

# [Arbeitstitel:] Task-Scheduling in verteilter Softwareentwicklung

Seminararbeit

Seminar: Konzepte verteilter Softwareentwicklung

Louis Kobras

Matr.Nr. 6658699

4kobras@informatik.uni-hamburg.de

26. Mai 2016



## Abstract

Suspendisse eu nunc. Aliquam dignissim urna sit amet mauris. Cras commodo, urna ut porttitor venenatis, arcu metus sodales risus, vitae gravida sapien ligula in est. Donec vulputate sollicitudin wisi. Donec vehicula, est id interdum ornare, nibh tellus consectetur justo, a ultrices felis erat at lectus. In est massa, malesuada non, suscipit at, ullamcorper eu, elit. Nam nulla lacus, bibendum sit amet, sagittis sed, tempor eget, libero. Praesent ligula. Suspendisse nulla. Etiam diam. Nulla ante diam, vestibulum et, aliquet ac, imperdiet vitae, urna. Fusce tincidunt lacus vel elit. Maecenas dictum, tortor non euismod bibendum, pede nibh pretium tellus, at dignissim leo eros eget pede. Nulla venenatis eleifend eros. Aenean ut odio dignissim augue rutrum faucibus. Fusce posuere, tellus eget viverra mattis, erat tellus porta mi, at facilisis sem nibh non urna. Phasellus quis turpis quis mauris suscipit vulputate. Sed interdum lacus non velit. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae;

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Motivation</b>	<b>2</b>
<b>2 Warum kein Dudel?</b>	<b>2</b>
<b>3 Approximation durch NP-schwere Probleme</b>	<b>3</b>
<b>4 Lösungsansatz</b>	<b>7</b>
<b>5 Bewerten einer Lösung</b>	<b>9</b>
<b>Definitionen</b>	<b>12</b>
<b>Quellenverzeichnis</b>	<b>12</b>

# 1 Motivation

Scheduling ist ein kritischer Punkt in großen (Entwicklungs-)Projekten. Besteht ein Entwicklerteam aus nur wenigen Leuten, so lassen sich mit relativ geringem Aufwand Punkte finden, an denen sich etwa eine Teambesprechung anbietet, oder eine Deadline festlegen, wann eine Ressource wieder freigegeben werden muss. Mit wachsender Projektgröße steigt die Anzahl an Anforderungen jedoch immens.

Jede einzelne Person hat private Termine, die eingehalten werden müssen; Teilgruppen innerhalb des Teams müssen sich absprechen; der Kunde will betreut werden; Ressourcen müssen wieder freigegeben werden; Projektteile warten auf andere Projektteile.

All diese Bedingungen und Abhängigkeiten zu vereinen, ist eine zunehmend komplexe Aufgabe, je mehr das Team anwächst, je größer das Projekt wird.

Ziel dieser Arbeit ist es, mithilfe von Algorithmen aus der theoretischen Informatik ein Modell zu finden, welches all jenes miteinander vereint und in der Lage ist, einen optimierten Zeitplan zu bestimmen, der sämtliche ihm bekannten Termine und Abhängigkeiten berücksichtigt.

Dazu wird sich verschiedenen Problemen aus der *NPH*-Klasse bedient, deren Lösungsalgorithmen zwar eine lange Laufzeit haben, von denen sich jedoch einige zur Modellierung des hier gegebenen Problems anbieten. Zum Abschluss soll ein gefundenes Schedule evaluiert werden: Kann es aus Sicht des Teams optimiert werden, d.h. kann die gesamte Projektlaufzeit verkürzt werden? Kann es aus Sicht eines Agenten optimiert werden, d.h. ist das Schedule derart gestaltet, dass die Wartezeiten jedes einzelnen Agenten minimal sind? Hierzu wird sich einiger Grundkonzepte der Spieltheorie bedient.

# 2 Warum kein Dudel?

Dudel oder etwas Vergleichbares ist sicherlich vielen ein Begriff. Geht es darum, einen einzelnen Zeitslot zu finden, an dem möglichst viele Agenten zur Verfügung stehen, so ist Dudel durchaus eine überlegenswerte Lösung. Sowohl das Erstellen als auch das Abstimmen ist einfach in der Handhabung. Dennoch gibt es mehrere Gründe, warum für große Projekte Dudel ausscheidet.

**Mangel an Übersichtlichkeit.** Bei einem großen Projekt, welches von großem wirtschaftlichem Interesse für einen Kunden ist, kann es nötig sein, für einen Termin auf einen sehr feingliedrigen Zeitplan zurückzugreifen. Auch wenn die Erstellung, die Verwaltung und die Teilnahme an einem Dudel selbsterklärend sind, so nimmt die Komplexität zu, umso feingliedriger der Zeitplan sein soll. Ausgehend von einer Vollzeitwoche mit möglichen Zeitslots zu jeder Viertelstunde ergibt sich somit eine Zeitslotliste der Mächtigkeit  $(8h \cdot 4 \text{ Slots pro Stunde}) \cdot 5 \text{ Tage} = 160 \text{ Slots}$  in einer Woche. Dies ergibt eine Matrix mit den Ausmaßen  $(160 \times \text{Anzahl beteiligter Agenten})$ . Bei einer derartigen Tabelle den Überblick zu behalten, sprengt den Rahmen realistischer Erwartungen an einen menschlichen Agenten in verwaltender Position.

