THEO SS23 HA01

Gruppe GU - von Shuhao Zhang geschrieben

H1.2.

(a) $AB \setminus (A \cup B)$

$= \{\varepsilon, a, ab\}\{b, ba\} \setminus (\{\varepsilon, a, ab\} \cup \{b, ba\})$

$= \{b, ba, ab, aba, abb, abba\} \setminus \{\varepsilon, a, b, ab, ba\}$

$= \{aba, abb, abba\}$

(b) $A^3 \emptyset$

$= \emptyset$

(c) $\emptyset^* A^0$

$= \{\varepsilon\}\{\varepsilon\}$

$= \{\varepsilon\}$

(d) $(A \times \emptyset)^* \times B$

$= \emptyset^* \times B$

$= \{\varepsilon\} \times B$

$= \{(\varepsilon, b), (\varepsilon, ba)\}$

HA1.3.

(a) Richtig. Beweis:

$AA^* = A^+ = \bigcup_{n>0} A^n$ Per Definition gilt $\varepsilon \in A^*$.

D.h $\varepsilon \in \bigcup_{n>0} A^n$. Sei $\varepsilon \in A^i$, $i>0$.

Dann gilt $c \in A$, sodass $c^i = \varepsilon$, $i>0$.

Per Definition $c = \varepsilon$, damit $\varepsilon \in A$.

(b) Falsch. Gegenbeispiel: $A = \{ab\}$, $B = \{a, b\}$.

Es gilt $A^+ \subseteq B^+$, jedoch nicht $A \subseteq B$.

(c) Falsch. Gegenbeispiel: $A = \{\varepsilon, a\}$.

$|A \times A| = |\{(\varepsilon, \varepsilon), (\varepsilon, a), (a, \varepsilon), (a, a)\}| = 4$

$|AA| = |\{\varepsilon, a, aa\}| = 3$

Damit $|A \times A| \neq |AA|$.

(d) Richtig.

$A(BC) = ABC = (AB)C$

(e) Falsch. Gegenbeispiel: $A = \{\varepsilon, a\}$ $B = \{\varepsilon, a\}$ $C = \{a\}$

$AB \setminus AC = \{\varepsilon, a, aa\} \setminus \{a, aa\} = \{\varepsilon\}$

$A(B \setminus C) = \{\varepsilon, a\}\{\varepsilon\} = \{\varepsilon, a\}$.

Damit gilt $AB \setminus AC \neq A(B \setminus C)$.

(f) Falsch. Gegenbeispiel: $A = \{a, b\}$. $B = \emptyset$.

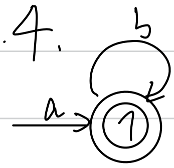
$|AB| = |\emptyset| = 0$

$|A| = 2$.

Damit gilt $|AB| < |A|$.

HA1.4.

(a)



(b)

(c)

HA1.5.

(a) Die Aussage ist richtig.

Sei $w \in L(G')$. Produktionsmengen von G und G' sind jeweils P und P'.

Es gilt $S \xrightarrow{*}_{G'} w$.

Weil $P' \subsetneq P$ gilt: $S \xrightarrow{*}_{G} w$.

Damit $L(G') \subseteq L(G)$.

(b) Die Aussage ist falsch.

Gegenbeispiel:

G: $S \to aSb \mid c$ $\quad$ G': $S \to ab \mid c$

$L(G) = \{a\}^n\{c\}\{b\}^n$, wobei $n \in \mathbb{N}_+$.

$L(G') = \{ab, c\}$.

Es gilt z.B. $c \in L(G')$, jedoch $c \notin L(G)$.

Damit $L(G') \nsubseteq L(G)$.