



Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Institut für Operations Research (IOR)
Optimierungsansätze unter Unsicherheit
Prof. Dr. Steffen Rebennack

Abgabe Rechnerübung
Wintersemester 2024/25

Vorname Nachname
Matr. Nr.:
Studiengang (B.Sc.)

und

Vorname Nachname
Matr. Nr.:
Studiengang (B.Sc.)

Lösungen zu Aufgabe 2

Die Unsicherheitsmenge lässt sich allgemein folgendermaßen beschreiben:

$$\mathcal{U} = \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} (c^0)^\top & d^0 \\ A^0 & b^0 \end{bmatrix}}_{D^0} + \sum_{\ell=1}^L \zeta_\ell \underbrace{\begin{bmatrix} (c^\ell)^\top & d^\ell \\ A^\ell & b^\ell \end{bmatrix}}_{D^\ell} \mid \zeta \in \mathbb{Z} \right\}$$

Für die Aufgabe werden unter anderem die Zielfunktion, gegeben durch

$$\min \quad 0.22x_1 + 0.18x_2 + 0.07x_3 + 0.14x_4 + 0.55x_5 + 0.1x_6 + 0.54x_7 + 0.28x_8 + 3.2x_9$$

und die zweite Nebenbedingung

$$0.35x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 + 25x_5 + 3.5x_6 + 9x_7 + 2.5x_8 + 21x_9 \geq 56$$

benötigt.

Zuerst gilt es, die zweite Nebenbedingung in Standardform zu bringen. Dazu wird die Ungleichung mit -1 multipliziert.

$$-0.35x_1 - 7x_2 - x_3 - 2x_4 - 25x_5 - 3.5x_6 - 9x_7 - 2.5x_8 - 21x_9 \leq -56$$

Aus den entsprechenden Vorüberlegungen lässt direkt die nominale Datenmatrix D_2^0 bilden:

$$D_2^0 = \begin{pmatrix} 0.22 & 0.18 & 0.07 & 0.14 & 0.55 & 0.1 & 0.54 & 0.28 & 3.2 & 0 \\ -0.35 & -7 & -1 & -2 & -25 & -3.5 & -9 & -2.5 & -21 & -56 \end{pmatrix}$$

Die Unsicherheiten betreffen sämtliche Koeffizienten der Zielfunktion, sowie die Nährwerte für Proteine, Fette, Calcium und Vitamin B2. Zusätzlich gibt es eine Schwankung im Mindestbedarf für Proteine von 10g. Alle Werte können den Tabellen in der Aufgabenstellung entnommen werden.

Daher ist es entscheidend, die Unsicherheiten der Ziel- und Nebenfunktionen in absoluten Werten zu ermitteln. Die Unsicherheitsgröße kann anschließend wie folgt dargestellt werden:

$$\text{ZF} = \left(0.06 \quad \underbrace{0.027}_{0.18 \times 0.15} \quad \underbrace{0.014}_{0.07 \times 0.2} \quad 0.04 \quad 0.1 \quad \underbrace{0.025}_{0.1 \times 0.25} \quad \underbrace{0.216}_{0.54 \times 0.4} \quad 0.1 \quad \underbrace{1.28}_{3.2 \times 0.4} \right)$$

$$\text{NF} = \begin{pmatrix} \underbrace{-0.07}_{-0.35 \times 0.2} & \underbrace{-0.7}_{-7 \times 0.1} & \underbrace{-0.2}_{-1 \times 0.2} & \underbrace{-0.1}_{-2 \times 0.05} & \underbrace{-0.25}_{-25 \times 0.01} & \underbrace{-0.35}_{-3.5 \times 0.1} & \underbrace{-0.09}_{-9 \times 0.01} & \underbrace{-0.25}_{-2.5 \times 0.1} & \underbrace{-3.15}_{-21 \times 0.15} \end{pmatrix}$$

Ausgehend von diesen Werten lassen sich nun alle Shift-Matrizen D^ℓ berechnen:

$$D_2^1 = \begin{pmatrix} 0.06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.027 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.014 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.025 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.216 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.28 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{15} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{17} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{18} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.15 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{19} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$