

$$30^{23p} + 23p^{30} \text{ 质数吗}$$

$$- a^p \equiv a \pmod{p}$$

$$x^n + y^n = z^n \text{ 无正整数解}$$

$$30^{23p} = 30 \pmod{23p}$$

$$\Rightarrow 30 = 30 + 23pn$$

$$23p^{2p} \equiv 23p \pmod{2p}$$

$$23p^{30} \equiv 23p^2 \pmod{2p}$$

就是说分解成

$$30^{23p} = a \pmod{m}$$

$$= 30 \pmod{m}$$

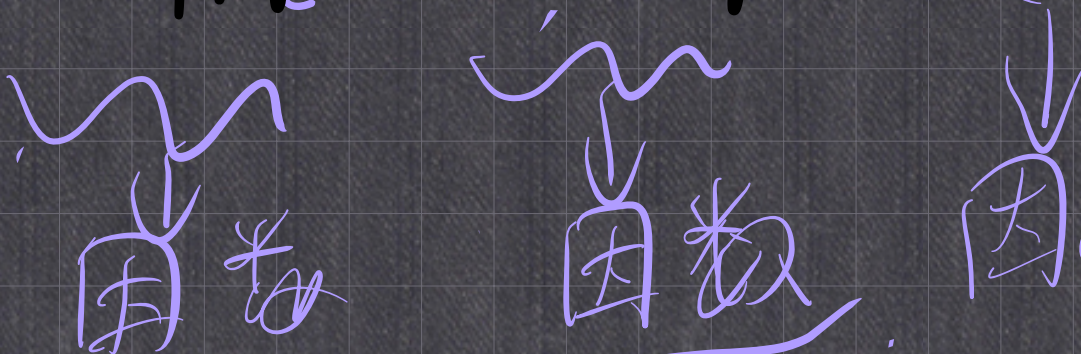


$$L_S X = D L_{\text{matrix}}$$

$$\Rightarrow \text{Field} = K m + a + K n + b$$

$$= [K_1 m + K_2 n + (a+b)]$$

$$K_1 m + K_2 n + (a+b)$$


 因数      因数      因数

有非2的公  
共因数易知!



而  $K, K_2$  互素

$$\Rightarrow (m, n, (a+b))$$

ggT 不为 1

$$\star 3 \mid 2^{3p} \equiv 30 \pmod{2^{3p}}$$

有哪些可能?

2. b



$$23p^{01} \equiv 23p \pmod{2p}$$

$$\star 23p^{30} \equiv 23p^2 \pmod{2p}$$

$$\equiv 20 \pmod{2p}$$

X  $m, n$  是质数  
看来不可估

一开始傻了

$$23p^{30}$$

$$\begin{matrix} 23p \\ 30 \end{matrix}$$

|||



$$23p^n + 30$$

(Fermat's)

$$23p^{30} + 23p^n + 30$$

只有  $23p$  作为唯一因数

$$23p^{30} = m + n.$$

那也试图从  $m, n$

身上拆出

$\rightarrow 23p$  以外的因数。



~~mm 23p 就不是~~  
是唯一因素。

只有将  $23p^{30}$

变成  $m+n$

然后才能消去  
一部分！

对于  $30^{23p}$



$$30^{23p} \equiv 30 \pmod{23p}$$

$$30^{23\lambda} \equiv 30 \pmod{23\lambda}$$

$$30^{23p} \equiv \overset{a}{\cancel{30}} \pmod{m}$$

⇒ 写成  ~~$30m + a$~~  + a

比  $23p$  小的质数

完全未知



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

⇒ 休想从  $(m, a)$

得到  $2m$  与  $ggT$

↗ 外面公共因子

$$23p^{30}$$

$$1K \textcircled{n} + b$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

2n 1p, n



DECOM

在有限

$$gg \pi (m, n) = 2$$

$$[ \text{除非 } m = n !$$

[ 选同样白的底 ]

$$23p^{30} = (23p^2)^{15}$$

在有限



都是电子的

31

$23p^{30} + 30^{23p}$   
有效数 31



$$\begin{aligned} & \text{Hilbert} \\ & \textcircled{1K} P_1 + a \\ & \textcircled{1K} P_2 + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 23p \text{ ( } 23p^{30} + 30 \text{ )} \\ & \textcircled{- 23p^{31}} + 30 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & \quad \quad \quad \downarrow \end{aligned}$$

$\times 23p$



$$23p^{31} \equiv 23p$$

$$31 \quad (\text{mod } 31)$$

$$30 \equiv 30 \pmod{31}$$

$$23p \equiv 31$$

$$7 \times 31 = 217$$

$$7.2p$$



$$= \overbrace{212}^{212} = \underline{22}$$

$$= 7(30^{31})^7 + 3^{22}$$

$$\text{mod } 31$$

$$\Rightarrow 30^7 + 3^{22}$$

$$\text{mod } 31$$



$$= 13$$

$$\begin{array}{r} 30 \quad 23p \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \times 23p \end{array}$$

mod 31

$$23p^{31} \equiv 23p$$



↓ ... (mod 31)  
是 9!

$$\text{而 } 238 \pmod{31} = 22!$$

思路

$$0 = \sqrt{KM} + a$$



$$\square \quad \underbrace{+LK\cancel{M}+b}_M$$

选  $M$  作公分母

要  $a+b=M$

但不可能是  $M$

的两位、三位

$$\left. \begin{array}{l} \text{30} \\ \text{23p} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{23p} \\ \text{30} \end{array} \right\}$$



✓

⇒ 一个T去试

100 W下的质量

一般大多数在30W下  
都可解决因为

1.

2 4 ~~10 20 30 40~~  
3 6 9 ...  
7 14 21 ...



↓ 1/4 选一段、有  $\frac{1}{2}$

1/4 选一段、有  $\frac{1}{3}$   
含雷

1/4 选一段有  $\frac{1}{4}$   
含雷

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}$$



$p$  是比  $\sqrt{x}$  大,  
最近的质数,  
 $\Rightarrow$  大多数一般非质数



$$\text{当 } a \equiv b \pmod{c} \text{ ①}$$

$$a \equiv b \pmod{d} \text{ ②}$$

$$\Rightarrow ? a \equiv b \pmod{r}$$



$$\begin{aligned} \text{a: } ① &\Rightarrow c|a-b \\ ② &\Rightarrow d|a-b \end{aligned}$$

$$\Rightarrow cd|a-b$$

$$23p(30^{23p} + 23p^{30})$$

$$= 30^{23p} \cdot 23p + 23p^{31}$$

mod  
31  
暴求

mod  
31

11

231

mod 21



मूक

