武汉大学 2013-2014 学年第一学期期末考试

高等数学 A1（A 卷答题卡）

姓名 ____________ 班级 ____________

[1]

考	生	学	号									
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

填涂样例	正确填涂 ▬ 错误填涂 [×][—][•]	注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（6 分）设 $a_n>0$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，试说明结论："存在一正整数 N，使当 $n>N$ 时，恒有 $a_{n+1}<a_n$" 是否成立？

二、（8 分）指出函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)\sin x}{x(x-2)}$ 的间断点，并判定其类型.

三、（8 分）求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2+5}{5n+3}\sin\dfrac{2}{n}$.

四、（8 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}\ln(1+u)\sin 2u\,du}{\sin^2(x^3)}$.

五、（7 分）设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=f(x^2+y^2)+f(x+y)$ 所确定，且 $y(0)=2$，其中 $f(x)$ 是可导函数，$f'(2)=\dfrac{1}{2},f'(4)=1$，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$ 的值.

六、（8 分）讨论函数 $y=3\int_0^x(t^2-2t-3)dt+1$ 在 $[-2,6]$ 上的凸性与拐点.

七、（7 分）求 $\int_0^{+\infty}\dfrac{x}{(1+x)^3}dx$.

八、（8 分）设$\begin{cases} x = t + arc\cot t \\ y = t - \ln(1+t^2) \end{cases}$确定了函数$y = y(x)$，求 $\dfrac{d^2 y}{dx^2}$.

九、（6 分）求微分方程$y'' + 4y = 3\sin x$的一条积分曲线，使其与曲线$y = \tan 3x$相切于原点.

十、（6 分）证明$f(x) = \begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x} & , x \neq 0, \\ 0 & , x = 0, \end{cases}$在$x = 0$处连续但不可导.

十一、（6 分）研究函数$y = (1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!})e^{-x}$的极值（$n$为自然数）.

十二、（10 分）求曲线$y^2 = 2x$在点$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$处法线与曲线所围成图形的面积.

十三、(6 分)设$f(x)$在$[0,1]$上二阶可导,且$f(0) = 0 f(1) = f'(1) = 0$,证明:在$(0,1)$内存在一点$c$,使$f''(c) = 0$.

十四、（6 分）设函数$f(x)$在$\left[a，b\right]$上有连续导数$(a > 0)$，又设$x = r\cos\theta，f(x) = r\sin\theta$，试证明：

$$2\int_a^b f(x)dx + \int_\alpha^\beta r^2(\theta)d\theta = bf(b) - af(a)\text{，其中：}\alpha = \arctan\frac{f(a)}{a}，\beta = \arctan\frac{f(b)}{b}.$$