

Моделирование выброса излучающей энергии в атмосферных ливнях

<https://arxiv.org/pdf/1606.01641.pdf>

Абстракт. Была разработана эффективная методика для оценки энергии излучения ШАЛ. Для изучения данного вопроса и разработки, был использован код CoREAS. Определялся продольный (вертикальный) профиль излучения и сравнивается с вертикальным профилем энергии в электромагнитной компоненте ливня. Было обнаружено, что излучаемая энергия с поправкой на геометрическую зависимость квадратично пропорционально энергии электромагнитной компоненты ливня с зависимостью второго порядка от плотности атмосферы в точке максимума развития ливня X_{\max} . В том случае, если X_{\max} не может быть определен, данная зависимость может быть оценена по зенитному углу прихода ливня с небольшой потерей точности. Данный метод дает неопределенность в 4% свойственный определению энергии по электромагнитной компоненте, который намного ниже экспериментальных ошибок существующих установок.

На основе данной работы лежит факт о том, что радиоизлучение в ливне генерируется по хорошо известным законам электродинамики. Что позволяет рассчитать радиоизлучение используя первые принципы электромагнитной компоненты ШАЛ. Такие расчеты уже проведены и используются в программах моделирования атмосферных ливней. В эксперименте, энергия излучения может быть оценена интерполяцией и интеграцией измеренного потока энергии на земле.

Модель

В данной секции будет разрабатываться мат модель для эффективного извлечения энергии излучения из симуляции ливня и описывается параметры моделирования.

3D эл. поле вектор E радиосигнала с КЛ, может быть уменьшено до 2D, потому что компонента направленная вдоль развития может считаться за ноль, т.к. э/м волна поляризована в плоскости перпендикулярной направлению распространения. Данная плоскость обычно называется **плоскостью ливня**. Выгодно, соориентировать оси плоскости так, чтобы 1 ось совпадала с направлением $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, т.е. была перпендикулярна оси ливня и геомагнитному углу B . Другая ось должна совпадать с направлением $\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, чтобы получить ортогональную систему координат.

Плотность потока f , т.е. вклад энергии на единицу площади - это интегрированный по времени поток вектора Пойнтинга радиосигнала, который может быть рассчитан по следующей формуле:

$f = f_{\mathbf{v} \times \mathbf{B}} + f_{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}$ компоненты которого равны:

$$f_{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 c \Delta t \sum_i E_{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}^2(\mathbf{r}, t_i)$$

$$f_{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 c \Delta t \sum_i E_{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}^2(\mathbf{r}, t_i)$$

где ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума, c - скорость света в вакууме, Δt - интервал

времени, по которому измеряется $E(\mathbf{r}, t)$ который зависит от положения \mathbf{r} и времени t и разбит по своим компонентам $E_{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}$ и

$E_{\mathbf{v} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})}$. Компоненты $f_{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}$ и

$\vec{f} \times (\vec{v} \times \vec{B})$ могут быть дальше разделены на геомагнитный и аскарьяновский (избыток заряда - charge excess) компонент. Геомагнитная компонента поляризована по направлению силы Лоренца, который действует на частицы ливня, т.е. по направлению $\vec{v} \times \vec{B}$ и поэтому присутствует только в компоненте $E_{\vec{v} \times \vec{B}}$ электрического поля. Аскарьяновская компонента поляризована радиально и направлена в ось ливня. Поэтому его вклад в компоненты электрического поля зависит от положения детектора относительно оси ливня и может быть представлена при помощи угла ϕ (как показано на рис. observer). Компоненты эл. поля будут записываться в виде:

$$E_{\vec{v} \times \vec{B}}(\vec{r}, t) = E_{\text{geo}}(\vec{r}, t) + \cos\{\phi\} E_{\text{ce}}(\vec{r}, t) \\ E_{\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})}(\vec{r}, t) = \sin\{\phi\} E_{\text{ce}}(\vec{r}, t)$$

E_{geo} и E_{ce} - модули эл. поля с геомагнитного и Аскарьяновского излучения. Здесь ϕ - это геометрический угол антенны к оси, в координатах плоскости ливня. Т.е. если антенны лежат вдоль оси $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})$

После простейших мат. преобразований мы можем получить следующие формулы для определения плотности потока компонент:

$$\vec{f} \times (\vec{v} \times \vec{B})(\vec{r}) = \sin^2\{\phi\} f_{\text{ce}}(\vec{r}) \\ (\vec{r}) = \left(\sqrt{f_{\text{geo}}(\vec{r})} + \cos\{\phi\} \sqrt{f_{\text{ce}}(\vec{r})} \right)^2$$

В пределах точности необходимой для данной работы, такое допущение является оправданным. Такая аппроксимация дает смещение в 1% из-за переоценки $\vec{f} \times \vec{B}(\vec{r})$ на 1%.

