

## 质点运动学

**极坐标系**　速度与加速度

v
→



=
r

r
ˆ
+
r

θ
ˆ



{\displaystyle {\vec {v}}=r{\vec {\hat {r}}}+r{\vec {\hat {\theta }}}\,}

a
→



=
(
r
¨
−
r

θ

2




)

r
ˆ



+
(
2
r
˙

θ
˙
+
r

θ
¨
)

θ
ˆ



.


{\displaystyle {\vec {a}}=(\ddot {r}-r{\dot {\theta }}^{2}){\vec {\hat {r}}}+(2{\dot {r}}{\dot {\theta }}+r{\ddot {\theta }}){\vec {\hat {\theta }}}.}

求导：






d

r
ˆ



d
t


=
θ
˙

θ
ˆ



.


{\displaystyle {\frac {d{\vec {\hat {r}}}}{dt}}={\dot {\theta }}{\vec {\hat {\theta }}}.}

**曲率半径**　自然坐标系

R
(
t
)
=



v
3


(
t
)


|






a
→



(
t
)
×

v
→



(
t
)



|



.


{\displaystyle R(t)={\frac {v^{3}(t)}{|\,{\vec {a}}(t)\times {\vec {v}}(t)|}}.}

## 质点动力学

**牛顿第二定律**　微分方程的一种常见处理

f
(
x
)
=
m
x
¨
⇒
f
(
x
)
d
x
=
m
x
˙
d
x
=
m
x
˙
x
˙
d
t
=
m
x
˙
d
x
˙
.


{\displaystyle f(x)=m{\ddot {x}}\Rightarrow f(x)dx=m{\dot {x}}dx=m{\dot {x}}x{\dot {x}}dt=m{\dot {x}}dx{\dot {x}}.}

## 非惯性参考系

**记号声明**　o 表示非惯性系相对于惯性系的量，' 表示物体相对于非惯性系的量

**平动转动参考系**　绝对微商（惯性系中）（***a
→



{\displaystyle {\vec {a}}}*** 是任意向量）






D

a
→





D
t


=



d

a
→





d
t


+
ω
→
×

a
→



.


{\displaystyle {\frac {D{\vec {a}}}{Dt}}={\frac {d{\vec {a}}}{dt}}+{\vec {\omega }}\times {\vec {a}}.}

虚拟力

f
i
→



=


f
a
→



+


f
c
→



+


f
cor
→



+


f
Δ
ω
→





{\displaystyle {\vec {f}}\_{i}={\vec {f}}\_{a}+{\vec {f}}\_{c}+{\vec {f}}\_{cor}+{\vec {f}}\_{\Delta \omega }{\displaystyle =-m{\vec {a}}\_{0}-m{\vec {\omega }}\times ({\vec {\omega }}\times {\vec {r}})-2m{\vec {\omega }}\times {\vec {v}}-m{\frac {D{\vec {\omega }}}{Dt}}\times {\vec {r}}.}

其中 *f
a
→



{\displaystyle {\vec {f}}\_{a}}* 是平移惯力，*f
Δ
ω
→





{\displaystyle {\vec {f}}\_{\Delta \omega }}* 是角速度变化产生的惯性力。

## 动量定理

**质心动量定理**　*c* 表示质心的量，***F
e
x
→



{\displaystyle {\vec {F}}\_{ex}}*** 是相对于质点系的外力

∫

t

0




F
e
x
→



d
t
=

m

C



v
C
→



−

m

C



v

C
0


→



.


{\displaystyle \int \_{t\_{0}}^{t}{\vec {F}}\_{ex}dt=m\_{C}{\vec {v}}\_{C}-m\_{C}{\vec {v}}\_{C0}.}

**变质量物体**　***u
→



{\displaystyle {\vec {u}}}*** 是附着体的初速度，***v
→



{\displaystyle {\vec {v}}}*** 是主体的初速度，*F* 是主体和附着体所受的合力

m



d

v
→





d
t


=
(

u
→



−

v
→



)



d
m
d
t


+


F
→



.


