

第四章 数据互联

在开始本章内容前，先通过下图来了解一下多传感器数据融合的三大问题：数据互联、状态估计和决策融合。图 4.1 中所示为多个雷达扫描飞机的情况，实际为一架飞机依次从位置 1 飞到位置 4。由于雷达的观测范围有限，有可能出现多个雷达在不同或相同时间点实际观测到同一个目标，所以数据互联解决的就是不同雷达观测到的飞机是一架还是多架的问题。在了解清楚目标数量情况后，就要通过状态估计找出这些飞机所处的位置、速度和要往哪个方向飞。最后，通过决策融合对目标飞机出现的原因以及其目的是什么作出判断。

本章将主要介绍以上三大问题中的数据互联，帮助读者弄清数据互联解决的问题以及数据互联的常用方法。

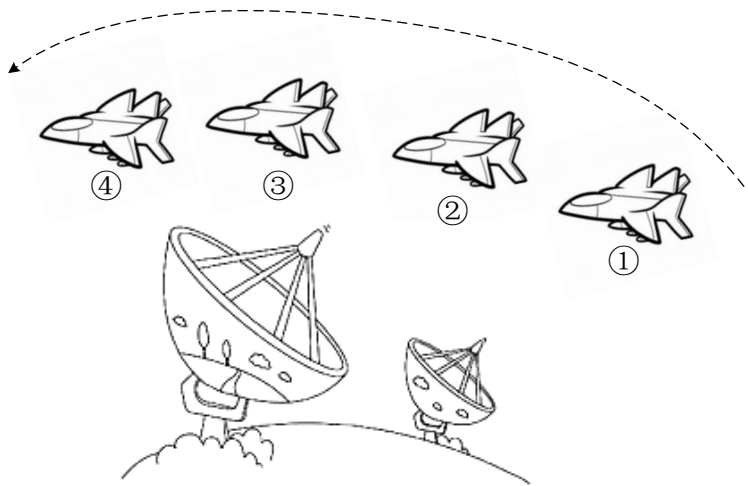


图 4.1 目标跟踪示意图

4.1 数据互联要解决的问题

假设跟踪系统存在多个目标、多个传感器，数据互联的关键是确定与每个目标相对应的测量集，如数据互联的问题描述如图 4.2 所示。我们假设在杂乱的环境中只有一个传感器正在跟踪 O 个目标（在杂乱的环境中，我们指的是具有多个彼此相近的目标的环境）。那么，数据互联问题的困难在于：

- (1) 以离散的时间间隔在融合节点中接收每个传感器的观察结果；
- (2) 传感器可能不会以特定间隔提供观测结果；
- (3) 观测结果的来源包括“探测到的目标”及“噪声”；

- (4) 对于任何特定目标和每个时间间隔,我们事先不知道该目标产生观测结果的具体数据。

因此,数据互联的目标是建立由同一目标随时间生成的一组观察或测量。Hall和Llinas [1]提供了以下数据互联定义:“将某一组观测数据进行分配和计算,说明其属于哪一条轨迹的过程(轨迹可以被定义为跟随路径并由同一目标生成的有序点集)。”

作为数据互联问题复杂性的一个例子,如果我们采用帧到帧的关联并假设在所有 n 个帧中都可以检测到 M 个可能的点,那么可能的集合的数量是 $(M!)^{n-1}$ 。请注意,从所有这些可能的解决方案中,只有一组确定了 M 个点的真实运动。通常,在检测的目标的状态估计之前执行数据互联。这是一个关键步骤,因为如果数据互联错误,估计或分类将会受到影响。数据互联过程也可以出现在所有融合级别中,但粒度根据每个级别的目标而变化。

