

# 基于 Matlab 的电磁场可视化方法探究

陈文琼, 梅中磊

(兰州大学 信息科学与工程学院, 兰州 730000)

**摘要:** 由于电磁场概念的抽象性, 通过仿真软件将抽象的电磁数学模型用简单直观的可视化图像表示显得尤为重要。本文首先给出了一种通用的基于 Matlab 的电磁场可视化方法——“描点法”, 即采用逐步描点的方法获得电磁场的空间分布; 其次, 以两种偶极子系统的电场和磁场为例, 结合 Matlab 编程, 利用“描点法”绘制了电、磁偶极子场的二维、三维空间分布; 最后, 以立体形式绘制了叠加在矩形波导表面的  $TE_{11}$  模的场分布。

**关键词:** 描点法; 电磁场; Matlab

**中图分类号:** G421

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1008-0686(2022)01-0140-04

## Research on Visualization Method of Electromagnetic Field Based on Matlab

CHEN Wenqiong, MEI Zhonglei

(College of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Due to the abstract nature of the electromagnetic field concept, it is particularly important to represent the abstractive electromagnetic mathematical model with a simple and intuitive visualization image through simulation software. In this paper, firstly, a general Matlab-based electromagnetic field visualization method——“trace point” is proposed, that is, the spatial distribution of electromagnetic field is obtained by using the method of tracing points step by step. Secondly, based on the accurate field distributions of electric and magnetic fields for the two kinds of dipole systems, and combining with Matlab programming, the “trace point method” is used to draw the field distributions of electric and magnetic dipoles in 2D and 3D forms. Finally, the field distributions of  $TE_{11}$  mode superimposed on the surface of the rectangular waveguide are drawn in a 3D form.

**Keywords:** trace point method; electromagnetic field; Matlab

将 Matlab 引入“电磁场与电磁波”教学中, 有助于将抽象复杂的电磁场问题转化为直观简单的可视化图像, 从而更清晰地获得电磁场的空间分布, 加深对抽象电磁概念的理解<sup>[1]</sup>。力线是为直观表示空间场分布而人为引入的一簇有向曲线, 这些曲线上任意一点的切线方向为该点的场的方向, 而曲线的疏密程度则表示该点场强度的大小<sup>[2]</sup>。力线对于理解电场或磁场的空间分布情况具有重要的辅助功能。结合 Matlab 强大的计算功能, 利用“描点法”绘制得到力线分布, 通俗易懂, 简便快速, 且具有普适性, 是绘制和研究电力线、磁力线的有效手段。

### 1 “描点法”绘制力线

基于 Matlab 的电磁场可视化方法主要包括利用流线图绘制函数 `streamline`, 二维向量场绘制函

数 `quiver`, 及数值求解或解析求解力线方程来绘制力线。其中, 利用 `quiver` 函数和 `streamline` 函数绘制力线程序简单, 运行速度快; 而数值法或解析法对于给定力线绘制范围时适用, 但耗时较长<sup>[3]</sup>。本文首先提出了一种通用的电磁场可视化方法——“描点法”, 即在电场或磁场已知的情况下, 通过逐步描点的方法绘制力线, 以直观显示电磁场的空间分布。

“描点法”绘制力线的基本思想是: 在矢量场的精确场表达式已知的情况下, 在空间中任意选择一个点作为起始点, 比如点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ , 则该点的矢量场的大小和方向确定, 不妨设为  $F_0(x_0, y_0, z_0)$ , 且其对应的单位矢量已知, 即

$$e_{F_0}(x_0, y_0, z_0) = \frac{F_0(x_0, y_0, z_0)}{F_0(x_0, y_0, z_0)} \quad (1)$$

收稿日期: 2020-05-09; 修回日期: 2021-02-06

基金项目: 2020 年度电子信息类专业教学指导委员会教改项目(2020-YB-13); 甘肃省高等教育教学成果培育项目(2019-04)

