智能汽车路径规划与轨迹跟踪系列算法精讲及Matlab程序实现

第5讲 曲线插值法

创作者：Ally

时间：2021/1/18

1 学习课程大纲目录

- 路径规划与轨迹跟踪系列学习视频
  - 自动驾驶汽车定位-感知-规划-决策-控制概述
  - 全局路径规划
    - Dijkstra算法
    - 蚁群算法
    - 动态规划算法
    - A*算法
  - 局部路径规划
    - 多项式曲线法
    - 势场法
    - 贝塞尔曲线
    - B样条曲线
  - 轨迹跟踪与控制
    - 纯跟踪法
    - Stanley法
    - PID法
    - MPC法

3 局部路径规划算法——曲线插值法

概念辨析

- **自动驾驶车辆的各种规划**
  - 路线规划(route planning)——也称为全局路径规划，涉及较广的时域和空域
  - 运动规划(motion planning) ≈ 轨迹规划(trajectory planning)
    - 路径与速度解耦
      - 局部路径规划(path planning)
      - 速度规划(speed planning)
    - 横向与纵向解耦
      - 横向规划(lateral planning)
      - 纵向规划Longitudinal planning)

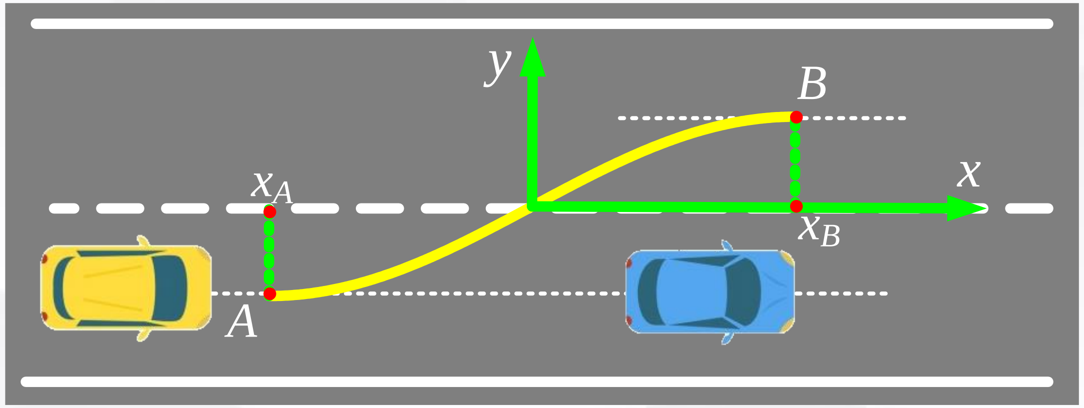
3 局部路径规划算法——曲线插值法

算法简介

- 曲线插值的方法是按照车辆在某些特定条件（安全、快速、高效）下，进行路径的曲线拟合，常见的有多项式曲线、双圆弧段曲线、正弦函数曲线、贝塞尔曲线、B样条曲线等。
- 贝塞尔曲线与B样条曲线较为复杂，放在后面单独讲解。

算法思想

- 曲线插值法的核心思想就是基于预先构造的曲线类型，根据车辆期望达到的状态（比如要求车辆到达某点的速度和加速度为期望值），将此期望值作为边界条件代入曲线类型进行方程求解，获得曲线的相关系数。
- 曲线所有的相关系数一旦确定，轨迹规划随之完成。

