

# Hausaufgaben zum 30. Mai 2015

Mathematik für Studierende der Informatik II  
(Analysis und Lineare Algebra)

Louis Kobras

6658699

4kobras@informatik.uni-hamburg.de

Utz Pöhlmann

6663579

4poehlma@informatik.uni-hamburg.de

Jennifer Hartmann

6706472

fwuy089@studium.uni-hamburg.de

30. Mai 2015

## Aufgabe 1

(a)

Untersuchen Sie die Menge

$$M = \left\{ \frac{n+1}{m} : n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

auf Beschränktheit nach oben und unten und bestimmen Sie gegebenenfalls Supremum und Infimum.

(b)

Untersuchen Sie die Folge  $(a_n)$  mit

$$a_n = \frac{1}{3} - \frac{1}{2n}$$

und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

## Aufgabe 2

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Folge  $(a_n)$  mit

$$a_n = \left( 2 + \frac{1}{n} \right)^n$$

und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

## Aufgabe 3

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Folgen  $(a_n)$  und  $(b_n)$  mit

$$a_n = \frac{3n^2 - 3n}{2n^2 - 1} \text{ und } b_n = \frac{3n^2 - 3n}{2n^3 - 1}$$

und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

## Aufgabe 4

Es sei  $(a_n)$  eine konvergente Folge reeller Zahlen mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ . Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge  $(b_n)$  mit

$$b_n = (a_n^2 - 2)^2 - 3.$$

## Aufgabe 5

**(a)**

Sei  $(a_n)$  eine beschränkte Folge. Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  sei  $b_n = \sup\{a_m : m \geq n\}$ . Zeigen Sie, dass  $(b_n)$  konvergiert.

Hinweis: Ist die Folge  $(b_n)$  monoton? Ist sie beschränkt?

**(b)**

Zeigen Sie, dass jede Cauchy-Folge reeller Zahlen konvergiert.

Hinweis: Benutzen Sie (a), um einen Kandidaten für den Grenzwert der Cauchy-Folge zu finden.