

# 期中测验

1. 设在  $x_0$  的某去心邻域内有  $|f(x)| \leq g(x)$ , 且  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ . 用  $\varepsilon$ - $\delta$

语言证明  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ . (1分)

(不能使用夹逼法则)

2. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{\sqrt{n^2 + \sin n}}$  (2分)

3. 求函数  $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x}{x-1}} - 1}$  的间断点并判断其类型. (2分)

4. 求常数  $a, b$ , 使得函数 (2分)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(e^{2x}-1), & x < 0 \\ a + \sin bx, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{处处可导.}$$

5. 已知  $x, y$  满足参数方程  $\begin{cases} x = t + 2 + \sin t \\ y = t + \cos t, \end{cases}$

求  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=2}$ . (当  $x=2$  时,  $t=0$ ) (2分)

6. 设  $f(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上连续, 在  $(0, \frac{\pi}{2})$  内可导, 且  $f(\frac{\pi}{2})=0$ . 证明存在一点  $\xi \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 使  $f(\xi) + \tan \xi \cdot f'(\xi) = 0$ .

(1分)