武汉大学 2012-2013 学年第一学期期末考试

高等数学 A1（A 卷答题卡）

姓名 ____________ 班级 ____________

考生学号												
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

注意事项	
	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（5 分）若 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=0$，且在 x_0 的某去心邻域内 $g(x)\neq 0$，$\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=A$，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ 必等于 0，为什么？

二、（8 分）设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ae^x+be^{-x}-c}{\sin^2 x} & ,x\in(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}),且x\neq 0,\\ 1 & ,x=0.\end{cases}$ 试确定常数 a,b,c 的一组值，使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续。

三、（6 分）设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处二阶可导，且 $f(a)=f'(a)=0, f''(a)=1$，求极限 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)\sin(x-a)}{(e^x-e^a)^3}$.

四、（6 分）设 $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty}x(1+\dfrac{1}{t})^{3xt}$，求 $f''(x)$

五、（5 分）设 u,v 均是 x 的可微函数，$y(x)=\ln\sqrt{u^2+v^2}$，求 dy

六、（6 分）求函数 $I(x)=\int_e^x\dfrac{\ln t}{t^2-2t+1}dt$ 在区间 $[e,e^2]$ 上的最大值.

七、（5 分）求 $\int_{-2}^{-1}\dfrac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.

八、（6 分）求微分方程 $y''+3y'=\cos 2x$ 的通解。

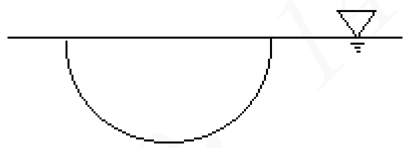
九、（7 分）若在 x_0 的某去心邻域内 $|f(x)|\le\alpha(x)$，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha(x)=0$，试证明：$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$

十、（7 分）设$y=y(x)$由方程$y=f\left[2x+\varphi(y)\right]$所确定,其中$f$与$\varphi$ 都是可导函数,求y'.

十一、（8 分）求函数$y=(x-1)\sqrt[3]{x^2}$的极值

十二、（8分）求由不等式$\sin^3 x\le y\le\cos^3 x, 0\le x\le\frac{\pi}{4}$所确定的区域的面积.

十三、（8 分）有一抛物线弓形板，其底边为L米，顶点到底边距离为H米，将此板竖直浸入水中，使底边与水面相重合，求板所受压力。



十四、（5 分）设$f(x)$定义在$[\frac{1}{2},+\infty)$上，且满足：（1）$f(1)=1$，

（2）$f(x)f(y)=2f(x+y)\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos\theta)^{2x-1}(\sin\theta)^{2y-1}d\theta$，证明：$f(x+1)=xf(x)$

十五、（5 分）设$f(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，且$f(0)=0$，对任意$x\in(0,1)$有$f(x)\neq 0$， 证明存在$c\in(0,1)$使$\frac{nf'(c)}{f(c)}=\frac{f'(1-c)}{f(1-c)}$（$n$为自然数）。

十六、（5 分）设弹簧的上端固定，下端悬挂一质量为m的物体，开始时用手拿住重物，使弹簧既不伸长，也不缩短，然后突然放手，弹簧发生振动。设弹簧的弹性系数为k，介质阻力与运动速度成正比，比例系数为h。试证：当$t\to\infty$时，物体趋向于平衡位置$x(\infty)=\frac{mg}{k}$。