一般而言,对所有可能组合的详尽搜索随目标数量呈指数增长;因此,数据互联问题变为NP问题。解决数据互联问题的最常用技术将在第4.2节中详细介绍。

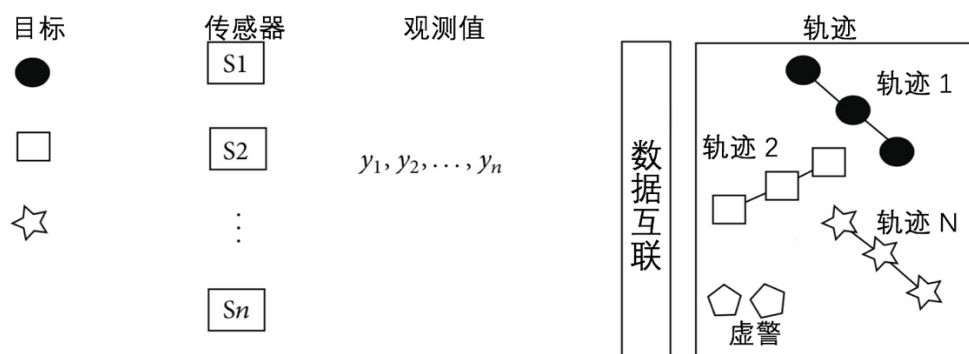


图4.2 目标测量集及数据互联问题的描述

4.2 数据互联方法

4.2.1 最近邻和 K-Means

最近邻 (Nearest neighbor, NN) 是最简单的数据互联技术。NN 是众所周知的聚类算法,它对最相似的值进行选择或分组,如图 4.3 所示,依照最邻近法会选择方框内的 Z_2 这个点。一次测量与另一次测量的接近程度取决于所采用的距离度量,并且通常取决于设计者设置的阈值。通常,所采用的标准可以基于 (1) 绝对距离, (2) 欧几里德距离, (3) 距离的统计函数。

NN 是一种简单的算法,可以在很短的时间内找到可行(近似)的解决方案。然而,在杂乱的环境中,它可能提供许多具有相同概率的对,因此可能产生错误传播[2]。此外,该算

法在频繁出现错误测量的环境中性能较差，这些环境处于高噪声环境中。

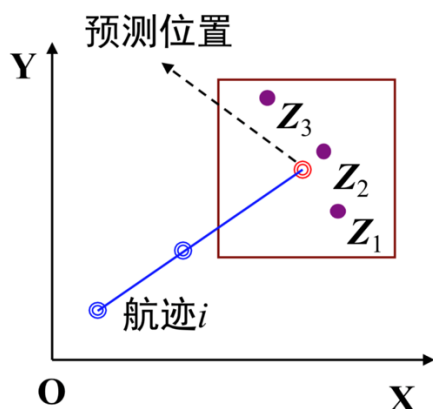


图 4.3 最邻近

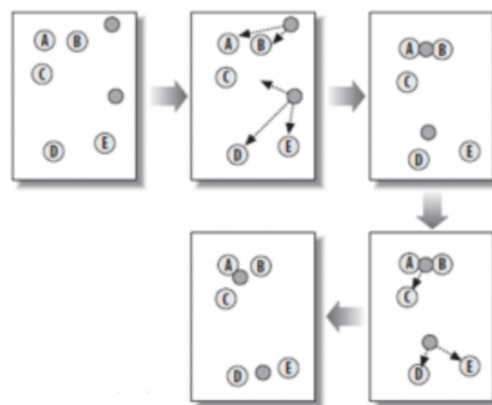


图 4.4 K -Means 聚类过程

K -Means [3]方法是 NN 算法的改进。如图 4.4 所示， K -Means 将数据集划分为 K 个不同的聚类。 K -Means 算法支持聚类质心的最佳定位，最佳意味着位于数据聚类中心的质心。 K -Means 是一种迭代算法，可以分为以下几个步骤：

- (1) 获得输入数据和所需聚类数 (K)；
- (2) 随机分配每个聚类的质心；
- (3) 将每个数据点与每个聚类的质心相匹配；
- (4) 将类中心移动到类的质心；
- (5) 如果算法不收敛，则返回步骤 (3)。

K -Means 有以下缺点：

- (i) 算法并不总是为聚类群中心提供最优解；
- (ii) 聚类数必须先验已知，并且必须假设这个数是最优的；
- (iii) 该算法假定数据集的协方差不相关或已经规范化。

