Tutorium 8

$$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x)$$

Ableitung von

$\sin(x)$

a) $\tan(x)$

b) $\cos(x)$

c) $-\cos(x)$

Ableitung von

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-5x} + x^2 + 5\right)$$

a) $-5e^{x} + 2x$

b) $-5e^{-5x} + 2x + 5$

c) $-5e^{-5x} + 2x$

Ableitung von

$$\frac{d}{dx}\left(e^{(x^2)} + \cos(x)\right)$$

a) $2xe^{x^2} + \sin(x)$

b) $2xe^{x^2} - \sin(x)$

c) $2e^{x^2} - \sin x$

Ableitung von

$$\frac{d}{dx}\left(x^3 + x^2 + \frac{1}{x}\right)$$

a) $3x^2 + 2x - x^{-2}$

b) $3x^2 + 2x - \dfrac{1}{x^2}$

c) $x \cdot (3x + 2) - x^{-2}$

Ableitung von

$$\frac{d}{dx}\left(\cos(x)\right)$$

a) $\sin(x)$

b) $-\cos(x)$

c) $-\sin(x)$

Ableitung von

$$\frac{d}{dx}\left(\sin(x^2)\right)$$

a) $2x\cos(x)$

b) $2x\cos(x^2)$

c) $x^2\sin(x)$

TU BERGAKADEMIE · FREIBERG ·

Aufgabe

8) Berechnen Sie die zwischen den Kurven $y = \ln x$, $y = 0$ und $x = 5$ liegende Fläche.

Lösung

$$A = \int_1^5 \ln(t)\, dt = 4{,}047$$

Aufgabe

1) Lösen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung einer *geeigneten Substitution*:

a) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}\,dx$ b) $\displaystyle\int (5x+12)^{0,5}\,dx$ c) $\displaystyle\int \sqrt[3]{1-t}\,dt$

d) $\displaystyle\int \frac{\arctan z}{1+z^2}\,dz$ e) $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x\,dx$ f) $\displaystyle\int \frac{2x+6}{x^2+6x-12}\,dx$

Lösung

a) $\frac{2}{3}\sqrt{1+x^3}+c$

b) $\frac{2}{15}(5x+12)^{3/2}+c$

c) $-\frac{3}{4}(1-t)^{4/3}+c$

d) $\frac{1}{2}\arctan(z)^2+c$

e) 0

f) $\log(x^2+6x-12)+c$

Aufgabe

11) Für den *Zerfall einer radioaktiven Substanz* gilt:

$$\frac{dn}{dt} = -\lambda n$$

Dabei ist n die Anzahl der zur *Zeit* t noch vorhandenen Atomkerne, $\lambda > 0$ die sog. *Zerfallskonstante*. Wie lautet das *Zerfallsgesetz* $n = n(t)$, wenn zur Zeit $t = 0$ genau n_0 Atomkerne vorhanden sind?

Lösung

$$n(t) = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Aufgabe

7) Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen der Parabel $y = x^2 - 2x - 1$ und der Geraden $y = 3x - 1$.

Aufgabe

5. (a) Berechnen Sie den Inhalt der endlichen Fläche zwischen den Graphen der Funktionen

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{und} \quad g(x) = x^4.$$

Zeichnen Sie vor Beginn der Rechnung eine aussagekräftige Skizze.

(b) Berechnen Sie

$$\int_0^{\pi} x \sin(4x)\, dx \quad \text{und} \quad \int \frac{2x+1}{x^3 - 2x^2 + x}\, dx$$

unter Rückführung auf Grundintegrale.

Lösung

a) $A = \dfrac{7}{15}$

b) $\ln|x| - \ln|x-1| - \dfrac{3}{x-1} + c$

Aufgabe

5. (a) Bestimmen Sie sämtliche Stammfunktionen von

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{5x^2+3}}$$

durch Rückführung auf Grundintegrale.

(b) Berechnen Sie durch Rückführung auf Grundintegrale

$$\int \frac{x+1}{x^3-2x^2}\,dx.$$

(c) Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x^3}}\,dx$$

auf Konvergenz. Geben Sie im Falle der Konvergenz den Wert des Integrals an.

(d) Wie lautet die erste Ableitung f' von

$$f : [0,\infty) \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \int_0^x (t^2+2t)\,dt?$$

Lösung

$$A = \frac{125}{6} = 20{,}83$$