

Übung 4 Teil 1, Aufgabe 2

• Zielfunktion: $\max(f(x)) = (20 - 4q_1)q_1 + (150 - 15q_2)q_2 - (100 + 15(q_1 + q_2))$

$$\max(f(x)) = \min(-f(x))$$

• Nebenbedingung: $q_1 + q_2 - 20 \leq 20$

• Lagrange-Funktion:

$$L(q_1, q_2, d) = -85q_1 - 165q_2 + 4q_1^2 + 15q_2^2 + d(q_1 + q_2 - 20)$$

• KKT-Bedingung:

$$\nabla L(q_1, q_2, d) = 0$$

$$\text{I) } -85 + 8q_1 + d = 0$$

$$\text{II) } -165 + 30q_2 + d = 0$$

$$\text{III) } d(q_1 + q_2 - 20) = 0$$

Regularitätsbed.: $\nabla g = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq 0$

Annahme: $d \neq 0 \quad g = 0$

$$g(q_1, q_2) = 0 \rightarrow q_1 = 20 - q_2$$

$$-85 + 8(20 - q_2) + d = 0$$

$$-165 + 30q_2 + d = 0$$

$$\rightarrow q_2 = \frac{240}{38} = 6,316$$

$$q_1 = 13,684$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = 8 > 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = 30 > 0 \quad \checkmark$$

Antwort: Gasproom liefert den Europäern 13,684 bcm

und Zentralasien 6,316 bcm Gas

Der Gewinn im Maximum beträgt 157,89 Mio €