

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2023 – Hausaufgabenblatt 4

Abgabe: 23.05.2023, 23:59

- Bitte beachten Sie, dass in dieser Vorlesung generell Antworten mit Begründung gefordert werden, solange die Aufgabe nicht explizit das Gegenteil sagt.
- Zum Bestehen dieses Blattes müssen Sie 50% der Punkte erreichen.

Aufgabe H4.1. (*Pump für den Schurken*)

3 + 1 + 4 Punkte

Es ist nicht zu glauben – Dr. Evilsparza wurde erneut von euch besiegt! Damit das Ganze nicht zu langweilig wird, nehmt ihr in diesem Blatt die Rolle des trickreichen Superschurken ein. Seid bereit, möglichst großes Unheil anzurichten.

Mit eurem Kristallomaten beobachtet ihr – Dr. Evilsparzas – wie die tapferen Theo-Studierenden in Ü4.3. die nicht-regularität verschiedener Sprachen mit Hilfe des Pumping Lemmas bewiesen haben. Den vielen Erfolgen möchtet ihr natürlich schnell ein Ende bereiten, weswegen ihr euch in eure Werkstube begeben, um an trickreichen Sprachen zu tüfteln. Und nach kurzer Zeit ist es euch dann auch gelungen: eine teuflische Sprache, um die Studierenden in die Irre zu führen!

Um die Studierenden zu überlisten, fixiert ihr das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die folgenden Sprachen:

$$L_1 := \{ab^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_+\}, \quad L_2 := \{a^l b^m c^n \mid l \in (\mathbb{N} \setminus \{1\}) \wedge m, n \in \mathbb{N}\}, \quad L_3 := L_1 \cup L_2.$$

Mit der Sprache L_3 , so eure Vermutung, werdet ihr die Studierenden so richtig übers Ohr hauen. Denn es ist eine nicht-reguläre Sprache, die dennoch die Bedingungen des Pumping Lemmas erfüllt! Ihr freut euch schon darauf, wie die Studierenden aussichtslos und tagelang dennoch versuchen, nicht-regularität der Sprache mit dem Pumping Lemmas zu beweisen.

Bevor ihr nun aber die Falle einsetzt und euch an den Misserfolgen ergötzt, möchtet ihr natürlich sicher stellen, dass sie auch wirklich funktioniert...

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass L_1 nicht regulär ist.
- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus (a) und der Abschlusseigenschaft von regulären Sprachen unter Schnitt (\cap), dass L_3 nicht regulär ist.

Hinweis: Nehmen Sie hierfür an, dass L_3 regulär ist und führen sie dies mit Hilfe der genannten Abschlusseigenschaft zu einem Widerspruch.

- (c) Zeigen Sie, dass L_3 die Bedingungen des Pumping Lemmas erfüllt.

Tipp: Machen Sie eine Fallunterscheidung, ob das zu zerlegende Wort in L_1 oder L_2 ist.

Aufgabe H4.2. (*Mimimiminimierung*)

2+2 Punkte

Minimieren Sie folgende DFAs mit Hilfe des erweiterten Minimierungsalgorithmus aus Ü4.4(b). Geben Sie sowohl die Tabelle als auch den resultierenden Automaten explizit an.

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2023 – Hausaufgabenblatt 4

Abgabe: 23.05.2023, 23:59

- Bitte beachten Sie, dass in dieser Vorlesung generell Antworten mit Begründung gefordert werden, solange die Aufgabe nicht explizit das Gegenteil sagt.
- Zum Bestehen dieses Blattes müssen Sie 50% der Punkte erreichen.

Aufgabe H4.1. (*Pump für den Schurken*)

3 + 1 + 4 Punkte

Es ist nicht zu glauben – Dr. Evilsparza wurde erneut von euch besiegt! Damit das Ganze nicht zu langweilig wird, nehmt ihr in diesem Blatt die Rolle des trickreichen Superschurken ein. Seid bereit, möglichst großes Unheil anzurichten.

Mit eurem Kristallomaten beobachtet ihr – Dr. Evilsparzas – wie die tapferen Theo-Studierenden in Ü4.3. die nicht-regularität verschiedener Sprachen mit Hilfe des Pumping Lemmas bewiesen haben. Den vielen Erfolgen möchtet ihr natürlich schnell ein Ende bereiten, weswegen ihr euch in eure Werkstube begeben, um an trickreichen Sprachen zu tüfteln. Und nach kurzer Zeit ist es euch dann auch gelungen: eine teuflische Sprache, um die Studierenden in die Irre zu führen!