**Persönliche Motivation.** Gegeben ein Arbeitstag von mehreren Stunden, ist es durchaus nicht undenkbar, dass ein Agent am Abend die Ressource Zeit, die ihm zur Verfügung steht, nicht freigibt, es sei denn, es ist erforderlich. Dies ist gerade bei einem Dudel leicht durchzuführen und

schwer nachzuvollziehen. Ein System, welches die Zeitpläne als Rohmaterial erhält, nimmt keine Rücksicht auf persönliche Abneigungen und eliminiert deswegen diesen Fall.

**Nichtoptimierung.** Ein Dudel zählt lediglich, wie viele Agenten zu welchen Zeitslots zur Verfügung stehen; es wird nicht weiter auf die Art der Blockierung der anderen Zeitslots eingegangen. Ein System, welches direkt mit Deadlines und Abhängigkeiten arbeitet, kann dazu im Stande sein, den Schedule derart zu berechnen, dass Wartezeiten reduziert werden, und ist deswegen potentiell in der Lage, einen optimierten Schedule zu erstellen, der die allgemeine Projektdauer reduziert und die Wartezeiten einzelner Agenten minimiert und somit die Produktivität maximiert.

**Einzelläufigkeit.** Ein Dudel hat nicht das Potenzial, nebenläufige Entwicklungsprozesse zu berücksichtigen. Es wird ein Zeitstrahl vorgegeben, auf dem maximierende Belegungen ausgegeben werden. Dem entgegen steht der Umstand, dass durchaus Sachen gleichzeitig geschehen können; so auch Termine, an denen Teilmengen der Agenten beteiligt sind. Für alle solche Ereignisse ein neues Dudel zu erstellen, ist umständlich und kann, da jeder Agent an mehreren Dudels teilnehmen muss, zu einer zeitlichen Belastung werden und somit die Produktivität senken.

Diese Gründe legen dar, warum die Dudel-Variante in großen Agentensystemen ungeeignet ist und ein eher dynamisch veranlagtes System zur Berechnung eines Schedules erforderlich ist.

### 3 Approximation durch NP-schwere Probleme

Zur Lösung eines Problems bietet es sich an, nach ähnlichen Problemen zu suchen, die bereits gelöst sind. In diesem Fall bieten sich folgende Probleme an:

- INTERVAL-SCHEDULING<sup>1</sup>
- MAX-SAT<sup>2</sup>
- LOAD BALANCING<sup>3</sup>

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetur ac, consectetur sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed

---

<sup>1</sup>Definition vgl. INTERVAL-SCHEDULING

<sup>2</sup>Definition vgl. MAX-SAT

<sup>3</sup>Definition vgl. LOAD BALANCING

porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetur a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetur. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetur odio sem sed wisi.

Sed feugiat. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Ut pellentesque augue sed urna. Vestibulum diam eros, fringilla et, consectetur eu, nonummy id, sapien. Nullam at lectus. In sagittis ultrices mauris. Curabitur malesuada erat sit amet massa. Fusce blandit. Aliquam erat volutpat. Aliquam euismod. Aenean vel lectus. Nunc imperdiet justo nec dolor.

Etiam euismod. Fusce facilisis lacinia dui. Suspendisse potenti. In mi erat, cursus id, nonummy sed, ullamcorper eget, sapien. Praesent pretium, magna in eleifend egestas, pede pede pretium lorem, quis consectetur tortor sapien facilisis magna. Mauris quis magna varius nulla scelerisque imperdiet. Aliquam non quam. Aliquam porttitor quam a lacus. Praesent vel arcu ut tortor cursus volutpat. In vitae pede quis diam bibendum placerat. Fusce elementum convallis neque. Sed dolor orci, scelerisque ac, dapibus nec, ultricies ut, mi. Duis nec dui quis leo sagittis commodo.

Aliquam lectus. Vivamus leo. Quisque ornare tellus ullamcorper nulla. Mauris porttitor pharetra tortor. Sed fringilla justo sed mauris. Mauris tellus. Sed non leo. Nullam elementum, magna in cursus sodales, augue est scelerisque sapien, venenatis congue nulla arcu et pede. Ut suscipit enim vel sapien. Donec congue. Maecenas urna mi, suscipit in, placerat ut, vestibulum ut, massa. Fusce ultrices nulla et nisl.

