1.10 Т, Е, Н, Я, Р, О

на отдельных карточках

а) 3 карточки ТОР ~~ТЕОРИЯ~~

$P(A) = \frac{m}{n}$ общее: $n = A_6^3$

$P(A) = \frac{1}{A_6^3} = \frac{1}{120}$ $A_6^3 = \frac{n!}{(n-m)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4$

б) 6 карточек ТЕОРИЯ

$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{1}{P_6} = \frac{1}{6!} = \frac{1}{720}$

1.11.

Ананас

3-карточки → А

2 → Н

1 → С

$n = P_6 = 6! = 720$ $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{P_3 P_2 P_1}{720}$

$= \frac{3!2!1!}{720} = \frac{12}{720}$ 1

1.12 30 из 10 - разряд

3 студенты разряд?

$A = 3$

$P(A) - ?$

$m = C_{30}^{3} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

$= \frac{30!}{3!\,27!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30}{3!} =$

$n = C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\,7!} =$

$= \frac{10 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= \frac{61}{203} \approx 0{,}03$

$P(A) = \frac{m}{n} = 0{,}03$

1.13 2-9 → ТАЖЕЙ → 4 человека

а) на 6-м $A - ?$

$9 - 1 = 8$ - способов $n = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^4$

$P(A) = \frac{1}{8^4} = 0{,}0024$ $m = 1$

б)

$P(B) = \frac{8}{8^4} = \frac{1}{8^3} = 0{,}00195$

1.14 4,56 6из 45

а) 6 цифр

$P(A) = \frac{m}{n} =>$ $n = C_{45}^{6} = \frac{45!}{6!\,39!} = \frac{45\cdot 44\cdot 43\cdot 42\cdot 41\cdot 40}{6!} = 1224$

$m = 1$

$P(A) = \frac{6!}{45\,44\,43\,42\,41\,40} = 0{,}00000012$

б) 4 цифр

$P(B) = \frac{m}{n}$ $n = C_{45}^{6}$

$m = C_{4}^{4} \cdot C_{39}^{2}$ $P(B) = 0{,}00136$

выигр => не выиграш

1.15 100 изделий 4 брак

партия => 2 части

а) 1 потребителю 2 потребит.

A

$n = C_{100}^{50}$ $P(A) = 0{,}17$

$m = C_{96}^{46} C_{4}^{4} \cdot C_{96}^{50} \cdot C_{4}^{0}$

3

1.15

б) обоим поровну

$n = C_{100}^{50}$ $P(B) = 0{,}323$

$m = C_4^2 \cdot C_{96}^{48}$

1.15А 21 из 25

3 марки 5, 7, 13

а) А одной марки

$25 - 21 = 4$ $n = C_{25}^4$

$m_1 = C_5^4$ $m_2 = C_7^4$ $m_3 = C_{13}^4$

$P(A) = \frac{C_5^4 + C_7^4 + C_{13}^4}{C_{25}^4} = 0{,}06$

б)

$m_1 = C_5^1 C_7^1 C_{13}^2$

$m_2 = C_5^1 C_7^2 C_{13}^1$

$m_3 = C_5^2 C_7^1 C_{13}^1$

1 ⇒ 1 1 2

2 ⇒ 1 2 1

3 ⇒ 2 1 1

$P(B) = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{C_{25}^4}$

1.16 5ж и 5м

а) A $n = P_{10} = 10!$

$m_1 = ? \; 2 \times 5! \cdot 5!$ $P(A) = \frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = 0{,}01$

б) B $m_2 = 5 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!$

$P(B) = 0{,}001$

1.16а) $m = 25$

$n = 365$ $P(\bar{A}) = \frac{A_n^m}{\tilde{A}_n^m} = 1 - \frac{A_n^m}{\tilde{A}_n^m}$

