南京航空航天大學
NANJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

机器视觉测量与建模

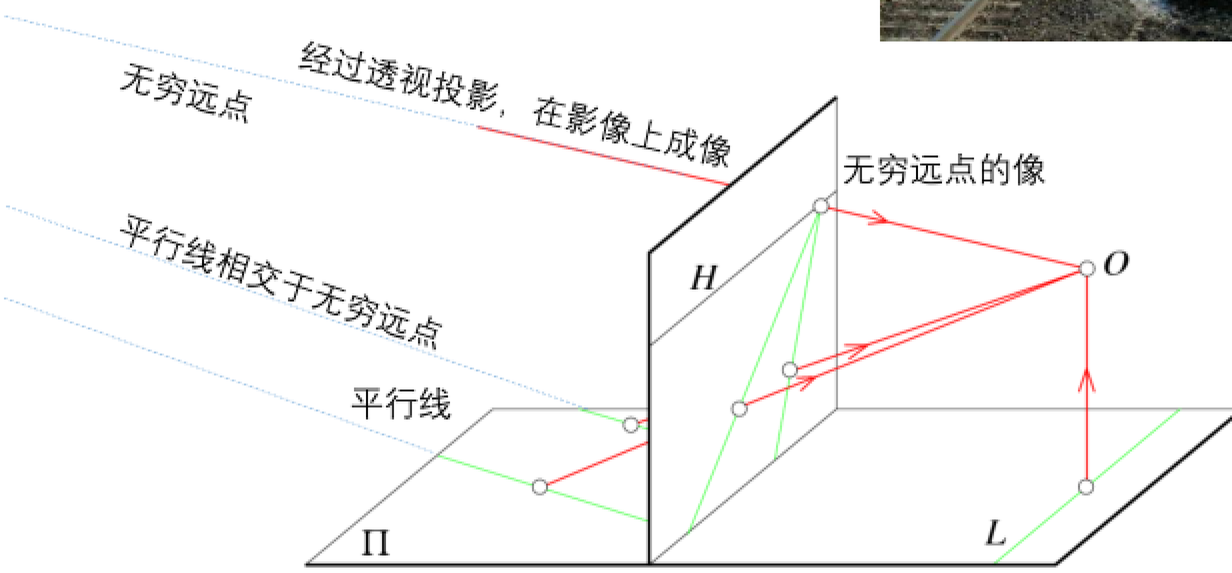
Machine vision based surveying and modelling

李明磊
南京航空航天大学 电子信息工程学院
E-mail: minglei_li@nuaa.edu.cn

3．相机的几何标定

3.4 其它标定算法

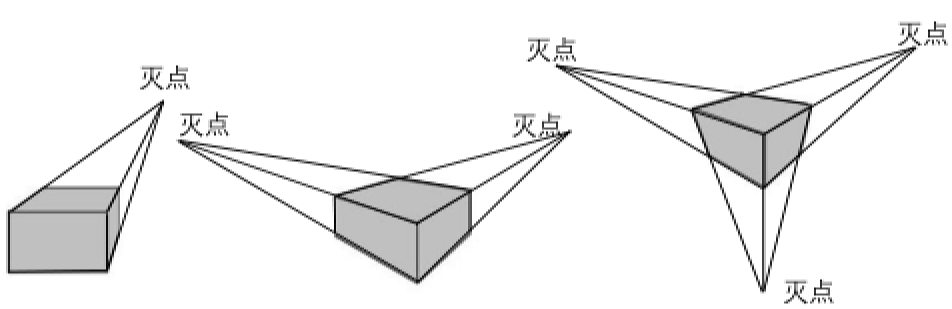
基于灭点的标定
Calibration from Vanishing Points



