

机器视觉测量与建模

Machine vision based surveying and modelling



李明磊

南京航空航天大学 电子信息工程学院

E-mail: minglei_li@nuaa.edu.cn

1

7.点云滤波与表面建模

7.1 三维点云的基本特征

7.2 点云数据空间结构增强

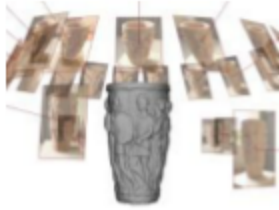
7.3 表面建模概念和方法

7.1 点云的基本特征

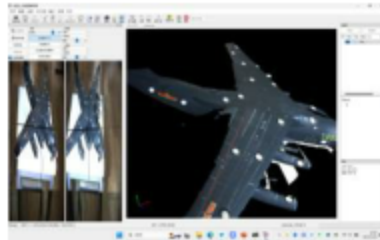
三维点云数据获取

Data sources

- Structure from Motion (SfM) and Multi-view stereo (MVS)



- structural light scanner



李明磊@nuaa

3

7.1 点云的基本特征

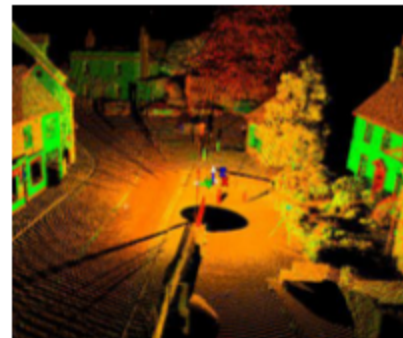
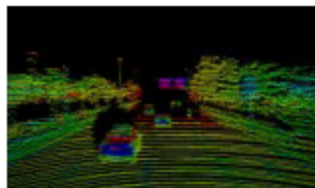
三维点云数据获取

Data sources

- structural light scanner



- Laser scanning with static laser scanner
(range of 100, 200... meters)



李明磊@nuaa

4

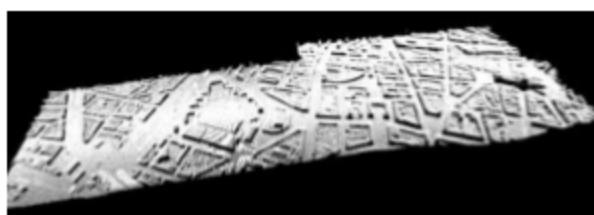
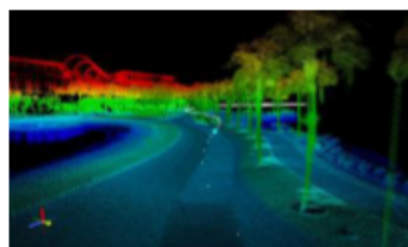
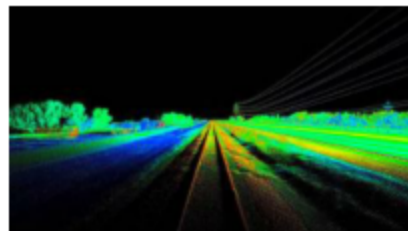
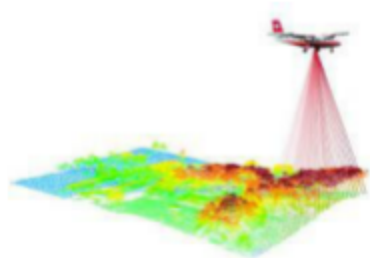
7.1 点云的基本特征