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Aenean nonummy

magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cursus faucibus, augue.

Nulla mattis luctus nulla. Duis commodo velit at leo. Aliquam vulputate magna et leo. Nam vestibulum ullamcorper leo. Vestibulum condimentum rutrum mauris. Donec id mauris. Morbi molestie justo et pede. Vivamus eget turpis sed nisl cursus tempor. Curabitur mollis sapien condimentum nunc. In wisi nisl, malesuada at, dignissim sit amet, lobortis in, odio. Aenean consequat arcu a ante. Pellentesque porta elit sit amet orci. Etiam at turpis nec elit ultricies imperdiet. Nulla facilisi. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse viverra aliquam risus. Nullam pede justo, molestie nonummy, scelerisque eu, facilisis vel, arcu.

Curabitur tellus magna, porttitor a, commodo a, commodo in, tortor. Donec interdum. Praesent scelerisque. Maecenas posuere sodales odio. Vivamus metus lacus, varius quis, imperdiet quis, rhoncus a, turpis. Etiam ligula arcu, elementum a, venenatis quis, sollicitudin sed, metus. Donec nunc pede, tincidunt in, venenatis vitae, faucibus vel, nibh. Pellentesque wisi. Nullam malesuada. Morbi ut tellus ut pede tincidunt porta. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam congue neque id dolor.

Donec et nisl at wisi luctus bibendum. Nam interdum tellus ac libero. Sed sem justo, laoreet vitae, fringilla at, adipiscing ut, nibh. Maecenas non sem quis tortor eleifend fermentum. Etiam id tortor ac mauris porta vulputate. Integer porta neque vitae massa. Maecenas tempus libero a libero posuere dictum. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Aenean quis mauris sed elit commodo placerat. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Vivamus rhoncus tincidunt libero. Etiam elementum pretium justo. Vivamus est. Morbi a tellus eget pede tristique commodo. Nulla nisl. Vestibulum sed nisl eu sapien cursus rutrum.

Nulla non mauris vitae wisi posuere convallis. Sed eu nulla nec eros scelerisque pharetra. Nullam varius. Etiam dignissim elementum metus. Vestibulum faucibus, metus sit amet mattis rhoncus, sapien dui laoreet odio, nec ultricies nibh augue a enim. Fusce in ligula. Quisque at magna et nulla commodo consequat. Proin accumsan imperdiet sem. Nunc porta. Donec feugiat mi at justo. Phasellus facilisis ipsum quis ante. In ac elit eget ipsum pharetra faucibus. Maecenas viverra nulla in massa.

Nulla ac nisl. Nullam urna nulla, ullamcorper in, interdum sit amet, gravida ut, risus. Aenean ac enim. In luctus. Phasellus eu quam vitae turpis viverra pellentesque. Duis feugiat felis ut enim. Phasellus pharetra, sem id porttitor sodales, magna nunc aliquet nibh, nec blandit nisl mauris at pede. Suspendisse risus risus, lobortis eget, semper at, imperdiet sit amet, quam. Quisque scelerisque dapibus nibh. Nam enim. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nunc ut metus. Ut metus justo, auctor at, ultrices eu, sagittis ut, purus. Aliquam aliquam.

Etiam pede massa, dapibus vitae, rhoncus in, placerat posuere, odio. Vestibulum luctus commodo lacus. Morbi lacus dui, tempor sed, euismod eget, condimentum at, tortor. Phasellus aliquet odio ac lacus tempor faucibus. Praesent sed sem. Praesent iaculis. Cras rhoncus tellus sed justo ullamcorper sagittis. Donec quis orci. Sed ut tortor quis tellus euismod tincidunt. Suspendisse congue nisl eu elit. Aliquam tortor diam, tempus id, tristique eget, sodales vel, nulla. Praesent tellus mi, condimentum sed, viverra at, consectetur quis, lectus. In auctor vehicula orci. Sed pede sapien, euismod in, suscipit in, pharetra placerat, metus. Vivamus commodo dui non odio. Donec et felis.

Etiam suscipit aliquam arcu. Aliquam sit amet est ac purus bibendum congue. Sed in eros. Morbi non orci. Pellentesque mattis lacinia elit. Fusce molestie velit in ligula. Nullam et orci vitae nibh vulputate auctor. Aliquam eget purus. Nulla auctor wisi sed ipsum. Morbi porttitor tellus ac enim. Fusce ornare. Proin ipsum enim, tincidunt in, ornare venenatis, molestie a, augue. Donec vel pede in lacus sagittis porta. Sed hendrerit ipsum quis nisl. Suspendisse quis massa ac nibh pretium cursus. Sed sodales. Nam eu neque quis pede dignissim ornare. Maecenas eu purus ac urna tincidunt congue.

