

Tutorium 10

$$\frac{d}{dx} \int f(x) \, dx = f(x)$$

Ableitung von



$$\int dx \sin(x)$$

a) $\tan(x) + c$

b) $\cos(x) + c$

c) $-\cos(x) + c$

Ableitung von



$$\int 5e^{-5x} + x^2 + 5 \, dx$$

a) $e^{-5x} + x^3 + 5x + c$

b) $-5e^{-5x} + 2x + 5 + c$

c) $-e^{-5x} + \frac{1}{3}x^3 + 5x + c$

Ableitung von



$$\int x^3 + x^2 + \frac{1}{x} dx$$

a) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \ln(x) + c$

b) $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - \ln(x) + c$

c) $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x^2} + c$



Aufgabe



- 8) Berechnen Sie die zwischen den Kurven $y = \ln x$, $y = 0$ und $x = 5$ liegende Fläche.

Lösung



$$A = \int_1^5 \ln(t) \, dt = 4,047$$

Aufgabe



1) Lösen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung einer *geeigneten Substitution*:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx & \text{b)} \int (5x+12)^{0,5} dx & \text{c)} \int \sqrt[3]{1-t} dt \\ \text{d)} \int \frac{\arctan z}{1+z^2} dz & \text{e)} \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx & \text{f)} \int \frac{2x+6}{x^2+6x-12} dx \end{array}$$

Lösung

a) $\frac{2}{3}\sqrt{1+x^3} + c$

b) $\frac{2}{15}(5x+12)^{3/2} + c$

c) $-\frac{3}{4}(1-t)^{4/3} + c$

d) $\frac{1}{2}\arctan(z)^2 + c$

e) 0

f) $\log(x^2+6x-12) + c$

Aufgabe



11) Für den *Zerfall einer radioaktiven Substanz* gilt:

$$\frac{dn}{dt} = -\lambda n$$

Dabei ist n die Anzahl der zur *Zeit* t noch vorhandenen Atomkerne, $\lambda > 0$ die sog. *Zerfallskonstante*. Wie lautet das *Zerfallsgesetz* $n = n(t)$, wenn zur Zeit $t = 0$ genau n_0 Atomkerne vorhanden sind?

Lösung



$$n(t) = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Aufgabe



- 7) Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der Parabel $y = x^2 - 2x - 1$ und der Geraden $y = 3x - 1$.

Aufgabe



5. (a) Berechnen Sie den Inhalt der endlichen Fläche zwischen den Graphen der Funktionen

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{und} \quad g(x) = x^4.$$

Zeichnen Sie vor Beginn der Rechnung eine aussagekräftige Skizze.

- (b) Berechnen Sie

$$\int_0^{\pi} x \sin(4x) dx \quad \text{und} \quad \int \frac{2x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

unter Rückführung auf Grundintegrale.

Lösung



$$\text{a) } A = \frac{7}{15}$$

$$\text{b) } \ln |x| - \ln |x - 1| - \frac{3}{x - 1} + c$$

Aufgabe



5. (a) Bestimmen Sie sämtliche Stammfunktionen von

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5x^2 + 3}}$$

durch Rückführung auf Grundintegrale.

- (b) Berechnen Sie durch Rückführung auf Grundintegrale

$$\int \frac{x+1}{x^3 - 2x^2} dx.$$

- (c) Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^3}} dx$$

auf Konvergenz. Geben Sie im Falle der Konvergenz den Wert des Integrals an.

- (d) Wie lautet die erste Ableitung f' von

$$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_0^x (t^2 + 2t) dt?$$

Lösung



$$A = \frac{125}{6} = 20,83$$