MINIPROJET DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE 2017-2018

Ce projet a pour but de vous initier à la modélisation et au choix de stratégies d'optimisation sur un problème de la vie réelle. Pour plusieurs questions, l'utilisation d'outils du cours non mentionnés simplifie la modélisation et la résolution.

1. Instructions générales

Ce projet se fait par groupe de deux. Envoyer un mail dès que possible à axel.parmentier@enpc.fr pour inscrire le groupe et recevoir en retour les données numériques pour les expérimentations du premier problème. Ce projet est à rendre pour le 11 janvier 2018 minuit au plus tard, par mail.

- Un dossier `groupe-xx.zip` contenant tous les fichiers sera rendu, où `xx` est le numéro de groupe à deux chiffres. Ce dossier contiendra:
  - le rapport
  - un dossier `solutions` contenant tous les fichiers solutions.
- Le ficher du rapport devra avoir le nom `rapp-xx.pdf` où `xx` est le numéro de groupe à deux chiffres (Exemple : `rapp-01.pdf`). N'oubliez pas d'indiquer vos noms, prénoms et groupes dans les rapports. *Le rapport devra être concis : 4 pages en police 12 maximum.*
- Les fichiers de solutions devront être retournés au même format `.csv` que celui utilisé pour les exemples de solution données (dans le dossier *solutionExemples*) avec pour nom `sol-nomInstance-xx.csv` où `xx` est le numéro de votre groupe à deux chiffres.
- Un fichier de solution pour l'instance `versaillesOpt.csv` pourra être renvoyé pour le 4 décembre minuit. Le groupe avec la meilleure solution aura un bonus de *2 points*.
- Chaque groupe dont *toutes* les solutions sont meilleures que celles calculées avec une heuristique simple dont les valeurs sont fournies dans les fichiers `valeursGroupes.txt` et `valeursSolutionsHeuristiqueSimple.txt` aura un bonus de *1 point* (n'oubliez pas de le mentionner dans le rapport).

2. Problème de volets au château de Versailles

Les volets du château de Versailles ont été refaits cette année. Ceux-ci étant anciens et produits de manière artisanale, les volets et les fenêtres sont tous différents (plus ou moins haut, large, etc.). Au moment de repeindre les volets, les artisans ont poncé les numéros des volets. Lorsque les ouvriers ont reposé les volets au hasard, ils se sont aperçus que ceux-ci ne ferment plus. L'architecte des monuments historiques missionne votre société pour replacer les volets. Les volets reposent sur deux gonds. Les fenêtres et les volets sont des rectangles. Pour chaque volet v, on mesure la hauteur h_v^{GS} entre le gond du haut et le sommet, la hauteur h_v^{IG} entre les deux gonds, la hauteur totale h_v^T, et la largeur ℓ_v. Pour chaque fenêtre f, on mesure la hauteur $h_f^{\mathrm{g},GS}$ (resp. $h_f^{\mathrm{d},GS}$) entre le gond du haut et le sommet à gauche (resp. à droite), la hauteur $h_f^{\mathrm{g},IG}$ (resp. $h_f^{\mathrm{d},IG}$) entre les deux gonds, la hauteur totale h_f^T et la largeur totale ℓ_f. La figure 1 donne les mesures qui ont été faites sur chaque fenêtre f, volet gauche u et volet droit v.

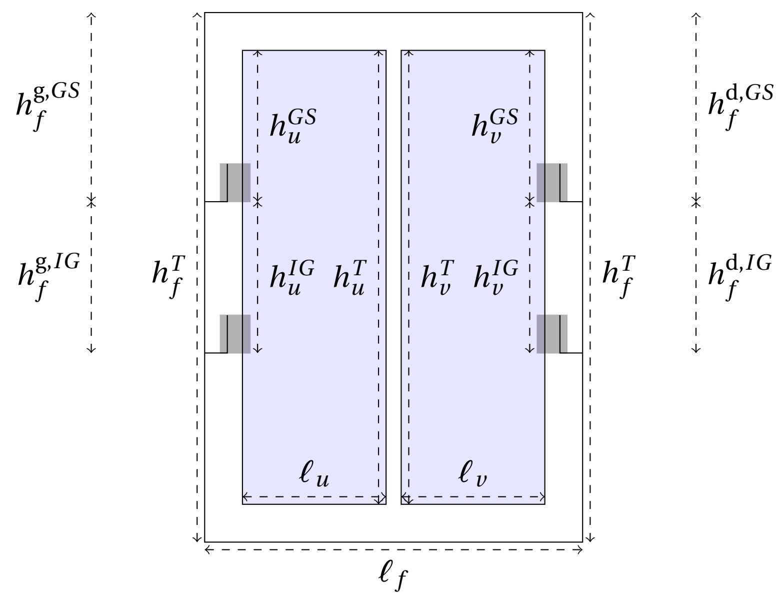

FIGURE 1. Mesures faites sur la fenêtre f, le volet gauche u et le volet droit v.