Data sources

– Laser scanning – mobile scanners



– Laser scanning – airborne LiDAR



李明磊@nuaa

5

7.1 点云的基本特征



(a) 原始形状



(b) 噪声



(c) 外点



(d) 采样缺失



(e) 采样密度不均匀



(f) 配准错位



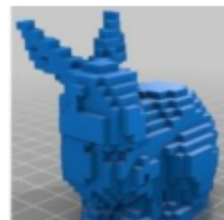
影像



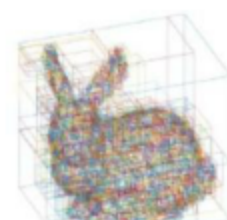
点云



网格



体素



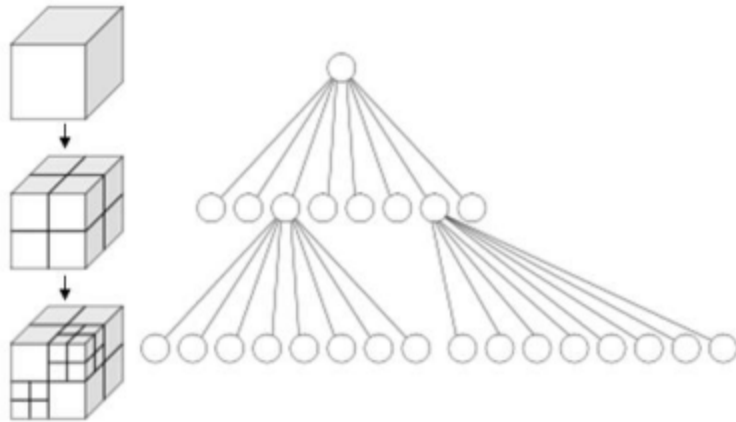
八叉树

李明磊@nuaa

6

7.1 点云的基本特征

数据组织方式：
八叉树（Oct-tree）



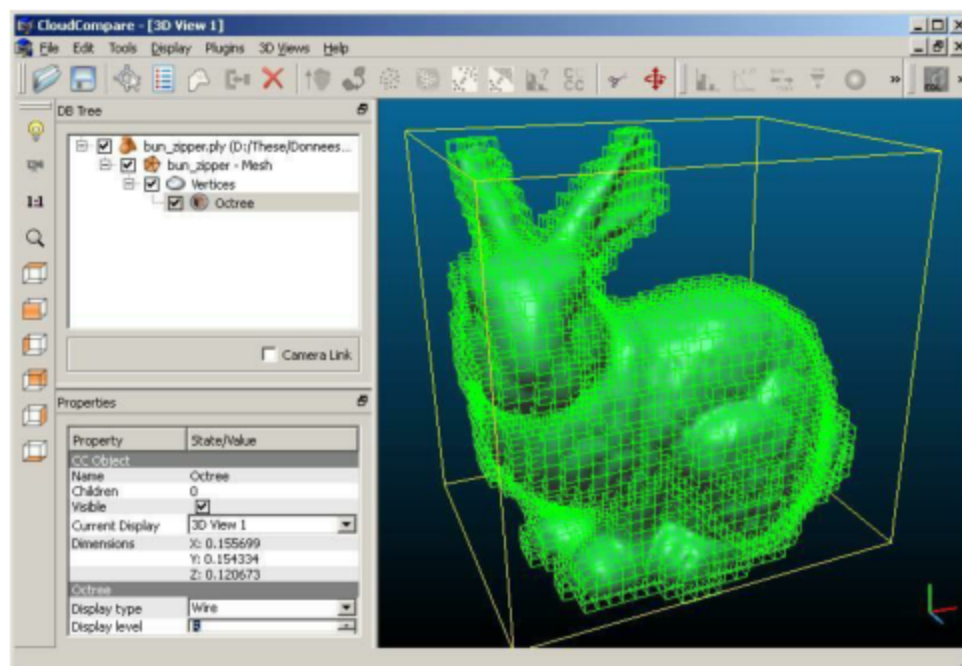
- 由2D空间的四叉树结构在3D空间的推广。
 - 树形结构，在空间分解上具有很强的优势。
1. 最基层的根节点表示整个三维空间区域。
 2. 将父节点分成8个大小相同的子区域，表示为8个子节点。
 3. 对每一个子节点区域，继续划分成8个更小的区域，添加下一级子节点。
 4. 以此类推分割，直到子节点所包含的采样点个数小于规定的数目（比如1）或达到规定的划分层数为止。

李明磊@nuaa

7

7.1 点云的基本特征

数据组织方式：
八叉树（Oct-tree）



李明磊@nuaa

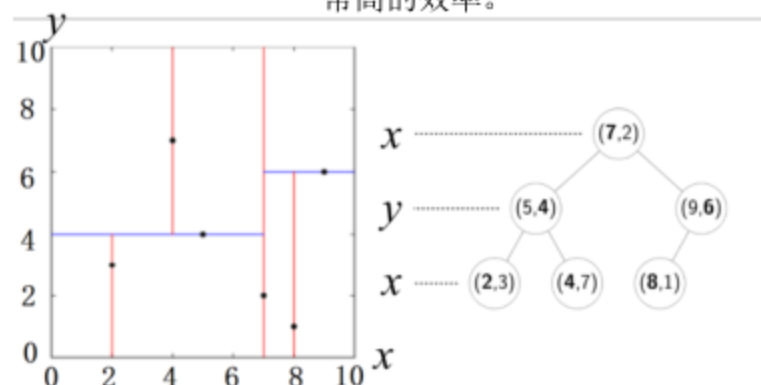
8

7.1 点云的基本特征

数据组织方式:

KD树 (K-dimensional tree)

- 用于组织K维空间中离散数据点的数据结构;
- 它是一种**二叉搜索树**, 在最邻近搜索上具有非常高的效率。



对三维点云数据, 每个级别的树将所有的子节点都沿着特定的方向, 使用垂直于轴线的超平面分开。首先, 在树的根节点沿第一个维度将所有的节点分割开, 如果一个点的第一维坐标比根节点的第一维坐标值小则划到左子树, 反之则划分到右子树。然后, 树上的每一个层次都在第二个维度上进行划分, 一旦所有维度划分完成则返回第一维, 依次递推继续划分。

7.点云滤波与表面建模

7.1 三维点云的基本特征

7.2 点云数据空间结构增强

7.2.1 法向量估计

7.2.2 局部投影重采样

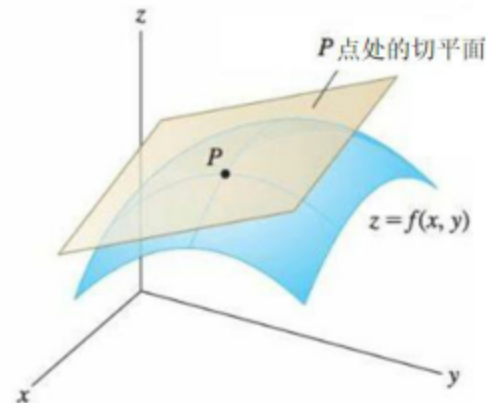
7.3 表面建模概念和方法

点云滤波: 改变点云的采样密度、表面法向量指向、噪声分布情况

7.2 点云数据空间结构增强

1. 点云的法向量

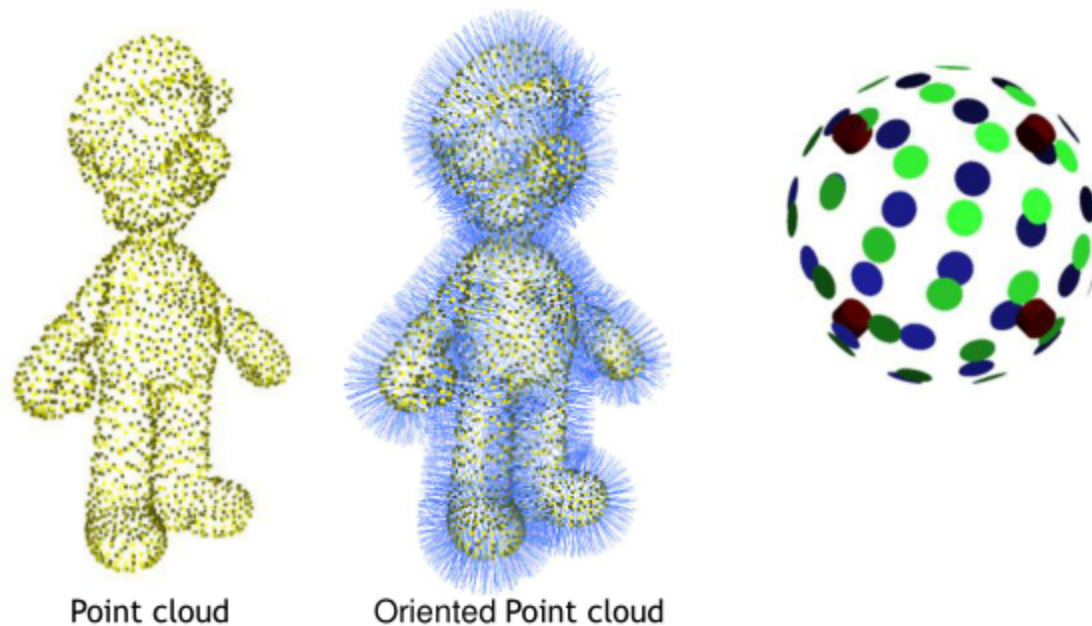
- 法向量信息对于采样点云的平面拟合、特征提取、表面分割和表面建模以及信息提取等研究来说有极其重要的作用。