Um die Studierenden zu überlisten, fixiert ihr das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und die folgenden Sprachen:

$$L_1 := \{ab^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_+\}, \quad L_2 := \{a^l b^m c^n \mid l \in (\mathbb{N} \setminus \{1\}) \wedge m, n \in \mathbb{N}\}, \quad L_3 := L_1 \cup L_2.$$

Mit der Sprache L_3 , so eure Vermutung, werdet ihr die Studierenden so richtig übers Ohr hauen. Denn es ist eine nicht-reguläre Sprache, die dennoch die Bedingungen des Pumping Lemmas erfüllt! Ihr freut euch schon darauf, wie die Studierenden aussichtslos und tagelang dennoch versuchen, nicht-regularität der Sprache mit dem Pumping Lemmas zu beweisen.

Bevor ihr nun aber die Falle einsetzt und euch an den Misserfolgen ergötzt, möchtet ihr natürlich sicher stellen, dass sie auch wirklich funktioniert...

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass L_1 nicht regulär ist.
- (b) Zeigen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus (a) und der Abschlusseigenschaft von regulären Sprachen unter Schnitt (\cap), dass L_3 nicht regulär ist.

Hinweis: Nehmen Sie hierfür an, dass L_3 regulär ist und führen sie dies mit Hilfe der genannten Abschlusseigenschaft zu einem Widerspruch.

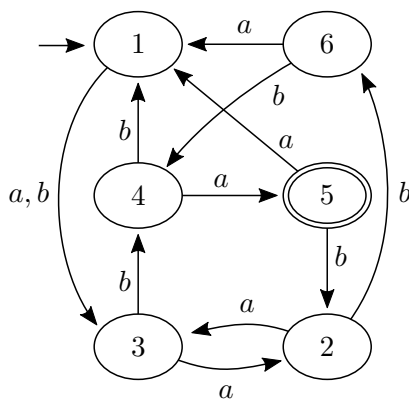
- (c) Zeigen Sie, dass L_3 die Bedingungen des Pumping Lemmas erfüllt.

Tipp: Machen Sie eine Fallunterscheidung, ob das zu zerlegende Wort in L_1 oder L_2 ist.

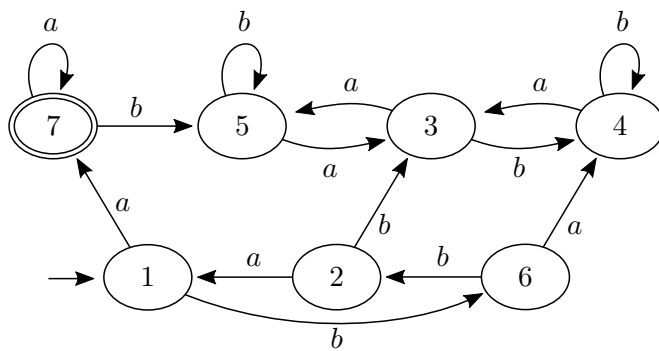
Aufgabe H4.2. (*Mimimiminimierung*)

2+2 Punkte

Minimieren Sie folgende DFAs mit Hilfe des erweiterten Minimierungsalgorithmus aus Ü4.4(b). Geben Sie sowohl die Tabelle als auch den resultierenden Automaten explizit an.



(a)



(b)

Sie können die Korrektheit ihres Automaten in Automatatutor überprüfen.

Aufgabe H4.3. (Residualsprachen)

1+1+1+1 Punkte

Bestimmen Sie einen regulären Ausdruck für die Residualsprache $L(r)^a$, für jeden der folgenden Regulären Ausdrücke:

(a) $ab(aa|bb)^*|ba$

(b) $(abb|baa)^*$

(c) $(ab|a)^*ab$

Sie können die Korrektheit ihrer Ausdrücke in Automatatutor überprüfen.

- (d) Entscheiden Sie für jeden der drei gegebenen regulären Ausdrücke, ob ein Wort $w \neq a$ existiert, sodass $L(r)^a = L(r)^w$. Geben Sie das Wort w an, falls es existiert.

Aufgabe H4.4. (Ich nehm den 50:50 Joker)

4 Punkte

Bestimmen Sie für folgende Aussagen, ob sie wahr oder falsch sind. Geben sie eine kurze Begründung für wahre Aussagen an und ein Gegenbeispiel mit Begründung für falsche.

Sei $\Sigma \neq \emptyset$ ein Alphabet. Für alle reguläre Sprachen $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$, und nicht-reguläre Sprachen $L_3, L_4 \subseteq \Sigma^*$ gilt:

(a) $(L_1 \cap L_2)^2$ ist regulär.

(b) $L_3 \cup L_4$ ist nicht regulär.

(c) Jede Teilmenge $L \subseteq L_1$ ist regulär.

(d) Seien L_5, L_6 beliebige Sprachen. Wenn $L_5 L_6$ regulär ist, dann ist L_5 und L_6 regulär.