3.4 其它标定算法

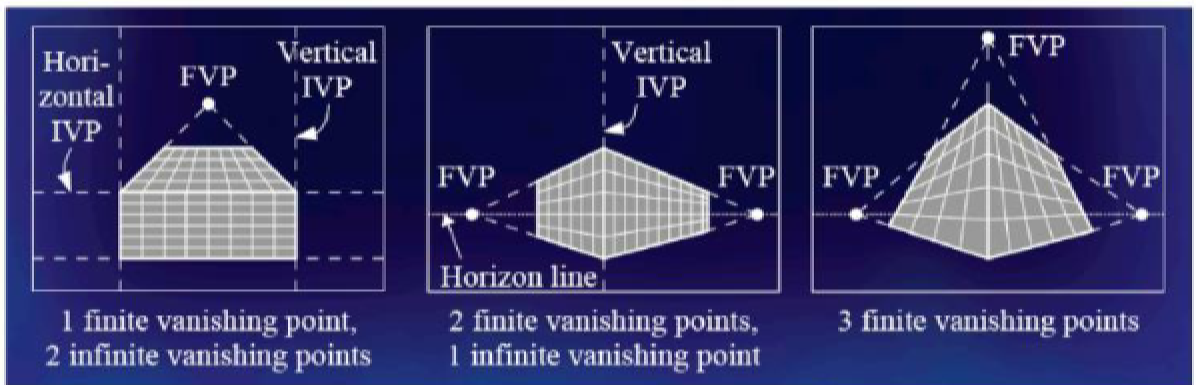
基于灭点的标定
Calibration from Vanishing Points

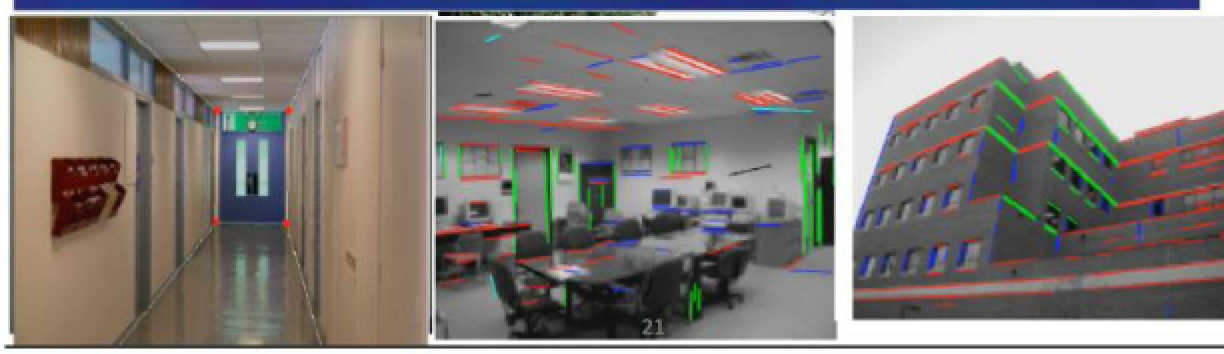
场景中的两条平行线在无穷远处相交。在投影图像上，这些线通常不是平行的，并且在具有明确定义的图像坐标的图像点 **v** 处相交，称为“灭点”。



（a）一点透视，像平面平行于立方体的某一平面；（b）二点透视，像平面平行于立方体的某一条边；（c）三点透视，投影面与三个坐标轴都相交。

3.4 其它标定算法





通过从影像中提取出场景中存在的平行线，根据Hartley和Zisserman（2003）的方案，灭点意味着正交方向允许确定IAC $\boldsymbol{\omega}$。

3.4 其它标定算法

回顾：2.4 射影几何基础

绝对圆锥曲线（Absolute Conic, AC）

- ✓ 设有无穷远平面$\boldsymbol{\Pi}_\infty$，这个平面在三维空间中处于无穷远处，$\boldsymbol{\Pi}_\infty = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^\top$
- ✓ 点$\mathbf{M} = [X \quad Y \quad Z \quad W]^\top$，如果在平面$\boldsymbol{\Pi}_\infty$内，满足: $X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$，$W = 0$ （虚数点）
  由二次曲线与点的公式$\mathbf{x}^\top\mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{0}$，可以发现AC对应的矩阵是单位阵$\mathbf{C} = \mathbf{I}$。
- ✓ 空间任意平面中的圆，在平面$\boldsymbol{\Pi}_\infty$上的摄影投影都必经过2个点，这两点被称为circle points （相当于一个圆锥，被无穷远平面截出的圆锥曲线，必然过2个点）
- ✓ 所有平面上的圆的circle points在$\boldsymbol{\Pi}_\infty$上组成就组成了绝对圆锥曲线，通常记为$\boldsymbol{\Omega}_\infty$
  即绝对圆锥曲线$\boldsymbol{\Omega}_\infty$ （Absolute conic）是在无穷远平面上的一个二次曲线
- ✓ $\boldsymbol{\Omega}_\infty$上的点$\mathbf{M}$满足：$X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$，$W = 0$。因此可知，$\mathbf{M}^\top\mathbf{M} = 0$
- ✓ $\boldsymbol{\Omega}_\infty$上的点$\mathbf{M}$，经过刚性变换后的点$\mathbf{M}'$，仍满足$\mathbf{M}'^\top\mathbf{M}' = 0$，即对刚体变换具有不变性
  (物体只发生平移变换和旋转变换，而形状不变，这类变换称为刚体变换)