$P(A) = 0{,}569$

б) $1 - \frac{A_n^m}{n^m} > 0{,}5$

$\Rightarrow m \geq 27$

1.17 3 купе 4 места

$7_n \to 7б$

а) все п. в 2-а купе

$n = C_{36}^7$ $m_1 = C_9^2 \cdot C_8^7$

$P(A) = \frac{m_1}{n} = 0{,}0000343$

5

1.17 б) в семь купе

$n = C_{36}^{7}$ $m_2 = C_9^7 \cdot 4^7$

$P(B) = 0{,}07$

в) в три купе

$P(D)$ $n = C_{36}^{7}$

$m = C_9^3 (6 \cdot C_4^4 C_4^2 C_4^1 + 3 C_4^3 C_4^3 C_4^1 + 3 C_4^3 C_4^2 C_4^2)$

$P(D) = 0{,}007$

1.17а A -> приз B - прем C - мед

а) A+B или приз или прем

б) ABC и A и B и C

в) AB - C (A и B) то получит C

если

6

1.26 1 – 0,9
2 – 0,9
3 – 0,8

а) только 2 экзам: A_i – i-й экзамен
B – только 2

$B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \Rightarrow P(B) = 0{,}1 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}2 = 0{,}018$

б) P(C) один из 3

$P(C) = P(\underbrace{A_1 \cdot \bar{A}_2 \bar{A}_3}_{P(\ )} + \underbrace{\bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3}_{P(\ )} + \underbrace{\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3}_{P(\ )}) =$
$= 0{,}044$

в) $P(D) = P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0{,}648$

г) 2 экзамена: $E = A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3$
$+ \bar{A}_1 A_2 A_3 \Rightarrow P(E) = 0{,}954$

д) $P(A_1 + A_2 + A_3) = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 0{,}998$

1.27 A_i – выход из строя
B – разрыв

$P(B) = P(A_1 + A_2 A_3) = P(A_1) + P(A_2)P(A_3) -$
$- P(A_1 \cdot A_2 A_3) = 0{,}154$

1.28

A_i – деталь

B одна на 3-м станке

а) $P(A_1) = \frac{}{1+3+6} = 0,1$ $P(A_2) = 0,3$ $P(A_3) = 0,6$

$B = A_1 A_3 + \cancel{A_1 A_2} + A_2 A_3 + A_3 A_1 + A_3 A_2$

$P(B) = 0,48$

б) $C = \cancel{A_1 A_1} + \cancel{A_2 A_2} + A_2 A_3$

$P(C) = 0,46$

1.29

A_i – вопросы 1 и 2

B вопрос по теме 1-5

C – экзамен

$C = B_1 B_2 B_3 B_4 B_5$ $P(C) = \prod (P_i(B_i)) = (P(B))^5$

$P(B) = P(A_2 + A_1) =$

$= 1 - P(\overline{A_1}) P(\overline{A_2}) = 1 - \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = 0,7$

$P(C) = 0,2^{5}$

1.30 A – при каждом

а) B – при – 3-ем

$B = \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 \Rightarrow P(B) = (P(\bar{A}))^2 \cdot P(A)$

$= 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 =$

б) C – менее 3 раз

$C = \bar{A} + A\bar{A} + A\bar{A}\bar{A} \Rightarrow P(C) = 0{,}9$

1.31 половина выиграш

A_i – выиграш на i билетах

ν – ?

$P(A_1 + \dots A_n) = 1 - (1-p)^n \geq x$

$(1-p)^n \leq 1 - x$ $\quad x = 0{,}99$

$n \lg(1-p) \leq \lg(1-x)$ $\quad p = 0{,}5$

n – ?

$n \geq \frac{\lg(1-x)}{\lg(1-p} \Rightarrow n \geq 10$

1.31а

80% – физические
20% юридические
все 40% → долгосрочные
30% → физ

A – физлицо
B – долгосрочные

$P(A) = 0,8$ $P(\bar{A}) = 0,2$
$P(B) = 0,4$ $P_A(B) = 0,3$

$P(\bar{A}B) = P(B - AB) = P(B) - P(A)P(B|A)$

$B = \bar{A}B + AB$

$0,4 - 0,8 \cdot 0,3 = 0,16$

1.32

A_i – выпадение 6-очков
B – выиграш

$P(A_1) = \frac{1}{6}$ $P(A_2) =$

$P(\bar{A}_1 A_2) =$

$P(A_1 A_2 A_3) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \frac{1}{6}$

$P(B) = P(A_1) + P(A_1 A_2) + \ldots$

для второго $P(B) = 0,3$
$= 0,3$

10

1.33

1-ый → 0,7
2ор → 0,8

$P(A)=0,7$
$P(B)=0,8$

A – 1ый попал
B – 2ой

C – в мишени 2 – пробоина

$$C = A_1B_1 + A_1\bar{B}_1A_2 + \bar{A}_1\bar{B}_1B_2 + \bar{A}_1\bar{B}_1A_2B_2$$

$P(C) = 0,87$

1.33 А

$P(A) = 0,1$
$P(B/A) = 0,1$
$P(B/\bar{A}) = 0,6$

а) $P(A+B)$?
$P(\bar{A}+\bar{B})$?