Donec et nisl id sapien blandit mattis. Aenean dictum odio sit amet risus. Morbi purus. Nulla a est sit amet purus venenatis iaculis. Vivamus viverra purus vel magna. Donec in justo sed odio malesuada dapibus. Nunc ultrices aliquam nunc. Vivamus facilisis pellentesque velit. Nulla nunc velit, vulputate dapibus, vulputate id, mattis ac, justo. Nam mattis elit dapibus purus. Quisque enim risus, congue non, elementum ut, mattis quis, sem. Quisque elit.

Maecenas non massa. Vestibulum pharetra nulla at lorem. Duis quis quam id lacus dapibus interdum. Nulla lorem. Donec ut ante quis dolor bibendum condimentum. Etiam egestas tortor vitae lacus. Praesent cursus. Mauris bibendum pede at elit. Morbi et felis a lectus interdum facilisis. Sed suscipit gravida turpis. Nulla at lectus. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Praesent nonummy luctus nibh. Proin turpis nunc, congue eu, egestas ut, fringilla at, tellus. In hac habitasse platea dictumst.

Vivamus eu tellus sed tellus consequat suscipit. Nam orci orci, malesuada id, gravida nec, ultricies vitae, erat. Donec risus turpis, luctus sit amet, interdum quis, porta sed, ipsum. Suspendisse condimentum, tortor at egestas posuere, neque metus tempor orci, et tincidunt urna nunc a purus. Sed facilisis blandit tellus. Nunc risus sem, suscipit nec, eleifend quis, cursus quis, libero. Curabitur et dolor. Sed vitae sem. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Maecenas ante. Duis ullamcorper enim. Donec tristique enim eu leo. Nullam molestie elit eu dolor. Nullam bibendum, turpis vitae tristique gravida, quam sapien tempor lectus, quis pretium tellus purus ac quam. Nulla facilisi.

Duis aliquet dui in est. Donec eget est. Nunc lectus odio, varius at, fermentum in, accumsan non, enim. Aliquam erat volutpat. Proin sit amet nulla ut eros consectetur cursus. Phasellus dapibus aliquam justo. Nunc laoreet. Donec consequat placerat magna. Duis pretium tincidunt justo. Sed sollicitudin vestibulum quam. Nam quis ligula. Vivamus at metus. Etiam imperdiet imperdiet pede. Aenean turpis. Fusce augue velit, scelerisque sollicitudin, dictum vitae, tempor et, pede. Donec wisi sapien, feugiat in, fermentum ut, sollicitudin adipiscing, metus.

Donec vel nibh ut felis consectetur laoreet. Donec pede. Sed id quam id wisi laoreet suscipit. Nulla lectus dolor, aliquam ac, fringilla eget, mollis ut, orci. In pellentesque justo in ligula. Maecenas turpis. Donec eleifend leo at felis tincidunt consequat. Aenean turpis metus, malesuada sed, condimentum sit amet, auctor a, wisi. Pellentesque sapien elit, bibendum ac, posuere et, congue eu, felis. Vestibulum mattis libero quis metus scelerisque ultrices. Sed purus.

Donec vitae velit. Suspendisse porta fermentum mauris. Ut vel nunc non mauris pharetra varius. Duis consequat libero quis urna. Maecenas at ante. Vivamus varius, wisi sed egestas tristique, odio wisi luctus nulla, lobortis dictum dolor ligula in lacus. Vivamus aliquam, urna sed interdum porttitor, metus orci interdum odio, sit amet euismod lectus felis et leo. Praesent ac wisi. Nam suscipit vestibulum sem. Praesent eu ipsum vitae pede cursus venenatis. Duis sed odio. Vestibulum eleifend. Nulla ut massa. Proin rutrum mattis sapien. Curabitur dictum gravida ante.

Phasellus placerat vulputate quam. Maecenas at tellus. Pellentesque neque diam, dignissim ac, venenatis vitae, consequat ut, lacus. Nam nibh. Vestibulum fringilla arcu mollis arcu. Sed et



turpis. Donec sem tellus, volutpat et, varius eu, commodo sed, lectus. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Quisque enim arcu, suscipit nec, tempus at, imperdiet vel, metus. Morbi volutpat purus at erat. Donec dignissim, sem id semper tempus, nibh massa eleifend turpis, sed pellentesque wisi purus sed libero. Nullam lobortis tortor vel risus. Pellentesque consequat nulla eu tellus. Donec velit. Aliquam fermentum, wisi ac rhoncus iaculis, tellus nunc malesuada orci, quis volutpat dui magna id mi. Nunc vel ante. Duis vitae lacus. Cras nec ipsum.

Morbi nunc. Aliquam consectetur varius nulla. Phasellus eros. Cras dapibus porttitor risus. Maecenas ultrices mi sed diam. Praesent gravida velit at elit vehicula porttitor. Phasellus nisl mi, sagittis ac, pulvinar id, gravida sit amet, erat. Vestibulum est. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Curabitur id sem elementum leo rutrum hendrerit. Ut at mi. Donec tincidunt faucibus massa. Sed turpis quam, sollicitudin a, hendrerit eget, pretium ut, nisl. Duis hendrerit ligula. Nunc pulvinar congue urna.