- 光滑表面在每一点上的法向量有唯一的定义，即垂直于该点的空间切面的方向，在一个给定的点上切面空间的直观表示是一个局部表面近似。
- 表面法向量可以是有向的，其中每个法向量始终指向表面的内侧或外侧；
- 法向量估计的结果也可能是无向的，即具体指向不确定。

7.2 点云数据空间结构增强

1. 点云的法向量



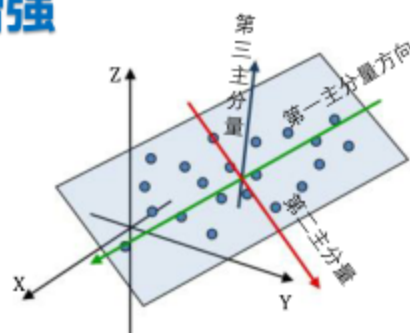
Point cloud

Oriented Point cloud

7.2 点云数据空间结构增强

1. 点云的法向量

- 查询点 \mathbf{p}_0 的邻域点集 $\mathbf{N}_{\mathbf{p}_0}$
- 拟合一个表示 \mathbf{p}_0 局部曲面的特征向量



主成分分析法

$$\mathbf{C} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \varsigma_i (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}) (\mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}})^T$$

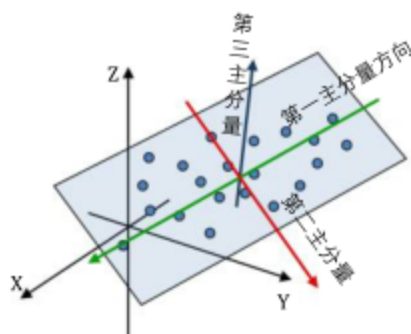
$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{v}_j = \lambda_j \cdot \mathbf{v}_j$$

ς_i 表示点 \mathbf{p}_i 的权重，等权观测情况下通常设为1。 \mathbf{C} 是一个带权的协方差矩阵，也是一个对称半正定矩阵，它的特征值为实数 λ_j ($\lambda_j \in \mathbb{R}$)。

\mathbf{C} 的三个特征向量 \mathbf{v}_j 对应 $\mathbf{N}_{\mathbf{p}_0}$ 的 \mathbf{C} 的主分量，形成一个空间正交的框架。

7.2 点云数据空间结构增强

1. 点云的法向量

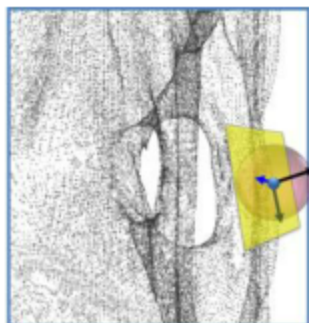


- SVD分解可以获得 \mathbf{C} 矩阵的特征向量
- 对于拟合的切平面，SVD分解的特征向量的前两个主成分就描述了拟合点云的绝大部分的变化特性。
- 已知平面的表达式可以写为： $ax + by + cz + d = 0$ ，其中 a ， b 和 c 表达了平面的斜率参数， d 是平面与原点的距离。
- 假设 $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ ，那么对应最小值 λ_1 的特征向量 \mathbf{v}_1 在几何意义上就与表面估计法向量共线，即 $\mathbf{v}_1 \sim \mathbf{n}$ 或 $\mathbf{v}_1 \sim -\mathbf{n}$ 。

7.2 点云数据空间结构增强

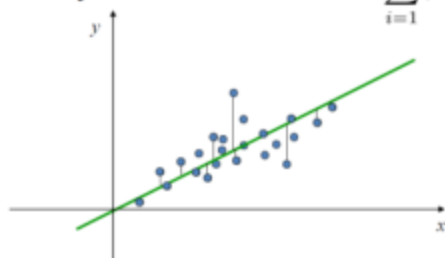
- Find a plane Π that minimizes the sum of square distances:

$$\min \sum_{i=1}^n \text{dist}(\mathbf{x}_i, \Pi)^2$$

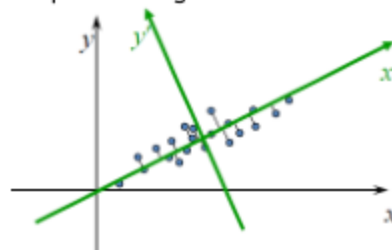


PCA的进一步解释

Find a line $y = ax + b$ s.t. $\min \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$