3.4 其它标定算法

绝对圆锥曲线Ω_∞在成像平面对应的图像称为ω，

ω记为IAC（Image of the absolute conic）　ω^*绝对二次曲面的像

Ω_∞上的任意无穷远点$\mathbf{M}_\infty$，摄影成像后点在ω上的点$\mathbf{m}_\infty$，满足

$$\mathbf{M}_\infty = \begin{bmatrix} X_{\mathbf{M}_\infty} \\ X_{\mathbf{M}_\infty} \\ Z_{\mathbf{M}_\infty} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{m}_\infty = \lambda\mathbf{K}[\mathbf{R}\mid\mathbf{t}]\mathbf{M}_\infty = \lambda\mathbf{K}\mathbf{R}\begin{bmatrix} X_{\mathbf{M}_\infty} \\ X_{\mathbf{M}_\infty} \\ Z_{\mathbf{M}_\infty} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{简化 } \mathbf{d} = \begin{bmatrix} X_{\mathbf{M}_\infty} \\ X_{\mathbf{M}_\infty} \\ Z_{\mathbf{M}_\infty} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{m}_\infty\text{: } \mathbf{KRd}$$

$$\Rightarrow \mathbf{M}^\infty\text{: } \mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{m}_\infty$$

因为AC上满足 $\mathbf{M}_\infty{}^\top\mathbf{M}^\infty = 0$ $\rightarrow$ $\mathbf{m}_\infty{}^\top\mathbf{K}^{-\top}\mathbf{R}\mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{m}_\infty = 0$

$\mathbf{C} = \mathbf{I}$

$$\mathbf{m}_\infty{}^\top\mathbf{K}^{-\top}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{m}_\infty = 0$$

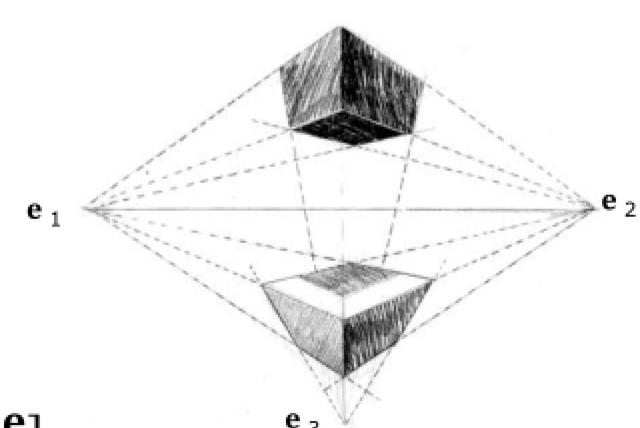
绝对圆锥曲线的像：$\boldsymbol{\omega} = (\mathbf{K}\mathbf{K}^\top)^{-1} = \mathbf{K}^{-\top}\mathbf{K}^{-1}$ 且 $\boldsymbol{\omega}^* = \boldsymbol{\omega}^{-1} = \mathbf{K}\mathbf{K}^\top$

一旦矩阵$\boldsymbol{\omega}^*$已知，基于Cholesky因式分解矩阵就很容易获得。就摄像机内参本身而言，$\boldsymbol{\omega}^* = \mathbf{K}\mathbf{K}^\top$可以表示为：

$$\boldsymbol{\omega}^* = \begin{bmatrix} \alpha_u^2 + \alpha_u^2 cot^2\theta + u_0^2 & \alpha_u\alpha_v cos\theta/sin^2\theta + u_0v_0 & u_0 \\ \alpha_u\alpha_v cos\theta/sin^2\theta + u_0v_0 & \alpha_v^2/sin^2\theta + v_0^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.4 其它标定算法

