

The challenge exercise of the Vector-valued function

1. กำหนดสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุ ณ เวลา t ใด ๆ อยู่ในรูป

$$x = 5 \cos t, y = 3 \sin t, z = 4 \sin t$$

(ข้อสอบเก่า MTH 201 ปลายภาค ปี 60)

Let the position vector of particle moving at an arbitrary time t in this form.

- 1) Find the position vector ($r(t)$)
- 2) Find the velocity (v)
- 3) Find the acceleration (a)
- 4) Find the velocity speed ($\|v\|$)
- 5) Find the acceleration speed ($\|a\|$)
- 6) Find the curvature ($k(t)$)

2. กำหนดให้ $\vec{r}(t) = 3\vec{i} + \left(\frac{t^2}{2}\right)\vec{j} + \left(\frac{t^3}{3}\right)\vec{k}$ จงหา

2.1 เวกเตอร์ตำแหน่ง (position vector) ที่ $t=1$

- 1) Find the position vector ($\mathbf{r}(t)$) at $t=1$
- 2) Find the unit tangent vector: $\mathbf{T}(t)$ at $t=1$
- 3) Find the unit normal tangent vector: $\mathbf{N}(t)$ at $t=1$
- 4) (Extra) Find the unit binormal vector: $\mathbf{B}(t)$ at $t=1$

3. กำหนดให้ C เป็นเส้นโค้งของฟังก์ชันเวกเตอร์

$$\vec{r}(t) = (t^3 - 3)\vec{i} + (5t + 1)\vec{j} + 3\cos(t - 2)\vec{k} \text{ จงหาสมการอิงตัวแปรเสริมของ}$$

เส้นสัมผัสเส้นโค้ง C ณ จุดที่ $t = 2$

3. Find the arc length parameterization of the curve $\mathbf{r}(t)$ at $t = 2$

4. วัตถุเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้งที่กำหนดโดยเวกเตอร์บอกตำแหน่ง

$$\vec{r}(t) = \cos(2t)\vec{i} + \sin(2t)\vec{j} - \sqrt{5}t\vec{k}$$

จงหา

(ข้อสอบเก่า MTH 201 ปลายภาค ปี 61)

4.1 ความเร็ว (velocity) ณ เวลา t ใด ๆ

- 1) Find the velocity (v)
- 2) Find the acceleration (a)
- 3) Find the velocity speed ($\|v\|$)
- 4) Find the acceleration speed ($\|a\|$)

5. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนไปตามเส้นโค้ง C ด้วยอัตราเร็วคงที่ 3 เมตรต่อวินาที ถ้า
เวกเตอร์สัมผัสหนึ่งหน่วยของเส้นโค้งนี้ ณ เวลา t ใด ๆ คือ

$$\cos t \vec{i} + \frac{2}{3} \sin t \vec{j} + \frac{\sqrt{5}}{3} \sin t \vec{k} \quad \text{จงหา}$$

(ข้อสอบเก่า MTH 201 ปลายภาค ปี 59)

- 1) Find the unit normal vector of particle: $N(t)$ at any t .
- 2) Find the curvature C : $(k(t))$
- 3) Find the radius of the curvature C , at $t = \frac{\pi}{6}$

5.4 ถ้าเวลา $t = \frac{\pi}{3}$ วินาที วัตถุอยู่ตำแหน่ง $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, -1, -\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$ จงหาจุด

ศูนย์กลางของความโค้งของเส้นโค้ง C ณ เวลา $t = \frac{\pi}{3}$

8. วัตถุเคลื่อนที่ไปตามเส้นโค้ง C ด้วยอัตราเร็วคงที่ 5 เมตรต่อวินาที โดยที่ ณ เวลา t ใด ๆ เส้นโค้ง C

i. มี $-3\sin t \vec{i} + 3\cos t \vec{j} + 4\vec{k}$ เป็นเวกเตอร์สัมผัสเส้นโค้ง

ii. มี $-\cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}$ เป็นเวกเตอร์ตั้งฉากหนึ่งหน่วย

iii. มี $\frac{4}{5}\sin t \vec{i} - \frac{4}{5}\cos t \vec{j} + \frac{3}{5}\vec{k}$ เป็น unit binormal vector

จงหาค่าการบิด (torsion) ของเส้นโค้ง C ณ เวลา $t = \frac{\pi}{2}$

9.1 Sketch the curve C determined by $\vec{r}(t) = t\vec{i} + (t^2 - 4)\vec{j}$, and indicate the orientation.

9.2 Sketch $\vec{r}(1)$ and $\vec{r}'(1)$

(ข้อสอบเก่า MTH 201 inter ปี 2558)

10. Sketch the curve C determined by $\vec{r}(t) = (t^2 + 1)\vec{i} + t\vec{j} + 3\vec{k}$

(ข้อสอบเก่า MTH 201 inter ปี 2553)

11. Find unit binormal vector \vec{B} of the position of a moving particle is given by $\vec{r}(t) = (e^t \cos t)\vec{i} + (e^t \sin t)\vec{j} + 2\vec{k}$.

12. Determine the torsion of $\vec{r}(t) = (6 \sin t)\vec{i} + (6 \cos t)\vec{j} + 8t\vec{k}$.

13. Find $T(t)$, $N(t)$, and $B(t)$ for the given value of t . Then find equations for the osculating, normal, and rectifying planes at the point that corresponds to that value of t when $\vec{r}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + \vec{k}$; $t = \frac{\pi}{4}$.