

1. Übungsblatt  
Formale Sprachen (WiSe 18/2019)  
*Bauhaus-Universität Weimar*

Vanessa Retz  
Mat.Nr.:117380

Philipp Tornow  
Mat.Nr.: 118332

October 21, 2018

## Aufgabe 1:

1.

$G(V,T,P,S)$

$V = S,A,B,C,D$

$T = 0,1$



Produktionsbeispiele:

0

00

000

...

Rest: 0

0

0101  $\rightarrow$  5

0101101  $\rightarrow$  45

011001  $\rightarrow$  25

*Rest : 0*

Bei dem Betrachten der Produktion aller Binärwörter der Sprache  $L(G)$  fällt auf, dass sobald eine Null angehangen wird, sich der Wert verdoppelt

und wir wissen, dass wenn ein Wort durch 5 teilbar ist, das Doppelte (der doppelte Wert) ebenfalls durch 5 teilbar ist. Alternativ kann ein Wort der Sprache auch auf Eins (Verdopplung+1) terminieren, jedoch muss hierbei nach den Produktionsregeln eine 0 vorausgehen (0B).

IA: für Wortlänge 1 -> terminiert bei  $0 \rightarrow 0 \bmod 5 = 0$

IV: alle Worte beliebiger Wortlänge(n+1) befinden sich in der selben Restklasse

IS: (noch nicht fertig)

## 2.

-> Aus A1 gilt, dass nur Binärzahlen/Worte terminieren, die  $\bmod 5=0$  ergeben.

-> In jedem Schritt kann eine 1 oder eine 0, also alle Elemente unseres Alphabets, hinzugefügt werden.

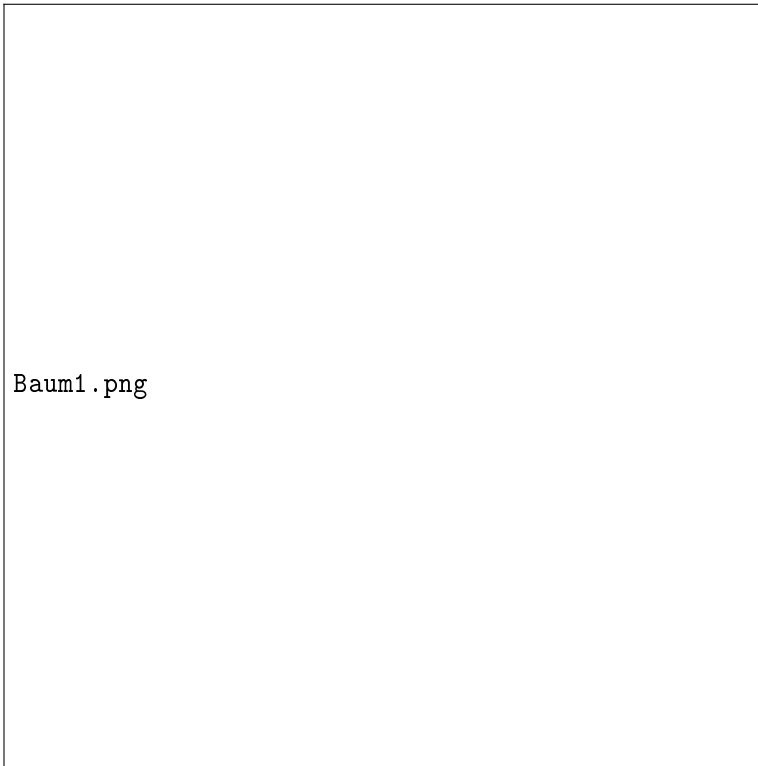
Daraus folgt, dass alle Binärzahlen darstellbar sind, mit der Einschränkung Nichtterminalen am Ende stehen zu haben.

Aus unserer Bedingung aus A1 wissen wir, dass nur Worte  $\bmod 5=0$  terminieren und ein gültiges Wort bilden.

Also sind alle binären Zeichenketten, welche als Binärzahl interpretiert eine durch 5 teilbare Zahl darstellen, in unserer Sprache  $L(G)$ .

## Aufgabe 2:

1.



