1. Übungsblatt
Formale Sprachen (WiSe 18/2019)
Bauhaus-Universität Weimar

Vanessa Retz
Mat.Nr.: 117380

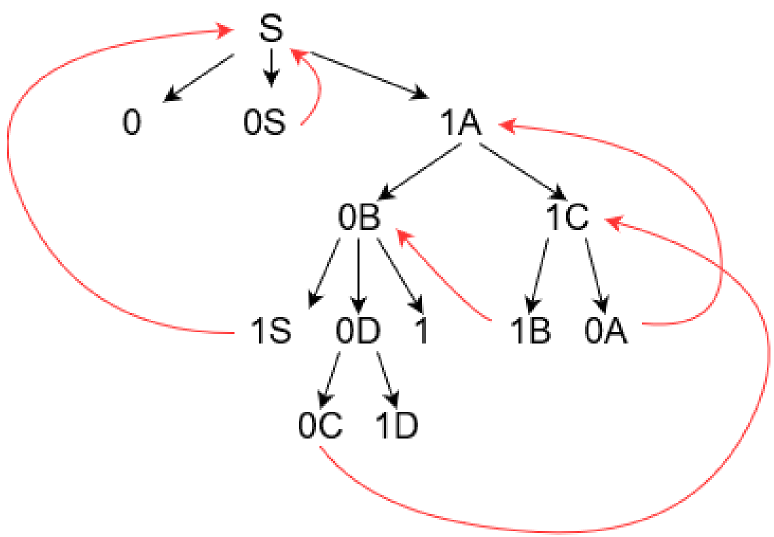
Philipp Tornow
Mat.Nr.: 118332

October 22, 2018

Aufgabe 1:

1.

G(V,T,P,S)
V = S,A,B,C,D
T = 0,1



Produktionsbeispiele:

0		0	
00		$0101 \rightarrow 5$	
000	Rest: 0	$0101101 \rightarrow 45$	$Rest : 0$
...		$011001 \rightarrow 25$	

Bei dem Betrachten der Produktion aller Binärwörter der Sprache L(G) fällt auf, dass sobald eine Null angehangen wird, sich der binär interpretierte Wert verdoppelt und wir wissen, dass wenn ein Wort durch 5 teilbar ist, das Doppelte (der doppelte Wert) ebenfals durch 5 teilbar ist.
Alternativ kann ein Wort der Sprache auch auf Eins (Verdopplung+1) terminieren, also über B.
Terminiert ein Wort nicht, stellen wir fest, dass jeder Nichtterminalen ein Rest-Wert zugewiesen werden kann, für die binärinterpretierte Zeichenfolge vor der Variablen $\mod 5$.

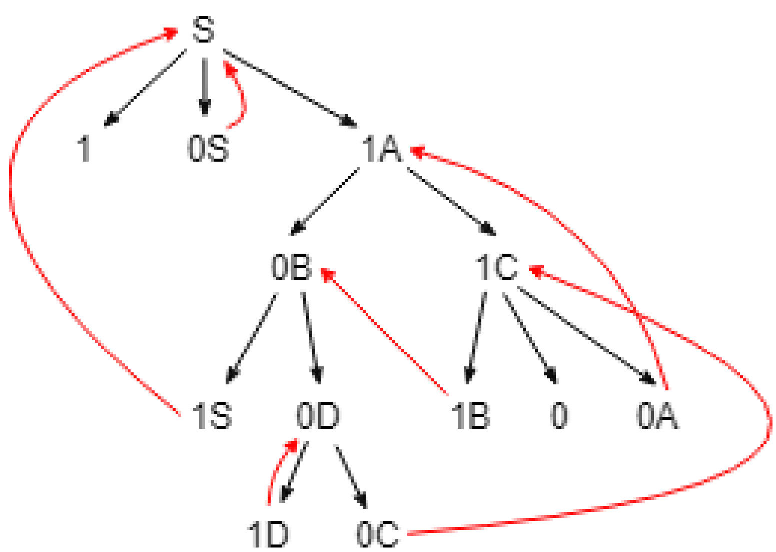
IA: für Wortlänge 1 -> terminiert bei 0 $\rightarrow 0 \mod 5 = 0$
IV: alle Worte beliebiger Wortlänge(n+1) befinden sich in
der selben Restklasse $a \mod 5$
IS:
S -> Rest 0 : $S \mod 5 = 0$,$101S \mod 5 = 0$, ...
A -> Rest 1 : $1A \mod 5 = 1$, $110A \mod 5 = 1$, ...
B -> Rest 2 : $10B \mod 5 = 2$,$111B \mod 5 = 2$, ...
C -> Rest 3 : $11C \mod 5 = 3$,$1000C \mod 5 = 3$, ...
D -> Rest 4 : $100D \mod 5 = 4$,$1001D \mod 5 = 4$, ...
-> terminiert ein Wort, dann bei S mit 0 oder B mit 1. S->Rest 0,
B mit 1 ->Rest 2 Verdopplung + 1.
=> nur Worte binär interpretiert $\mod 5$ terminieren.

