

武汉大学 2015-2016 学年第一学期期末考试

高等数学 A1（A 卷答题卡）

姓名 _____ 班级 _____				考 生 学 号															
填涂样例	正确填涂 ■ 错误填涂 ☒☑☐☑☐	注 意 事 项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]		
			2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题；字体工整、笔迹清楚。	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	
			3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	
			4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	
				[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	
				[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	
				[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	
				[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	
				[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]			

一、计算题（每小题 7 分，共 63 分）

1、若 $f(x)$ 在点 $x=1$ 可导，且 $f'(1)=1$ ，计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^{2015}-1}$.

2、计算极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n} + e^{\frac{1}{n}})^n$.

3、已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，满足 $F(x)f(x) = xe^x$ ， $F(x) > 0, F(0) = 1$ ，求 $f(x)$.

4、设函数 $y = y(x)$ 是由方程 $x^2 + y^2 - ye^{xy} = 2$ 所确定的隐函数, 求曲线 $y = y(x)$ 在点 $(0, 2)$ 处的切线方程.

5、计算定积分 $\int_{-1}^1 \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + x^{2015} + 1008}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$.

6、设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{other} \end{cases}$ ，求 $\Phi(x) = \int_0^x f(t)dt$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内的表达式。

7、设函数 $y = y(x)$ 由方程 $xe^{f(y)} = Ce^y$ 确定，其中 C 是非零常数， f 具有二阶导数，且 $f'(y) \neq 1$ ，求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

8、求初值问题 $\begin{cases} y'' + y = x + \sin x \\ y(0) = 1, y'(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$ 的解。



9、设 $f(x)$ 连续，在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)=4$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (t \int_t^0 f(u) du) dt}{x^3 \sin x}$ 。	
二、应用题（每小题 8 分，共 24 分） 1、求在抛物线 $y^2 = 4x$ 与 $y^2 = 8x - 4$ 之间的图形绕x轴旋转一周所得旋转体体积。	
2、求二曲线 $r = \sin \theta$ 与 $r = \sqrt{3} \cos \theta$ 所围公共部分的面积。	
3、设降落伞从跳伞塔下落后，所受空气阻力与速度成正比，并设降落伞离开跳伞塔时 ($t=0$) 速度为零，求降落伞下落速度与时间的函数关系。	



三、证明题（第 1 题 7 分，第 2 题 6 分，共 13 分） 1、设函数 $f(x)$ 在 $[0, a]$ 上二阶可导， $ f''(x) \leq M (x \in [0, a])$ 且 $f(x)$ 在 $(0, a)$ 内取得最大值，试证明 $ f'(0) + f'(a) \leq Ma$ 。	
2、设 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上连续, 且 $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) \tan x dx = 0$, 证明 在区间 $(-1, 1)$ 内至少存在互异的 两点 ξ_1, ξ_2 , 使 $f(\xi_1) = f(\xi_2) = 0$ 。	

满绩小铺QQ: 1433397577

满绩小铺QQ: 1433397577