Tutorium 2

Aufgabe

Begründen Sie, warum die folgenden linearen Gleichungssysteme eindeutig lösbar sind, und geben Sie den Lösungsvektor an.

a)
$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= -1 \\ x_1 + 6x_2 - x_3 &= 3 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 &= -6 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= 0 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe

4) Welche der folgenden 3-reihigen Matrizen sind *orthogonal*?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Lösung

a) nein

b) ja

c) ja

Aufgabe

1) Bestimmen Sie die *Eigenwerte* und *Eigenvektoren* der folgenden 2-reihigen Matrizen:

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe

7) Bestimmen Sie die *Eigenvektoren* der Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ und zeigen Sie, dass die aus ihnen gebildete 3-reihige Matrix *orthogonal* ist.

Aufgabe

14) Wie lauten die *Eigenwerte* und *Eigenvektoren* der folgenden 3-reihigen *symmetrischen* Matrizen?

a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe

1) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrizen. Geben Sie zu jedem Eigenwert ein Maximalsystem linear unabhängiger Eigenvektoren, eine Darstellung des zugehörigen Eigenraumes, sowie deren algebraische und geometrische Vielfachheit an:

a) $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & -2 \\ -3 & 10 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ d) $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.