

**Energiemodelle und Analysen**

**Übung 2**

**Gruppe 1**

Technische Universität Wien

Energy Economics Group

Dipl-Ing. Theresia Perger

Wien, Mai 2021

**2. Lineare Programmierung**

**2.1 Herstellung von Produkten aus Recycling-Materialien**

Zur Verfügung stehende Kunststoffarten:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Kunststoffarten | Preis (EUR/kg) | Maximal verfügbare Menge (kg) |
| K1 | 5 | 3000 |
| K2 | 6 | 2000 |
| K3 | 4 | 4000 |
| K4 | 5 | 1000 |

Produkte und Zusammensetzung:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Produkt | K1 | K2 | K3 | K4 | Preis (EUR/kg) |
| P1 | 50% | 30% | 20% |  | 8 |
| P2 | 40% | 30% |  | 30% | 7.5 |
| P3 |  |  | 30% | 70% | 9 |

1. Optimierungsmodell zur Gewinnmaximierung

Es stehen 4 Kunststoffarten zur Produktion von 3 verschiedenen Produkten zur Verfügung. Die Produktion ist jeweils durch die maximal verfügbare Menge begrenzt, siehe (1) – (4) und darf nicht negativ sein (5).

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(1) – (5) sind die jeweiligen Nebenbedingungen.

Der jeweilige Gewinn errechnet sich folgendermaßen:

(6)

(7)

(8)

Die folgende Gewinnfunktion wird all Zielfunktion maximiert:

(9)

1. Lösung des Optimierungsproblems mit Hilfe des Simplex-Algorithmus

Die Nebenbedingungen werden jeweils um eine Schlupfvariable erweitert und in eine Gleichung übertragen damit es mittels Simplexverfahren gelöst werden kann.

(1)

(2)

(3)

(4)

Diese werden dann im nächsten Schritt ins Simplex Tableau eingetragen:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0.5 | 0.4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3000 |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 |
|  | 0.2 | 0 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4000 |
|  | 0 | 0.3 | 0.7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1000 |
|  | 3.4 | 2.6 | 4.3 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Danach wird in der letzten Zeile der größte Wert gesucht und die Pivotspalte definiert. Die Werte von b werden im nächsten Schritt durch die Werte der Pivotspalte dividiert und der kleinste Wert als Pivotzeile definiert.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | b/Piv. |
|  | 0.5 | 0.4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3000 | ∞ |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 | ∞ |
|  | 0.2 | 0 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4000 | 13333.33 |
|  | 0 | 0.3 | 0.7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1000 | 1428.57 |
|  | 3.4 | 2.6 | 4.3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Als nächstes wird die gesamte Pivotzeile durch das Piovotelement (Kreuzung aus Zeile und Spalte) dividiert.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | b/Piv. |
|  | 0.5 | 0.4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3000 |  |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 |  |
|  | 0.2 | 0 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4000 |  |
|  | 0 | 0.43 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.43 | 1428.57 |  |
|  | 3.4 | 2.6 | 4.3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Alle anderen Elemente der Pivoltspalte werden auf 0 gebracht

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 0.5 | 0.4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3000 |  |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 |  |
|  | 0.2 | -0,13 | 0 | 0 | 0 | 1 | -0,43 | 3571.43 | Z3-Z4\*0.3 |
|  | 0 | 0.43 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.43 | 1428.57 |  |
|  | 3.4 | 0.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | -6.15 | -6142.85 | Z5-Z4\*4,3 |

Das genannte Vorgehen wird so lange wiederholt bis alle Werte in der letzten Zeile negativ sind.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | b/Piv. |
|  | 0.5 | 0.4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3000 | 6000 |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 | 6666.67 |
|  | 0.2 | -0,13 | 0 | 0 | 0 | 1 | -0,43 | 3571.43 | 17857.15 |
|  | 0 | 0.43 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.43 | 1428.57 | ∞ |
|  | 3.4 | 0.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | -6.15 | -6142.85 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 0.8 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 6000 |  |
|  | 0.3 | 0.3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2000 |  |
|  | 0.2 | -0,13 | 0 | 0 | 0 | 1 | -0,43 | 3571.43 |  |
|  | 0 | 0.43 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.43 | 1428.57 |  |
|  | 3.4 | 0.75 | 0 | 0 | 0 | 0 | -6.15 | -6142.85 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 0.8 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 6000 |  |
|  | 0 | 0.06 | 0 | -0.6 | 1 | 0 | 0 | 200 | Z2-Z1\*0,3 |
|  | 0 | -0.29 | 0 | -0.4 | 0 | 1 | -0.43 | 2371.43 | Z3-Z1\*0,2 |
|  | 0 | 0.43 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1.43 | 1428.57 |  |
|  | 0 | -1.96 | 0 | -6.8 | 0 | 0 | -6.15 | -26542.9 | Z5-Z1\*3,4 |

Da nun alle Werte der Zielfunktion negativ sind kann man folgende Ergebnisse ablesen:

P1 = 6000 kg

P2 = 0 kg

P3 = 1428.57 kg

Mit einem maximalen Gesamtgewinn von 26543 EUR.