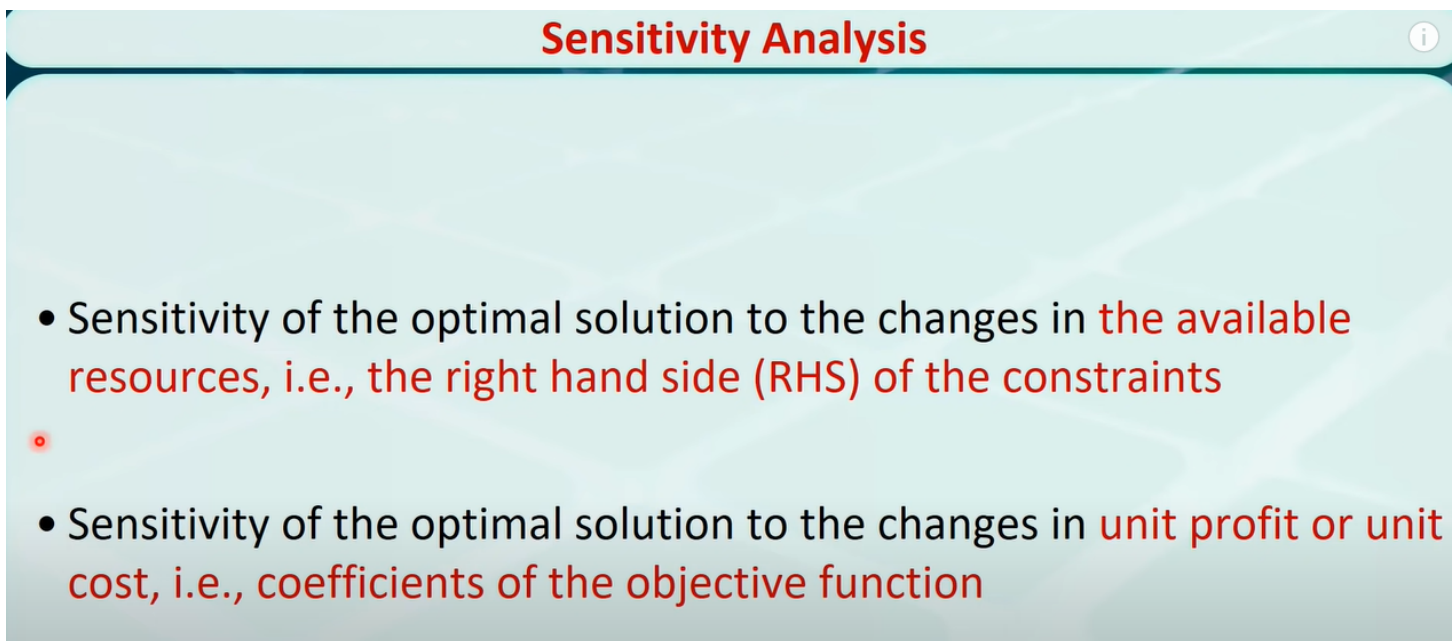


灵敏度分析与影子价格

本篇非王振坤教授课上内容。由于在IP问题的B&B方法中遇到一个对LP relaxation的reoptimization process解释以说明B&B过程中分支选择策略的比较，因此回顾（学习）一下 the reoptimization technique used in sensitivity analysis.

参考资料为Boyd经典著作以及Yong Wang 的Video.

灵敏度分析(Sensitivity Analysis / Post-optimality Analysis - POA)