有几种方法可以克服这些缺点。对于第一个，可以多次执行算法并获得具有较小方差的解决方案。对于第二个，可以从低值 K 开始并递增 K 的值直到获得足够的结果。通过将数据乘以协方差矩阵的逆，可以容易地克服第三个缺点。

Lloyd 的基本 K -Means 算法[3]已经给出了许多变化，其计算上限成本为 $O(K^n)$ ，其中 n 是输入点的数量， K 是所需类的数量。一些算法修改初始类分配以改善分离并减少迭代次数。其他使用模糊逻辑，概率或贝叶斯技术引入软聚类或多项聚类分配。但是，大多数改进方法仍然必须通过数据空间执行多次迭代才能收敛到合理的结果。这使得该类方法不适合应用于解决实时问题。与期望的 K 聚类相比，基于具有较多（但仍然是有效的）的候选聚类的新方法目前正在引起关注。这个计算模型背后的想法是该算法建立了原始数据的关系模型，同时显著降低了输入空间的维度。以这种方式，可以将加权的 K -Means 应用于大的候选聚类，以导出原始数据的良好聚类。利用这一思想，[4]提出了一种基于随机投影的高效

且可扩展的 K -Means 算法。这种算法只需要通过输入一次数据来构建集群。更具体地说，如果输入数据分布具有一些可分离性要求，则所需候选聚类的数量仅根据 $O(\log n)$ 增长，其中 n 是原始数据中的观察数。

4.2.2 概率数据互联

概率数据互联（Probability Data Association, PDA）算法由 Bar-Shalom 和 Tse [5] 提出，这种算法根据目标的有效测量为每个假设分配关联概率。有效测量是指在该时刻落入目标验证门的观测值。验证门 γ 是目标的预测测量值的中心，用于选择基本集合测量并定义为

$$\gamma \geq (Z(k) - \hat{z}(k|k-1))^T S^{-1}(k) (Z(k) - \hat{z}(k|k-1)) \quad (4-1)$$

其中 K 是时间索引， $S(K)$ 是协方差增益， γ 确定门控或窗口大小。在时刻 k 的有效测量集被定义为

$$Z(k) = z_i(k), i = 1, \dots, m_k, \quad (4-2)$$

其中 $z_i(k)$ 是在时刻 k 的验证区域中的 i 测量。接下来我们给出 PDA 算法的标准方程。对于状态预测，

$$\hat{x}(k|k-1) = F(k-1) \hat{x}(k-1|k-1) \quad (4-3)$$

其中 $F(k-1)$ 是时刻 $k-1$ 的转移矩阵。为了计算测量预测，

$$\hat{z}(k|k-1) = H(k) \hat{x}(k|k-1) \quad (4-4)$$

其中 $H(k)$ 是线性测量矩阵。要计算 i 测量的增益或更新，

$$v_i(k) = z_i(k) - \hat{z}(k|k-1) \quad (4-5)$$

要计算协方差预测，

$$\hat{P}(k|k-1) = F(k-1) \hat{P}(k-1|k-1) F(k-1)^T + Q(k) \quad (4-6)$$

其中 $Q(k)$ 是过程噪声协方差矩阵。计算新协方差 (S) 和卡尔曼增益 (K)

$$\begin{aligned} S(k) &= H(k) \hat{P}(k|k-1) H(k)^T + R \\ K(k) &= \hat{P}(k|k-1) H(k)^T S(k)^{-1} \end{aligned} \quad (4-7)$$

为了在已知目标的测量的情况下获得协方差更新，

$$P^0(k|k) = \hat{P}(k|k-1) - K(k) S(k) K(k)^T \quad (4-8)$$

协方差的总更新计算为

$$v(k) = \sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) v_i(k),$$

$$P(k) = K(k) \left[\sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) v_i(k) - v(k) v(k)^T \right] K^T(k) \quad (4-9)$$

