智能汽车路径规划与轨迹跟踪系列算法精讲及Matlab程序实现

第12讲 线性二次调节器(LQR)法

创作者：Ally

时间：2021/3/22

1 学习课程大纲目录


路径规划与轨迹跟踪系列学习视频
自动驾驶汽车定位-感知-规划-决策-控制概述
全局路径规划
Dijkstra算法
蚁群算法
动态规划算法
A*算法
局部路径规划
多项式曲线法
势场法
贝塞尔曲线
B样条曲线
轨迹跟踪与控制
运动学和动力学模型
纯跟踪法
Stanley法
LQR法
MPC法

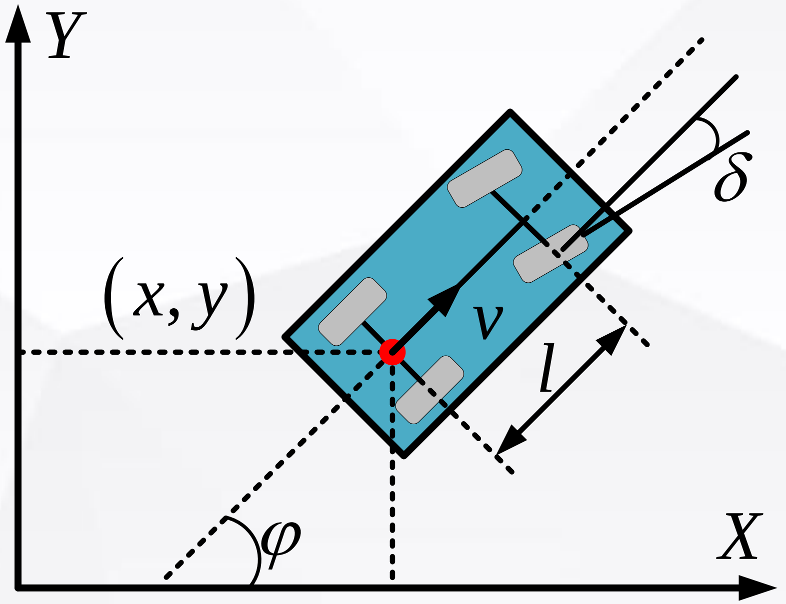
算法核心思想

- 基于第9讲的运动学模型的离散状态空间方程如下，：

$$\chi=\begin{bmatrix}\dot{x}-\dot{x}_r\\ \dot{y}-\dot{y}_r\\ \dot{\varphi}-\dot{\varphi}_r\end{bmatrix},\mathbf{u}=\begin{bmatrix}v-v_r\\ \delta-\delta_r\end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{X}(k+1)=\begin{bmatrix}1 & 0 & -Tv_r\sin\varphi_r\\ 0 & 1 & Tv_r\cos\varphi_r\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\mathbf{X}(k)+\begin{bmatrix}T\cos\varphi_r & 0\\ T\sin\varphi_r & 0\\ T\dfrac{\tan\varphi_r}{l} & T\dfrac{v_r}{l\cos^2\delta_r}\end{bmatrix}\mathbf{u}(k)$$

$$=A\mathbf{X}(k)+B\mathbf{u}(k)$$

- Vr代表参考轨迹上每一个轨迹点要求的速度值；δr是每一个轨迹点的参考前轮转角，可以利用阿克曼转向原理求出



- 期望的系统响应特性有以下两点：
- 1）跟踪偏差能够快速、稳定地趋近于零，并保持平衡；
- 2）前轮转角控制输入尽可能小。
- 这是一个典型的多目标优化最优控制问题，目标函数可以表示为跟踪过程累计的跟踪偏差与累计的控制输入的加权，如下式：

$$J=\sum_{k=1}^{N}\left(\mathbf{X}^T Q\mathbf{X}+\mathbf{u}^T R\mathbf{u}\right)$$

- 可利用线性二次型调节器（Linear-Quadratic Regulator）求解。

算法核心思想

$$J=\sum_{k=1}^{N}\left(\mathbf{X}^T Q\mathbf{X}+\mathbf{u}^T R\mathbf{u}\right) \qquad (1)$$

- 其中，Q为半正定的状态加权矩阵, R为正定的控制加权矩阵，且 两者通常取为对角阵；Q矩阵元素变大意味着希望跟踪偏差能够快速趋近于零；R矩阵元素变大意味着希望控制输入能够尽可能小。
- 因此，前一项优化目标表示跟踪过程路径偏差的累积大小，第二项优化目标表示跟踪过程控制能量的损耗，这样就将轨迹跟踪控制问题转化为一个最优控制问题。
- 对于式（1）目标函数的优化求解，解出的最优控制规律u是关于状态变量X的线性函数:

$$\mathbf{u}=-\left[\left(R+B^T PB\right)^{-1}B^T PA\right]\mathbf{X}=-K\mathbf{X} \qquad (2)$$

- 其中，P是式（3）黎卡提方程的解：

$$P=A^T PA-A^T PB\left(R+B^T PB\right)^{-1}B^T PA+Q \qquad (3)$$

- 给定一个大小为 $n\times n$ 的实对称矩阵A ，若对于任意长度为n的非零向量 x，有 $x^T Ax>0$ 恒成立，则矩阵A是一个正定矩阵。

- 形如 $y'=P(x)y^2+Q(x)y+R(x)$ 的非线性微分方程称为黎卡提方程。
- 针对黎卡提方程，可以采用循环迭代的思想求解P：
- 1）令等式右边的P_old=Q；
- 2）计算等式右边的值为P_new
- 3）比较P_old和P_new，若两者的差值小于预设值，则认为等式两边相等；否则再令P_old=P_new，继续循环。