



# Tutorium 4







1. Erwachsene Paare machen jeden Monat ein neues Paar Kaninchen
2. Kaninchen brauchen einen Monat um erwachsen zu werden

Wir starten mit einem Paar























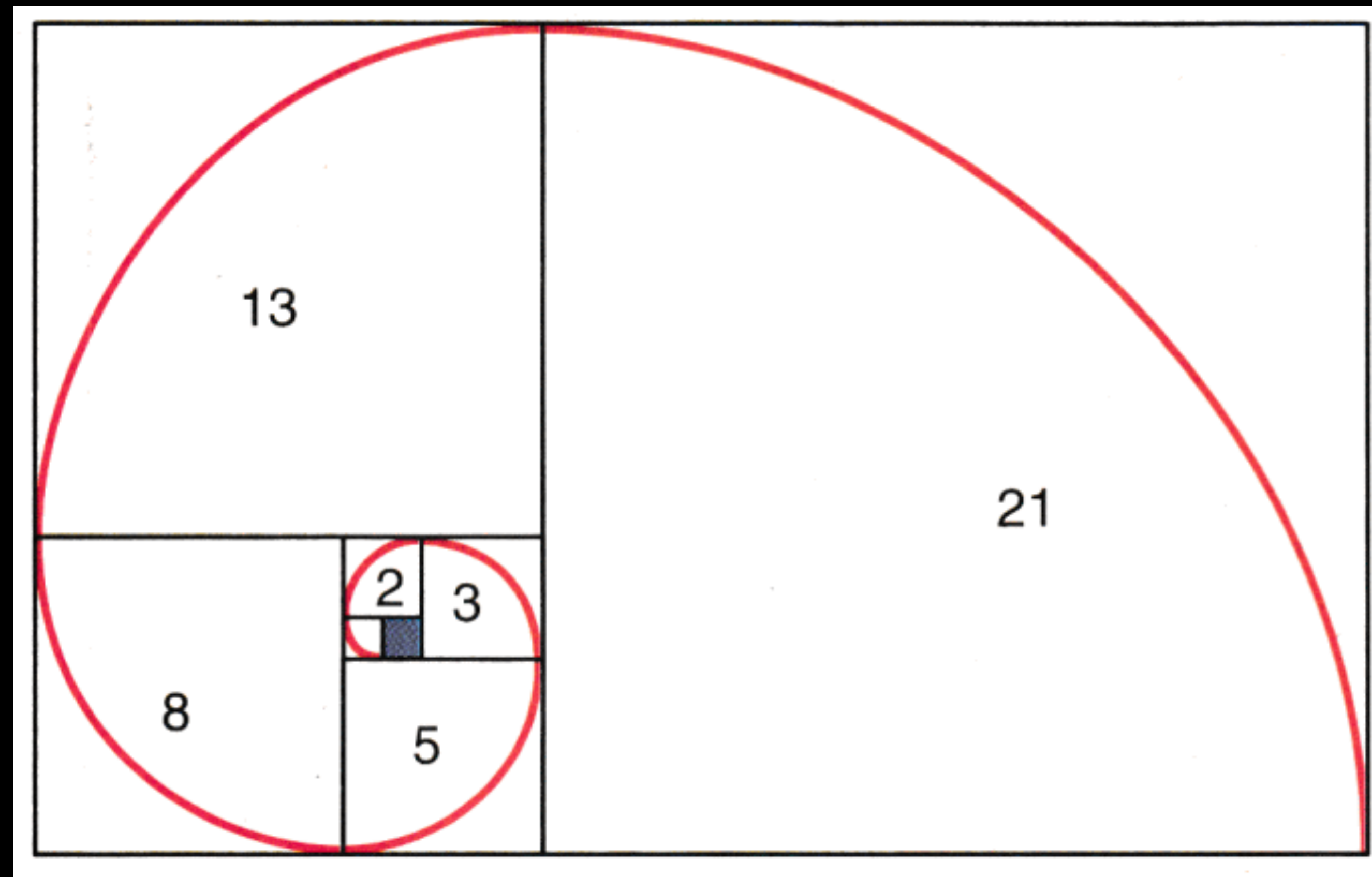
# Fibonacci-Folge



$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

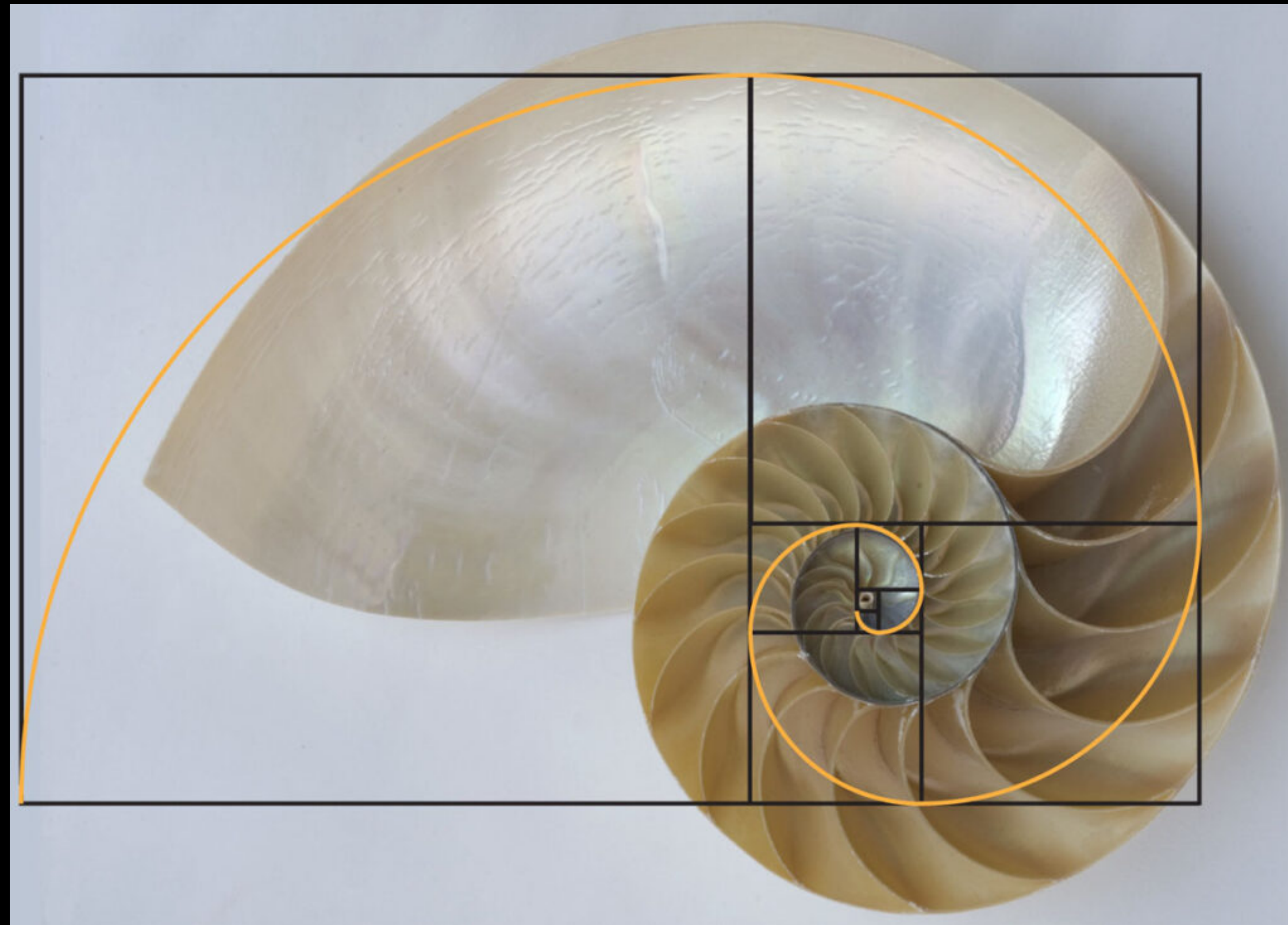


# Darstellung als Spirale





# Nautilus





# Fibonacci-Folge



$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$



# Andere Folge



$$a_{n+1} = a_n + 2$$



# Mit Startwert



$$a_{n+1} = a_n + 2$$

$$a_0 = 1$$



# Ungerade Zahlen



$$a_n = 2 \cdot n + 1$$



# Wenn $n$ ganz groß ?



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2 \cdot n + 1) = \infty$$



# Andere Zahlenfolgen



$$a_n = \frac{1}{n}$$



# Verhalten im Unendlichen



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \right) = 0$$

# Aufgabe



Bestimme den Grenzwert der Folge  $a_n = \frac{n}{2 \cdot n + 1}$ .



# Aufgabe



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2 \cdot n + 1}$$

# Lösung



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2 \cdot n + 1} = \frac{1}{2}$$



# Aufgabe



Bestimme den Grenzwert der Folge  $a_n = \frac{2n^2 + 1}{4n + 1}$ .

# Aufgabe



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{4n + 1}$$



# Lösung



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{4n + 1} = \infty$$

# Aufgabe



Bestimme den Grenzwert der Folge  $a_n = \frac{3n + 1}{n^2 + 5}$ .



# Aufgabe



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \frac{3n + 1}{n^2 + 5}$$

# Lösung



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 1}{n^2 + 5} = 0$$



# Aufgabe



Bestimme den Grenzwert der Folge  $a_n = \frac{2n^2 + n + 1}{5n^2 + 2n + 3}$ .

# Aufgabe



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{5n^2 + 2n + 3}$$



# Lösung



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{5n^2 + 2n + 3} = \frac{2}{5}$$

# Rechenregeln



$$a_n \rightarrow a$$

$$b_n \rightarrow b$$

$$a_n \pm b_n \rightarrow a \pm b$$

$$a_n \cdot b_n \rightarrow a \cdot b$$

$$\frac{a_n}{b_n} \rightarrow \frac{a}{b}$$

$$a_n^k \rightarrow a^k, k \in \mathbb{R}$$