第一作者: 陈文琼(1994—), 女, 博士在读, 主要从事新型人工电磁材料方面的研究, E-mail: chenwq19@lzu.edu.cn

设想沿着该矢量的方向在空间移动  $\Delta l$  的距离,并绘制线段,则移动到空间中的另一点  $P_1(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z)$ 。与上述过程类似,同样可以获得  $P_1$  点矢量场所对应的场的大小和方向,即  $F_1(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z)$  和  $e_{F_1}(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z)$ ,不断重复上述过程,依次递推,直至绘制出一条完整的力线。在上述力线绘制过程中,只要  $\Delta l$  取得足够小,便可获得足够精细的力线分布。图 1 给出了采用“描点法”绘制力线的示意图。

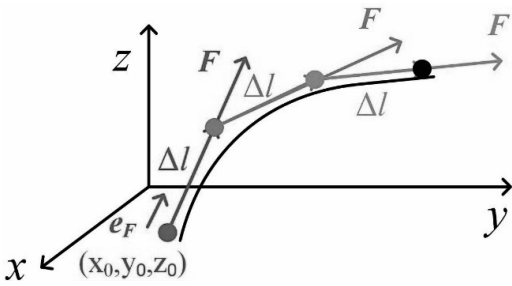


图 1 “描点法”绘制力线示意

2 电偶极子的电力线

2.1 电偶极子的电场分布

电偶极子是由两个距离很近且等量异号的点电荷所组成的带电体系。对于由两个等量异号的点电荷组成的电偶极子系统<sup>[2]</sup>,假设两电荷相距为  $2a$ ,建立如图 2 所示的直角坐标系,则通过分析可以获得该电偶极子系统在空间某点所产生的电场强度的大小。由库仑定律可得,两点电荷在空间一点  $P(x, y)$  所产生的电场强度大小分别为:

$$\begin{cases} E_1 = k \frac{Q}{r_1^2} \\ E_2 = k \frac{-Q}{r_2^2} \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ ,  $r_1$  和  $r_2$  分别为正、负点电荷  $Q$  距离场点  $P$  的距离,且  $r_1 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$ ,  $r_2 = \sqrt{(x+a)^2 + y^2}$ 。则电偶极子系统在场点  $P$  所产生的电场强度大小为:

$$\begin{cases} E_x = k \left[ \frac{Q(x-a)}{(\sqrt{(x-a)^2 + y^2})^3} + \frac{-Q(x+a)}{(\sqrt{(x+a)^2 + y^2})^3} \right] \\ E_y = k \left[ \frac{Qy}{(\sqrt{(x-a)^2 + y^2})^3} + \frac{-Qy}{(\sqrt{(x+a)^2 + y^2})^3} \right] \end{cases} \quad (3)$$

单位矢量的表达式为:

$$\begin{cases} e_{E_x} = \frac{E_x}{E_x^2 + E_y^2} \\ e_{E_y} = \frac{E_y}{E_x^2 + E_y^2} \end{cases} \quad (4)$$

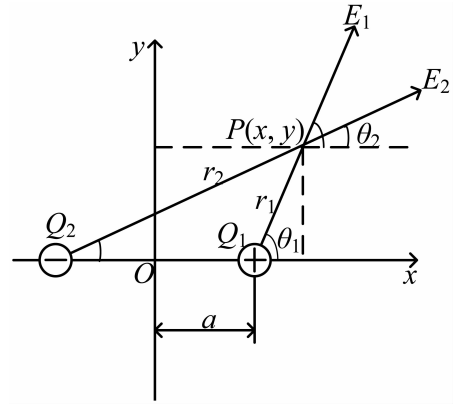
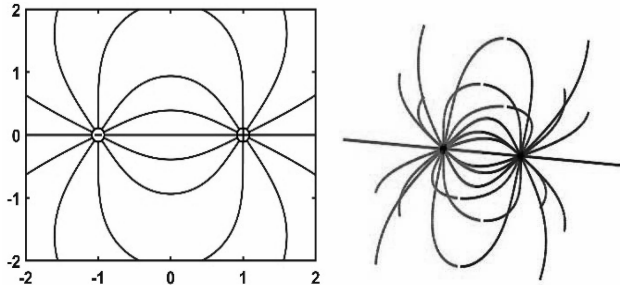