Nunc velit. Nullam elit sapien, eleifend eu, commodo nec, semper sit amet, elit. Nulla lectus risus, condimentum ut, laoreet eget, viverra nec, odio. Proin lobortis. Curabitur dictum arcu vel wisi. Cras id nulla venenatis tortor congue ultrices. Pellentesque eget pede. Sed eleifend sagittis elit. Nam sed tellus sit amet lectus ullamcorper tristique. Mauris enim sem, tristique eu, accumsan at, scelerisque vulputate, neque. Quisque lacus. Donec et ipsum sit amet elit nonummy aliquet. Sed viverra nisl at sem. Nam diam. Mauris ut dolor. Curabitur ornare tortor cursus velit.

## 4 Lösungsansatz

Donec molestie, magna ut luctus ultrices, tellus arcu nonummy velit, sit amet pulvinar elit justo et mauris. In pede. Maecenas euismod elit eu erat. Aliquam augue wisi, facilisis congue, suscipit in, adipiscing et, ante. In justo. Cras lobortis neque ac ipsum. Nunc fermentum massa at ante. Donec orci tortor, egestas sit amet, ultrices eget, venenatis eget, mi. Maecenas vehicula leo semper est. Mauris vel metus. Aliquam erat volutpat. In rhoncus sapien ac tellus. Pellentesque ligula.

Cras dapibus, augue quis scelerisque ultricies, felis dolor placerat sem, id porta velit odio eu elit. Aenean interdum nibh sed wisi. Praesent sollicitudin vulputate dui. Praesent iaculis viverra augue. Quisque in libero. Aenean gravida lorem vitae sem ullamcorper cursus. Nunc adipiscing rutrum ante. Nunc ipsum massa, faucibus sit amet, viverra vel, elementum semper, orci. Cras eros sem, vulputate et, tincidunt id, ultrices eget, magna. Nulla varius ornare odio. Donec accumsan mauris sit amet augue. Sed ligula lacus, laoreet non, aliquam sit amet, iaculis tempor, lorem. Suspendisse eros. Nam porta, leo sed congue tempor, felis est ultrices eros, id mattis velit felis non metus. Curabitur vitae elit non mauris varius pretium. Aenean lacus sem, tincidunt ut, consequat quis, porta vitae, turpis. Nullam laoreet fermentum urna. Proin iaculis lectus.

Sed mattis, erat sit amet gravida malesuada, elit augue egestas diam, tempus scelerisque nunc nisl vitae libero. Sed consequat feugiat massa. Nunc porta, eros in eleifend varius, erat leo rutrum dui, non convallis lectus orci ut nibh. Sed lorem massa, nonummy quis, egestas id, condimentum at, nisl. Maecenas at nibh. Aliquam et augue at nunc pellentesque ullamcorper. Duis nisl nibh, laoreet suscipit, convallis ut, rutrum id, enim. Phasellus odio. Nulla nulla elit, molestie non, scelerisque at, vestibulum eu, nulla. Ut odio nisl, facilisis id, mollis et, scelerisque nec, enim. Aenean sem leo, pellentesque sit amet, scelerisque sit amet, vehicula pellentesque, sapien.

Sed consequat tellus et tortor. Ut tempor laoreet quam. Nullam id wisi a libero tristique semper. Nullam nisl massa, rutrum ut, egestas semper, mollis id, leo. Nulla ac massa eu risus blandit mattis.

Mauris ut nunc. In hac habitasse platea dictumst. Aliquam eget tortor. Quisque dapibus pede in erat. Nunc enim. In dui nulla, commodo at, consectetur nec, malesuada nec, elit. Aliquam ornare tellus eu urna. Sed nec metus. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas.

Phasellus id magna. Duis malesuada interdum arcu. Integer metus. Morbi pulvinar pellentesque mi. Suspendisse sed est eu magna molestie egestas. Quisque mi lorem, pulvinar eget, egestas quis, luctus at, ante. Proin auctor vehicula purus. Fusce ac nisl aliquam ante hendrerit pellentesque. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi wisi. Etiam arcu mauris, facilisis sed, eleifend non, nonummy ut, pede. Cras ut lacus tempor metus mollis placerat. Vivamus eu tortor vel metus interdum malesuada.

Sed eleifend, eros sit amet faucibus elementum, urna sapien consectetur mauris, quis egestas leo justo non risus. Morbi non felis ac libero vulputate fringilla. Mauris libero eros, lacinia non, sodales quis, dapibus porttitor, pede. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi dapibus mauris condimentum nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Etiam sit amet erat. Nulla varius. Etiam tincidunt dui vitae turpis. Donec leo. Morbi vulputate convallis est. Integer aliquet. Pellentesque aliquet sodales urna.

