatt lenger.

² Dette kan minne om datamanipulasjon, men den teoretiske likningen er avhengig av en nøyaktig polspenning, og dermed må jeg ha en polspenning som batteriet mitt leverer.

Dette gir uttrykket:

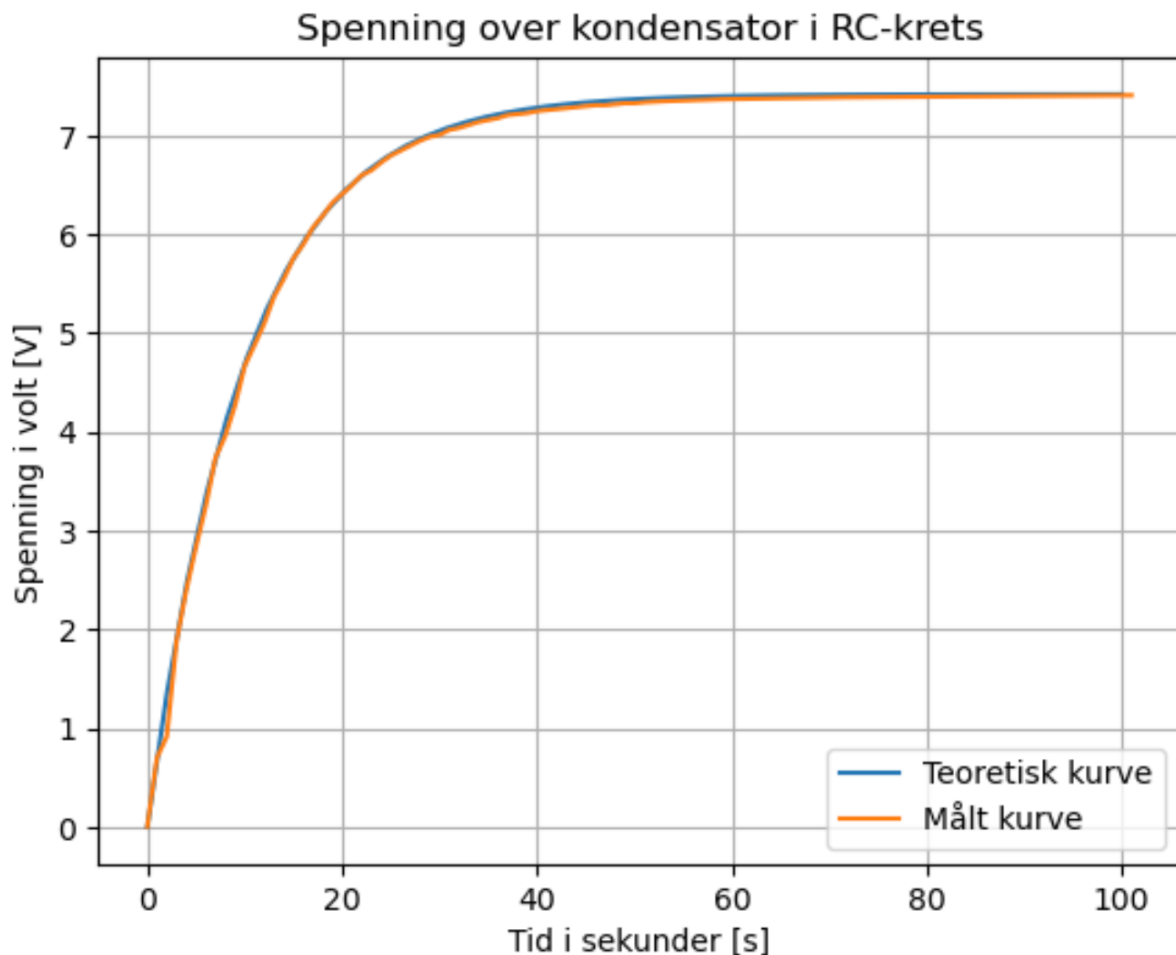
$$v_c(t) = 7.42 - 7.42e^{-\frac{1}{10}t}$$

På dette tidspunktet så kan du kanskje stille spørsmål rundt min kognitive evne og lure på om motstands- og kapasitansverdiene mine er feil de også, men jeg er ganske sikker på at jeg fant fram en 100kΩ motstand og at jeg leste 100μF på kondensatoren.

Endrer det teoretiske uttrykket i python koden:

```
def v(t):  
    return 7.42 - 7.42 * np.exp((-1/10)*t)
```

Og plotter:



Halleluja. Det viser seg at hvis man tilpasser den teoretiske modellen til målingene sine så får man en mer vellykket rapport. Det ser ut som at den teoretiske modellen passer godt med det vi måler og opplever i virkeligheten.

Feilkilder:

Hvis denne rapporten ikke allerede er en feilkilde i seg selv, så kan man velge å se på enkeltting som kan ha påvirket målinger og resultater.

Multimeteret kan ha gitt unøyaktige verdier, og det er ikke til å se bort ifra ettersom at det er den jeg fikk i ADE, og den er sikkert kjøpt fra en eller annen billig kinesisk nettbutikk hvor man tar direkte kontakt med fabrikkene.

Tidene jeg har notert spenningsverdiene for kan også ha vært unøyaktige. Dette er fordi jeg kun kunne se antall hele sekunder i løpet av den videoen jeg tok, og da vet jeg ikke helt om jeg noterte en verdi for akkurat 2 sekunder eller 2.3123412414.... Dette vil ha minimal påvirkning uansett.

Spennigen som batteriet leverer kan være annerledes enn det jeg skrev med den tilpassede teoretiske modellen. Jeg målte kun spenningen til batteriet rundt 30-60 min etter målingene og da hadde den allerede falt til rundt 7.3V.

Konklusjon:

Den teoretiske modellen passer ganske godt for å beskrive spenningen over en kondensator. Modellen er tilnærmet lik det man måler i virkeligheten. I tillegg, så har jeg lært at datamanipulasjon er ganske nyttig. Jeg er veldig glad for at jeg brukte lørdagen min på denne rapporten. Å måle spenning over en kondensator og skiskyttersprint går hånd i hånd. Jeg håper jeg får plusspoeng for humoren jeg har vist utover i rapporten, jeg gikk all out.