

Daten Repräsentation

Was ist ein Tensor?



Was ist ein Tensor?

- Tensoren sind Verallgemeinerungen von Matrizen und Vektoren.
- Ein Skalar -1 ist ein Rang-0 Tensor
- Ein Array [0, -1, -2, -3] ist ein Rang-1 Tensor
- Eine Matrix ist ein Rang-2 Tensor

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- Vorsicht: Mathematischer Rang einer Matrix != Tensor-Rang
- Rang wird auch Anzahl der „Axes“ genannt



Tensor - Beispiele verschiedener Ränge

- Rang-0: Skalare wie z.B. Temperatur
- Rang-1: Arrays oder Vektoren, wie z.B. eine Liste von Eigenschaften
- Rang-2: Matrizen, wie z.B. Time Series von Vektoren (Zeit axis = zweite)
- Rang-3: Ein Farbbild (Höhe, Breite, Farbkanal) oder Grautonbilddatensatz
- Rang-4: Ein Farbbilddatensatz, typisch: (Sample, Farbkanal, Höhe, Breite)
- Rang-5: Videodaten (sample, Zeit, Höhe, Breite, Farbkanal)



Tensor Eigenschaften

- Rang bzw. Anzahl der “Axes”
- Erste „Axis“ = Samples (aka Datenpunkte oder Beispiele)
- Shape, d.h. wie viele Dimensionen in jeder “Axis”
- Datentype, dtype = float16, float32, uint8, etc.
- Tensor X:
 - X.ndim
 - X.shape
 - X.dtype
- Slicing – Teilmengen der Daten auswählen
 - `teilmenge = train_images[:1000, :, :]`
 - `batches`

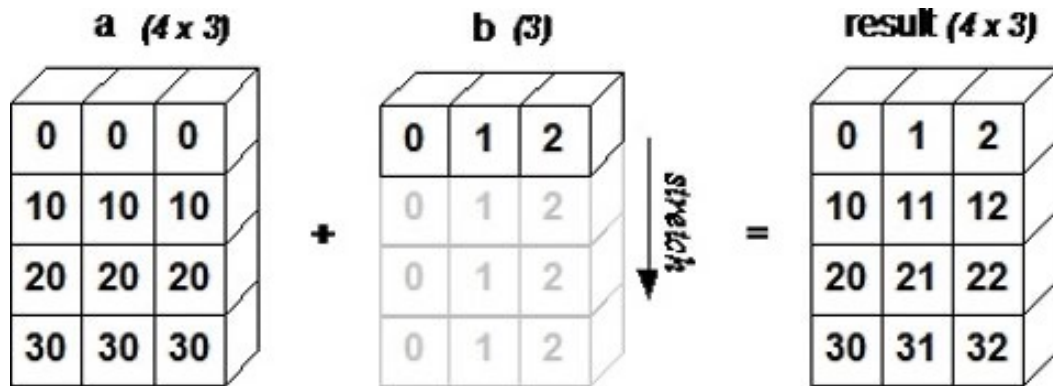


Tensor Operationen

- $+$, $-$, $/$, $*$ und auch Funktionen werden typischerweise „elementwise“ interpretiert, d.h. die Operation wird auf jeden Eintrag einzeln angewandt.
- Stark optimiert, da sehr parallelisierbar
- dot product (aka Skalarprodukt, inneres Produkt)
- Broadcasting für Tensoren mit unterschiedlicher Shape
 - „Axes“ werden hinzugefügt bis der Rang gleich ist
 - Entlang der hinzugefügten „Axes“ wird der Tensor wiederholt



Broadcasting Beispiel

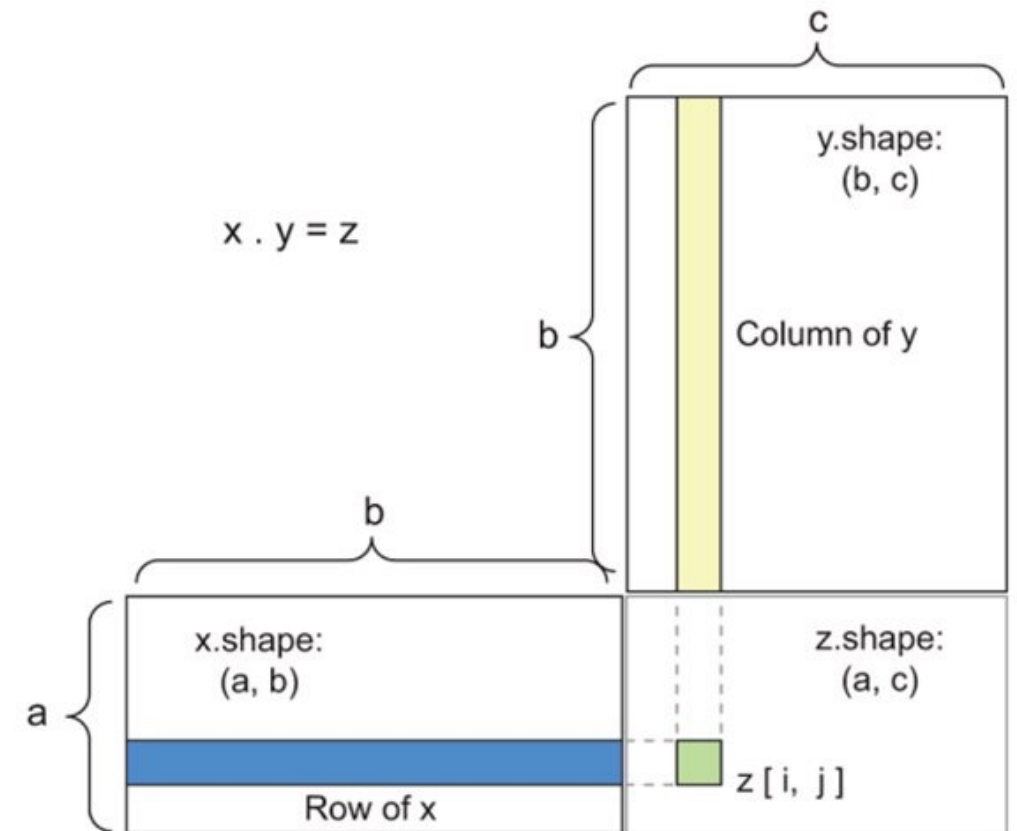


$(a, b, c, d) \cdot (d,) \rightarrow (a, b, c)$

$(a, b, c, d) \cdot (d, e) \rightarrow (a, b, c, e)$

Elementweises Broadcasting:

- Arrays haben dieselbe Form.
- Tensoren haben denselben Rang und die Länge jeder Achse ist entweder gleich oder 1.
- Tensoren mit zu niedrigem Rang, können Achsen mit Länge 1 vorne angefügt bekommen, bis Punkt 2 gilt.



Notebooks

- **1.4.Tensor_Operationen.ipynb**