图 2 电偶极子系统示意

2.2 “描点法”绘制电力线

获得了电偶极子在场点  $P$  处所产生的沿  $x$  和  $y$  方向的场强分量后,根据“描点法”即可得到该系统的电力线分布情况。假设两电荷之间的距离为  $2a=2$ ,电力线起始点位于以  $Q_2$  为圆心、半径  $a_0 = 0.1a$  的圆上,取  $\theta = 0: \pi/6: 2\pi$  为电力线起始点角度间隔,则可得每条电力线的起始点坐标为  $x(0) = -a + a_0 \sin(\theta)$ ,  $y(0) = a_0 \cos(\theta)$ 。根据式(3)中电偶极子系统电场的表达式,可以计算得到电力线起始点产生的场强大小( $E_x$  和  $E_y$ ),由式(4)得该点的电场所对应的单位矢量( $e_{E_x}$  和  $e_{E_y}$ );沿着该单位矢量的方向移动  $\Delta l = a/1000$  的距离到另一点,同样计算得到该点的场强大小及电场的单位矢量;不断重复这个过程,直至获得一条完整的电力线,如图 3(a)所示。而三维立体电力线是由平面内电力线绕  $x$  轴旋转一定的角度形成的<sup>[4]</sup>,因此在通过“描点法”绘制得到二维的电力线之后,将电力线坐标  $[x(i), y(i)]$  按一定的角度向量  $\varphi = 0: \pi/3: 2\pi$  绕  $x$  轴旋转,形成新的三维电力线的坐标:  $XX = x * \text{ones}(\text{size}(\varphi))$ ,  $YY = y * \sin(\varphi)$ ,  $ZZ = y * \cos(\varphi)$ 。利用 Matlab 中的三维绘图命令 `plot3(XX, YY, ZZ)` 即可得到该系统的三维立体电力线分布,如图 3(b)所示。与 `ode45` 函数求解电力线方程相比,利用“描点法”绘制电力线的方法耗时更短,且易于编程<sup>[3]</sup>。



(a) 二维情况 (b) 三维情况

图 3 “描点法”绘制电偶极子电力线分布

3 磁偶极子的磁力线

3.1 磁偶极子的磁场分布

磁偶极子是类比电偶极子而建立的一种理想模型,当一个小电流环的几何尺寸远小于距所讨论的场点的距离时,该电流环就称之为一个磁偶极子<sup>[2]</sup>。如果以环面法线为  $z$  轴,以环面所在平面为  $xy$  平面建立(球)坐标系,如图 4 所示。考虑载流环的对称性,取场点位置为  $P(r,\theta,0)$ ,位置矢量为  $\mathbf{r} = r\sin\theta \mathbf{e}_x + r\cos\theta \mathbf{e}_z$ ;设电流元的位置为  $(a,\pi/2,\varphi')$ ,位置矢量为  $\mathbf{r}' = a\cos\varphi' \mathbf{e}_x + a\sin\varphi' \mathbf{e}_y$ 。根据毕奥-萨伐尔定律,有

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} d\mathbf{l}' \times \mathbf{e}_R = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^3} d\mathbf{l}' \times \mathbf{R} \tag{5}$$