Данная выведенная формула теперь зависит не только от положения на плоскости ливня \vec{r} , но и угла ϕ .

Расчет энергии излучения

Т.к. энергия плотности потока f зависит от положения на плоскости ливня и от угла, для расчета энергии излучения будем пользоваться полярными координатами. Энергия излучения, т.е. полная энергия, которая содержится в радиосигнала на данной высоте от уровня земли, мы используем следующую формулу:

$$E_{\text{rad}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} dr f(r, \phi)$$

Считая, что ФПР геомагнитного и Аскарьяновского излучения радиально симметричны мы можем заключить (полную выкладку см. в статье), что при симуляции по методу Монте-Карло, достаточно генерировать радиосигнал на положении положительной оси $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})$, т.е. для $\phi = 90^\circ$. Такое допущение значительно уменьшает длительность моделирования по сравнению со звездой, как это делается на установке LOFAR.

Строго говоря, компонента эл. поля направленной вдоль оси не является 0, как это было допущено выше, т.к. фронт ливня не является абсолютно плоским. Поэтому $f_{\vec{v}}$ добавляются к f :

$$f = f_{\vec{v} \times \vec{B}} + f_{\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})} + f_{\vec{v}}$$

Еще одним бонусом данного метода является то, что вдоль оси $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})$

вклад разных механизмов радиоизлучения разделяется по разным осям и может быть проанализировано по отдельности. Т.к. в случае азимутального угла $\phi = 90^\circ$:

$$\vec{f}_v \times \vec{B} = f_{\text{geo}}; \vec{f}_v \times (\vec{v} \times \vec{B}) = f_{\text{ce}}$$

Simulation setup

Для моделирования была использован код CORSIKA 7.4005 для генерации широких атмосферных ливней с моделью адронных взаимодействий QGSJetII-04 и FLUKA 2011.2c и расширение CoREAS для расчета радиоизлучения. Сининг использован на уровне 10^{-6} с оптимизированным пределом весов. Использовалась US стандартная модель атмосферы и магнитное склонение = -35.7° с абсолютной силой магнитного поля = 0.243 Гс. Такие параметры магнитного поля соответствуют региону установки AERA. Преломление воздуха взято за $n-1 = 2.92 \times 10^{-4}$ на уровне моря. Использовано 30 антенн, в качестве наблюдателей вдоль положительной оси $\vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{B})$. Расстояние между наблюдателями ближе к оси ниже, чтобы увеличить разрешение. Энергия излучения рассчитывается численной интеграцией плотности потока энергии используя правило композитных трапеций. Ошибки, которой в данном случае составили < 1%. Все наблюдатели расположены в плоскости ливня, т.е. в зависимости от направления прихода ливня и их расстояний до оси, положение наблюдателя может иметь разные высоты от уровня земли. **Пояснение к расположению наблюдателей.** d_{max} - это расстояние от оси ливня до самой дальней установки. 1-ая антенна расположена на расстоянии 0.5% от d_{max} от оси. Следующие 12 расположены равномерно до 15% от d_{max} . Остальные 17 расположены равномерно до d_{max} . **Пример:** Для $d_{\text{max}} = 1000$ м: 1 - ая антенна: 5 м от центра 2-13 антенны: каждые 12 м от первой антенны 14-30: каждые 50 м от 13-й антенны.

Следует иметь в виду, что максимальное расстояние динамически подстраивается под ливень. К **примеру**, максимальное расстояние антенны до оси ливня лежит в пределах от 100 м на уровне наблюдений (что соответствует глубине 100 г/см²) до почти 3 км (что соответствует 5800 г/см²).

Было сгенерировано 592 ливня. Первичная энергия распределена случайно по равномерному закону как логарифм энергий 10^{17} - 10^{19} эВ (т.е. от 17 до 19). Зенитный угол θ распределен равномерно от 0 до 80° и азимутальный угол распределен равномерно между 0 до 360. Для каждого такого события был сгенерирован 1 протон и 1 ядро железа.