{\displaystyle m{\frac {d{\vec {v}}}{dt}}=({\vec {u}}-{\vec {v}}){\frac {dm}{dt}}+{\vec {F}}.}

**两体碰撞**　两体 *m*<sub>1</sub>,*u*<sub>1</sub> 与 *m*<sub>2</sub>,*u*<sub>2</sub>，完全弹性碰撞后有：

{



v

1


=



m

1


−

m

2




m

1


+

m

2




u

1


+



2

m

2




m

1


+

m

2




u

2





v

1


=



2

m

1




m

1


+

m

2




u

1


+



m

2


−

m

1




m

1


+

m

2




u

2





{\displaystyle {\begin{cases}v\_{1}={\frac {m\_{1}-m\_{2}}{m\_{1}+m\_{2}}}u\_{1}+{\frac {2m\_{2}}{m\_{1}+m\_{2}}}u\_{2}\\v\_{1}={\frac {2m\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}}u\_{1}+{\frac {m\_{2}-m\_{1}}{m\_{1}+m\_{2}}}u\_{2}\end{cases}}

## 动能定理

**质点系动能定理**　要考虑内力做功

E

k


(
t
)
=

E

k


(

t

0


)
=

A

e
x


=

A

i
n


.


{\displaystyle E\_{k}(t)=E\_{k}(t\_{0})=A\_{ex}=A\_{in}.}

**有心力**　有心力是保守力，可以定义势能

**质心系**　**柯尼希定理**：体系动能等于质心动能与体系相对于质心系动能之和

E

k


=


1
2



m

C



v

C
2


+

E

k
C


.


{\displaystyle E\_{k}={\frac {1}{2}}m\_{C}v\_{C}^{2}+E\_{kC}.}

用动能定理时，选择质心系，惯性力做功为 0, 不需要考虑惯性力所做的功。

**两体问题**　两体间作用力 ***F
→



{\displaystyle {\vec {F}}}***，约化质量 



μ
=



m

1


m

2




m

1


+

m

2




,


{\displaystyle \mu ={\frac {m\_{1}m\_{2}}{m\_{1}+m\_{2}}},}

 相对位矢 ***r
→



{\displaystyle {\vec {r}}}***，则：

μ



d

2



r
→





d

t

2




=


F
→



,

E

k
C


=


1
2



μ

v

2


,


L
→



=
μ

r
→



×

v
→



.


{\displaystyle \mu {\frac {d^{2}{\vec {r}}}{dt^{2}}}={\vec {F}},E\_{kC}={\frac {1}{2}}\mu v^{2},{\vec {L}}=\mu {\vec {r}}\times {\vec {v}}.}

该表达式表示将参考系（设为 *S*）选择与任意一物体（假设为 *m*<sub>2</sub>）相对静止时，*m*<sub>1</sub> = μ，即可在 *S* 系中进行简单的运算（将 *S* 系视为惯性系），且 *S* 中求得的机械能即为质心系中的机械能。

**两体碰撞**　两体 *m*<sub>1</sub>,*u*<sub>1</sub> 与 *m*<sub>2</sub>,*u*<sub>2</sub>，恢复系数 *e* = 






v

2


−

v

1




u

1


−

u

2




,


{\displaystyle e={\frac {v\_{2}-v\_{1}}{u\_{1}-u\_{2}}},}

Δ

E

k


=


1
2



μ
(

e

2


−
1
)
(

u

1


−

u

2


)

2


.


{\displaystyle \Delta E\_{k}={\frac {1}{2}}\mu (e^{2}-1)(u\_{1}-u\_{2})^{2}.}

## 角动量定理

**角动量与力矩**　动量 ***p
→



{\displaystyle {\vec {p}}}***，角动量 ***L
→



{\displaystyle {\vec {L}}}***，力矩 ***M
→



{\displaystyle {\vec {M}}}***

L
→



=


r
→



×


p
→



,


M
→



=



d

L
→





d
t


=


r
→



×


F
→



.


{\displaystyle {\vec {L}}={\vec {r}}\times {\vec {p}},{\vec {M}}={\frac {d{\vec {L}}}{dt}}={\vec {r}}\times {\vec {F}}.}

**质点系角动量守恒**　外力给定点的总外力矩和为 0，角动量守恒

**质心系角动量**　体系角动量等于质心的角动量与体系相对于质心的角动量之和

L
→



=


L
→



C


+


L
→



C
M


.