其中 m_k 是 k 时刻中有效测量的数量。下式给出由位置和速度形成的估计状态的更新等式：

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)v(k) \quad (4-10)$$

最后，PDA 的关联概率如下：

$$\beta_i(k) = \frac{p_i(k)}{\sum_{i=0}^{m_k} p_i(k)} \quad (4-11)$$

其中

$$p_i(k) = \begin{cases} \frac{(2\pi)^{M/2} \lambda \sqrt{|S_i(k)|} (1 - P_d P_g)}{P_d} & \text{if } i = 0 \\ \exp \left[\frac{-1}{2} v^T(k) S^{-1}(k) v(k) \right] & \text{if } i \neq 0 \\ 0 & \text{in other cases} \end{cases} \quad (4-12)$$

其中 M 是测量矢量的维数， λ 是杂乱环境的密度， P_d 是正确测量的检测概率， P_g 是检测值的验证概率。

在 PDA 算法中，目标的状态估计为所有假设下的估计状态的加权和。这种算法可以将不同的测量值与一个特定目标相关联。因此，不同测量值与特定目标的关联有助于 PDA 估计目标状态，并且关联概率用作权重。PDA 算法的主要缺点如下：

- (i) 轨迹丢失：由于 PDA 忽略了对其他目标的干扰，它有时可能会错误地对最近的轨迹进行分类。因此，当目标彼此接近或交叉时，它表现不佳；
- (ii) 次优贝叶斯近似：当信息源不确定时，PDA 是关联问题的次优贝叶斯近似；
- (iii) 只能关联一个目标：PDA 最初设计用于在低杂乱环境中关联一个目标。错误警报的数量通常用泊松分布建模，并且假设它们在空间中均匀分布。当有多个目标时，PDA 执行错误，因为误报模型效果不佳；
- (iv) 轨迹管理：因为 PDA 假定轨迹已经建立，所以必须提供用于轨迹初始化和轨迹删除的算法。

PDA 主要用于跟踪运动模式不会发生突变的目标。如果 PDA 的运动模式发生突变，PDA 很可能会失去目标。

4.2.3 联合概率数据互联

联合概率数据互联 (Joint probabilistic data association, JPDA) 是在杂乱环境中跟踪多个目标的次优方法[6]。JPDA 类似于 PDA，其差异在于使用所有观察和所有目标计算关联概率。因此，与 PDA 相比，JPDA 考虑各种假设并将它们组合在一起。JPDA 确定测量 i 源自目标 t 的概率 $\beta_i^t(k)$ ，考虑到在该假设下，测量不能由其他目标产生的事实。因此，对于已知数量的目标，其评估测量目标关联的不同选项（对于最近的一组测量）并将它们组合到相应的状态估计中。如果关联概率是已知的，则可以将轨迹 t 的卡尔曼滤波器更新方程写为

$$\hat{x}^t(k|k) = \hat{x}^t(k|k-1) + K(k)\bar{v}^t(k) \quad (4-13)$$

其中 $\hat{x}^t(k|k)$ 和 $\hat{x}^t(k|k-1)$ 是目标 t 的估计和预测， $K(k)$ 是滤波器增益。与目标 t 的观测 $m(k)$ 相关联的残差的加权和如下：

$$\bar{v}^t(k) = \sum_{i=1}^{m(k)} \beta_i^t(k) v_i^t(k) \quad (4-14)$$

其中 $v_i^t(k) = z_i(k) - Hx^t(k|k-1)$ 。因此，该方法结合了所有观测值（在目标预测位置的邻域内），通过使用后验概率来更新估计位置，后验概率是残差的加权和。

JPDA 的主要局限如下：

- (i) 测量不能来自多个目标；
- (ii) 两次测量不能由同一目标产生（在一个时刻）；
- (iii) 分配给一个目标的所有测量概率之和必须为 1： $\sum_{i=0}^{m(k)} \beta_i^t(k) = 1$

JPDA 的主要缺点如下：

- (i) 它需要一个明确的轨迹初始化机制。与 PDA 类似，JPDA 无法初始化新轨迹或删除观察区域外的轨迹；
- (ii) 当 JPDA 应用于具有多个目标的环境时，它需要较大的计算资源，因为假设的数量随着目标的数量呈指数增加。