基于灭点的标定
Calibration from Vanishing Points



- 假设一个三维方向$\mathbf{e}$：$\mathbf{e} = [0 \quad 0 \quad 1]^\top$
- 这个方向上的消失点映射到图像平面

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{KRe}$$

$$\Rightarrow \mathbf{e} = \mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{v}$$

- 空间上两个互相垂直的向量：

$$\mathbf{e}_1^\top\mathbf{e}_2 = \left(\mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{v}_1\right)^\top\left(\mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{v}_2\right) = \mathbf{0} \qquad \mathbf{R}^\top\mathbf{R} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{v}_1^\top\mathbf{K}^{-\top}\mathbf{R}\mathbf{R}^\top\mathbf{K}^{-1}\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1^\top\mathbf{K}^{-\top}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{v}_2 = \mathbf{0}$$

3.4 其它标定算法

基于灭点的标定 Calibration from Vanishing Points

- 假定在图像上已知三个互相垂直的消失点

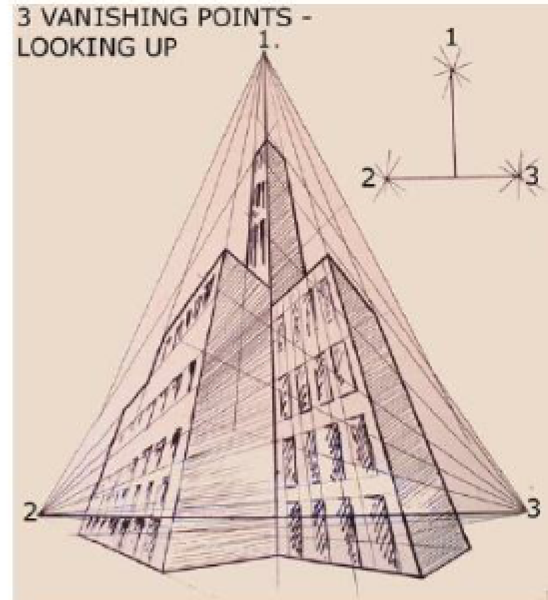
$$\boldsymbol{\omega}=\mathbf{K}^{-\top}\mathbf{K}^{-1}$$

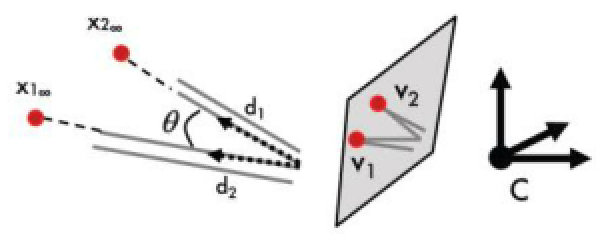
$$\mathbf{v}_i^\top\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_j=\mathbf{0}$$
$$\mathbf{v}_j^\top\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_k=\mathbf{0}$$
$$\mathbf{v}_k^\top\boldsymbol{\omega}\mathbf{v}_i=\mathbf{0}$$

- 假定内参也是使用简单模型的情况

$$\mathbf{K}=\begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

优化求解线性方程组
得到 → $f \quad u_0 \quad v_0$





3.4 其它标定算法

其它：Restricted Camera Estimation

根据摄像机矩阵已知特性，添加一些约束

- 扭曲s设为0
- 像素宽高相等$f_x = f_y$
- 主点已知

光束法平差简介

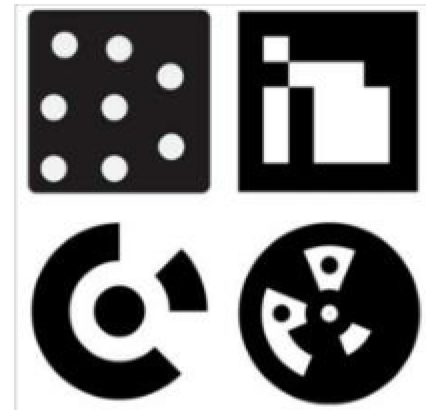
需要优化求解的参数可以包括：
- 相机内参数、姿态、位置、世界点、影像观测点的坐标。
- 相机投影过程中的摄影光束，联系起这些元素，所以调整的就是光束，这也是名字光束法平差的由来。

