南京航空航天大學
NANJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

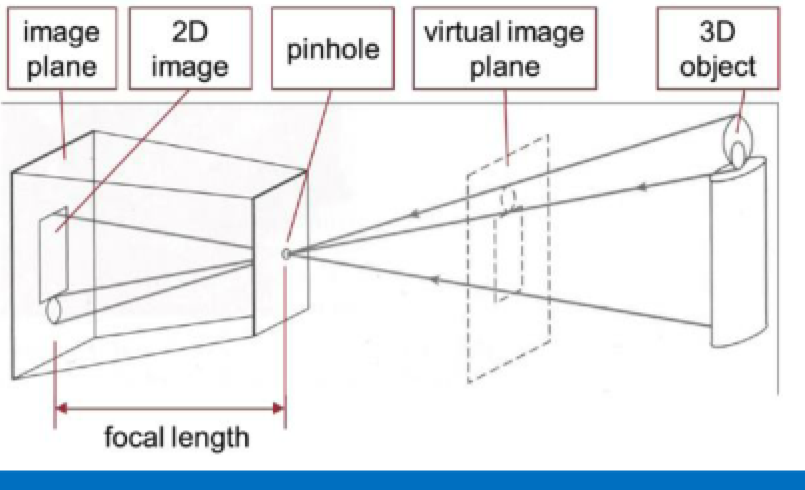
机器视觉测量与建模

Machine vision based surveying and modelling

李明磊
南京航空航天大学 电子信息工程学院
E-mail: minglei_li@nuaa.edu.cn

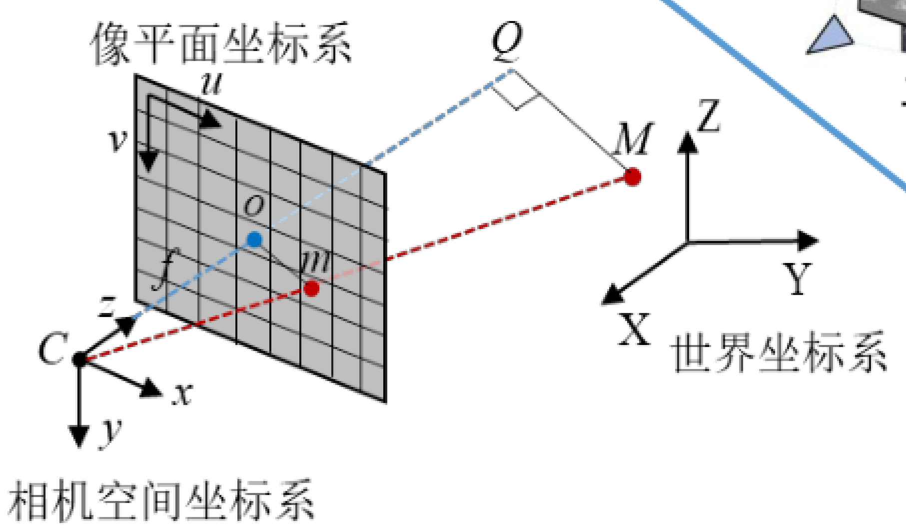
2. 图像处理的基础

- 2.1 图像的感知与获取
- 2.2 坐标转换基础
- 2.3 透视投影的相机模型
- 2.4 射影几何基础

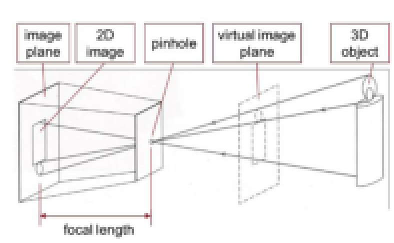


• 2.3 透视投影的相机模型

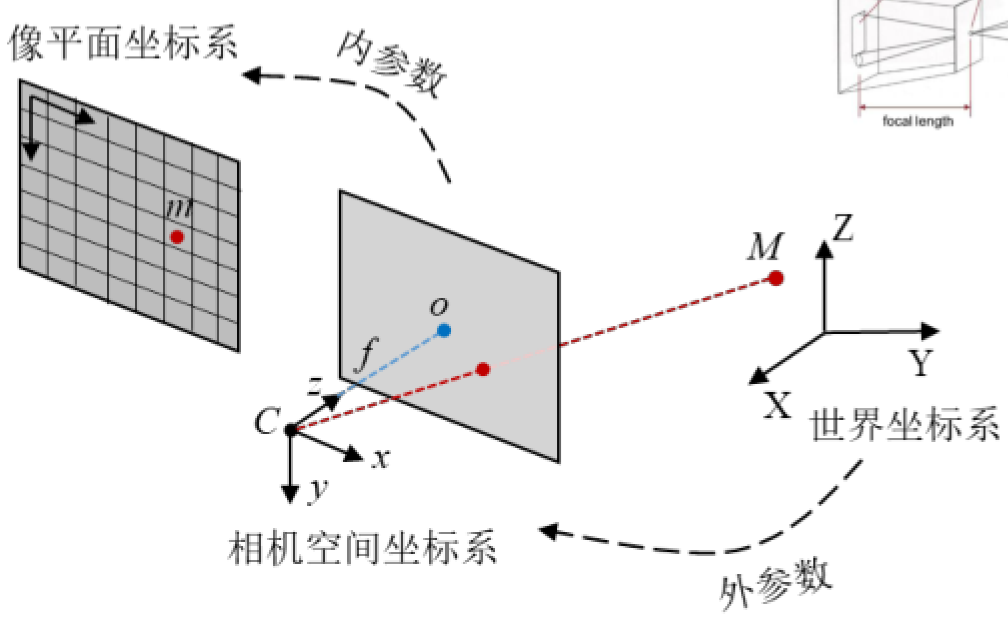
坐标系



• 2.3 透视投影的相机模型



坐标系



C点表示“光心”，又被称为摄影中心。“成像平面”（焦平面）光心后方且倒置，直观表示将其描述在负焦距的方向上。

“主光轴”（Principal axis）是过光心垂直于像平面的一个直线，主光轴与像平面的交点被称为“主点”（Principal point），光心与主点之间的距离被称为“主距”，以符号b表示。对于实际镜头而言，主距通常会稍大于镜头的焦距f，设计算法时由于摄影目标的距离远远大于b，可以直接用f来等价作为主距。

• 2.3 透视投影的相机模型

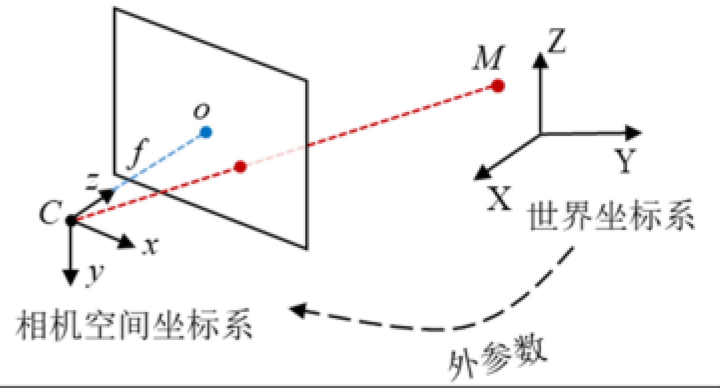
