Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Modul: MATH3-Inf

Veranstaltung: 65-832

Übungsgruppe 2

Dienstag, 14.15 - 15.00

Geom 431

Utz Pöhlmann
4poehlma@informatik.uni-hamburg.de
6663579

Louis Kobras
4kobras@informatik.uni-hamburg.de
6658699

Felix Gebauer
4gebauer@informatik.uni-hamburg.de
6671660

3. Mai 2016

Punkte für die Hausübungen:

4.1	4.2	4.3	Σ

Utz Pöhlmann 6663579 | Louis Kobras 6658699 | Felix Gebauer 6671660

Zettel Nr. 4 (Ausgabe: 26. April 2016, Abgabe: 3. Mai 2016)

Hausübung 4.1

[| 10]

(Fußball, 4+3+3 Punkte). Der Trainer eines Fußballklubs hat in seinem Aufgebot drei Torhüter, sieben Verteidiger, acht Mittelfeldspieler und vier Stürmer.

a. Auf wieviele Arten kann der Trainer ein Team zusammenstellen, wenn er im 4-4-2-Systm spielen will, also mit einem Torhüter, je vier Verteidigern und Mittelfeldspielern sowie zwei Stürmern?

$$
\begin{aligned}
& \tbinom{3}{1} \cdot \tbinom{7}{4} \cdot \tbinom{8}{4} \cdot \tbinom{4}{2} \\
= \; & {}^{3!}/_{1!2!} \cdot {}^{7!}/_{4!3!} \cdot {}^{8!}/_{4!4!} \cdot {}^{4!}/_{2!2!} \\
= \; & 3 \cdot (7 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5 \cdot 7) \cdot 6 \\
= \; & 3 \cdot 35 \cdot 70 \cdot 6 \\
= \; & 210 \cdot 210 \\
= \; & 44100 \text{ Möglichkeiten}
\end{aligned}
$$

b. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der bei den Fans beliebte Stürmer Abel Bebel im Team, wenn der als Feierbiest bekannte Trainer nach feuchtfröhlichem Beisammensein seine Trainingseindrücke vergisst und aus allen im 4-4-2-System möglichen Aufstellungen rein Zufällig eine auswählt?

Hier wird einer der Stürmer gesetzt, der Trainer hat also noch 1 Slot, den er mit einem von 3 Stürmern besetzen kann, übrig. Der Rest ändert sich nicht.

$$
\begin{aligned}
& \tbinom{3}{1} \cdot \tbinom{7}{4} \cdot \tbinom{8}{4} \cdot \tbinom{3}{1} \\
= \; & 3 \cdot 35 \cdot 70 \cdot 3 \\
= \; & 22050
\end{aligned}
$$

Es gibt also 22050 Fälle, die Abel Bebel enthalten, und insgesamt 44100. Also ist er in der Hälfte der Fälle enthalten, womit er zu 50% auf dem Platz steht.

c. Auf wieviele Arten kann der Trainer die vier ausgewählten Verteidiger auf den vier Positionen seiner Abwehrkette verteilen, wenn er davon ausgeht, dass alle ausgewählten Verteidiger jede Position spielen können?

$$4! = 24$$

Hausübung 4.2

[| 7]

(Ein neues Spiel 77, 3+4 Punkte). Sie arbeiten bei einer Lotterie. Diese möchte eine Variante der bekannten Fernsehlotterie „Spiel 77 " auf den Markt bringen:

- Es werden wie gewohnt 7 Ziffern von 0 bis 9 mit Zurücklegen gezogen, jede Ziffer kann also mehrfach vorkommen.
- Im Unterschied zum bekannten Spiel werden die Ziffern am Ende der Größe nach aufgsteigend sortiert, aus der Ziehung 5,0,7,9,1,7,5 wird also die Zahl 0155779 zusammengesetzt.

Die sortierte siebenstellige Zahl ist dann das Ergebnis der Ziehung, die Menge aller solchen sortierten Zahlen wird mit Ω bezeichnet.

a. Wie viele Ergebnisse gibt es, d.h. wie viele Elemente enthält Ω?

$$|\Omega| = \binom{n+k-1}{k} = \binom{10+7-1}{7} = \binom{16}{7} = 11440$$

b. Ist auf Ω eine Laplace-Annahme gerechtfertigt?

Nein, da $P(X = "0000000")$ geringer ist als $P(X = "1234567")$. Dies ist bedingt durch den Umstand der Sortierung, womit z. B. die Ereignisse $X = "1234567"$ und $X = "7654321"$ auf das gleiche Ergebnis abbilden, jedoch Ergenisse wie $X = "iiiiiii", i \in [0, 1, \ldots, 9]$ jeweils nur ein Urbild haben.

Hausübung 4.3

[| 8]

(Zwei Wahrscheinlichkeitsmaße, 8 Punkte). Es sei $\Omega \neq \emptyset$ eine diskrete Menge, $P, Q : 2^\Omega \to \mathbb{R}$ seien zwei Wahrscheinlichkeitsmaße, und es sei $\alpha \in [0, 1]$. Zeigen Sie, dass durch

$$R(A) := \alpha P(A) + (1-\alpha) Q(A), \qquad A \subset \Omega$$

ebenfalls ein Wahrscheinlichkeitsmaß $R : 2^\Omega \to \mathbb{R}$ definiert wird. Warum gilt dies für $\alpha \notin [0, 1]$ nicht?

$$\begin{aligned} R(\Omega) &= \alpha \cdot P(\Omega) + (1-\alpha) \cdot Q(\Omega) \qquad P(\Omega), Q(\Omega) = 1, \text{ da es Wahrscheinlichkeitsmaße sind} \\ &= \alpha + 1 - \alpha \\ &= 1 \end{aligned}$$

$\alpha \in [0, 1]$ muss gelten, da $R \to [0, 1]$ sonst nicht gilt

$$\begin{aligned} R(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) &= \alpha \cdot P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) + (1-\alpha) \cdot Q(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) \\ &= \alpha \cdot \textstyle\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) + (1-\alpha) \cdot \sum_{i=1} \infty Q(A_1) \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{\infty} \alpha \cdot P(A_i) + (1-\alpha) \cdot Q(A_i) \\ &= \textstyle\sum_{i=1}^{\infty} R(A_i) \end{aligned}$$