Nullam eleifend justo in nisl. In hac habitasse platea dictumst. Morbi nonummy. Aliquam ut felis. In velit leo, dictum vitae, posuere id, vulputate nec, ante. Maecenas vitae pede nec dui dignissim suscipit. Morbi magna. Vestibulum id purus eget velit laoreet laoreet. Praesent sed leo vel nibh convallis blandit. Ut rutrum. Donec nibh. Donec interdum. Fusce sed pede sit amet elit rhoncus ultrices. Nullam at enim vitae pede vehicula iaculis.

Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Aenean nonummy turpis id odio. Integer euismod imperdiet turpis. Ut nec leo nec diam imperdiet lacinia. Etiam eget lacus eget mi ultricies posuere. In placerat tristique tortor. Sed porta vestibulum metus. Nulla iaculis sollicitudin pede. Fusce luctus tellus in dolor. Curabitur auctor velit a sem. Morbi sapien. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Donec adipiscing urna vehicula nunc. Sed ornare leo in leo. In rhoncus leo ut dui. Aenean dolor quam, volutpat nec, fringilla id, consectetur vel, pede.

Nulla malesuada risus ut urna. Aenean pretium velit sit amet metus. Duis iaculis. In hac habitasse platea dictumst. Nullam molestie turpis eget nisl. Duis a massa id pede dapibus ultricies. Sed eu leo. In at mauris sit amet tortor bibendum varius. Phasellus justo risus, posuere in, sagittis ac, varius vel, tortor. Quisque id enim. Phasellus consequat, libero pretium nonummy fringilla, tortor lacus vestibulum nunc, ut rhoncus ligula neque id justo. Nullam accumsan euismod nunc. Proin vitae ipsum ac metus dictum tempus. Nam ut wisi. Quisque tortor felis, interdum ac, sodales a, semper a, sem. Curabitur in velit sit amet dui tristique sodales. Vivamus mauris pede, lacinia eget, pellentesque quis, scelerisque eu, est. Aliquam risus. Quisque bibendum pede eu dolor.

Donec tempus neque vitae est. Aenean egestas odio sed risus ullamcorper ullamcorper. Sed in nulla a tortor tincidunt egestas. Nam sapien tortor, elementum sit amet, aliquam in, porttitor faucibus, enim. Nullam congue suscipit nibh. Quisque convallis. Praesent arcu nibh, vehicula eget, accumsan eu, tincidunt a, nibh. Suspendisse vulputate, tortor quis adipiscing viverra, lacus nibh dignissim tellus, eu suscipit risus ante fringilla diam. Quisque a libero vel pede imperdiet aliquet. Pellentesque nunc nibh, eleifend a, consequat consequat, hendrerit nec, diam. Sed urna. Maecenas laoreet eleifend neque. Vivamus purus odio, eleifend non, iaculis a, ultrices sit amet, urna. Mauris

faucibus odio vitae risus. In nisl. Praesent purus. Integer iaculis, sem eu egestas lacinia, lacus pede scelerisque augue, in ullamcorper dolor eros ac lacus. Nunc in libero.

Fusce suscipit cursus sem. Vivamus risus mi, egestas ac, imperdiet varius, faucibus quis, leo. Aenean tincidunt. Donec suscipit. Cras id justo quis nibh scelerisque dignissim. Aliquam sagittis elementum dolor. Aenean consectetur justo in pede. Curabitur ullamcorper ligula nec orci. Aliquam purus turpis, aliquam id, ornare vitae, porttitor non, wisi. Maecenas luctus porta lorem. Donec vitae ligula eu ante pretium varius. Proin tortor metus, convallis et, hendrerit non, scelerisque in, urna. Cras quis libero eu ligula bibendum tempor. Vivamus tellus quam, malesuada eu, tempus sed, tempor sed, velit. Donec lacinia auctor libero.

Praesent sed neque id pede mollis rutrum. Vestibulum iaculis risus. Pellentesque lacus. Ut quis nunc sed odio malesuada egestas. Duis a magna sit amet ligula tristique pretium. Ut pharetra. Vestibulum imperdiet magna nec wisi. Mauris convallis. Sed accumsan sollicitudin massa. Sed id enim. Nunc pede enim, lacinia ut, pulvinar quis, suscipit semper, elit. Cras accumsan erat vitae enim. Cras sollicitudin. Vestibulum rutrum blandit massa.