① 世界坐标系

⇩

② 相机空间坐标系

$$\widetilde{M}_c = \underset{\text{rotate}}{R} \cdot \underset{\text{translate}}{[\widetilde{M} - \widetilde{C}]}$$

$\widetilde{C}$是光心在世界坐标系下的坐标



一个三维目标点在世界坐标系和摄像机空间坐标系两套三维坐标系的下转换关系，能够通过一个旋转矩阵$\boldsymbol{R}$和一个平移向量$\widetilde{\boldsymbol{C}}$计算。

使用齐次坐标，表示：

$$\begin{bmatrix} x_M^C \\ y_M^C \\ z_M^C \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\widetilde{\mathbf{C}} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_M^W \\ Y_M^W \\ Z_M^W \\ 1 \end{bmatrix}$$

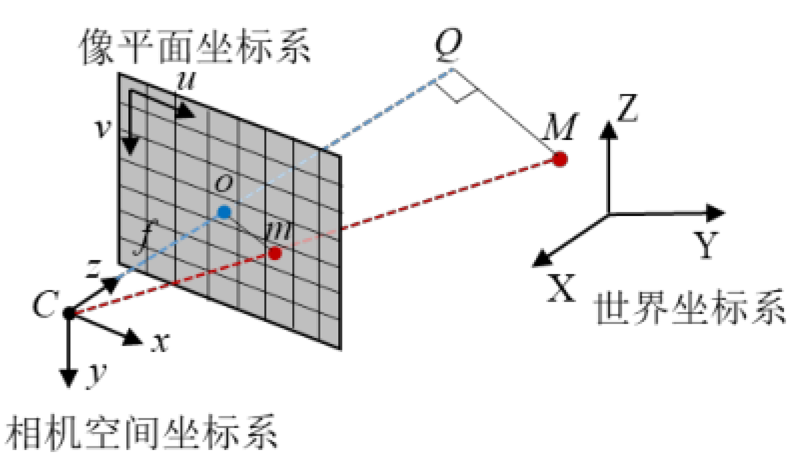
或者

$$\begin{bmatrix} x_M^C \\ y_M^C \\ z_M^C \end{bmatrix}_{3\times 1} = \underset{3\times 4}{[\mathbf{R}^{WC}|\mathbf{t}]} \begin{bmatrix} X_M^W \\ Y_M^W \\ Z_M^W \\ 1 \end{bmatrix}_{4\times 1}$$

