武汉大学 2014-2015 学年第一学期期末考试

高等数学 A1（A 卷答题卡）

姓名____________ 班级____________

考生学号												
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

注意事项

1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。
2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。
3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（10 分）已知：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x^4}\int_0^{x^2}\dfrac{t}{\sqrt{a+t}}dt=1$，求$a$的值.

二、（10 分）设 $y=2^{3x}\cdot\ln(2x)-\sqrt{1+x^2}$，求$y'$.

三、（8 分）设$\begin{cases}x=t^3+t\\ y=\dfrac{3}{4}t^4+t^3+\dfrac{1}{2}t^2+t\end{cases}$且$t=t_0$时，$dy=2dx$，试求$t_0$.

四、（8 分）设微分方程$x''-\tan t\cdot x'+2x=0$的一特解为$x_1=\sin t$ $(0<|t|<\dfrac{\pi}{2})$，求它的通解。

五、（8 分）验证极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+x+\sin x\cos x}{x-\sin x\cos x}$存在，但不能用罗必塔得出.

六、（8 分）求$\int_a^b\dfrac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-x)}}(a<b)$.

七、（8 分）设$F(x)=\int_0^x \sin^n t dt$，其中$n$为奇数

八、（8 分）设 $f(x)=\left[\varphi(x)-\varphi(0)\right]\ln(1+2x), g(x)=\int_0^x \frac{t}{1+t^3}dt$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $\varphi'(0)=1$，证明 $f(x)$ 与 $g(x)$ 为 $x\to 0$ 时的同阶无穷小。

九、（8 分）判断函数 $y=\dfrac{1}{1+x}$ 的单调性,并证明 $\dfrac{|a+b|}{1+|a+b|}\le\dfrac{|a|}{1+|a|}+\dfrac{|b|}{1+|b|}$

十、（8 分）设 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上连续，在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内可导，且 $f(\frac{\pi}{2})=0$，证明 存在一点 $\xi\in(0,\frac{\pi}{2})$，使 $f(\xi)+\tan\xi\cdot f'(\xi)=0$.

十一、（8 分）位于 x 轴上区间 $\left[0,l\right]$ 上长为 l，密度为 $\rho(x)$ 的杆绕 $x=a$ 旋转的转动惯量为 $I=\int_0^l (x-a)^2\rho(x)dx$，试求这个转动惯量为最小时的 a 值。

十二、（8 分）如图所示，设以 $(0,a)$ 为中心的 a 为半径的圆弧 PmQ 与以 $(0,0)$ 为中心的 $\sqrt{2}a$ 为半径的圆弧 pnQ 所围成的平面图形的面积为 S，试证明 S 等于正方形 $OAQB$ 的面积。