$P(AB) = P(A)\cdot P(B/A) = 0,01$
$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})\cdot P(B/\bar{A}) = 0,1$

$P(B) = P(AB+\bar{A}B) = 0,58$

$P(A+B) = P(A)+P(B)-P(AB) = 0,9$

б) зависимы $P(B/A) \neq P(B)$

2.9 20% - но нег. цене

1) $p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$

$P_{5,9} = C_9^5\, 0{,}8^5\, 0{,}2^4 = 0{,}06$

2) все проданно

а) ~~хотя бы~~ < 2:

$P_9(m < 2) = P_{0,9} + P_{1,9} = 0{,}136$

б) $\leq$

$P_9(m \leq 2) = \ldots + P_{2,9} = 0{,}7$

в) $P_9(m \geq 2) = P_{2,9} + \ldots P_{9,9} \Rightarrow$

$P_9(m \geq 2) = 1 - P_9(m < 2) =$

$= 1 - (P_{0,9} + P_{1,9}) = 0{,}864$

г) $P_{max} \Rightarrow 9 \cdot 0{,}2 - 0{,}8 < m < 9 \cdot 0{,}2 + 0{,}8$

$1 < m \leq 2$

$P_{max} = P_{1,9} + P_{2,9} = 0{,}6$

формула Байеса

$P_B(A) = \frac{P(A)\, P_A(B)}{P(B)}$

$P_B(A_i) = \frac{P(A_i)\, P_{A_i}(B)}{\sum P(A)}$

$P(A) = P(B)\, P_B(A) + P(\bar{B})\, P_{\bar{B}}(A)$

Пуассон

$\lim_{n \to \infty} P_{m,n} = P_m(\lambda) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$

$\lambda = np \leq 10$

$n \to \infty$

$p \to 0$

~~бернулли~~

$P_{n,m} = C_n^m p^m q^{n-m}$

$P_{m,n} \approx \frac{f(x)}{\sqrt{npq}}$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

$x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$

2.10 10000 - изделий

повреждения - 0,02%

а) из 10000 будет повреждено: $m = 3$

$p = 0{,}0002$

$n = 10000$

$\lambda = n \cdot p = 2 \leq 10$

$P_{3,10000} = \frac{2^3 \cdot e^{-2}}{3!} = 0{,}18$

$m \geq 3$

$P_{10000}(m \geq 3) = P_{3,10000} + \ldots$

$P_{10000} = 1 - P_{10000}(m < 3) = 0{,}3$

б) $p = 1 - 0{,}0002 = 0{,}9998 \Rightarrow P_{9997,10000}$

$P_{10000}(m \leq 3) = 0{,}8$

12

3.18 $p = 0{,}515$

$n = 4$

$m = 0, \ldots 4$

0	1	2	3	4	X
0,05	0,2	0,3	0,26	0,07	p

$\sum p = 1$

$P_0 = C_4^0 \, 0{,}515^0 \cdot 0{,}485^4 = 0{,}05$

$P_1 = C_4^1 \cdot 0{,}515^1 \cdot 0{,}485^3 = 0{,}2$

$P_2 = 0{,}3$

$P_3 = 0{,}26$

$P_4 = 0{,}07$

$M(x) = \sum x_i p_i = n \cdot p = 4 \cdot 0{,}515 = 2{,}06$

$D(x) = npq = 0{,}989$

3.19 $p = 0{,}4$

а) $M = 5$

$X = 1 \ldots 5$

$m \to ?$

$P(A_1) = 0{,}4$

$P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = (1 - 0{,}4) \cdot 0{,}4 = 0{,}2$