通常，在误测量密度高的情况下（如声纳跟踪系统应用），JPDA 比 MHT 更合适。

4.2.4 多重假设检验

多假设检验 (Multiple Hypothesis Test, MHT) 的基本思想是基于使用两个以上的连续观察数据来产生更好的关联结果。如果仅使用两个连续观察，前述各个算法会有较高的错误概率。与 PDA 和 JPDA 相比，MHT 估计所有可能的假设并在每次迭代中维持新的假设。

MHT 的开发是为了在杂乱的环境中跟踪多个目标；因此，它将数据互联问题和跟踪结合到一个统一的框架中，也成为一种估计技术。贝叶斯规则或贝叶斯网络通常用于计算 MHT 假设。一般来说，研究人员声称 MHT 的误报率低于 JPDA。然而，MHT 的主要缺点是当轨迹数或误报数增加时的计算成本。使用窗口修剪假设树可以解决这个局限。

Reid [7]跟踪算法被认为是标准的 MHT 算法，但基于该问题的一系列公式是由 Morefield [8]提出的。MHT 是一种迭代算法，其中每次迭代都以一组对应假设开始。每个假设是不相交轨迹的集合，并且针对每个假设再计算下一时刻中的目标预测。接下来，通过使用距离度量将预测与新观察结果进行比较。在每个假设中建立的一组关联（基于距离）在下一迭代中引入新的假设。每个新假设代表一组基于当前观察的新轨迹。

注意，每个新测量可以来自（i）视觉视野中的新目标，（ii）被跟踪的目标，或（iii）测量过程中的噪声。也可能由于目标消失，或者在该时刻不可能获得目标测量，导致没有将测量分配给目标。

MHT 为每个帧中的每个目标维护几个对应的假设。如果在时刻 k 中的假设由 $H(k) = [h_l(k), k=1, \dots, n]$ 表示，那么假设 $h_l(k)$ 的概率可以使用贝叶斯规则递归地表示，如下：

$$\begin{aligned} P(h_l(k) | Z(k)) &= P(h_g(k-1), a_i(k) | Z(k)) \\ &= \frac{1}{c} P(Z(k) | h_g(k-1), a_i(k)) \\ &\quad * P(a_i(k) | h_g(k-1)) * P(h_g(k-1)) \end{aligned} \quad (4-15)$$

其中 $h_g(k-1)$ 是直到时刻 $k-1$ 的完整集的假设 g ； $a_i(k)$ 是轨迹与目标的第 i 种可能的关联； $Z(k)$ 是当前帧的检测集合， c 是正常数。

在给定联合似然和当前假设的情况下，前一等式右侧的第一项是测量集 $Z(k)$ 的似然函数。第二项是给定先前假设 $h_g(k-1)$ 当前数据的关联假设概率。第三项是先前假设的概率，从该概率计算当前假设。

MHT 算法具有在保持假设树结构的同时检测新轨迹的能力。贝叶斯决策模型给出了真实轨迹的概率

$$P(\lambda | Z) = \frac{P(Z | \lambda) * P_o(\lambda)}{P(Z)} \quad (4-16)$$

其中 $P(\lambda | Z)$ 是获得给定 λ 的测量集合 Z 的概率， $P_o(\lambda)$ 是信号源的先验概率， $P(Z)$ 是获得该组检测 Z 的概率。

MHT 考虑了所有可能性，包括轨迹维护以及集成框架中轨迹的初始化和删除。MHT 使用穷举法计算在生成一组测量值之后具有目标的可能性，并且该算法不假设固定数量的目

标。MHT 的主要挑战是有效的假设航迹的管理。基本的 MHT 算法可以扩展如下：(i) 对丢失的目标，跟踪和密集对象使用假设聚合；(ii) 应用多级 MHT 以改善在具有复杂的环境中的性能和稳健性；(iii) 使用特征辅助 MHT 进行扩展目标航迹的记录。