{\displaystyle {\vec {L}}={\vec {L}}\_{C}+{\vec {L}}\_{CM}.}

## 万有引力

**能量**　轨道半长轴为 *a* 物体的总能量，角动量 *l* = *m**h*，*r* 是径向速度，物体角动量守恒，所以 *l*,*h* 均为定值

a
=
−



G
M
m


2
E


.


{\displaystyle a=-{\frac {GMm}{2E}}.}

E
=


1
2



m

r
˙

2


+

U

e
f
f




{\displaystyle E={\frac {1}{2}}m{\dot {r}}^{2}+U\_{eff}}

=


1
2



m

r
˙

2


+



L

2




2
m

r

2


−
G



M
m


r


.


{\displaystyle ={\frac {1}{2}}m{\dot {r}}^{2}+{\frac {L^{2}}{2mr^{2}}}-G{\frac {Mm}{r}}.}

*E* ≥ 0，物体做开放轨道运动；*E* < 0，物体做闭合轨道运动。

**比内公式**　




h

2



u

2


(



d

2


u


d

θ

2


+
u
)
=
−


f


m


.


{\displaystyle h^{2}u^{2}({\frac {d^{2}u}{d\theta ^{2}}}+u)=-{\frac {f}{m}}.}

(*h* = 






L


m




=



r

2



θ
˙
,
u
=



1
r


,
f
为有心力)


{\displaystyle (h={\frac {L}{m}}=r^{2}\theta {\dot {}},u={\frac {1}{r}},f为有心力)}

**轨道定律**　



r
=



p


1
+
ϵ
cos
⁡
θ


.


{\displaystyle r={\frac {p}{1+\epsilon \cos \theta }}.}

其中 



p
=



L

2




G
M

m

2




,
ϵ
=



1


√
1
+



2
E

L

2




G

2



M

2



m

3




.


{\displaystyle p={\frac {L^{2}}{GMm^{2}}},\epsilon ={\sqrt {1+{\frac {2EL^{2}}{G^{2}M^{2}m^{3}}}}}.}

 可根据 *E* 的正负判断离心率 ϵ 的取值，进而确定轨道形状。

## 刚体

**常用转动惯量**　细棒关于中心 *I* = 






1
12



m

l

2




,


{\displaystyle I={\frac {1}{12}}ml^{2}.}

 关于端点 *I* = 






1
3



m

l

2




.


{\displaystyle I={\frac {1}{3}}ml^{2}.}

圆环关于轴线 *I* = *mR*<sup>2</sup>，圆柱关于轴线 *I* = 






1
2



m

R

2




.


{\displaystyle I={\frac {1}{2}}mR^{2}.}

圆球关于直径 *I* = 






2
5



m

R

2




,


{\displaystyle I={\frac {2}{5}}mR^{2}.}

 球壳关于直径 *I* = 






2
3



m

R

2




.


{\displaystyle I={\frac {2}{3}}mR^{2}.}

薄板关于中心垂直轴 *I* = 






1
12



m
(

a

2


+

b

2


)
,


{\displaystyle I={\frac {1}{12}}m(a^{2}+b^{2}),}

 关于中心水平轴 *I* = 






1
12



m

a

2




.


{\displaystyle I={\frac {1}{12}}ma^{2}.}

**平行轴定理**　*I*<sub>*D*</sub> = *I*<sub>*C*</sub> + *m**d*<sup>2</sup>.

**垂直轴定理**　*I*<sub>*z*</sub> = *I*<sub>*x*</sub> + *I*<sub>*y*</sub>.

直线运动	定轴转动
<i>x</i>	<i>φ</i>
<i>v</i> = <span><span>       d x   d t     {\displaystyle v={\frac {dx}{dt}}}  </span></span>	<i>ω</i> = <span><span>       d φ<!-- φ -->   d t     {\displaystyle \omega ={\frac {d\phi }{dt}}}  </span></span>
<i>a</i> = <span><span>       d v   d t     {\displaystyle a={\frac {dv}{dt}}}  </span></span>	<i>β</i> = <span><span>       d ω<!-- ω -->   d t     {\displaystyle \beta ={\frac {d\omega }{dt}}}  </span></span>
<i>m</i>	<i>I</i> = ∑ Δ <i>m<sub>i</sub>R<sub>i</sub></i> <sup>2</sup>
<i>F</i> = <i>ma</i>	<i>M</i> = <i>Iβ</i>
<i>E<sub>k</sub></i> = <span><span>       1 2    m  v  2     {\displaystyle E_{k}={\frac {1}{2}}mv^{2}}  </span></span>	<i>E<sub>k</sub></i> = <span><span>       1 2    I  ω<!-- ω -->  2     {\displaystyle E_{k}={\frac {1}{2}}I\omega ^{2}}  </span></span>
<i>p</i> = <i>mv</i>	<i>L</i> = <i>Iω</i>