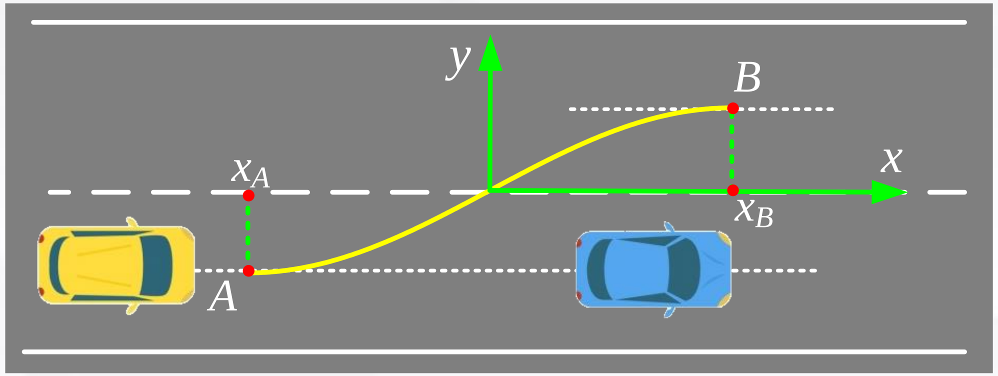


换道轨迹规划示意图

3 局部路径规划算法——曲线插值法

算法精讲

- 以多项式曲线为例讲解曲线插值法轨迹规划
- 多项式曲线分为三次多项式曲线、五次多项式曲线、七次多项式曲线
- 多项式曲线一般而言都是奇数，这是由边界条件引起的。边界条件一般包括两个点的车辆状态，如换道轨迹起点和终点，因此2倍的车辆状态导致有唯一解的方程系数为偶数。故偶数个系数的多项式也就是奇数多项式。



- 针对三次多项式曲线，最多能确定每一个期望点的两个维度的期望状态，一般来说就是位置和速度。
- 针对五次多项式曲线，最多能确定每一个期望点的三个维度的期望状态，一般来说就是位置、速度、加速度。
- 针对七次多项式曲线，最多能确定每一个期望点的四个维度的期望状态，一般来说就是位置、速度、加速度、加加速度（冲击度，jerk）。
- 故根据自身轨迹规划的需求，合理选择对应的多项式曲线。

$$\begin{cases} x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \\ y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \\ y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 + a_7 t^7 \\ y(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5 + b_6 t^6 + b_7 t^7 \end{cases}$$

三次、五次、七次多项式曲线

算法精讲

- 以五次多项式曲线为例讲解曲线插值法轨迹规划

$$\begin{cases} x(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3+a_4t^4+a_5t^5 \\ y(t)=b_0+b_1t+b_2t^2+b_3t^3+b_4t^4+b_5t^5 \end{cases}$$

- 在起点设时间为t0，位置、速度、加速度均已知，纵向和横向分别得到三个方程。

$$\begin{cases} x(t_0)=a_0+a_1t_0+a_2t_0{}^2+a_3t_0{}^3+a_4t_0{}^4+a_5t_0{}^5 \\ y(t_0)=b_0+b_1t_0+b_2t_0{}^2+b_3t_0{}^3+b_4t_0{}^4+b_5t_0{}^5 \end{cases}$$ 位置

$$\begin{cases} x'(t_0)=a_1+2t_0a_2+3t_0{}^2a_3+4t_0{}^3a_4+5t_0{}^4a_5 \\ y'(t_0)=b_1+2t_0b_2+3t_0{}^2b_3+4t_0{}^3b_4+5t_0{}^4b_5 \end{cases}$$ 速度

$$\begin{cases} x''(t_0)=2a_2+6t_0a_3+12t_0{}^2a_4+20t_0{}^3a_5 \\ y''(t_0)=2b_2+6t_0b_3+12t_0{}^2b_4+20t_0{}^3b_5 \end{cases}$$ 加速度