该算法的主要缺点是计算成本较大，其随着轨迹和测量数量呈指数增长。由于该算法在时间和内存上都是指数的，所以其实际中系统实现耗时非常大。

为了降低计算成本，[9]提出了一种概率 MHT 算法，其中关联被认为是统计独立的随机变量，并且避免了穷举搜索，该算法称为 PMHT。PMHT 算法假定目标和测量的数量是已知的。为了降低计算成本，[10]提出了 MHT 算法的有效实现。此实现是应用于在可视环境中执行跟踪的第一个版本。他们使用 Murty [11]算法在多项式时间内确定 k 个假设的最佳集合，目标是跟踪的兴趣点。

MHT 通常仅通过一个特征（通常是位置）来执行跟踪过程。Liggins II 等人[12]提出了使用多种特征的贝叶斯组合。Coraluppi 等人[13]与 Storms 和 Spieksma [14]分别提出了一种基于线性规划的 MHT 跟踪优化问题的松弛方法。Joo 和 Chellappa [15]提出了一种用于跟踪视觉环境中多个目标的关联算法。他们的算法基于 MHT 修改，其中测量可以与多个目标相关联，并且几个目标可以与一个测量相关联。他们还提出了一种组合优化算法来生成最佳的关联假设集。与其他近似模型相比，他们的算法能够得出最佳假设。Coraluppi 和 Carthel [16]使用假设类的递归而不是单个假设提出了 MHT 算法的推广。这项工作已应用于多目标跟踪问题的特殊情况，称为基数跟踪，其中他们观察传感器测量的数量而不是目标状态。

4.2.5 分布式联合概率数据互联

Chang 等人[17]提出了联合概率数据互联（JPDA-D）的分布式结构。在该技术中，使用两个传感器相关联的目标估计状态由下式给出

$$E\{x | Z^1, Z^2\} = \sum_{j=0}^{m_1} \sum_{l=0}^{m_2} E\{x | \chi_j^1, \chi_l^2, Z^1, Z^2\} * P\{\chi_j^1, \chi_l^2 | Z^1, Z^2\} \quad (4-17)$$

其中 $m_i, i = 1, 2$ 是传感器 1 和 2 的最后一组测量值， $Z^i, i = 1, 2$ 是累积数据的集合， χ 是关联假设。等式右边的第一项是根据之前的关联计算出来的。第二个项根据每个测量的关联概率计算如下：

$$\begin{aligned}
P(\chi_j^1, \chi_l^2 | Z^1, Z^2) &= \sum_{x^j} \sum_x \\
&= P(\chi_j^1, \chi_l^2 | Z^1, Z^2) \hat{\omega}_j^1(\chi^1) \hat{\omega}_l^2(\chi^2), \quad (4-18) \\
P(\chi^1, \chi^2 | Z^1, Z^2) &= \frac{1}{c} P(\chi_j^1 | Z^1) P(\chi_l^2 | Z^2) \gamma(\chi^1, \chi^2)
\end{aligned}$$

其中 χ^i 是涉及所有测量和所有目标的联合假设， $\hat{\omega}_j^i(\chi^i)$ 是测量-目标的二元关联值。附加项 $\gamma(\chi^1, \chi^2)$ 取决于各个假设的相关性，并反映联合假设中当前测量影响的位置。

假设在每次观察时存在通信而获得这些等式，并且通信是随机过程，当噪声较大时的仅能近似计算。因此，该算法是一种理论模型，在实际应用中存在一些局限性。

4.2.6 分布式多重假设检验

分布式版本的 MHT 算法 (Distributed Multiple Hypothesis Test, MHT-D) [18][19] 遵循与 JPDA-D 算法类似的结构。让我们假设一个节点必须融合两组假设目标和轨迹的情况。如果假设和轨迹集由 $H^i(Z^i)$ 和 $T^i(Z^i)$ 表示， $i=1,2$ ，则假设概率由 λ_j^i 表示；轨迹 τ_j^i 的状态分别由 $P(\lambda_j^i)$ 和 $P(x|Z^i, \tau_j^i)$ 表示；融合节点中的最大可用信息是 $Z = Z^1 \cup Z^2$ 。MHT-D 的数据融合目标是获得假设的集合 $H(Z)$ 、轨迹集合 $T(Z)$ 、假设概率 $P(\lambda|Z)$ 和观察数据的状态分布 $p(x|Z, \tau)$ 。

