

Exercice 4 (4 points).

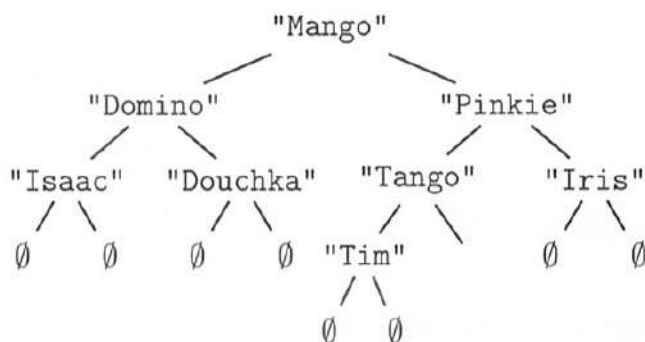
Cet exercice porte sur les arbres binaires et leurs algorithmes associés.

Un éleveur de chiens gère les informations sur ses animaux à l'aide d'un logiciel qui mémorise le pédigrée de chacun de ses chiens. Le pédigrée d'un chien correspond à son arbre généalogique.

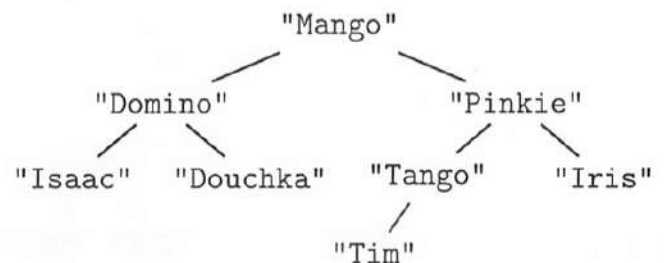
Une structure **arbre de pédigrée** est définie récursivement, soit par un arbre vide, noté \emptyset , soit par un arbre binaire où :

- la valeur du nœud est une chaîne de caractères qui représente le nom de l'animal ;
- le sous-arbre gauche est l'arbre de pédigrée du père du chien ;
- le sous-arbre droit est l'arbre de pédigrée de la mère du chien.

On représente donc graphiquement un arbre de pédigrée comme l'arbre A suivant :



Pour alléger la représentation d'un arbre de pédigrée, on ne notera pas les arbres vides, l'arbre précédent sera donc représenté comme ci-dessous.



Dans cet arbre,

- le père de Mango est Domino et sa mère Pinkie ;
- les parents de Douchka ne sont pas connus ;
- Iris est la mère de Pinkie ;
- la mère de Tango n'est pas connue.

Pour manipuler les arbres de pédigrée, on dispose des quatre fonctions suivantes :

- La fonction **racine** qui prend en paramètre un arbre de pédigrée non vide et renvoie la valeur de la racine.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de pédigrée A, **racine(A)** vaut "Mango".

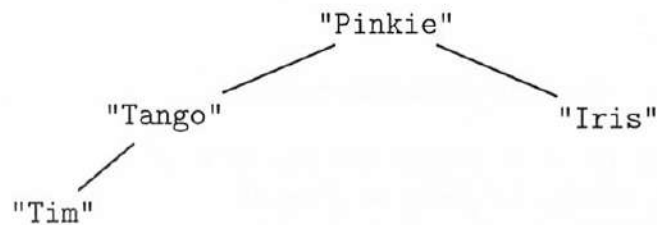
- La fonction **gauche** qui prend en paramètre un arbre de pédigrée non vide et renvoie son sous-arbre gauche correspondant à l'arbre de pédigrée du père.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de pédigrée A, **gauche(A)** est l'arbre représenté graphiquement ci-après :



- La fonction **droit** qui prend en paramètre un arbre de pédigrée non vide et renvoie son sous-arbre droit correspondant à l'arbre de pédigrée de la mère.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de pédigrée A, **droit(A)** vaut l'arbre représenté graphiquement ci-après :

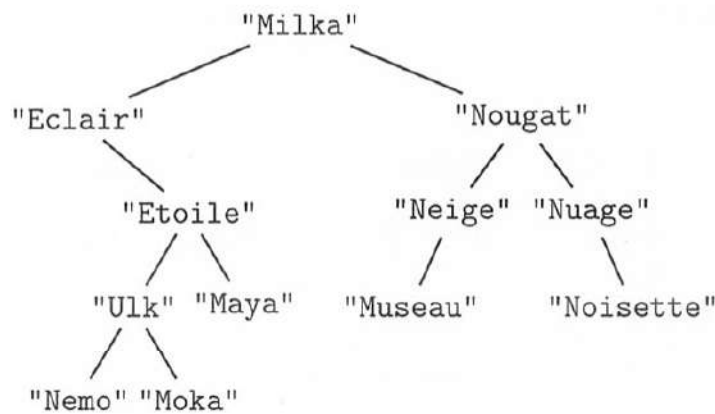


- La fonction `est_vide` qui prend en paramètre un arbre de pédigrée et renvoie `True` si l'arbre est vide ou `False` sinon.

Exemple : en reprenant l'exemple d'arbre de pédigrée A, `est_vide(A)` vaut `False`.

Pour toutes les questions de l'exercice, on suppose que tous les chiens d'un même pédigrée ont un nom différent.

