Tutorium 1

Aufgabe

3) Für welche *reellen* Parameter λ verschwinden die Determinanten?

a) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 1 & -2-\lambda \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 0 \\ 0 & 3-\lambda & 1 \\ 0 & 0 & 2-\lambda \end{vmatrix}$

Lösung

a) $\lambda_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$ und $\lambda_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}$

b) $\lambda_1 = 1$; $\lambda_2 = 2$; $\lambda_3 = 3$

Aufgabe

1) Gegeben sei eine Abbildung $f: R^3 \to R^3$ durch $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x - y + 4z \\ x + 3z \\ 2x - y + z \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass f eine lineare Abbildung ist.

b) Geben Sie die Abbildungsmatrix A an (bezüglich der Standardbasis des R^3).

c) Bestimmen Sie die Bilder der Basisvektoren: $f(\vec{e}_1)$, $f(\vec{e}_2)$ und $f(\vec{e}_3)$.

d) Ist f eine injektive Abbildung?

Aufgabe

10) Welche *Eigenwerte* besitzen die folgenden Matrizen? *Begründen Sie* das Ergebnis *ohne* Rechnung.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe

10) Welche *Eigenwerte* besitzen die folgenden Matrizen? *Begründen Sie* das Ergebnis *ohne* Rechnung.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe

7) Bestimmen Sie die *Eigenvektoren* der Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ und zeigen Sie, dass die aus ihnen gebildete 3-reihige Matrix *orthogonal* ist.

Aufgabe

1) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrizen. Geben Sie zu jedem Eigenwert ein Maximalsystem linear unabhängiger Eigenvektoren, eine Darstellung des zugehörigen Eigenraumes, sowie deren algebraische und geometrische Vielfachheit an:

a) $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} -1 & 6 & -2 \\ -3 & 10 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ d) $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.