$P(X=3) = 0{,}14$

$P(X=4) = 0{,}08$

$P(X=5) = P(\bar{A}_1) P(\bar{A}_2) P(\bar{A}_3) P(\bar{A}_4) = 0{,}12$

1	2	3	4	5	X
0,4	0,2	0,14	0,08	0,12	p

$D(x) = M(x^2) - M(x) = 1{,}96$

б)

X	1	2	3	4	5	m
p	0,4	0,2	0,4	0,8		$0{,}6^{n-1} \cdot 0{,}4$

$M(x) = \frac{1}{(1-x)^2} xp$

$M(x) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 2{,}5$

$D(x) \to \frac{1+x}{(1-x)^3} * p = 0{,}4 \cdot 25 = 10 \Rightarrow D = 10 - 2{,}5^2 = 3{,}75$

3.20 В из 10 → нейтральн

$X = 0, 1, 2, 3$ $C_{10}^4 = n$

$C_3^i C_7^{4-i} = m$

$P(X=0) = \frac{1}{6}$

$P(X=1) = \frac{1}{2}$

$P(X=2) = \frac{3}{10}$

$P(X=3) = \frac{1}{30}$

X	0	1	2	3
P	1/6	1/2	3/10	1/30

$\sum p_i = 1$

$M(X) = \sum p_i \cdot x_i = 1,2$ $\Rightarrow D = 0,56$

$M(X^2) = \sum p_i x_i^2 = 2$

3.21

X	x_1	x_2
P	0,8	0,2

$M(X) = 3,2$

$D(X) = 0,16$

$\begin{cases} 0,8x_1 + 0,2x_2 = 3,2 \\ 0,8x_1^2 + 0,2x_2^2 = 0,16 \end{cases} \Rightarrow$ 1: $x_1 = 3,8$, $x_2 = 4$; 2: $x_1 = 3,4$, $x_2 = 2,4$

$F(X) \begin{cases} 0 & x \le 3 \\ 0,8 & 3 < x \le 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$

3.22 → 4 станка

1 час 1 — 0,9

2 — 0,8

3 — 0,75

4 → 0,7

X? CDF

1 способ:

$P(Y=0) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4) = 0,0015$

$P(Y=1) = P(A, \bar{A}, \bar{A}, \bar{A}) + P(\bar{A}, A, \bar{A}, \bar{A}) + P(\bar{A}\bar{A}A\bar{A}) + P(\bar{A}\bar{A}\bar{A}A)$

$P(Y=2) = $ —//— $= 0,16$

$P(Y=3) = $ —//— $= 0,42$

$P(Y=4) = $ —//— $= 0,37$

X	0	1	2	3	4
P	0,015	0,0275	0,16	0,42	0,37

3.23

1 урна → 6б, → 4г

2 урна → 3б, → 7г

2ш, 1ш

A_i – извлечение i белого ш.

B – – II черного ш.

CDF?

1 урна / 2 урна

$X = 4, 5, 6$ или 7

$P(X=4) = P(A_1 A_2 \bar{B}) = \frac{7}{36}$

$P(X=5) = P(A_1 \bar{A}_2 \bar{B} + \bar{A}_1 A_2 \bar{B} + A_1 A_2 B) = 89/180$

$P(X=6) = 5/18$

$P(X=7) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 B) = 1/30$

X	4	5	6	7
	7/36	89/180	5/18	1/30

Y	2	3	4	5
P	1/30	5/18	89/180	7/36

$X+Y=9$

$Y=9-X$

3.23А

прекращение → $p = \frac{1}{2}$

выжить $p = \frac{1}{3}$

разделиться $p = 1/6$

X 0, 1, 2, 3, 4

$A_i(B_i)$ – ?

$P(X=0) = P(A_0 B_0 + A_1 B_0 + A_2 B_0) = 17/24$

$P(A_0) = 1/2$

$P(A_1) = 1/3$

$P(A_2) = 1/6$

$P(X=1) = 1/6$

$P(X=2) = \frac{11}{108}$

$P(X=3) = 1/54$

$P(X=4) = \frac{1}{216}$

X	0	1	2	3	4
P	17/24	1/6	11/108	1/54	1/216