Minimize geometric error
→impose constraint through parametrization

$\sum_i d^2(x_i, x'_i) + \omega_1 s^2 + \omega_2 (f_x - f_y)^2 + \cdots$
逐步提高ω权重

Minimize algebraic error
→assume map from param q →**P**=$\mathbf{K}[\mathbf{R} \quad | -\mathbf{R}\mathbf{C}]$ i.e.
p=g(q)
→minimize ||Ag(q)||

人工靶标标志



（1）圆形定向反光标志。

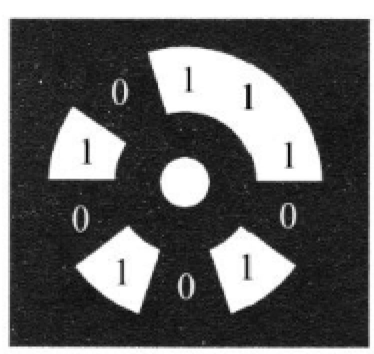
定向反光标志常以圆形定向反光标志RRT（Retro reflective target）的形式呈现，其特点是反射亮度比漫射白色标志高出数百甚至上千倍，可以轻松使目标物的影像“消隐”而将RRT标志的影像突出。

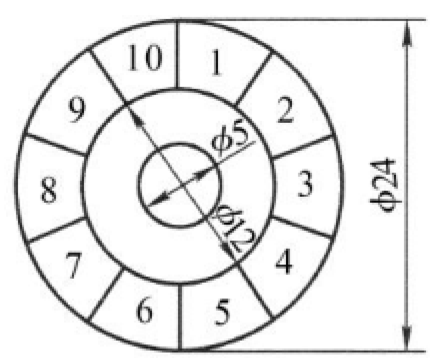
（2）编码标志。

编码标志是通过一定的明暗区间排列组合，在靶标上进行编码。当获得观测影像后，对靶标区域的像素进行解码，从而能够直接获得点的编码对应，而不需要建立以亮度值差异基础的特征向量进行匹配。

人工靶标标志

编码标志





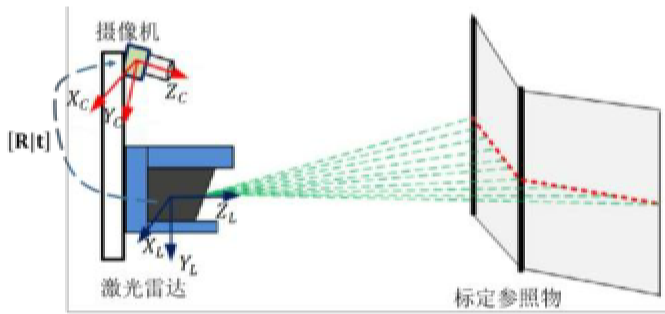
Quiz：读数是多少？

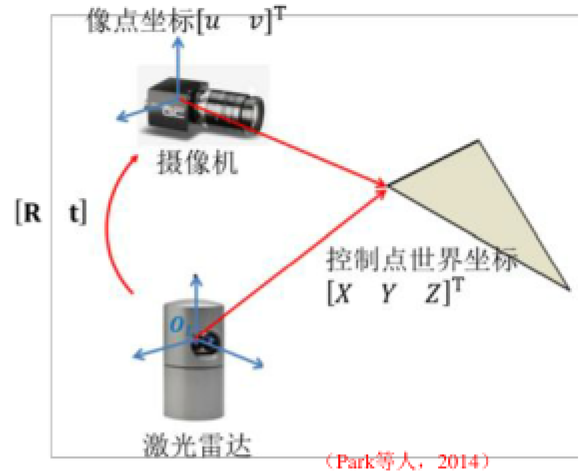
举例：

上图是一个10位码。

编码标志中心的圆称为定位圆，其圆心就是唯一的定位基准点，用于提供编码标志的位置信息。周围的环形扇形区域称为编码段，用来提供编码标志的编码值信息。由于环形编码在影像上没有明确的起点，每一个编码段都能够作为码串的第一位，按顺时针组合码段，如果有10个编码段，则会有10个码串对应的读数。由于要求每个编码标志只能有唯一的一个编码值，所以将解译的码值定为在所有码串的十进制数值中最小的一个值。在测量影像中，能够通过编码标志自身的编码值实现同名编码标志的匹配。