其中,  $\mathbf{R} = (r\sin\theta - a\cos\varphi') \mathbf{e}_x - a\sin\varphi' \mathbf{e}_y + r\cos\theta \mathbf{e}_z$ ,  $R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2arsin\theta cos\varphi'}$ ,  $d\mathbf{l}' = a(-\sin\varphi' \mathbf{e}_x + \cos\varphi' \mathbf{e}_y)$ 。则

$$\begin{cases} d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi R^3} d\varphi' [r\cos\theta \cos\varphi' \mathbf{e}_x + r\cos\theta \sin\varphi' \mathbf{e}_y + (a-r\sin\theta \cos\varphi') \mathbf{e}_z] \\ \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \frac{[r\cos\theta \cos\varphi' \mathbf{e}_x + (a-r\sin\theta \cos\varphi') \mathbf{e}_z]}{R^3} \end{cases} \tag{6}$$

利用基矢之间的关系对式(6)做化简,即

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{a\cos\theta}{R^3} \mathbf{e}_r + \frac{r\cos\varphi' - a\sin\theta}{R^3} \mathbf{e}_\theta \right] d\varphi' \tag{7}$$

进一步有

$$\begin{cases} B_r = \frac{\mu_0 I a}{\pi} \frac{a\cos\theta}{\sqrt{r^2 + a^2 + 2ar\sin\theta}} \left[ \frac{E(k)}{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta} \right] \\ B_\theta = \frac{\mu_0 I a}{\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2 + 2ar\sin\theta}} \frac{1}{2a\sin\theta} \left[ \frac{r^2 + a^2 - 2a^2\sin^2\theta}{r^2 + a^2 - 2ar\sin\theta} E(k) - K(k) \right] \end{cases} \tag{8}$$

其中,  $k^2 = 4arsin\theta/r^2 + a^2 + 2arsin\theta$ 。

上式即为载流环周围所产生的磁感应强度的具体表达式。式中的  $K$  和  $E$  表示第一、二类完全椭圆积分<sup>[5]</sup>。

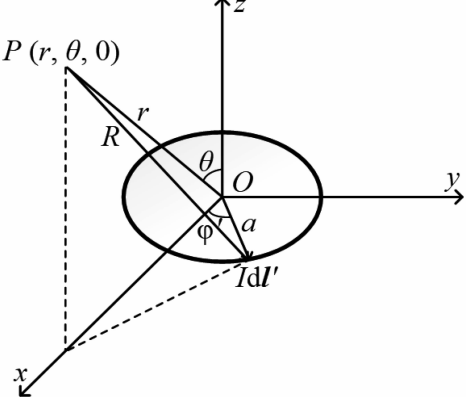


图 4 磁偶极子示意

3.2 “描点法”绘制磁力线

图 5 利用“描点法”绘制了磁偶极子的磁力线分布。假设载流环的半径为  $a = 1$ ,取磁力线的起始位置分别为  $r = 10^{-5} a$  (近似为载流环中心),  $r = 0.3 a, r = 0.6 a, r = 0.8 a, r = 0.9 a, \theta = \pi/2, \varphi' = \pm \pi/2$ 。以距离载流环中心  $r$  处作为绘制磁力线的起始点,由磁感应强度的表达式获得该点的磁场大小及对应的单位矢量,沿着磁场的方向移动  $\Delta l = a/1000$  的距离到空间另一点,循环整个过程直至获得一条完整的磁力线。该方法完美地解决了数值求解磁力线方程中遇到的仿真步长设置不合理导致求解不充分的问题,能够一次性得到磁偶极子完整的磁力线分布图<sup>[6]</sup>。

