

Stochastik 1 für Studierende der Informatik

Modul: MATH3-Inf

Veranstaltung: 65-832

Übungsgruppe 2

Dienstag, 14.15 - 15.00

Geom 431

Utz Pöhlmann

4pohlma@informatik.uni-hamburg.de

6663579

Louis Kobras

4kobras@informatik.uni-hamburg.de

6658699

Felix Gebauer

4gebauer@informatik.uni-hamburg.de

6671660

9. Mai 2016

Punkte für die Hausübungen:

5.1	5.2	5.3	Σ

Zettel Nr. 5 (Ausgabe: 03. Mai 2016, Abgabe: 10. Mai 2016)

Hausübung 5.1

[| 11]

(Stichprobenentnahme, 5+6 Punkte). Aufgrund von Ungenauigkeiten in der Produktion sind in jedem 1000er Pack einer bestimmten Sorte Schrauben immer 70 dabei, die nicht den Qualitätsanforderungen entsprechen. Sie entnehmen einem vollen 1000er Pack acht Schrauben. Da Sie diese nicht zurücklegen, sondern verwenden, wissen Sie, dass die Anzahl X der defekten Schrauben unter den acht entnommenen einer hypergeometrischen Verteilung folgt.

Hinweis: Sie werden einen Computer oder Taschenrechner benötigen.

Teilaufgabe a)

Geben Sie die Parameter der hypergeometrischen Verteilung an, und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens zwei Schrauben defekt sind.

$$X \sim H_{g_{8,70,1000}} = \frac{\binom{70}{n} \cdot \binom{1000-70}{8-n}}{\binom{1000}{8}} = P(X = n)$$

$$P(X \leq 2) = \sum_{i=0}^2 \frac{\binom{70}{i} \binom{1000-70}{8-i}}{\binom{1000}{8}} \approx 0.9857 \hat{=} 98.57\%$$

Teilaufgabe b)

Verwenden Sie eine geeignete Binomialverteilung zur Approximation, und bestimmen Sie darauf basierend eine Näherung für die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Wie bewerten Sie die Approximation?

$$P(X \leq 2) = \sum_{i=0}^2 \binom{8}{i} \cdot \left(\frac{70}{1000}\right)^i \cdot \left(1 - \frac{70}{1000}\right)^{8-i} \approx 0.9853 \hat{=} 98.53\%$$

Abweichung minimal; Binomialverteilung eignet sich als Näherung, wenn die Varianz größer als 9 ist (hier gegeben durch $V = 1000 \cdot 0.01 \cdot 0.99 = 9.9$) und der Bruch n/N kleiner als 0.05 (hier gegeben durch $n/N = 8/1000 = 0.008 \leq 0.05$).

Hausübung 5.2

[| 10]

(Glücksspiel, 5+5 Punkte). In einem Glücksspiel haben Sie eine Gewinnwahrscheinlichkeit von $1/100$. Sie spielen ein Jahr lang wöchentlich, also 52 mal. X bezeichne die Anzahl von Spielen, bei denen Sie gewinnen.

Hinweis: Auch hier werden Sie einen Computer oder Taschenrechner benötigen.

Teilaufgabe a)

Welcher Verteilung folgt die Zufallsvariable X ? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sie

- höchstens einmal gewinnen,
- mehr als einmal gewinnen.

$$X \sim Bin_{52,0.01} = P(X = n) = \binom{52}{n} \cdot 0.01^n \cdot 0.99^{52-n}$$

$$P(X \leq 1) = \sum_{i=0}^1 \binom{52}{i} \cdot 0.01^i \cdot 0.99^{52-i} \approx 0.9044 \hat{=} 90.44\%$$

$$P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) \approx 1 - 0.9044 = 0.0956$$

Teilaufgabe b)

Setzen Sie eine geeignete Poisson-Verteilung zur Approximation ein, und berechnen Sie mit dieser eine Näherung dafür, dass Sie mehr als einmal gewinnen.

$$Pois_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot \frac{1}{\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!}}$$

$$\lambda = n \cdot p = 52 \cdot 0.01 = 0.52$$

$$Pois_{0.52}(i > 1) = \sum_{i=2}^{52} \frac{0.52^i}{i!} e^{-0.52} \approx 0.0963 \hat{=} 9.63\%$$

Hausübung 5.3

[| 4]

(Eine Zähl-dichte, 4 Punkte). Die Funktion $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $k \rightarrow p_k$ soll eine Zähl-dichte werden. Äquivalent formuliert soll $(p_k)_{k=1}^n$ ein Wahrscheinlichkeitsvektor werden. Dabei ist $p_k = c \cdot k$ mit einer Konstanten c gesetzt.

Bestimmen Sie c so, dass die Anforderungen an eine Zähl-dichte bzw. einen Wahrscheinlichkeitsvektor erfüllt sind.

Hinweis: Es gilt $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$.