拓展：摄像机与激光雷达的联合标定

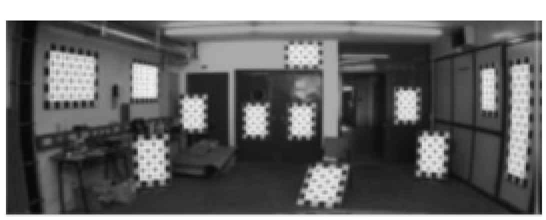




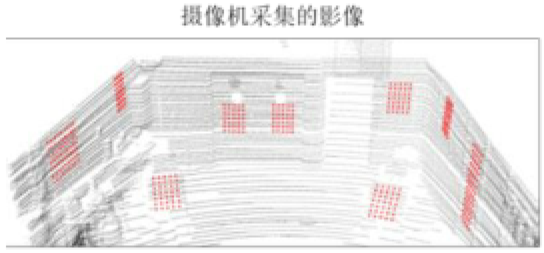
- **由数据互补性提高系统鲁棒性**

- 在自动驾驶和工业测量领域中，常会使用异源异构的传感器进行联合观测。其中，激光雷达和视觉摄像机的联合使用是最常见的一种搭配方案。
- 摄像机采集影像的优点是成本低，技术发展相对比较成熟。然而，通过影像获取三维的信息会缺少准确的物理尺寸参考，另一个缺点摄像机观测受环境光的制约明显。
- 激光雷达与摄像机形成了较好的互补性，其能够直接获取到比较准确的场景三维信息，稳定性比较高。但是目前多数激光雷达的分辨率普遍不如影像的分辨率高，此外成本也较高。
- 在自动驾驶领域中，除了激光雷达和摄像机的融合探测之外，毫米波雷达、卫星导航系统、惯性测量元件和里程计都是普遍采样的多源融合传感器。

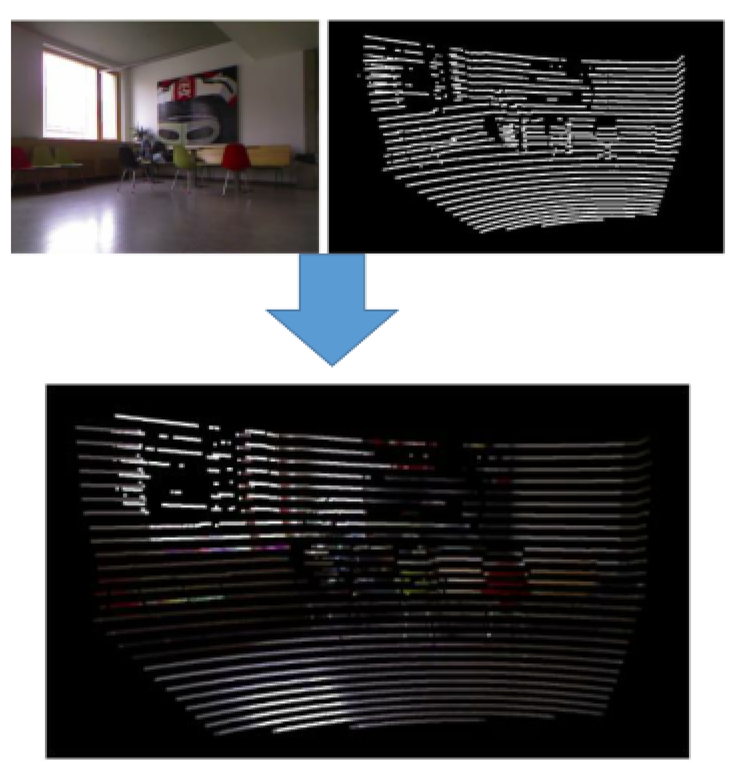
拓展：摄像机与激光雷达的联合标定



摄像机采集的影像



LiDAR扫描的三维点云



像素级融合