

几种电力线绘制方法总结

杨 宁, 梅中磊

(兰州大学 信息科学与工程学院, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 本文通过分析离散点电荷系统的电场得到相应电场计算公式, 经由 Matlab 内置函数得到其电力线分布, 并对所述的四种电力线绘制方法进行优缺点分析。同时还引入了波导系统在不同传输模式下的电力线分布, 以证明利用 Matlab 进行电力线绘制的有效性。

关键词: Matlab; 电力线; 离散点电荷

中图分类号: G426

文献标识码: A

文章编号: 1008-0686(2018)03-0106-04

A Summary of Several Kinds of Drawing Methods of Electric Lines of Force

YANG Ning, MEI Zhong-lei

(College of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Through the analysis of the electric field of discrete point charges systems, we obtain the corresponding formula for electric field and get distribution of this electric lines of force via the built-in function in Matlab. Then we analyze their advantages and disadvantages among the four methods. We also give the distributions of electric lines of force in waveguide systems under different modes to prove the effectiveness of our methods.

Keywords: Matlab; electric lines of force; discrete point charges

0 引言

电力(场)线即为直观表示空间电场分布而人为引入的一簇有向曲线,其起于正电荷,止于负电荷,曲线上每一点的切线方向即该点的电场强度方向,某点曲线的疏密度表示该点电场强度大小。电力线对理解电磁场有重要的辅助作用,可利用 Matlab 强大的计算功能进行电力线绘制。下面介绍四种基于 Matlab 的电力线绘制方法。

1 streamline 函数绘制电力线

以两点电荷 q_1, q_2 系统为例,场点 $P(x, y)$ 的电势可表示为(不考虑系数 $q/4\pi\epsilon$)^[1]

$$U = \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{Q^*}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} \quad (1)$$

其中 $Q^* = q_2/q_1$ 。二维平面内,由 $\vec{E} = -\nabla U$ 得到的场强 \vec{E} 有两个分量 $E_x = -\partial U/\partial x, E_y = -\partial U/\partial y$ 。将式(1)代入便得:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{x+a}{[(x+a)^2 + y^2]^{3/2}} + Q^* \frac{x-a}{[(x-a)^2 + y^2]^{3/2}} \\ E_y &= \frac{y}{[(x+a)^2 + y^2]^{3/2}} + Q^* \frac{y}{[(x-a)^2 + y^2]^{3/2}} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

利用 Matlab 流程图绘制函数 `streamline(x, y, u, v, sx, sy)` 绘制电场 (E_x, E_y) ^[2]。 (x, y) 为矢量 (u, v) 的坐标,由网格函数 `meshgrid` 生成; (sx, sy) 为流线起点。场强分量 E_x, E_y 由梯度函数 $[E_x, E_y] = \text{grad}$

收稿日期:2017-05-03;修回日期:2017-06-08

基金项目:兰州大学主干基础课程教学团队建设项目(项目编号:201518)

第一作者:杨 宁(1994-),女,硕士在读,研究方向为新型人工电磁材料方面的研究, E-mail: yangn2016@lzu.edu.cn

dient $(-U)$ 得到。因电力线起于正电荷, 止于负电荷, 当其起始点距电荷很近时, 认为各电力线绕电荷均匀分布。以一固定角度为间隔, 设定电力线在正、负电荷周围的起点坐标。对电场矢量 (u, v) , 若电力线从正电荷出发, 则取为 $[E_x, E_y]$; 若从负电荷出发, 则取 $[-E_x, -E_y]$ (负号表示二者反向)。图1为两点电荷系统分别在等量同号、等量异号、异量同号、异量异号时的电力线分布, 异量时 $Q^* = 2$ 。

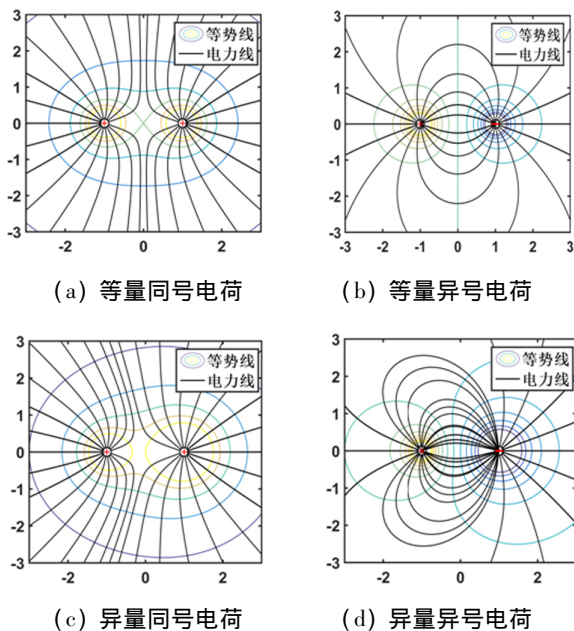


图1 streamline 绘制两点电荷电力线分布

2 数值求解电力线方程以绘制电力线

对于任一条电力线, 设其线元矢量 $d\vec{l}$ 满足 $d\vec{l} = k d\vec{E}$ (k 为常数), 则任意正交曲线坐标系内, $d\vec{l}$ 可表示为

$$d\vec{l} = \sum_i dl_i \vec{e}_i = \sum_i h_i du_i \vec{e}_i = k \sum_i E_i \vec{e}_i \quad (3)$$