## 5 Bewerten einer Lösung

Sed gravida lectus ut purus. Morbi laoreet magna. Pellentesque eu wisi. Proin turpis. Integer sollicitudin augue nec dui. Fusce lectus. Vivamus faucibus nulla nec lacus. Integer diam. Pellentesque sodales, enim feugiat cursus volutpat, sem mauris dignissim mauris, quis consequat sem est fermentum ligula. Nullam justo lectus, condimentum sit amet, posuere a, fringilla mollis, felis. Morbi nulla nibh, pellentesque at, nonummy eu, sollicitudin nec, ipsum. Cras neque. Nunc augue. Nullam vitae quam id quam pulvinar blandit. Nunc sit amet orci. Aliquam erat elit, pharetra nec, aliquet a, gravida in, mi. Quisque urna enim, viverra quis, suscipit quis, tincidunt ut, sapien. Cras placerat consequat sem. Curabitur ac diam. Curabitur diam tortor, mollis et, viverra ac, tempus vel, metus.

Curabitur ac lorem. Vivamus non justo in dui mattis posuere. Etiam accumsan ligula id pede. Maecenas tincidunt diam nec velit. Praesent convallis sapien ac est. Aliquam ullamcorper euismod nulla. Integer mollis enim vel tortor. Nulla sodales placerat nunc. Sed tempus rutrum wisi. Duis accumsan gravida purus. Nunc nunc. Etiam facilisis dui eu sem. Vestibulum semper. Praesent eu eros. Vestibulum tellus nisl, dapibus id, vestibulum sit amet, placerat ac, mauris. Maecenas et elit ut erat placerat dictum. Nam feugiat, turpis et sodales volutpat, wisi quam rhoncus neque, vitae aliquam ipsum sapien vel enim. Maecenas suscipit cursus mi.

Quisque consectetur. In suscipit mauris a dolor pellentesque consectetur. Mauris convallis neque non erat. In lacinia. Pellentesque leo eros, sagittis quis, fermentum quis, tincidunt ut, sapien. Maecenas sem. Curabitur eros odio, interdum eu, feugiat eu, porta ac, nisl. Curabitur nunc. Etiam fermentum convallis velit. Pellentesque laoreet lacus. Quisque sed elit. Nam quis tellus. Aliquam tellus arcu, adipiscing non, tincidunt eleifend, adipiscing quis, augue. Vivamus elementum placerat enim. Suspendisse ut tortor. Integer faucibus adipiscing felis. Aenean consectetur mattis lectus. Morbi malesuada faucibus dolor. Nam lacus. Etiam arcu libero, malesuada vitae, aliquam vitae, blandit tristique, nisl.

Maecenas accumsan dapibus sapien. Duis pretium iaculis arcu. Curabitur ut lacus. Aliquam vulputate. Suspendisse ut purus sed sem tempor rhoncus. Ut quam dui, fringilla at, dictum eget, ultricies quis, quam. Etiam sem est, pharetra non, vulputate in, pretium at, ipsum. Nunc semper sagittis orci. Sed scelerisque suscipit diam. Ut volutpat, dolor at ullamcorper tristique, eros purus

mollis quam, sit amet ornare ante nunc et enim.

Phasellus fringilla, metus id feugiat consectetur, lacus wisi ultrices tellus, quis lobortis nibh lorem quis tortor. Donec egestas ornare nulla. Mauris mi tellus, porta faucibus, dictum vel, nonummy in, est. Aliquam erat volutpat. In tellus magna, porttitor lacinia, molestie vitae, pellentesque eu, justo. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Sed orci nibh, scelerisque sit amet, suscipit sed, placerat vel, diam. Vestibulum nonummy vulputate orci. Donec et velit ac arcu interdum semper. Morbi pede orci, cursus ac, elementum non, vehicula ut, lacus. Cras volutpat. Nam vel wisi quis libero venenatis placerat. Aenean sed odio. Quisque posuere purus ac orci. Vivamus odio. Vivamus varius, nulla sit amet semper viverra, odio mauris consequat lacus, at vestibulum neque arcu eu tortor. Donec iaculis tincidunt tellus. Aliquam erat volutpat. Curabitur magna lorem, dignissim volutpat, viverra et, adipiscing nec, dolor. Praesent lacus mauris, dapibus vitae, sollicitudin sit amet, nonummy eget, ligula.

Cras egestas ipsum a nisl. Vivamus varius dolor ut dolor. Fusce vel enim. Pellentesque accumsan ligula et eros. Cras id lacus non tortor facilisis facilisis. Etiam nisl elit, cursus sed, fringilla in, congue nec, urna. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Integer at turpis. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Duis fringilla, ligula sed porta fringilla, ligula wisi commodo felis, ut adipiscing felis dui in enim. Suspendisse malesuada ultrices ante. Pellentesque scelerisque augue sit amet urna. Nulla volutpat aliquet tortor. Cras aliquam, tellus at aliquet pellentesque, justo sapien commodo leo, id rhoncus sapien quam at erat. Nulla commodo, wisi eget sollicitudin pretium, orci orci aliquam orci, ut cursus turpis justo et lacus. Nulla vel tortor. Quisque erat elit, viverra sit amet, sagittis eget, porta sit amet, lacus.