Sensitivity Analysis

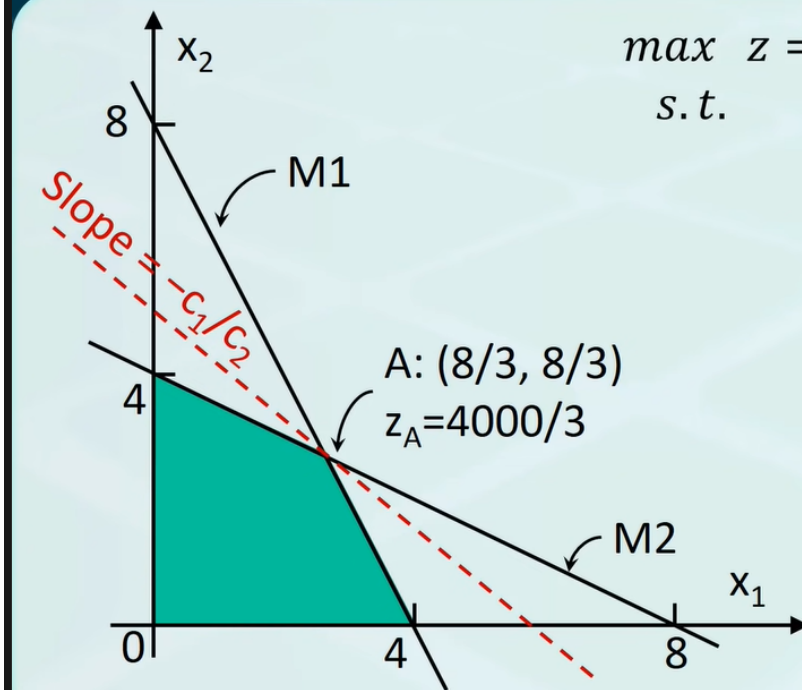
- Sensitivity of the optimal solution to the changes in the available resources, i.e., the right hand side (RHS) of the constraints
- Sensitivity of the optimal solution to the changes in unit profit or unit cost, i.e., coefficients of the objective function

对Objective Function作出改变时的灵敏度分析

这一种灵敏度分析的目的在于：

在什么范围内，我们可以改变LP问题OF中的coefficient parameter而不对optimal solution产生巨大的改变

Sensitivity Analysis - Objective Coefficients



$$\begin{aligned} \max \quad & z = 300x_1 + 200x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 \leq 8 \text{ (M1)} \\ & x_1 + 2x_2 \leq 8 \text{ (M2)} \\ & x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2) \end{aligned}$$

Optimality Range

$$\begin{aligned} \max \quad & z = c_1x_1 + c_2x_2 \\ -\frac{1}{2} & \geq -\frac{c_1}{c_2} \geq -\frac{2}{1} \\ \frac{1}{2} & \leq \frac{c_1}{c_2} \leq 2 \end{aligned}$$

SEORL
SUBSCRIBE 8

上图是一个 $n=2$ 即在2d space下的一个LP问题。根据图示，可以看到只要OF的slope在两个constraints所做出的约束之间，都不会对Optima产生影响。这是一个典型的POA问题，我们可以通过POA来确定最大利益（当某一部分发生改动时，确定整体利益是否会变化）比如下面的问题：

Managerial Use

- Suppose that the unit profit of Product 2 is fixed at its current value $c_2 = \$200$. What is the range of the unit profit for Product 1, c_1 , that will keep the optimal solution unchanged?

$$\frac{1}{2} \leq \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1}{200} \leq 2$$