MHT-D 算法由以下步骤组成：

- (1) 假设形成：对于可以融合每个假设对 λ_j^1 和 λ_k^2 ，通过关联一对轨迹 τ_j^1 和 τ_k^2 形成轨迹 τ ，其中每对轨迹来自一个节点并且可以源自同一目标。该阶段的最终结果是由 $H(Z)$ 表示的一组假设和融合轨迹 $T(Z)$ ；
- (2) 假设评估：在此阶段，获得每个假设的关联概率和每个融合轨迹的估计状态。采用分布式估计算法来计算可能关联的极大似然以及每个特定关联处获得的估计。

使用信息模型，每个融合假设的概率由下式给出

$$P(\lambda|Z) = C^{-1} \prod_{j \in J} P(\lambda^{(j)} | Z^{(j)})^{a(j)} \prod_{\tau \in \lambda} L(\tau|Z) \quad (4-19)$$

其中 C 是归一化常数， $L(\tau|Z)$ 是每个假设对的极大似然。

MHT-D 的主要缺点是计算成本高，大约为 $O(n^M)$ ，其中 n 是可能关联的数量， M 是要估计的变量的数量。

4.2.7 图模型

图模型是用于表示和推理概率和独立性的形式。图形模型表示联合概率的条件分解。图形模型可以表示为图形，其中节点表示随机变量；边缘表示随机变量之间可能存在的依赖关系，板块表示子结构的复制，并且适当地索引相关变量。该图捕获随机变量上的联合分布，可以将其分解为因子的乘积，每个因子仅依赖于变量的子集。图形模型有两大类：(i) 贝叶斯网络[20]，也称为有向图形模型，(ii) 马尔可夫随机区域，也称为无向图形模型。有向图形模型可用于表达随机变量之间的因果关系，而无向模型更适合于表示随机变量之间的软约束。读者可以到 Koller 和 Friedman [21] 的书中获取有关图形模型的更多信息。

基于图形模型的框架可以解决具有重叠区域的同步传感器网络中的分布式数据互联问题，并且每个传感器接收噪声测量值。这个解决方案由 Chen 等人[22][23]提出。他们的工作基于图形模型，用于表示随机变量之间的统计依赖性。数据互联问题被视为推理问题，并通过使用 max-product 算法[24]来解决。图形模型将变量之间的统计依赖性表示为图形，并且当图形是树形结构时，max-product 算法收敛。此外，所采用的算法可以通过并行地在输入源节点之间以分布式方式交换消息。利用该算法，如果每个传感器具有 n 种可能的关联组合和 M 个待估计变量，则其复杂度为 $O(n^2 M)$ ，这是合理的，并且小于 MHT-D 算法的 $O(n^M)$ 复杂度。但是，在构建图形模型时，必须特别注意相关变量。

4.3 小结

本章介绍了数据互联要解决的问题以及常用的数据互联方法。简单来说，数据互联是为了在多传感器、多目标环境中，创建来自于同一目标的、随时间生成的观察或测量集。而常见的数据互联方法可以总结为以下五大类：

当系统中有单个传感器、单个目标时，采用概率数据互联(PDA)、多重假设检验(MHT)；

当系统中有单个传感器、多个目标时，采用联合概率数据互联 (JPDA)；

当系统中有多个传感器、单个目标时，采用分布式联合概率数据互联 (JPDA-D)；

当系统中有多个传感器、多个目标时，采用多重假设检验 (MHT-D)。

其他常用方法还有最邻近 (NN)、K-Means 和图模型。在实际应用中，可以根据以上不同情况进行方法选择，从而获得最佳数据互联结果。

参考文献：

[1] D. L. Hall and J. Llinas, "An introduction to multisensor data fusion," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85,

no. 1, pp. 6–23, 1997

[2] S. S. Blackman, “Association and fusion of multiple sensor data,” in *Multitarget-Multisensor: Tracking Advanced Applications*, pp. 187–217, Artech House, 1990.