- 定义换道终点时间为t1，横纵向均有期望的位置、速度、加速度，又分别可以得到三个方程，不再列出。

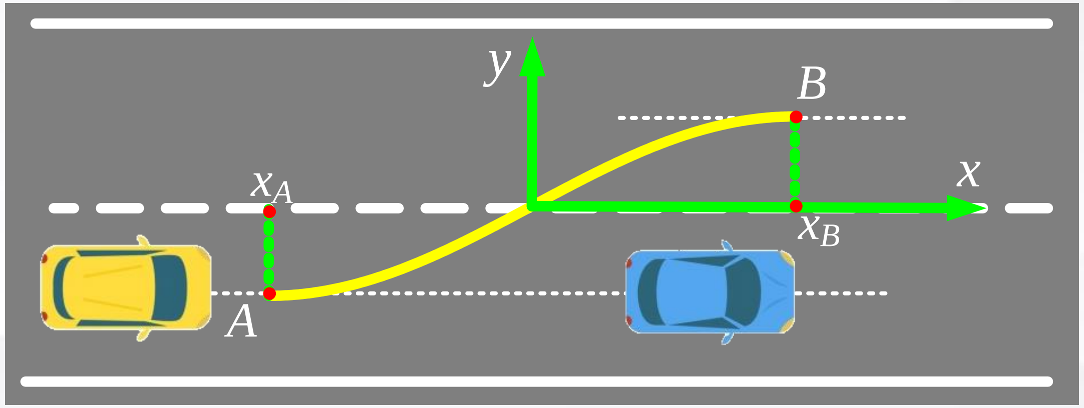
- 因此把起末两点的横纵向方程统一用矩阵表达为：

$$X=\begin{bmatrix} x_0 \\ x_0' \\ x_0'' \\ x_1 \\ x_1' \\ x_1'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t_0{}^5 & t_0{}^4 & t_0{}^3 & t_0{}^2 & t_0 & 1 \\ 5t_0{}^4 & 4t_0{}^3 & 3t_0{}^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 20t_0{}^3 & 12t_0{}^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ t_1{}^5 & t_1{}^4 & t_1{}^3 & t_1{}^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1{}^3 & 3t_1{}^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1{}^3 & 12t_1{}^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}=T\times A$$

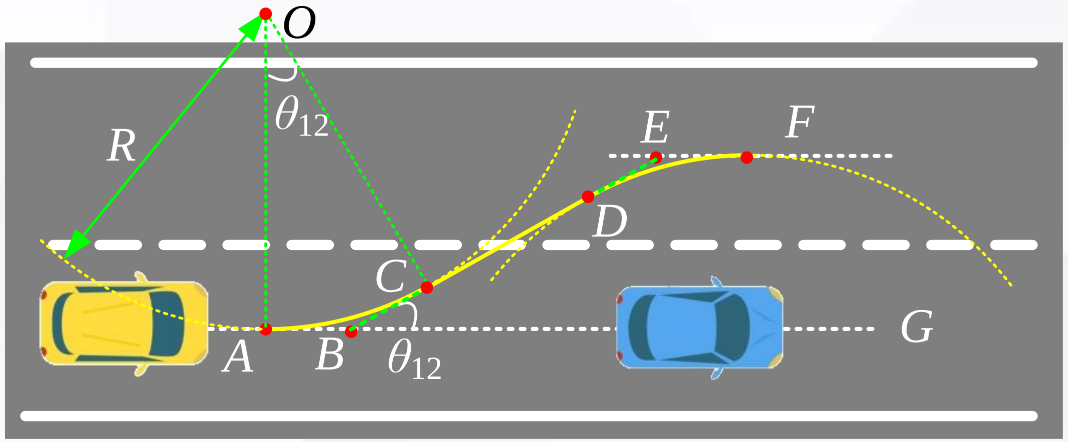
$$Y=\begin{bmatrix} y_0 \\ y_0' \\ y_0'' \\ y_1 \\ y_1' \\ y_1'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t_0{}^5 & t_0{}^4 & t_0{}^3 & t_0{}^2 & t_0 & 1 \\ 5t_0{}^4 & 4t_0{}^3 & 3t_0{}^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 20t_0{}^3 & 12t_0{}^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ t_1{}^5 & t_1{}^4 & t_1{}^3 & t_1{}^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1{}^3 & 3t_1{}^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1{}^3 & 12t_1{}^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_5 \\ b_4 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}=T\times B$$

算法精讲

- 多项式曲线的自变量为时间t，故一旦求解系数矩阵，曲线唯一确定后，则曲线上每一点的导数就代表了车辆经过该点时的速度。这表明多项式曲线换道轨迹规划是路径+速度的耦合结果。
- 五次多项式换道轨迹曲线特指横向位置/纵向位置是关于时间t的五次多项式，而不是指纵向位置y关于横向位置x的五次多项式。



- 双圆弧段换道轨迹由弧AC+线段CD+弧DF构成；
- 在c点，轨迹曲率由弧AC段的定值突变为0，故为了让车辆能完全跟随轨迹，考虑到方向盘转角是一个连续缓变过程，车辆行驶到在C点后必须速度为0，让方向盘回正后才能继续行驶，因此无法应用于行车路径规划，而应用于泊车路径规划。



双圆弧段换道轨迹规划示意图