Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Wirtschaftswissenschaften
Institut für Operations Research (IOR)
Optimierungsansätze unter Unsicherheit
Prof. Dr. Steffen Rebennack

Abgabge Rechnerübung
Wintersemester 2024/25

Vorname Nachname
Matr. Nr.:
Studiengang (B.Sc.)

und

Vorname Nachname
Matr. Nr.:
Studiengang (B.Sc.)

Lösungen zu Aufgabe 2

Die Unsicherheitsmenge lässt sich allgemein folgendermaßen beschreiben:

$$\mathcal{U} = \left\{ \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} (c^0)^\top & d^0 \\ \hline A^0 & b^0 \end{array}\right]}_{D^0} + \sum_{\ell=1}^{L} \zeta_\ell \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} (c^\ell)^\top & d^\ell \\ \hline A^\ell & b^\ell \end{array}\right]}_{D^\ell} \;\middle|\; \zeta \in \mathbb{Z} \right\}$$

Für die Aufgabe werden unter anderem die Zielfunktion, gegeben durch

$$\min \quad 0.22x_1+0.18x_2+0.07x_3+0.14x_4+0.55x_5+0.1x_6+0.54x_7+0.28x_8+3.2x_9$$

und die zweite Nebenbedingung

$$0.35x_1 + 7x_2 + x_3 + 2x_4 + 25x_5 + 3.5x_6 + 9x_7 + 2.5x_8 + 21x_9 \geq 56$$

benötigt.

Zuerst gilt es, die zweite Nebenbedingung in Standardform zu bringen. Dazu wird die Ungleichung mit -1 multipliziert.

$$-0.35x_1 - 7x_2 - x_3 - 2x_4 - 25x_5 - 3.5x_6 - 9x_7 - 2.5x_8 - 21x_9 \leq -56$$

Aus den entsprechenden Vorüberlegungen lässt direkt die nominale Datenmatrix D_2^0 bilden:

$$D_2^0 = \begin{pmatrix} 0.22 & 0.18 & 0.07 & 0.14 & 0.55 & 0.1 & 0.54 & 0.28 & 3.2 & 0 \\ -0.35 & -7 & -1 & -2 & -25 & -3.5 & -9 & -2.5 & -21 & -56 \end{pmatrix}$$

Die Unsicherheiten betreffen sämtliche Koeffizienten der Zielfunktion, sowie die Nährwerte für Proteine, Fette, Calcium und Vitamin B2. Zusätzlich gibt es eine Schwankung im Mindestbedarf für Proteine von $10g$. Alle Werte können den Tabellen in der Aufgabenstellung entnommen werden.

Daher ist es entscheidend, die Unsicherheiten der Ziel- und Nebenfunktionen in absoluten Werten zu ermitteln. Die Unsicherheitsgröße kann anschließend wie folgt dargestellt werden:

$$\text{ZF} = \begin{pmatrix} 0.06 & \underbrace{0.027}_{0.18\times0.15} & \underbrace{0.014}_{0.07\times0.2} & 0.04 & 0.1 & \underbrace{0.025}_{0.1\times0.25} & \underbrace{0.216}_{0.54\times0.4} & 0.1 & \underbrace{1.28}_{3.2\times0.4} \end{pmatrix}$$

$$\text{NF} = \begin{pmatrix} \underbrace{-0.07}_{-0.35\times 0.2} & \underbrace{-0.7}_{-7\times 0.1} & \underbrace{-0.2}_{-1\times 0.2} & \underbrace{-0.1}_{-2\times 0.05} & \underbrace{-0.25}_{-25\times 0.01} & \underbrace{-0.35}_{-3.5\times 0.1} & \underbrace{-0.09}_{-9\times 0.01} & \underbrace{-0.25}_{-2.5\times 0.1} & \underbrace{-3.15}_{-21\times 0.15} \end{pmatrix}$$

Ausgehend von diesen Werten lassen sich nun alle Shift-Matrizen D^ℓ berechnen. Die Anzahl der Unsicherheiten beträgt $L = 19$, woraus sich eine identische Anzahl an Shift-Matrizen ergibt. Diese sind wie folgt:

$$D_2^1 = \begin{pmatrix} 0.06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.027 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.014 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.025 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.216 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.28 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.07 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{13} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{15} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{17} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{18} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.15 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_2^{19} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$