Le but est de trouver une affectation des volets aux fenêtres. Les volets u et v ne vont pas bloquer sur la fenêtre f si leurs rectangles (ajustés au niveau des gonds) rentrent à l'intérieur du rectangle de f. Il n'est pas gênant que la distance entre les gonds d'un volet soit différente de celle de la fenêtre. Si $h_f^{g,IG} > h_v^{IG}$, le volet v reposera uniquement sur le gond du haut. Si $h_f^{g,IG} < h_v^{IG}$, le volet v reposera uniquement sur le gond du bas. Les volets peuvent bloquer en haut, en bas ou en largeur. Pour simplifier, nous supposons que les volets n'ont pas besoin de marge pour fermer et que les gonds ont une taille nulle. Vous devez donner un coup de rabot par dimension qui bloque (en haut, en bas, au milieu). Lorsque cela bloque au milieu, un seul des deux volets est raboté au milieu. En résumé, les volets u et v ne devront pas être rabotés si installés sur f si les équations suivantes sont satisfaites.

(1a) $$h_u^{IG} + h_u^{GS} \le h_f^{g,IG} + \le h_f^{g,GS} \text{ et } h_u^{GS} \le h_f^{g,GS} \qquad \text{gauche en haut}$$

(1b) $$h_u^T - (h_u^{IG} + h_u^{GS}) \le h_f^T - (h_f^{g,IG} + h_f^{g,GS}) \text{ ou } h_u^T - h_u^{GS} \le h_f^T - h_f^{g,GS} \qquad \text{gauche en bas}$$

(1c) $$h_v^{IG} + h_v^{GS} \le h_f^{d,IG} + \le h_f^{d,GS} \text{ et } h_v^{GS} \le h_f^{d,GS} \qquad \text{droite en haut}$$

(1d) $$h_v^T - (h_v^{IG} + h_v^{GS}) \le h_f^T - (h_f^{d,IG} + h_f^{d,GS}) \text{ ou } h_v^T - h_v^{GS} \le h_f^T - h_f^{d,GS} \qquad \text{droite en bas}$$

(1e) $$\ell_u + \ell_v \le \ell_f \qquad \text{largeur}$$

Un coup de rabot devra être donné pour chaque équation violée. Pour une fenêtre f et deux volets u et v, 5 coups de rabot au maximum devront être donnés. Raboter et repeindre les volets étant cher, vous souhaitez trouver une affectation des volets aux fenêtres qui minimise le nombre de coups de rabot à donner.

Questions.

(1) Expliquer les contraintes (1a) et (1b). (*0.5 point*)

(2) Supposons qu'il y ait n fenêtres, n volets gauches et n volets droits. Combien y a t'il d'affectations possibles des volets aux fenêtres ? (*0.5 point*)

3. Une hypothèse simplificatrice

On suppose pour l'instant que toutes les fenêtres sont identiques et que les volets ne peuvent bloquer qu'en largeur. Chaque groupe recevra une instance personnalisée `largeur-xx.csv`.

Questions.

(1) Donner un programme linéaire en nombres entiers qui permette de minimiser le nombre de volets à raboter. (*1.5 points*)

(2) Peut on se ramener à un programme linéaire? Quel algorithme faut-il utiliser en pratique si l'on veut résoudre ce programme linéaire en temps polynomial (*1 point*).

(3) Proposer un algorithme polynomial simple pour le problème. Quelle est sa complexité? (*1.5 points*).
Indice: on pourra commencer par le cas où il existe une solutions sans volet qui bloque, puis s'y ramener dans le cas générale).

(4) A l'aide d'un solver PLNE comme GLPK ou GUSEK (ou autre), proposer une affectation optimale des volets pour vos instances. (*3 points*)
- Les instances suivantes devront être considérées (où `xx` est à remplacer par votre groupe).
  - `largeurGrandeFaisable`
  - `largeurGrandeOpt`
  - `largeurGroupeFaisable-xx`
  - `largeurGroupeOpt-xx`
- Les fichiers de solution seront retournés au format spécifié.
- Selon la modélisation et le solveur utilisé, il se peut que la plus grosse instance ne soit pas résolue de manière optimale pas être résolue de manière optimale.
- Si le solveur de trouve pas la solution optimale, donner la meilleure solution trouvée et donner le gap.

4. Problème complet

Nous revenons maintenant au problème initial. Il vous est fourni les instances suivantes, communes à tous les groupes :

- `moyenneFaisable`
- `moyenneOpt`
- `grandeFaisable`
- `grandeOpt`
- `versaillesFaisable`
- `versaillesOpt`

ainsi que les instances

- `groupeFaisable-xx`
- `groupeOpt-xx`

qui sont spécifiques à votre groupe `xx`.

Ce qui est demandé. Par une/des stratégie(s) de votre choix, proposer pour chaque instance une affectation des volets.

- Vous rendrez un fichier au format voulu donnant votre solution pour chaque instance.
- La qualité des stratégies de résolution utilisée et de leur présentation dans le rapport sera notée sur *6 points*.
  - Prouver tout résultat intéressant sur ces approches (exactitude, complexité, etc.). La rigueur et la qualité de la rédaction seront particulièrement prises en compte.
  - Pour les résultats numériques, fournir les couts des solutions, leur optimalité / gap.
- La qualité des solutions (objectif = nombre de coups de rabot nécessaires) fournies sera notée sur *6 points*.
  - Les solutions fournies par les différents groupes pour les instances `versaillesFaisable` et `versaillesOpt` seront classées par qualité. Sur les 6 points, 4 seront liés au classement. (4 points pour le premier groupe, 3 pour le second, 2 pour ceux qui sont dans le premier quart, 1 pour ceux qui sont dans le deuxième quart, 0 pour les autres).