1. On considère l'arbre de pédigrée B suivant :



- (a) Déterminer la valeur de la racine de cet arbre.
 - (b) On appelle feuille d'un arbre de pédigrée, un nœud dont les sous-arbres gauche et droit sont vides.
Déterminer l'ensemble des valeurs des feuilles de cet arbre.
 - (c) Déterminer si "Nuage" est un mâle ou une femelle.
 - (d) Déterminer le père et la mère de "Etoile".
2. (a) Recopier et compléter la fonction récursive Python `present` ayant pour paramètres un arbre de pédigrée `arb` et le nom d'un chien `nom` et qui renvoie `True` si ce nom est présent dans l'arbre de pédigrée ou `False` sinon.

```

1 def present(arb, nom):
2     if est_vide(arb):
3         return ...
4     elif racine(arb) == ... :
5         return ...
6     else:
7         return present( ... , ... ) or present( ... , ... )
  
```

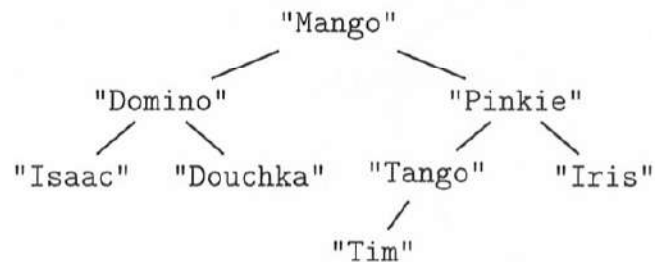
Pour toute la suite de l'exercice, on pourra utiliser la fonction `present` même si la question 2.(a) n'a pas été traitée.

- (b) Écrire une fonction Python `parents` ayant pour paramètre un arbre de pédigrée `arbre` d'un chien et qui renvoie le p-uplet `parents` des deux parents de ce chien dans l'ordre père, mère. Si un des parents est inconnu, il sera noté "".

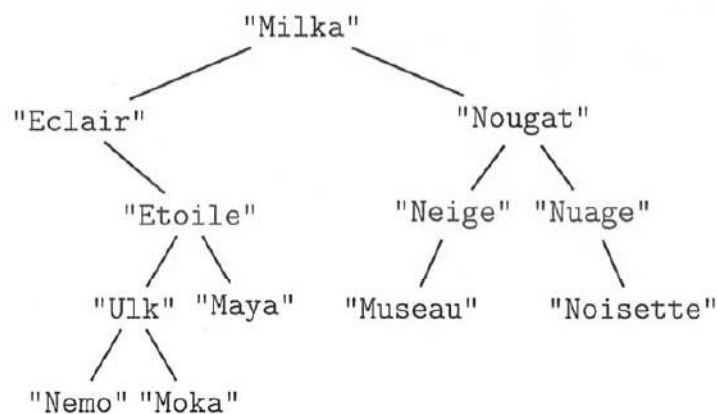
Exemple : `parents(B)` vaut `("Eclair", "Nougat")`

3. (a) On dit que deux chiens sont frères et sœurs s'ils ont le même père ou la même mère. On considère les trois arbres de pédigrée suivants :

Arbre A :



Arbre B :



Arbre C :



Parmi les trois chiens Mango, Milka et Cacao, déterminer les liens de fratrie.

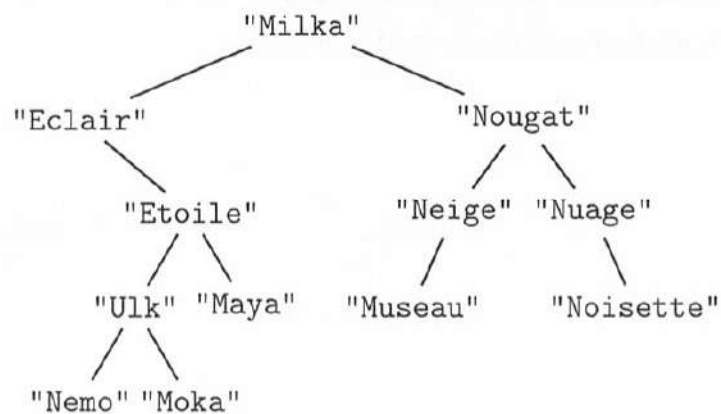
- (b) Écrire une fonction Python `frere_soeur` ayant pour paramètres deux arbres de pédigrée `arbre1` et `arbre2` correspondant à deux chiens. Cette fonction renvoie `True` si les deux chiens ont le même père ou la même mère ou `False` sinon.

4. Étant donné l'arbre de pédigrée d'un chien, on considère que :

- le niveau 0 est le niveau de la racine contenant le nom du chien ;
- le niveau 1 est le niveau des parents du chien ;
- le niveau 2 est le niveau des grands-parents du chien ;
- etc.

Proposer une fonction Python `nombre_chiens` ayant pour paramètres un arbre de pédigrée `arb` et un entier `n` et qui renvoie le nombre de noms connus dans l'arbre de pédigrée `arb` au niveau `n`.

Exemple : On considère l'arbre de pédigrée B suivant :



`nombre_chiens(B,3)` vaut 4 car les noms des chiens mentionnés dans l'arbre de pédigrée au niveau 3 sont "Ulk", "Maya", "Museau" et "Noisette".