机器人学中的状态估计 - 作业 4

peng00bo00

May 21, 2020

1. 令 $s_k = \bar{v}_k - \bar{v}_{k-1}$，则系统方程可改写为:

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k-1} + v_k + \bar{v}_k \\ &= x_{k-1} + v_k + \bar{v}_{k-1} + s_k \end{aligned} \tag{1}$$

将方程写成增广形式:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ \bar{v}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} s_k \tag{2}$$

$$d_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \bar{v}_k \end{bmatrix} \tag{3}$$

因此增广形式下的系统状态转移矩阵和观测矩阵为:

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

对应的能观性矩阵为:

$$O' = \begin{bmatrix} C' \\ C'A' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

O' 是满秩的，所以增广后的系统是能观的.

2. 原始的状态转移方程和观测方程为:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ v_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} a_k \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} d_{1,k} \\ d_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{d}_k \end{bmatrix} \tag{8}$$

令 $s_k = \bar{d}_k - \bar{d}_{k-1}$, 则可将方程写成增广形式:

$$\begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ \bar{d}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ v_{k-1} \\ \bar{d}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} a_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s_k \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\begin{bmatrix} d_{1,k} \\ d_{2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ \bar{d}_k \end{bmatrix} \tag{10}$$

对应的能观性矩阵为:

$$O' = \begin{bmatrix} C' \\ C'A' \\ C'A'^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

O' 是满秩的，所以增广后的系统是能观的.

3. 将参数 $n = 3$, $p = 0.999$, $w = 0.1$ 带入公式即可:

$$k = \frac{\ln{(1-p)}}{\ln(1-w^n)} = 6904.30 \tag{12}$$

因此最少需要 6,905 次迭代.