Exercice 1. Machine de Turing

✍ **Question 1** : Soit la table d'actions d'une machine de Turing.

Table d'actions

État courant	Symbole lu	Symbole écrit	Déplacement	Nouvel état
e1	0	0	gauche	e1
e1	1	1	gauche	e1
e1		0	gauche	e2
e2			droite	fin

Exécuter la machine avec successivement les mots `10`, `0110` et `1011`, sachant que l'état initial est `e1`.

1. Quels sont les mots obtenus à l'arrêt de la machine ?
2. Que fait cette machine ?

✍ **Question 2** : Créer les machines de Turing effectuant :

1. Le **complément** d'un entier en binaire (Exemples : `10`, `0101`, `111`),
2. L'**ajout de 1** à un entier en binaire (`10`, `0101`, `111`),
3. La **soustraction de 1** à un entier en binaire (`10`, `0101`, `111`).

✍ **Question 3** : Soit la table d'actions d'une machine de Turing.

Table d'actions

État courant	Symbole lu	Symbole écrit	Déplacement	Nouvel état
e1	0	0	gauche	e1
e1	1	1	gauche	e1
e1			droite	e2
e2	0		droite	e3
e2	1		droite	e4
e3	0		droite	e3
e3	1		droite	e3
e3		1	droite	e5
e4	0		droite	e4
e4	1		droite	e4
e4		0	droite	e5
e5			gauche	fin

Exécuter la machine avec successivement les mots `10`, `0110` et `1011`, sachant que l'état initial est `e1`.

1. Que fait cette machine ?
2. A quoi correspondent les états `e3` et `e4` ?

Exercice 2. Correspondance de Post

Le **problème de correspondance de Post** est un problème de décision énoncé en 1946 par **Emil Post**, mathématicien polonais.

On se fixe un alphabet $\mathcal{A}$, i.e un ensemble de symboles.

On définit un ensemble $\mathcal{D}$ de « dominos » sur chacun desquels on écrit deux mots constitués des symboles de $\mathcal{A}$.

Le problème consiste à savoir si on peut aligner des dominos de sorte que les mots résultant sur chaque moitié sont les mêmes.

Illustration :

On fixe l'alphabet $\mathcal{A} = \{a, b\}$ et l'ensemble $\mathcal{D}$ de dominos suivant :

$\mathcal{D}_1$	$\mathcal{D}_2$	$\mathcal{D}_3$
ab	a	bba
aa	baa	bb

Cette instance admet la solution $(\mathcal{D}_3, \mathcal{D}_1, \mathcal{D}_3, \mathcal{D}_2)$.

$\mathcal{D}_3$	$\mathcal{D}_1$	$\mathcal{D}_3$	$\mathcal{D}_2$
bba	ab	bba	a
bb	aa	bb	baa

Les mots de chaque moitié sont les mêmes, à savoir : $bbaabbbaa$.

✍ **Question 1** : Existe-t-il une autre solution à cette instance du problème ?

✍ **Question 2** : Existe-t-il une solution pour les instances suivantes ?

1.

$\mathcal{D}_1$	$\mathcal{D}_2$	$\mathcal{D}_3$
bb	ab	c
b	ba	bc

2.

$\mathcal{D}_1$	$\mathcal{D}_2$	$\mathcal{D}_3$	$\mathcal{D}_4$
b	a	ab	aba
a	$ababa$	b	a

3.

$\mathcal{D}_1$	$\mathcal{D}_2$	$\mathcal{D}_3$	$\mathcal{D}_4$
aab	ab	ab	ba
a	abb	bab	aab