其中 $\mathbf{t} = -\boldsymbol{R}\widetilde{\boldsymbol{C}}$

• 2.3 透视投影的相机模型

暂时不考虑畸变因素的影响，相机空间坐标系和像平面坐标系的关系存在一个相似性变换。



（简化表示省去上标C）

$$x_{\mathbf{m}} = \frac{f}{z_{\mathbf{M}}} x_{\mathbf{M}}$$

$$y_{\mathbf{m}} = \frac{f}{z_{\mathbf{M}}} y_{\mathbf{M}}$$

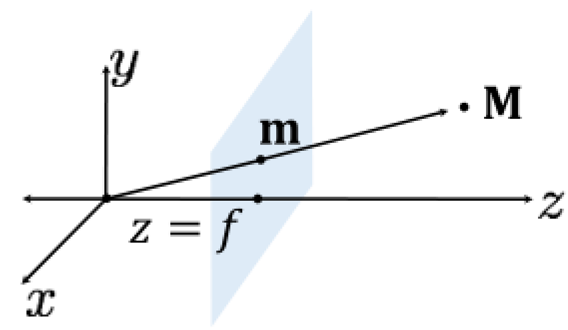
三角形Cmo 和三角形CMQ相似，Q是**M**点在射影深度z方向上的投影点。

• 2.3 透视投影的相机模型

② 相机空间坐标系

⇩

③ 像平面坐标系

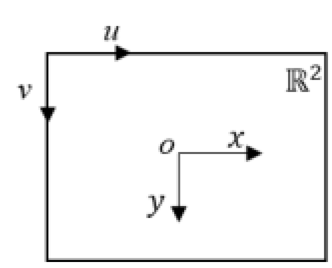


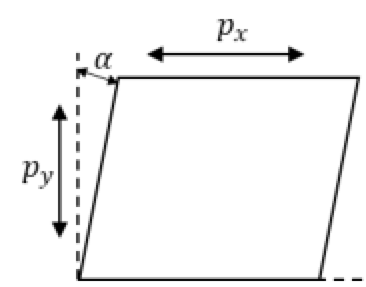
$$\begin{bmatrix}u_m\\v_m\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{p_x} & (\tan\alpha)\frac{1}{p_y} & u_o\\ 0 & \frac{1}{p_y} & v_o\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_m\\y_m\\1\end{bmatrix}$$

代入 $x_m=\frac{f}{z_M}x_M$，$y_m=\frac{f}{z_M}y_M$

$$\begin{bmatrix}u_m\\v_m\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{f}{p_x} & (\tan\alpha)\frac{f}{p_y} & u_o\\ 0 & \frac{f}{p_y} & v_o\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{x_M}{z_M}\\ \frac{y_M}{z_M}\\1\end{bmatrix}$$

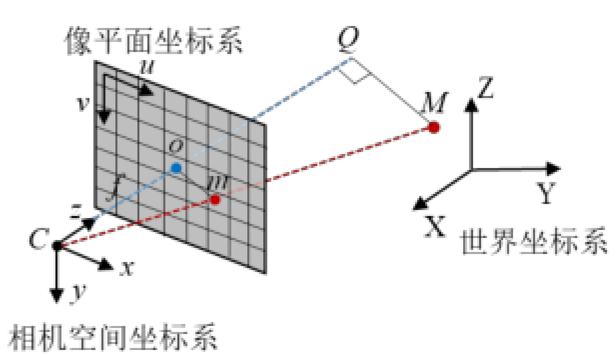
p_x和p_y代表一个像素在物理尺寸上的宽与高（比如4um），利用这两个量可以把坐标值从物理尺度过渡到像素单位尺度





sensor be skewed.

• 2.3 透视投影的相机模型



（简化表示省去上标C）

$$\begin{bmatrix}x_M^C\\y_M^C\\z_M^C\end{bmatrix}=[\mathbf{R}^{WC}|\mathbf{t}]\begin{bmatrix}X_M^W\\Y_M^W\\Z_M^W\\1\end{bmatrix}$$

$$x_m=\frac{f}{z_M}x_M$$
$$y_m=\frac{f}{z_M}y_M$$

公式简化

$$\begin{bmatrix}u_m\\v_m\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_x & s & u_o\\ 0 & f_y & v_o\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{x_M}{z_M}\\ \frac{y_M}{z_M}\\1\end{bmatrix}$$

f_x和f_y是在行和列方向上测量的以像素为单位的焦距尺寸，
s是由非矩形像素引起的倾斜因子。
上述的上三角矩阵称为相机的**内参矩阵**，并使用符号K表示。

2.3 透视投影的相机模型

总结：场景中的三维点$\mathbf{M}=[X_M,Y_M,Z_M,1]^{\top}$投影到二维像平面上得到像面点$\mathbf{m}=[u_m,v_m,1]^{\top}$的投影方程可以表达如下：

$$\begin{bmatrix} u_m \\ v_m \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} f_x & s & u_o \\ 0 & f_y & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{m} \sim \mathbf{K}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]\mathbf{M}$$