Um die Terminalsymbole zu bestimmen reicht es aus, sich ein Produktionsbeispiel anzusehen und bei den erforderlichen Stellen das Symbol einzusetzen welches noch benötigt wird um zu terminieren.

Produktionsbeispiel:

$S \rightarrow 0S \text{ (R = 0)} \rightarrow 01A \text{ (R = 1)} \rightarrow 010B \text{ (R = 2)} \rightarrow 0101S \text{ (R = 0)}$   
 $\rightarrow 0101t_0$  mit  $t_0 = 1$  ergibt 01011 welches  $11 \bmod 5 = 1$  ergibt.

Nachdem  $t_0$  nun 1 ist, kann  $t_1$  nur noch 0 werden da aus dem Bereich der Terminalsymbole nurnoch die 0 übrig bleibt.

$\rightarrow \quad t_0 = 1 ; \quad t_1 = 0 ;$

## 2.

Um nun  $\text{mod } 5$  den Rest 2 zu erhalten muss die Grammatik dementsprechend aus dem vorher akzeptierten Zustand verändert werden. Das vorherige Produktionsbeispiel kann folgendermaßen abgeändert werden :

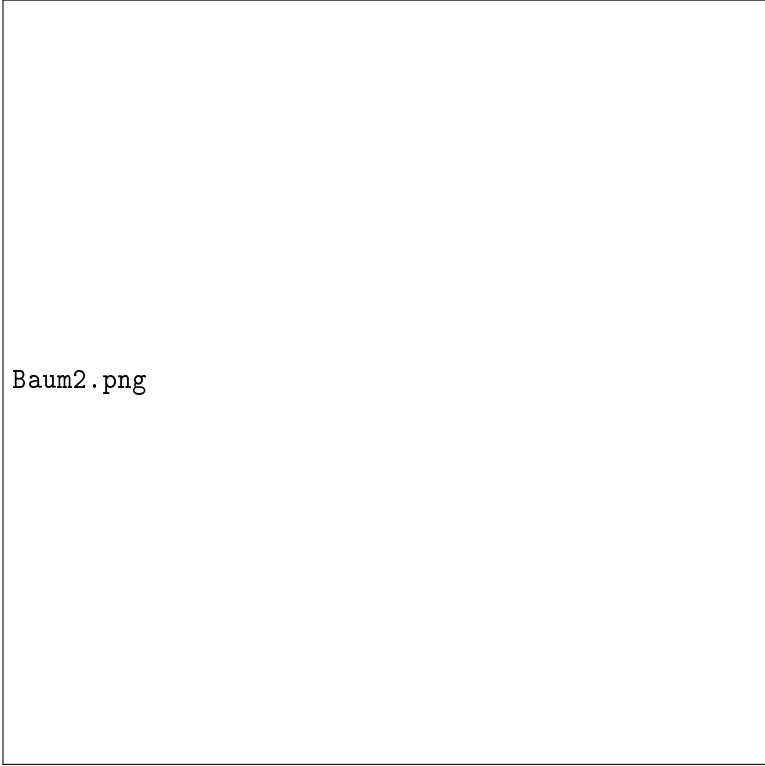
$S \rightarrow 0S \text{ (R = 0)} \rightarrow 01A \text{ (R = 1)} \rightarrow 010B \text{ (R = 2)} \rightarrow 0101S \text{ (R = 0)}$   
 $\rightarrow 01011A \text{ (R = 1)}$

Wenn wir nun  $t_1 = 0$  auf A verschieben bekommt man 010110 was  $22 \text{ mod } 5$  einen Rest von 2 ergibt.

Da  $t_1$  nun auf A verschoben wurde, setzen wir  $t_0$  auf C an die Stelle an welcher vorher  $t_1$  war.

Führen wir mit dieser Grammatik nun das Beispiel weiter, erhält man :

$01011A \text{ (R = 1)} \rightarrow 010111C \text{ (R = 3)} \rightarrow 010111t_0$  mit  $t_0 = 1$  erhält man 0101111 was  $47 \text{ mod } 5 = 2$  entspricht (als Dezimalzahl interpretiert).



Baum2.png

Um die Grammatik also abzuändern müssen die Reste nach den einzelnen Ableitungsschritten betrachtet werden und diejenigen welche man noch benötigt um terminieren zu können berücksichtigt werden.