In hac habitasse platea dictumst. Proin at est. Curabitur tempus vulputate elit. Pellentesque sem. Praesent eu sapien. Duis elit magna, aliquet at, tempus sed, vehicula non, enim. Morbi viverra arcu nec purus. Vivamus fringilla, enim et commodo malesuada, tortor metus elementum ligula, nec aliquet est sapien ut lectus. Aliquam mi. Ut nec elit. Fusce euismod luctus tellus. Curabitur scelerisque. Nullam purus. Nam ultricies accumsan magna. Morbi pulvinar lorem sit amet ipsum. Donec ut justo vitae nibh mollis congue. Fusce quis diam. Praesent tempus eros ut quam.

Donec in nisl. Fusce vitae est. Vivamus ante ante, mattis laoreet, posuere eget, congue vel, nunc. Fusce sem. Nam vel orci eu eros viverra luctus. Pellentesque sit amet augue. Nunc sit amet ipsum et lacus varius nonummy. Integer rutrum sem eget wisi. Aenean eu sapien. Quisque ornare dignissim mi. Duis a urna vel risus pharetra imperdiet. Suspendisse potenti.

Morbi justo. Aenean nec dolor. In hac habitasse platea dictumst. Proin nonummy porttitor velit. Sed sit amet leo nec metus rhoncus varius. Cras ante. Vestibulum commodo sem tincidunt massa. Nam justo. Aenean luctus, felis et condimentum lacinia, lectus enim pulvinar purus, non porta velit nisl sed eros. Suspendisse consequat. Mauris a dui et tortor mattis pretium. Sed nulla metus, volutpat id, aliquam eget, ullamcorper ut, ipsum. Morbi eu nunc. Praesent pretium. Duis aliquam pulvinar ligula. Ut blandit egestas justo. Quisque posuere metus viverra pede.

Vivamus sodales elementum neque. Vivamus dignissim accumsan neque. Sed at enim. Vestibulum nonummy interdum purus. Mauris ornare velit id nibh pretium ultricies. Fusce tempor pellentesque odio. Vivamus augue purus, laoreet in, scelerisque vel, commodo id, wisi. Duis enim. Nulla interdum, nunc eu semper eleifend, enim dolor pretium elit, ut commodo ligula nisl a est. Vivamus ante. Nulla leo massa, posuere nec, volutpat vitae, rhoncus eu, magna.

Quisque facilisis auctor sapien. Pellentesque gravida hendrerit lectus. Mauris rutrum sodales sapien. Fusce hendrerit sem vel lorem. Integer pellentesque massa vel augue. Integer elit tortor,

feugiat quis, sagittis et, ornare non, lacus. Vestibulum posuere pellentesque eros. Quisque venenatis ipsum dictum nulla. Aliquam quis quam non metus eleifend interdum. Nam eget sapien ac mauris malesuada adipiscing. Etiam eleifend neque sed quam. Nulla facilisi. Proin a ligula. Sed id dui eu nibh egestas tincidunt. Suspendisse arcu.

## Definitionen

**Nash-Gleichgewicht.** (Spieltheorie) Eine Situation, in der alle beteiligten Agenten die Strategie aller anderen Agenten kennen und kein Agent die Motivation hat, einseitig von seiner Strategie abzuweichen

**Pareto-Optimum.** (Spieltheorie) Eine Situation, in der keine Partei ihre eigene Position verbessern kann, ohne dass sich die Position einer anderen Partei verschlechtert.

**Auszahlungsoptimiert** Eine Strategie ist genau dann für eine Entität auszahlungsmaximiert, wenn alle anderen Strategien, die diese Entität wählen kann, gleich viel oder weniger Gewinn bringen.

Eine Strategie ist genau dann für eine Gruppe auszahlungsmaximiert, wenn sie für alle Entitäten in der Gruppe auszahlungsmaximiert ist (also ein pareto-optimales Nash-Gleichgewicht vorliegt).

**LOAD BALANCING.** (NP-schweres Problem nach [1])

**Eingabe.**  $m$  identische Maschinen,  $n$  Jobs, Job  $j$  besitzt die Ausführungsdauer  $t_j$ . Ein Job muss von einer einzelnen Maschine vollständig ohne Unterbrechung bearbeitet werden. Eine Maschine kann nur einen Job zur Zeit erledigen.

**Frage.** Gibt es eine Verteilung aller Jobs auf alle Maschinen derart, dass die Produktionsdauer minimiert ist?

**INTERVAL-SCHEDULING.** (NP-vollständiges Problem nach [1])

**Eingabe.**

**Frage.**

**MAX-SAT.** (NP-schweres Problem nach [1])

**Eingabe.**

**Frage.**

## Literatur

[1] Thomas Andreae. Vertiefung kombinatorische optimierung. Vorlesungsfolien, 2016.