消去 k , 得电力线微分方程如下^[2]:

$$\frac{h_1 du_1}{E_1(u_1, \mu_2, \mu_3)} = \frac{h_2 du_2}{E_2(u_1, \mu_2, \mu_3)} = \frac{h_3 du_3}{E_3(u_1, \mu_2, \mu_3)} \quad (4)$$

其中 h_1, h_2, h_3 为度规因子, 坐标变量 u_1, μ_2, μ_3 决定于正交曲线坐标系的具体形式。上式在直角坐标系中可写为 $dx/E_x = dy/E_y = dz/E_z = dt$, 即有:

$$dx/dt = E_x, \quad dy/dt = E_y \quad (5)$$

式(5)即为以 t 为参变量的二阶常微分方程组, 该式在 Matlab 中可用如下函数描述:

```
function y = dexfun(t, x)
    dxdt = Ex;    dydt = Ey;    % 定义微分方程
```

```
y(1) = dxdt; y(2) = dydt; % 定义返回变量
```

利用 Matlab 的 ode45 函数对式(5)进行求解^[3]。ode 系列包括 ode23, ode45, ode15s 等, 求常微分方程的数值解时首选 ode45 函数, 用法如下:

```
[T Y] = ode45(odefun; tspan; y0);
```

odefun 为函数句柄; tspan 为参数的变化区间; y0 为初始位置向量; T 为位置列向量对应的时间点; Y 为返回对应 T 的最终位置列向量 (即空间横纵坐标值)。再利用 $\text{plot}(Y(:, 1), Y(:, 2))$ 绘制电力线。

以两等量同号点电荷为例, 每个绘制起始点对应一条电力线; 以每个电荷为中心, 间隔角 $2\pi/k$ 画 k 条电力线, 遍历这 $2k$ 个起点 (即执行 ode 函数 $2k$ 次), 最终得到 $2k$ 条电力线。图2为两等量同号和等量异号电荷的电力线分布。

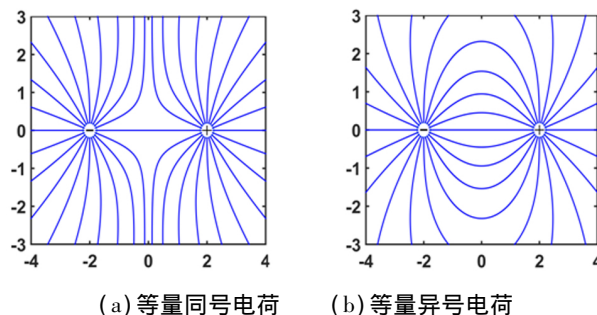


图2 ode45 函数绘制两点电荷电力线分布

3 解析求解电力线方程以绘制电力线

两点电荷系统如图3所示^[4]。设点 $P(x, y)$ 、点 $P'(x', y')$ 位于同一电力线上, 使其连线 PP' 绕 x 轴旋转一周, 得到面 $S_{PP'}$ 。

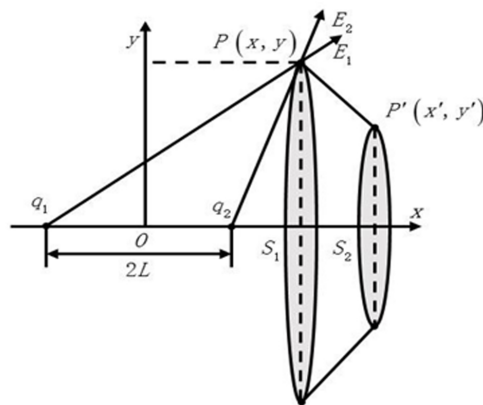


图3 两点电荷系统

设 S_1 与 S_2 分别为平面 x, x' 被 $S_{PP'}$ 截取的两个圆面。考虑由 S_1 和 S_2 及 $S_{PP'}$ 构成的封闭曲面 (设封

闭曲面内电荷为零),由高斯定理 $\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q/\epsilon_0$,

$S_{pp'}$ 的通量满足 $\oint_{S_{pp'}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ 。则以 x 轴正向为参考方向, S_1, S_2 满足下式 (S_1 与 S_2 方向相反):

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (6)$$

由电场强度叠加定理,两离散电荷电场:

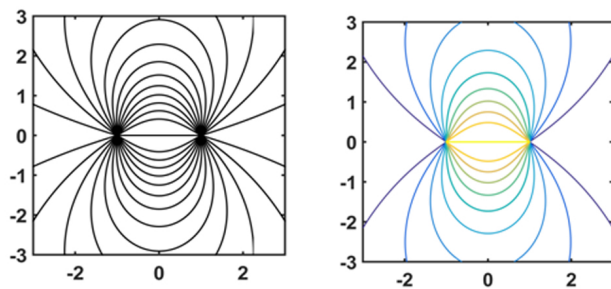
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 \vec{r}_1}{r_1^3} + \frac{q_2 \vec{r}_2}{r_2^3} \right) \quad (7)$$

其中 $r_1 = \sqrt{(x+L)^2 + y^2}$, $r_2 = \sqrt{(x-L)^2 + y^2}$,

$\vec{r}_1 = (x+L)\vec{a}_x + y\vec{a}_y$, $\vec{r}_2 = (x-L)\vec{a}_x + y\vec{a}_y$ 。代入式(6)求解,又 P 为电场线上任一点,则有

$$\frac{q_1(x+L)}{\sqrt{(x+L)^2 + y^2}} + \frac{q_1(x-L)}{\sqrt{(x-L)^2 + y^2}} = C \quad (8)$$

对任意的 (x, y) 成立,其中 C 为常数。同理,当封闭曲面内电荷不为零时,系统电力线方程与式(8)相同^[4]。式(8)中,以固定步长改变 C ,可得到一系列电场值,再利用 `ezplot` 函数,得到的两等量异号电荷电力线分布如图 4(a) 所示。式(8)也可由函数 `contour(x, y, z)` 实现,结果见图 4(b)。



(a) 由 `ezplot` 绘制

(b) 由 `contour` 绘制

图 4 由电力线方程绘制两点电荷电力线分布

4 quiver 函数向量场绘制

4.1 两点电荷系统电力线举例

二维向量场绘制函数 `quiver(x, y, u, v)` 用箭头表示矩阵 (x, y) 的各点矢量 (u, v) ,一般配合 `meshgrid` 和 `gradient` 函数使用,函数 `gradient` 产生近似梯度,函数 `meshgrid` 生成网格采样点。 (x, y) 可看做在 xoy 平面内对坐标进行采样得到的坐标对。对两点电荷系统,利用 `quiver` 绘制电力线方法同 `streamline`,且无需设定起始点。图 5 为其绘制结果,纵向实线为 `contour` 绘制的等位线,箭头为 `quiver` 绘制的各点矢量电场。

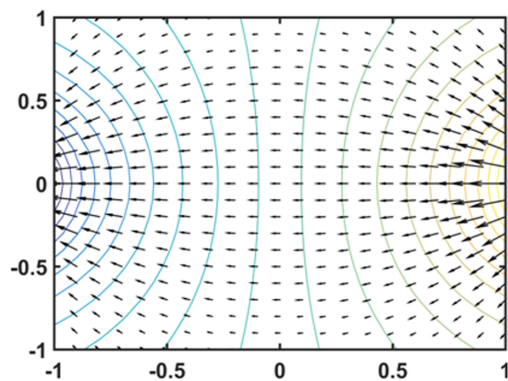
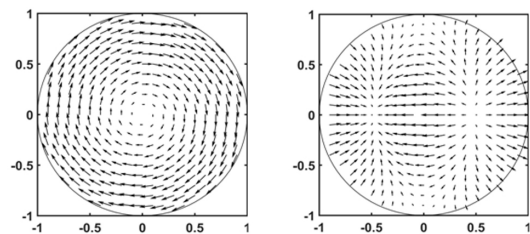


图 5 等量异号点电荷电力线分布

4.2 quiver 函数绘制波导端口电力线分布

以圆波导为例,用 `quiver` 函数绘制波导端口电力线。由参考文献[5]得圆波导 TM 和 TE 波的场分量表示式。因只绘制端口电力线,故仅考虑 E_r 和 E_ϕ 。绘制时注意将其转化为直角坐标系下的形式 E_x 和 E_y 。图 6 所示为圆波导中 TE_{01} 和 TM_{11} 模的电力线分布。



(a) TE_{01} 模式

(b) TM_{11} 模式

图 6 圆波导电力线分布举例

5 结语

在 Matlab 默认精度(小数点后 32 位)下比较本文所列四种电力线绘制方法的运行速度。对于两点电荷系统的电力线绘制, `quiver` 函数法耗时最短,仅约 0.06 s;其次为 `streamline` 函数法,用时约 0.35 s;再则为利用 `ode45` 函数的数值法,用时 0.87 s;而解析法耗时最长,用时约 2.21 s。因 `quiver` 函数法和 `streamline` 函数法程序简单,运行速度快,故常用这两种方法绘制两点电荷间的电力线分布。而在给定电力线条数和范围时,应考虑解析法或数值法,其中,解析法设定的是电场的横纵坐标范围,而数值法设定的是电力线距绘制起点的距离。对于解析法,因电荷分布复杂时较难得到系统的电力线方程,且其程序运行耗时长,故多用数值法绘制其电力线分布。(下接第 122 页)