$$100 \leq c_1 \leq 400$$

对可用资源作出改变时的灵敏度分析 - 即影子价格问题

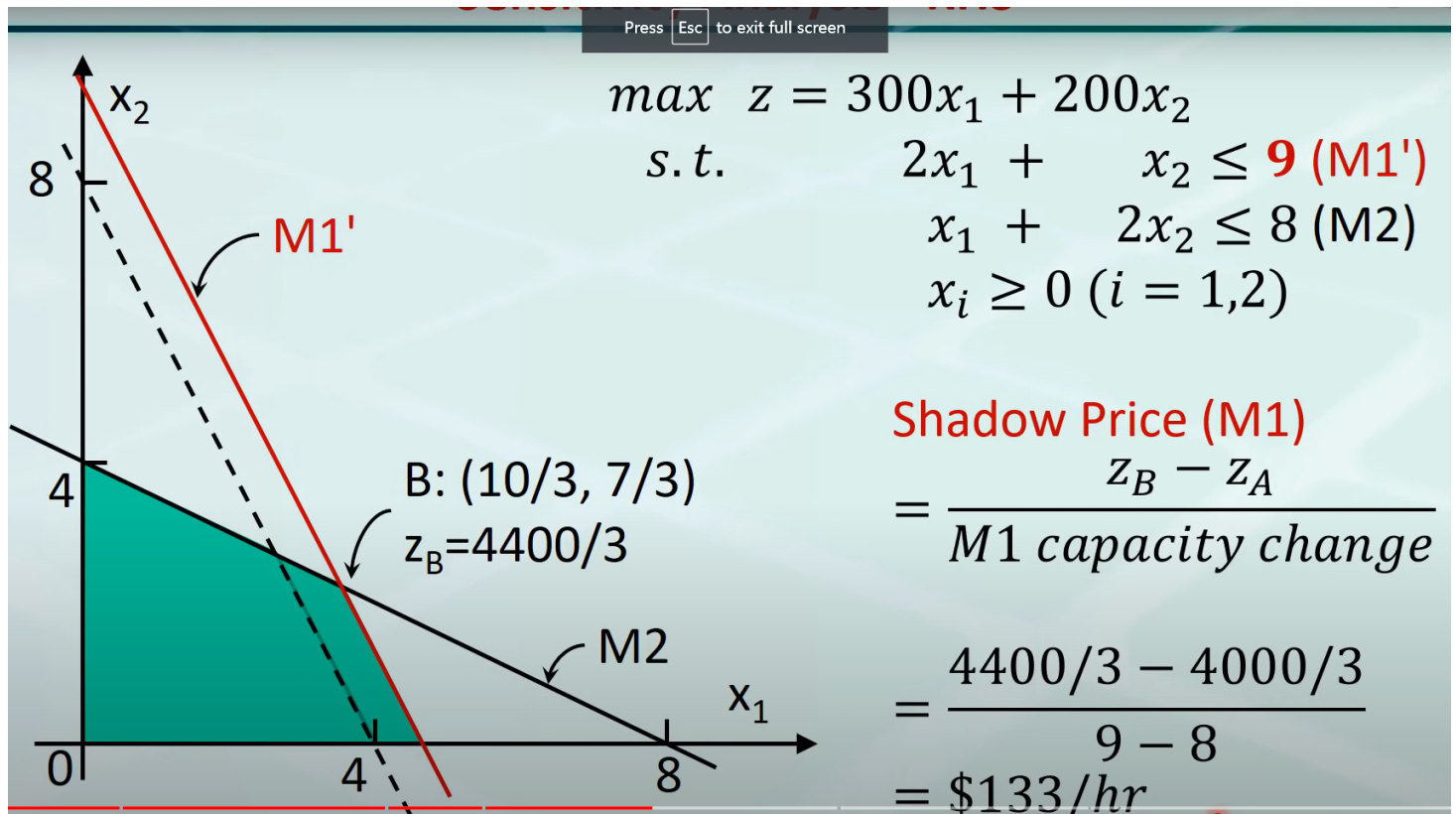
这一种灵敏度分析的目的是：

改变不同的约束条件（一般是以unit做）对optima会有什么样的不同影响

我们在做上一种POA时改变的是OF中的coefficient parameters，而在做影子价格时变化的换成了constraint. 一般来说constraint表示的是resource limit, 表示在RHS.

我们问：当constraint发生单位变化时(unit change), optima会发生什么样的变化？

为什么我们要问这个问题：假设一个工厂有两条产线，各自有一定的约束；工厂想要升级产线，那么选取哪一条产线能够使得利益最大化？参考下面



图示的情况即为M1约束倘若能够单位增大，对optima的影响；同理，其他可调整的constraint同样有一个对optima的影响。通过Shadow Price影子价格（即未发生的代价/收益）来作出决定。

以上为Yong Wang的Video教学

以下为Introduction to Operations Research的4.7内容

TODO:22.5.14 - 后接Introduction to Operations Research 的4.7