**平面平行运动**　***F
e
x
→



{\displaystyle {\vec {F}}\_{ex}}*** = *m****a
→



{\displaystyle {\vec {a}}\_{C}}***, *M<sub>z</sub>* = *I<sub>z</sub>β*, *E<sub>k</sub>* = 






1
2



m

v

2


+


1
2



I

z



ω

2




.


{\displaystyle {\vec {F}}\_{ex}=m{\vec {a}}\_{C},M\_{z}=I\_{z}\beta ,E\_{k}={\frac {1}{2}}mv^{2}+{\frac {1}{2}}I\_{z}\omega ^{2}.}

**纯滚动条件**　*v<sub>C</sub>* = *Rω*, *a<sub>C</sub>* = *Rβ*.

**进动**　***M
→



{\displaystyle {\vec {M}}}*** = ***Ω
→



{\displaystyle {\vec {\Omega }}}*** × ***L
→



{\displaystyle {\vec {L}}}***.(*M* 是力矩，*Ω* 是进动角速度，*L* 是自转角动量 *L* = *Iω*，ω 是自转角速度).

## 振动和波

**简谐振动**　*m****x
¨



{\displaystyle {\ddot {x}}}*** = −*kx*,　*ω* = 






√



k
m




.


{\displaystyle \omega ={\sqrt {\frac {k}{m}}}.}

 振动方程：*x* = *A* cos(*ωt* + φ).

E
=


1
2



m

ω

2



A

2


,


E

k


=


E

p


=


E


2


.


{\displaystyle E={\frac {1}{2}}m\omega ^{2}A^{2},{\vec {E}}\_{k}={\vec {E}}\_{p}={\frac {E}{2}}.}

一维保守力定义势能 *V(x)*，有 *k* = 






d

2


V


d

x

2




|

x
=

x

0


.


{\displaystyle k={\frac {d^{2}V}{dx^{2}}}|\_{x=x\_{0}}.}

**振动的合成**　同方向相近频率的振动的合成：

x

1


=
A
cos
⁡
(

ω

1


t
+

ϕ

1


)
,

x

2


=
A
cos
⁡
(

ω

2


t
+

ϕ

2


)
.


{\displaystyle x\_{1}=A\cos(\omega \_{1}t+\phi \_{1}),x\_{2}=A\cos(\omega \_{2}t+\phi \_{2}).}

x
=

x

1


+

x

2


=
2
A
cos
⁡
(



ω

1


−

ω

2


2


t
+



ϕ

1


−

ϕ

2


2


)
)
⋅
cos
⁡
(



ω

1


+

ω

2


2


t
+



ϕ

1


+

ϕ

2


2


)
)
.


{\displaystyle x=x\_{1}+x\_{2}=2A\cos\left({\frac {\omega \_{1}-\omega \_{2}}{2}}t+{\frac {\phi \_{1}-\phi \_{2}}{2}}\right)\cdot \cos\left({\frac {\omega \_{1}+\omega \_{2}}{2}}t+{\frac {\phi \_{1}+\phi \_{2}}{2}}\right).}

振幅变化频率

ν
=



|

ω

1


−

ω

2


|


2
π


=
|

ν

1


−

ν

2


|
=
Δ
ν
.


{\displaystyle \nu ={\frac {|\omega \_{1}-\omega \_{2}|}{2\pi }}=|\nu \_{1}-\nu \_{2}|=\Delta \nu .}

 这一现象称之为**拍**，Δ*ν* 称为拍频.

**阻尼振动**　*m****x
¨



{\displaystyle {\ddot {x}}}*** = −*kx* − *γ****x
˙



{\displaystyle {\dot {x}}}*** ⇒ ***x
¨



{\displaystyle {\ddot {x}}}*** + 2*β****x
˙



{\displaystyle {\dot {x}}}*** + *ω*<sup>2</sup>*x* = 0. 其中 *γ* 为阻力系数，*β* 为阻尼系数.