т.к. CoREAS не дает энергию излучения на разных высотах, авторы генерировали ливни на разных высотах (ставили уровень наблюдателя на разных высотах от уровня моря). Коэффициент пропускания играет не маловажную роль, на рис. height_observers видно, что если коэффициент пропускания взять за единицу, то форма ФПР сильно отличается.

Энергия излучения тоже варьируется в зависимости от высоты наблюдения, например, начиная с 1000 г/см² (3.9 км от уровня моря) достигает $\sim 3 \times 10^6$ эВ и почти не меняется.

В случаях разных коэффициентов пропускания в том, что при реальной атмосфере в излучения вносит вклад Черенковский механизм.

Фит функцией Гайзера-Хилласа

Продольный профиль излучения может быть хорошо описан функцией Гайзера-Хилласа с тремя свободными параметрами:

$$\frac{dE_{\text{rad}}}{dX}(X) = A \left(\frac{X}{X_{\text{max}}^{\text{rad}}} \right)^{\frac{X_{\text{max}}^{\text{rad}}}{\lambda}} \exp \left(\frac{X_{\text{max}}^{\text{rad}} - X}{\lambda} \right)$$

где A , $X_{\text{max}}^{\text{rad}}$, λ - свободные параметры. Интеграл данной формулы дает полную энергию излучения, которая является основной целью данной работы. Поэтому, мы фитируем интеграл функции Гайзера-Хилласа к полной энергии излучения измеренной на данной глубине (нижняя панель рис. *longitudinal profile*), что дает более точное определение энергии излучения. С таким подходом появляется возможность оценить полную энергию излучения даже для тех случаев, когда ливень полностью не развился. Интеграция должна проводиться численно, а не аналитически. Авторы генерировали по 5-7 искусственных ливней на разных высотах на каждое событие, что достаточно для ограничения функции Гайзера-Хилласа. Первые 4 высоты наблюдения распределяются симметрично вокруг положения максимума ливня на $X_{\text{max}} \pm 300$ г/см² и $X_{\text{max}} \pm 50$ г/см² и 5-ая высота наблюдения на уровне земли. Если путь прохождения через атмосферы достаточно большой, то добавляются $X_{\text{max}} + 500$ г/см², $X_{\text{max}} + 1000$ г/см². Ливень проходит большой путь, если он наклонный.

Разложение процессов излучения

Данный метод позволяет разложить энергию излучения отдельно на геомагнитный и Аскарьяновский компоненты. Различие этих механизмов с точки зрения ФПР в том, что Аскарьяновский механизм на близких от оси расстояниях почти 0, потом растёт, потом начинает падать. В то время, как геомагнитный на близких расстояниях имеет большую амплитуду, которая падает с расстоянием. Такое поведение связано с поляризацией этих компонент.

Разложение по компонентам также, позволяет найти отношение значений этих компонент:

$$a = \sin(\alpha) \sqrt{\frac{E_{\text{ce}}^{\text{rad}}}{E_{\text{geo}}^{\text{rad}}}}$$

Вообще, величина a будет, также, зависеть и от зенитного угла и от расстояния, что объясняется разницей в форме ФПР геомагнитной компоненты и Аскарьяновской. Но если использовать полную энергию компоненты, то такой зависимости не должно быть. В данной формуле взят квадратный из-за квадратичной зависимости амплитуды радиоизлучения от энергии первичной частицы, которая была найдена в предыдущих работах.

Если использовать такой подход, то a должен зависеть от плотности воздуха возле X_{max} , т.к. именно возле X_{max} и выделяется большая часть энергии радиоизлучения. Поэтому вводится значение $\rho_{X_{\text{max}}}$, который будет зависеть от угла θ и X_{max} ливня, которая может быть рассчитана из профиля плотности атмосферы.

Рис. *density_vs_ratio*, показана зависимость величины a от плотности $\rho(\theta, X_{\text{max}})$. Авторы утверждают, что нету различий между первичным протоном и железом, что вероятно указывает на то, что величина a **зависит только от плотности атмосферы**. Потому что, если бы это было не так, и величина зависела от X_{max} , то мы бы наблюдали немного другую картину при других первичных частицах. Т.к. обычно у протона X_{max} находится ближе к уровню моря, по сравнению с железом.