[3] S. Lloyd, “Least squares quantization in pcm,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 129–137, 1982.

[4] M. Shindler, A. Wong, and A. Meyerson, “Fast and accurate K-means for large datasets,” in Proceedings of the 25th Annual Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS ’11), pp. 2375–2383, December 2011.

[5] Y. Bar-Shalom and E. Tse, “Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association,” *Automatica*, vol. 11, no. 5, pp. 451–460, 1975.

[6] T. E. Fortmann, Y. Bar-Shalom, and M. Scheffe, “Multi-target tracking using joint probabilistic data association,” in *Proceedings of the 19th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*, vol. 19, pp. 807–812, December 1980.

[7] D. B. Reid, “An algorithm for tracking multiple targets,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 24, no. 6, pp. 843–854, 1979.

[8] C. L. Morefeld, “Application of 0-1 integer programming to multitarget tracking problems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 3, pp. 302–312, 1977.

[9] R. L. Streit and T. E. Luginbuhl, “Maximum likelihood method for probabilistic multihypothesis tracking,” in *Proceedings of the Signal and Data Processing of Small Targets*, vol. 2235 of *Proceedings of SPIE*, p. 394, 1994.

[10] I. J. Cox and S. L. Hingorani, “Efficient implementation of Reid’s multiple hypothesis tracking algorithm and its evaluation for the purpose of visual tracking,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 18, no. 2, pp. 138–150, 1996.

[11] K. G. Murty, “An algorithm for ranking all the assignments in order of increasing cost,” *Operations Research*, vol. 16, no. 3, pp. 682–687, 1968.

[12] M. E. Liggins II, C.-Y. Chong, I. Kadar et al., “Distributed fusion architectures and algorithms for target tracking,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 1, pp. 95–106, 1997.

[13] S. Coraluppi, C. Carthel, M. Luetngen, and S. Lynch, “Allsource track and identity fusion,” in *Proceedings of the National Symposium on Sensor and Data Fusion*, 2000.

[14] P. Storms and F. Spieksma, “An lp-based algorithm for the data association problem in multitarget tracking,” in *Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Information Fusion*, vol. 1, 2000.

[15] S.-W. Joo and R. Chellappa, “A multiple-hypothesis approach for multiobject visual tracking,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 11, pp. 2849–2854, 2007.

[16] S. Coraluppi and C. Carthel, “Aggregate surveillance: a cardinality tracking approach,” in

Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion (FUSION '11), July 2011.

[17] K. C. Chang, C. Y. Chong, and Y. Bar-Shalom, "Joint probabilistic data association in distributed sensor networks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 31, no. 10, pp. 889–897, 1986.

[18] Y. Chong, S. Mori, and K. C. Chang, "Information fusion in distributed sensor networks," in *Proceedings of the 4th American Control Conference*, Boston, Mass, USA, June 1985.

[19] Y. Chong, S. Mori, and K. C. Chang, "Distributed multitarget multisensor tracking," in *Multitarget-Multisensor Tracking: Advanced Applications*, vol. 1, pp. 247–295, 1990.

[20] J. Pearl, *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*, Morgan Kaufmann, San Mateo, Calif, USA, 1988.

[21] Koller and N. Friedman, *Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques*, MIT press, 2009.

[22] L. Chen, M. C. Cetin, and A. S. Willsky, "Distributed data association for multi-target tracking in sensor networks," in *Proceedings of the 7th International Conference on Information Fusion (FUSION '05)*, pp. 9–16, July 2005.

[23] L. Chen, M. J. Wainwright, M. Cetin, and A. S. Willsky, "Data association based on optimization in graphical models with application to sensor networks," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 43, no. 9-10, pp. 1114–1113, 2006.

[24] Y. Weiss and W. T. Freeman, "On the optimality of solutions of the max-product belief-propagation algorithm in arbitrary graphs," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 736–744, 2001.