过阻尼 (*β* > *ω*):*x* = e<sup>−*βt*</sup>(*A*<sub>1</sub>e<sup>√

β

2


−

ω

2




t


{\displaystyle {\sqrt {\beta ^{2}-\omega ^{2}}}t}</sup> + *A*<sub>2</sub>e<sup>−






√

β

2


−

ω

2




t


{\displaystyle -{\sqrt {\beta ^{2}-\omega ^{2}}}t}</sup>).

欠阻尼 (*β* < *ω*):*x* = *A*<sub>0</sub>e<sup>−*βt*</sup> cos(*ω<sub>f</sub>* + φ),　*ω<sub>f</sub>* = 






√

ω

2


−

β

2




.


{\displaystyle \omega \_{f}={\sqrt {\omega ^{2}-\beta ^{2}}}.}

临界阻尼 (*β* = *ω*):*x* = (*A*<sub>1</sub> + *A*<sub>2</sub>*t*)e<sup>−*βt*</sup>.　品质因数 *Q* = 






ω


2
β


.


{\displaystyle Q={\frac {\omega }{2\beta }}.}

**受迫振动**　*m****x
¨



{\displaystyle {\ddot {x}}}*** = −*kx* − *γ****x
˙



{\displaystyle {\dot {x}}}*** + *F*<sub>0</sub> cos *ω'**t* ⇒ ***x
¨



{\displaystyle {\ddot {x}}}*** + 2*β****x
˙



{\displaystyle {\dot {x}}}*** + *ω*<sup>2</sup>*x* = *F*<sub>0</sub> cos *ω'**t*.

欠阻尼 *x* = *A*<sub>0</sub>e<sup>−*βt*</sup> cos(*ω<sub>f</sub>* + φ) + *B* cos(*ω'**t* − φ')

tan
⁡
ϕ
′
=



2
β

ω
′



ω

2


−

ω

′2




,


B
=



F

0




√
(

ω

2


−

ω

′2


)

2


+
4

β

2



ω

′2




.


{\displaystyle \tan \phi '={\frac {2\beta \omega '}{\omega ^{2}-\omega ^{2}}},B={\frac {F\_{0}}{\sqrt {(\omega ^{2}-\omega ^{2})^{2}+4\beta ^{2}\omega ^{2}}}}.}

能量共振：*ω* = *ω'*, *B<sub>r</sub>* := *B* = 






F

0


2
β
ω


,


{\displaystyle \omega =\omega ',B\_{r}:=B={\frac {F\_{0}}{2\beta \omega }},\tan \phi =\infty ,x=}

F

0


2
β
ω



sin
⁡
ω
t


.


{\displaystyle {\frac {F\_{0}}{2\beta \omega }}\sin \omega t.}

 此时驱动力功率最大，速度最大.

振幅共振：*ω'* = 






√

ω

2


−
2

β

2




.


{\displaystyle \omega '={\sqrt {\omega ^{2}-2\beta ^{2}}}.}

 此时振幅最大.

**波**　运动学：*y* = *A* cos(*ωt* − *kx* + φ)

**波的传播**　惠更斯原理，折射、反射定律

**波的叠加**　相干波和非相干波叠加：

**驻波**：介质中反向行进的相干平面简谐波叠加后的合成波实际上是一种振动，不再是振动的传播，成为驻波，驻波是各点振幅 (|*A'*| = |2*A* cos



(
k
x
+



ϕ

1


−

ϕ

2


2


)


)


{\displaystyle (kx+{\frac {\phi \_{1}-\phi \_{2}}{2}})}

)|) 不同的简谐振动的集体.

|*A'*| = 2*A* 的位置称为波腹，*A'* = 0 的位置称为波节，相邻波腹（节）间距离 






λ
2


.


{\displaystyle {\frac {\lambda }{2}}.}

**波速**：相速度：*u<sub>p</sub>* = 






ω
k


{\displaystyle u\_{p}={\frac {\omega }{k}}}

群速度：非相干波 (






ω

1


k

1






=

u

1


,


ω

2


k

2






=

u

2


)


{\displaystyle ({\frac {\omega \_{1}}{k\_{1}}}={u\_{1}},{\frac {\omega \_{2}}{k\_{2}}}={u\_{2}})}

 叠加合成波包络线的

峰值传播速度：*u<sub>g</sub>* = 






ω

1


−

ω

2




k

1


−

k

2




.