Camera matrix: $\mathbf{K}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]$

2.3 透视投影的相机模型

摄影机矩阵
Camera matrix: $\mathbf{P}=\mathbf{K}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} f_x & s & u_o \\ 0 & f_y & v_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{R}| - \mathbf{RC}]$$

How many degrees of freedom?

11 DOF

$$\mathbf{P} = \mathbf{KR}[\mathbf{I}| - \mathbf{C}]$$

(translate first then rotate)

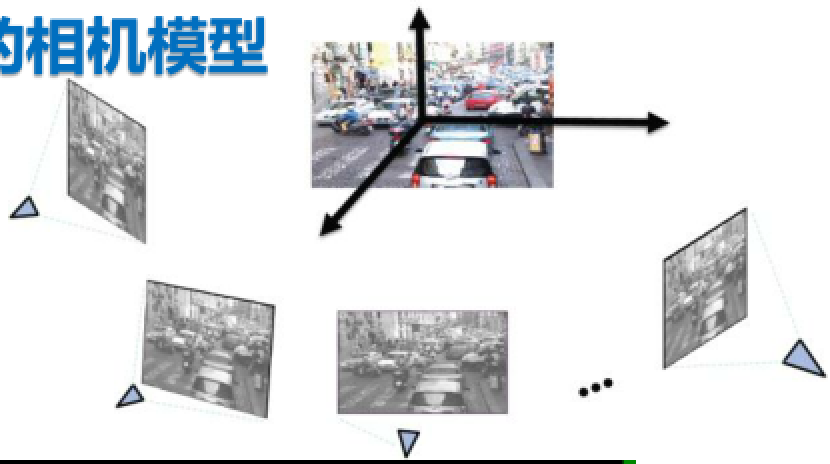
Another way to write the mapping:

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]$$

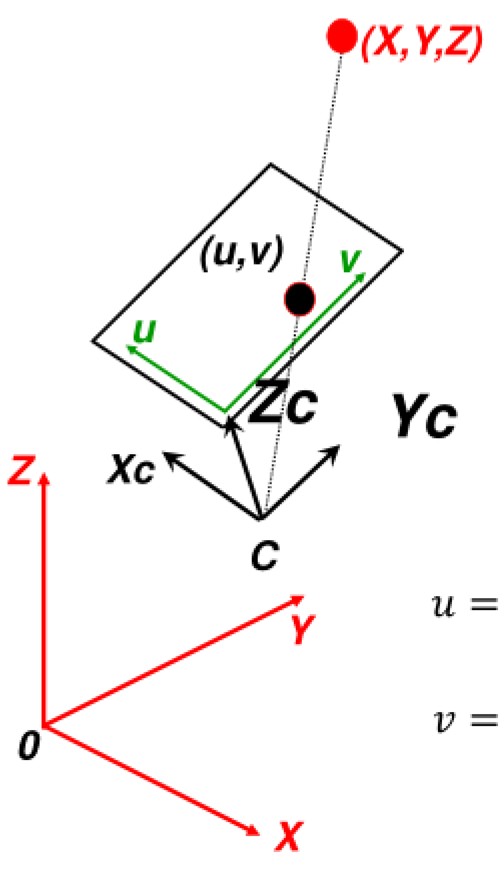
where $\mathbf{t} = -\mathbf{RC}$
(rotate first then translate)

2.3 透视投影的相机模型

由运动恢复结构SfM简介
（structure from motion）



2.3 透视投影的相机模型



从1839年尼普斯和达意尔发明摄影术算起，摄影测量已有170多年的历史。但将摄影术真正用于测量的是法国陆军上校劳赛达特，他在1851~1859年提出和进行了交会摄影测量。

Photogrammetry
摄影测量学中的共线方程

$$u = u_0 + f\frac{r_{11}(X - C_1) + r_{12}(Y - C_2) + r_{13}(Z - C_3)}{r_{31}(X - C_1) + r_{32}(Y - C_2) + r_{33}(Z - C_3)}$$

$$v = v_0 + f\frac{r_{21}(X - C_1) + r_{22}(Y - C_2) + r_{23}(Z - C_3)}{r_{31}(X - C_1) + r_{32}(Y - C_2) + r_{33}(Z - C_3)}$$