2.

-> Aus A1 gilt, dass nur Binärzahlen/Worte terminieren, die mod 5=0 ergeben.
-> In jedem Schritt kann eine 1 oder eine 0, also alle Elemente unseres Alphabets, hinzugefügt werden.
Daraus folgt, dass alle Binärzahlen darstellbar sind, mit der Einschränkung Nichtterminalen am Ende stehen zu haben.
Aus unserer Bedingung aus A1 wissen wir, dass nur Worte mod 5=0 terminieren und ein gültiges Wort bilden.
Also sind alle binären Zeichenketten, welche als Binärzahl interpretiert eine durch 5 teilbare Zahl darstellen, in unserer Sprache L(G).

Aufgabe 2:

1.



Um die Terminalsymbole zu bestimmen reicht es aus, sich ein Produktionsbeispiel anzusehen und bei den erforderlichen Stellen das Symbol einzusetzen welches noch benötigt wird um zu terminieren.

Produktionsbeispiel:

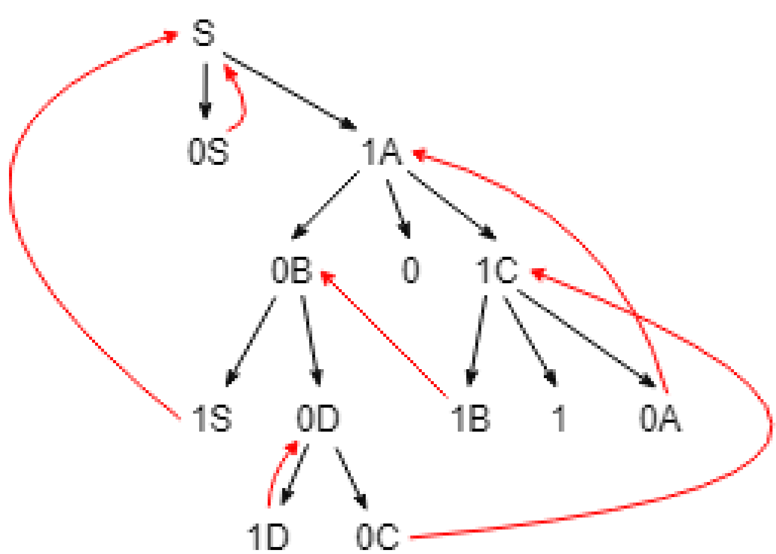
S $\rightarrow$ 0S (R = 0) $\rightarrow$ 01A (R = 1) $\rightarrow$ 010B (R = 2) $\rightarrow$ 0101S (R = 0) $\rightarrow 0101t_0$ mit $t_0 = 1$ ergibt 01011 welches $11 \mod 5 = 1$ ergibt.
Nachdem t_0 nun 1 ist, kann t_1 nur noch 0 werden da aus dem Bereich der Terminalsymbole nurnoch die 0 übrig bleibt.

$\rightarrow \quad t_0 = 1 \; ; \qquad t_1 = 0 \; ;$

2.

Um nun $\mod 5$ den Rest 2 zu erhalten muss die Grammatik dementsprechend aus dem vorher akzeptierten Zustand verändert werden. Das vorherige Produktionsbeispiel kann folgendermaßen abgeändert werden :

S $\rightarrow$ 0S (R = 0) $\rightarrow$ 01A (R = 1) $\rightarrow$ 010B (R = 2) $\rightarrow$ 0101S (R = 0) $\rightarrow$ 01011A (R = 1)
Wenn wir nun $t_1 = 0$ auf A verschieben bekommt man 010110 was $22 \mod 5$ einen Rest von 2 ergibt.
Da t_1 nun auf A verschoben wurde, setzen wir t_0 auf C an die Stelle an welcher vorher t_1 war.
Führen wir mit dieser Grammatik nun das Beispiel weiter, erhält man :
01011A (R = 1) $\rightarrow$ 010111C (R = 3) $\rightarrow$ 010111t_0 mit $t_0 = 1$ erhält man 0101111 was $47 \mod 5 = 2$ entspricht (als Dezimalzahl interpretiert).



Um die Grammatik also abzuändern müssen die Reste nach den einzelnen Ableitungsschritten betrachtet werden und diejenigen welche man noch benötigt um terminieren zu können berücksichtigt werden.