

Formale Grundlagen der Informatik I

Abgabe der Hausaufgaben in Übungsgruppe 19

Louis Kobras

6658699

4kobras@informatik.uni-hamburg.de

Utz Pöhlmann

6663579

4poehlma@informatik.uni-hamburg.de

Philipp Quach

6706421

4quach@informatik.uni-hamburg.de

Aufgabe 5.4

Aufgabe 5.5

$$G = \{V_N, V_T, P, S\}$$

$$L(G) := \{w \in V_T^* \mid S \xrightarrow[G]{*} w\}$$

$$V_T := \{a, b, c\}$$

$$V_N := \{S, A, B, C\}$$

$$S := S$$

$$P := \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow aA \mid \lambda, B \rightarrow aBb \mid \lambda, C \rightarrow bCc \mid \lambda\}$$

$$L_1 \subset L(G)$$

$$L_1 = \{a^j a^i b^k c^k \mid i, j, k \geq 0\}$$

Es werden erst beliebig viele as (I), dann $a^x b^x$ (II) und zum Schluss $b^y c^y$ (III) gelesen ($x, y \in \mathbb{N}_0$).

I ist gegeben durch $S \rightarrow ABC \cap A \rightarrow aA \mid \lambda$

\Rightarrow für A kann man schreiben $a^n \mid n \in \mathbb{N}_0$ ($\hat{=} a^j$)

II ist gegeben durch $S \rightarrow ABC \cap B \rightarrow aBb \mid \lambda$

\Rightarrow für B kann man schreiben $a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0$ ($\hat{=} a^i b^i$)

III ist gegeben durch $S \rightarrow ABC \cap C \rightarrow bCc \mid \lambda$

\Rightarrow für C kann man schreiben $b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_0$ ($\hat{=} b^k c^k$)

$$\Rightarrow a^j a^i b^i b^k c^k = a^{i+j} b^{i+k} c^k \quad |i, j, k \geq 0 \text{ ist gegeben}$$

$$\Rightarrow L_1 = L(G) \text{ und insb.}$$

$$L_1 \subset L(G) \text{ (G erzeugt jedes Wort aus } L_1)$$

Aufgabe 5.6

Teilaufgabe 1.

Die einfachste Möglichkeit wäre es, eine TM mit zwei Bändern zu benutzen. Dann kann das zweite Band wie ein Keller (i.F. 'Stack') behandelt werden:

Wird etwas auf den Stack gepusht, fährt der Automat zu der entsprechenden Position auf dem zweiten Band und schreibt, um danach wieder zurück zu der Stelle im Wort zurückzugehen, von der aus der Stack aufgerufen wurde. Wird etwas gepopt, so fährt der Automat wieder zu der entsprechenden Stelle und löscht; anschließend fährt er zurück zu der Stelle im Wort, von der aus der Stack aufgerufen wurde.

Da zu jedem PDA, der mit leerem Keller akzeptiert, ein PDA existiert, welcher mit Endzuständen akzeptiert, nimmt man nun jenen mit Endzustand. Da jede Kante des PDA mehrere Kanten der TM ersetzt wurde, nämlich eine für den Schreibvorgang, eine für den Löschvorgang und jeweils ausreichend, um zu den jeweiligen Stellen auf Band 2 zu gelangen, gelangt der Automat letztendlich auch in einen Endzustand.

Teilaufgabe 2.

Zunächst werden n a s gelesen. Für jedes a wird ein A auf Band 2 geschrieben.

Für jedes b wird ein A auf Band 2 in ein B konvertiert.

Analog dazu wird für jedes gelesene c ein B in ein C konvertiert.

Nachdem das erste b gelesen wurde, kann kein A mehr geschrieben werden. Mit $a * b * a$ fährt der Automat in einen Fehlerzustand Z_{ERROR} .

Analog für c in Abhängigkeit von b und a .

Daraus folgt ein Wortaufbau in der Form $a^*b^*c^*$.

Sollten nun beispielsweise bei einem b (analog dazu c) mehr b s folgen, als A s auf Band 2 stehen, wird Z_{ERROR} aufgerufen.

$$\Rightarrow a^n b^m c^o | n \geq m \geq o$$

Am Ende wird nur noch geprüft, ob auf Band 2 ausschließlich C (und etwaige $\#$) stehen. Wenn ja, so wurden alle A s in B s und alle B s in C s konvertiert, woraus folgt, dass es jeweils gleich viele gewesen sein müssen. $\Rightarrow a^n b^m c^o | n = m = o$.

Ist dies nicht der Fall, bestand das Wort aus mehr a s als b s oder aus mehr b s als c s. Folglich wird das Wort nicht akzeptiert. Der Automat geht nur in einen Endzustand, wenn Band in der Form C^+ mit beliebig vielen anschließenden $\#$ vorliegt und das Wort zu Ende gelesen wurde.