{\displaystyle u\_{g}={\frac {\omega \_{1}-\omega \_{2}}{k\_{1}-k\_{2}}}.}

**多普勒效应**　在观察者和波源方向上，观察者以*v<sub>D</sub>* 运动，波源以*v<sub>s</sub>* 运动，两者趋紧的方向为正则：

ν
′



ν



=



1
+



v

D


u




1
−



v

s


u




.


{\displaystyle {\frac {\nu '}{\nu }}={\frac {1+{\frac {v\_{D}}{u}}}{1-{\frac {v\_{s}}{u}}}}.}

**常见的波**    波动方程  $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ .

弹性棒上的纵波： $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ ,  $Y$  为杨氏模量,  $F(x) = SY \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}|_x$ ,  $\rho$  为密度.

弦上横波： $v = \sqrt{\frac{N}{\rho}}$ ,  $N$  为切变模量.

声波（纵波）： $v = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$ ,  $p$  为空气压强（空气的杨氏模量）.

电磁波： $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ .

浅水波： $v = \sqrt{gh}$ .

深水波： $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ .

## 流体

**流体静力学方程**     $\vec{f}$  是单位质量上的力 (加速度):

$$\rho \vec{f} = \vec{\nabla} p, \mathrm{d}p = \frac{\partial p}{\partial x} \mathrm{d}x + \frac{\partial p}{\partial y} \mathrm{d}y + \frac{\partial p}{\partial z} \mathrm{d}z.$$

**定常流动**    在欧拉法描述下  $\vec{v}$  不随时间变化。

连续性方程： $\rho \vec{v} \cdot \Delta \vec{S} = const.$ .

伯努利方程：

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho U + p = const. (\text{其中 } U \text{ 为单位质量的势能})$$

**粘滞流体**    粘滞力（侧面）： $F = \eta \Delta S \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}$ .

泊肃叶公式： $Q = \int_0^R v 2\pi r \mathrm{d}r = \frac{\pi (p_1 - p_2) R^4}{8l\eta}$ .

雷诺数： $R_e = \frac{\rho v r}{\eta}$ .

$R_e > 4000$  湍流,  $R_e < 2000$  层流,

$2000 < R_e < 4000$  不稳定.

斯托克斯公式：小球在粘滞流体中低速运动:

粘滞阻力： $f = 4\pi r v \eta$ .

压差阻力： $f' = 2\pi r v \eta$ .

## 相对论

**记号声明**     $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$ .

**洛伦兹变换**    K' 系以  $v$  沿  $x$  轴相对 K 系运动

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x') \end{cases}$$
$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x \frac{v}{c^2}} \\ u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x \frac{v}{c^2})} \\ u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x \frac{v}{c^2})} \end{cases} \qquad \begin{cases} u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u_x \frac{v}{c^2}} \\ u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + u_x \frac{v}{c^2})} \\ u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + u_x \frac{v}{c^2})} \end{cases}$$

**多普勒效应**     $f' = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \phi)} f$ .

**相对性**    时缓： $\Delta t = \gamma \Delta t'$ , 尺缩  $\ell = \sqrt{1 - \beta^2} \ell'$ .

**相对论力学**    设物体静质量  $m_0$ , 速度  $v$

$$\begin{cases} m = \gamma m_0 \\ p = mv \\ E = mc^2 \approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 \\ E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \end{cases}$$

对静质量为零的粒子有  $E = pc$ .

## 补充

**球冠体积**     $V = \frac{\pi 2h^2}{3} (3R - h)$ .

**三向量叉乘**     $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$ .

**常用常量**    重力加速度  $g = 9.8 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ , 光速  $c = 3 \times 10^8 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ .

万有引力常量  $G = 6.67 \times 10^{-11} \mathrm{m}^3 \cdot (\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s})^{-2}$ .

地球质量  $M = 6 \times 10^{24} \mathrm{kg}$ , 半径  $R = 6371 \mathrm{km}$ .

太阳质量  $M_S = 2 \times 10^{30} \mathrm{kg}$ .

15 摄氏度, 1atm 的空气： $p = 10^5 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2}, \rho = 1.2 \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ .

实际声速  $v = 340 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ .

★ 祝考试顺利! ★