

Tutorium 10



1) Bestimmen Sie die *partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung* der folgenden Funktionen:

a)
$$z(x; y) = (3x - 5y)^4$$

b)
$$w(u; v) = 2 \cdot \cos(3 u v)$$

c)
$$z(x; y) = \frac{x^2 - y^2}{x + y}$$

d)
$$z(r; \varphi) = 3r \cdot e^{r\varphi}$$

e)
$$z(x; y) = \sqrt{x^2 - 2xy}$$

f)
$$z(x; y) = e^{-x+y} + \ln\left(\frac{x}{y}\right)$$

g)
$$z(x; y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

h)
$$z(x; y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$$

i)
$$u(x;t) = \frac{x-2t}{2x+t}$$

$$z(t;\varphi) = \sin(at + \varphi)$$



2. Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x^2(2-y) - y^3 + 3y^2 + 9y.$$

- (a) Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen von f im Punkt (1,1) in Koordinatenform?
- (b) In welcher Richtung ist der Anstieg des Funktionsgraphen von f im Punkt (1,1) maximal? Berechnen Sie die zugehörige Richtungsableitung (d. h. den maximalen Anstieg).
- (c) Bestimmen Sie Art und Lage der lokalen Extrema von f.



2. Gegeben ist die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x(6y - 2x^2) - y^3.$$

- (a) Wie lautet die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen von f im Punkt (0,1) in Koordinatenform?
- (b) Bestimmen Sie Art und Lage der lokalen Extrema von f. Geben Sie auch die zugehörigen Extremwerte an.



13) Bei der Deformation eines Kreiszylinders werden dessen Abmessungen von R = 30cm auf $\overline{R} = 30,2cm$ und dessen Höhe von H = 80cm auf $\overline{H} = 79,5cm$ verändert. Berechnen Sie die Volumenänderung direkt und näherungsweise durch Verwendung des totalen/vollständigen Differentials.