端直接将流过电感线圈信号与误差放大器输出信号进行比较,从而调节占空比。因此,设置外部旋钮用于改变对应位置阻容值,实现工作频率和占空比的简易可调,便于电路的动态比较与分析。

(3)技能训练。学生在教师示范操作之后可进行自主操作,有助于对交直流电源、示波器、万用表、电子负载等常用电气仪表使用技能的提升。操作案例:直流输入电源 12 V,负载电阻值 60 Ω ,工作频率调节为 40 kHz,分步调整占空比,测量记录的电路主要工作参数如表 1 所示:

表 1 升压斩波电路主要工作参数

序号	实际占空比 (%)	输出电压 (V)	系统效率 (%)	理论占空比 (%)
1	30.1	16.86	90.14	28.83
2	38.4	18.48	90.87	36.31
3	44.8	21.22	90.90	43.45
4	54.4	25.63	92.06	53.18
5	62.4	29.64	92.30	59.51

学生通过动手操作得出数据,以此分析理论与实际值的偏差,了解电力电子电路中的功率损耗问题。

(4)深度启发。如果继续大幅增大占空比,控制信号将出现急剧不稳定现象,输出直流电压也不能按照理论公式(2)无限升高。

$$U_{\text{out}} = \frac{U_{\text{in}}}{(1-D)} \quad (2)$$

式中, U_{in} 为直流输入电压, U_{out} 为直流输出电压, D 为占空比。

针对这一现象开展课堂互动讨论,得出结论:受器件工作性能、电路工作机理和保护门限设置等综合因素影响,升压斩波电路只能在一定的频率、电压、功率范围内可靠工作,这便是为什么常见斩波电

路模块的输入输出参数标识都是范围值的缘故。因此,在今后的设计应用中,学生应格外重视参数设计和电路的可靠性等问题。

3 结语

通过“精心设计、融合增效”的举措,我们将虚拟仿真和实物示教有机融入“电力电子技术”课程教学中。这种瞄准教学中实际问题、注重启发引导、突出技能培养的融合式实践教学手段,较好地实现了提升教学质量和解决学以致用问题,并可为实践教学在电工类课程中的科学应用提供有益借鉴。

参考文献:

- [1] 王兆安,刘进军. 电力电子技术(第5版)[M]. 北京:机械工业出版社,2009.
- [2] 牛天林,樊波,张强,等. Matlab/Simulink 仿真在电力电子技术教学中应用[J]. 南京:实验室研究与探索,2015,34(2):84-87.
- [3] 苏良昱,王武,葛瑜. 电力电子技术仿真实验教学与创新思维拓展[J]. 北京:实验技术与管理,2013,30(1):170-173.
- [4] 周凯,那日沙,王旭东. Saber 在电力电子技术仿真中的应用[J]. 北京:实验技术与管理,2015,32(3):126-128.
- [5] 陈景文. 电力电子课程教学中 PSIM 软件的应用[J]. 石家庄:教育教学论坛,2016年第40期:269-270.
- [6] 王春凤,李旭春. 创新实践教学,提高电力电子技术基础课程教学效果[J]. 北京:实验技术与管理,2012,29(7):11-13.
- [7] 袁旭峰,邵晓松,熊炜,等. 构建电力电子技术课程多渠道多层次实践教学平台的研究[J]. 贵阳:教育文化论坛,2015年第5期:76-80.
- [8] 杨建良. 电类基础课程实验教学“虚实结合”模式的构建[J]. 南京:实验室研究与探索,2014,33(7):101-104.
- [9] 王晓锋,王京梅,孙俊,等. 基于 SG3525 的开关电源设计[J]. 西安:电子科技,2011,24(6):118-121.

(上接第 108 页杨 宁等文)

总之,上述方法各具优势,实际中应根据要求选择使用。

参考文献:

- [1] 王静,王亚芳,董爱国等. 利用 Matlab 模拟静电场的分布[J]. 北京:科技创新导报,2012(17):249.
- [2] 许福永,赵克玉. 电磁场与电磁波[M]. 北京:科学出版社,

2005.

- [3] 周品,赵新芬. MATLAB 数学建模与仿真[M]. 北京:国防工业出版社,2009.
- [4] 张福恒. 两类电荷分布系统的电场线方程[J]. 海口:海南师范大学学报(自然科学版),2009,22(1):35-38.
- [5] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京:高等教育出版社,1995.