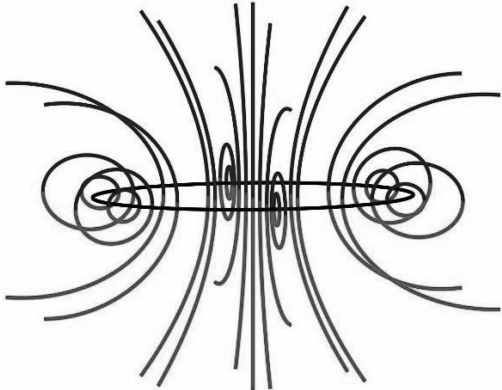


图 5 磁偶极子磁力线分布

4 矩形波导端面的力线分布

矩形波导是横截面为矩形的空心金属波导管。如果能够形象直观地将电力线或者磁力线以立体形式绘制在波导的表面,对于理解波的传播大有好处。“描点法”即可完成这项任务。当波导中传播 TE 波时,电场分量位于垂直于波导传播方向的横截面内( $E_z = 0$ )。利用“纵向场法”可以得到矩形波导 TE 波的场分布表达式为<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} E_x = \frac{j\omega\mu n\pi}{k_c^2} \frac{b}{a} H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \\ E_y = -\frac{j\omega\mu m\pi}{k_c^2} \frac{a}{b} H_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \\ E_z = 0 \\ H_x = \frac{\gamma}{k_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \\ H_y = \frac{\gamma}{k_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \\ H_z = H_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{j\omega t - \gamma z} \end{cases} \tag{9}$$

以  $TE_{11}$  模式为例,利用“描点法”绘制得到其电

力线和磁力线的分布。如图 6 所示。其中  $xy$  平面给出了电力线示意图; $yz$ 、 $xz$  平面给出了磁力线分布。

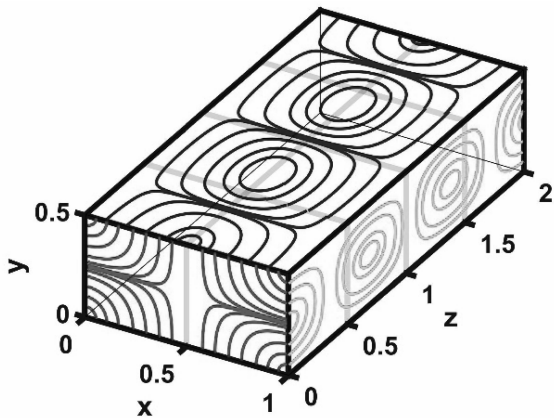


图 6 矩形波导  $TE_{11}$  波的力线分布

从图 6 中可以观察得到,矩形波导 TE 模式中  
场分布的特征为:电力线终止于波导壁,并总是垂  
直于波导壁;磁力线呈闭合曲线,并在波导壁的附  
近与壁平行;此外电力线以波导横截面的中心轴线  
 $x = a/2, y = b/2$  为对称轴呈对称分布。

5 结语

本文提出了“描点法”绘制力线的方法,并在  
Matlab 中绘制得到了电偶极子、磁偶极子力线的二

维和三维分布图以及矩形波导  $TE_{11}$  波对应的力线  
分布。在保证一定精度的前提条件下,通过逐步  
“描点”的方法绘制力线,具有程序简单,执行速率  
高的优点。其次,利用“描点法”可以克服求解力  
线方程无法获得系统边界处数值解的问题,从而获  
得完整的电力线和磁力线分布图。基于 Matlab 仿  
真软件可更加直观形象地显示电磁场的空间分布  
规律,将抽象的电磁场可视化、形象化,从而加深了  
大家对复杂电磁概念的理解。

参考文献

[1] 刘兴鹏, 严丹丹. 理论仿真在电磁场可视化中的应用  
[J]. 信息通信, 2019, 196(4):27-28.  
[2] 梅中磊, 曹斌照, 李月娥, 等. 电磁场与电磁波[M].  
清华大学出版社, 2018 年 10 月.  
[3] 杨宁, 梅中磊. 几种电力线绘制方法总结[J]. 电气电  
子教学学报, 2018, 40(3):110-112,126.  
[4] 易学华, 付凤兰, 胡武平, 等. 点电荷电场的 MAT-  
LAB 作图[J]. 井冈山大学学报(自然科学版), 2006,  
27(10): 44.  
[5] 王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论[M]. 北京大学出版  
社, 2012 年 7 月.  
[6] 黄学良, 胡敏强. 工程电磁场计算中磁力线绘制问题的  
研究[J]. 大电机技术(6 期):25-29.