PCA finds an orthogonal basis that best represents a given data set



PCA finds the best approximating line/plane/orientation...
(in terms of $\sum \text{distances}^2$)

7.2 点云数据空间结构增强

2. 局部最优投影采样

问题: PCA算法是典型的协方差矩阵估计算法，它对观测噪声十分敏感，当噪声强烈或有异常点存在时，所计算的结果会存在严重误差。

解决办法: 局部优化投影（Locally optimal projection, **LOP**）采样算法
(Lipman等人, 2007)

利用邻域点集距离定权，对原始的非均匀采样点云进行采样操作。

输入点云为 $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_j\}_{j \in J} \subset \mathbb{R}^3$ 。一组新点集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_i\}_{i \in I} \subset \mathbb{R}^3$ ，将其投影到 \mathbf{P} 上，to 通过计算调整来获得采样的点集合 $\mathbf{Q} = \{\mathbf{q}_i\}_{i \in I}$ 。通常，新投影采样的点个数比原始点集 \mathbf{P} 的个数少。

对 \mathbf{X} 投影的要求是：投影的点需要最小化到点云 \mathbf{P} 的加权距离和，权值为基于 \mathbf{Q} 的点的径向权重；并且， \mathbf{Q} 内部的点相互之间不要太靠近。由此，设计一个能量最小化公式：

$$\mathbf{Q} = \arg \min \mathbf{E}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \arg \min (\mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}} + \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{Q}})$$

$$\text{其中, } \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{p}_j\| \theta(\|\mathbf{q}_i - \mathbf{p}_j\|) \quad \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{Q}} = \sum_{i \in I} \lambda_i \sum_{i' \in I \setminus \{i\}} \eta(\|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_{i'}^{(k)}\|) \theta(\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i'}\|)$$

$\mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}}$ 表示了采样点 \mathbf{X} 到原始点 \mathbf{P} 的投影偏差； $\mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{Q}}$ 表示采样点集合内部之间的局部互斥力， $\|\cdot\|$ 表示距离二次方

7.2 点云数据空间结构增强

2. 局部最优投影采样

$$\mathbf{Q} = \arg \min \mathbf{E}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) = \arg \min (\mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}} + \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{Q}})$$

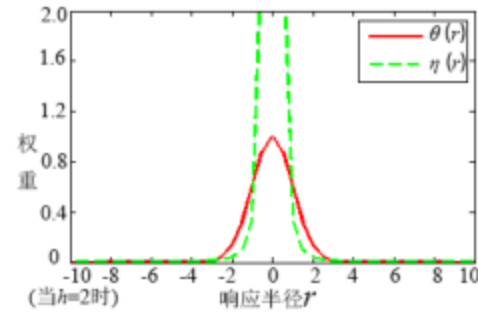
$$\text{其中, } \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \|\mathbf{x}_i - \mathbf{p}_j\| \theta(\|\mathbf{q}_i - \mathbf{p}_j\|) \quad \mathbf{E}_{\mathbf{X}, \mathbf{Q}} = \sum_{i \in I} \lambda_i \sum_{i' \in I \setminus \{i\}} \eta(\|\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_{i'}^{(k)}\|) \theta(\|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i'}\|)$$

$$\theta(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{(h/4)^2}\right)$$

$\theta(r)$ 响应半径为 h 的快速减弱的局部支撑平滑权函数

$$\eta(r) = 1/3 r^3$$

$\eta(r)$ 表示投影采样点集内部排斥项, 是另外一项快速退化方程, 用于惩罚采样点过于靠近点集



LOP算法对最小化函数 $\mathbf{E}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})$ 的迭代逼近方法

$$\mathbf{x}_i^{(1)} = \frac{\sum_{j \in J} \mathbf{p}_j \theta(\|\mathbf{p}_j - \mathbf{x}_i^{(0)}\|)}{\sum_{j \in J} \theta(\|\mathbf{p}_j - \mathbf{x}_i^{(0)}\|)}, \quad i \in I$$

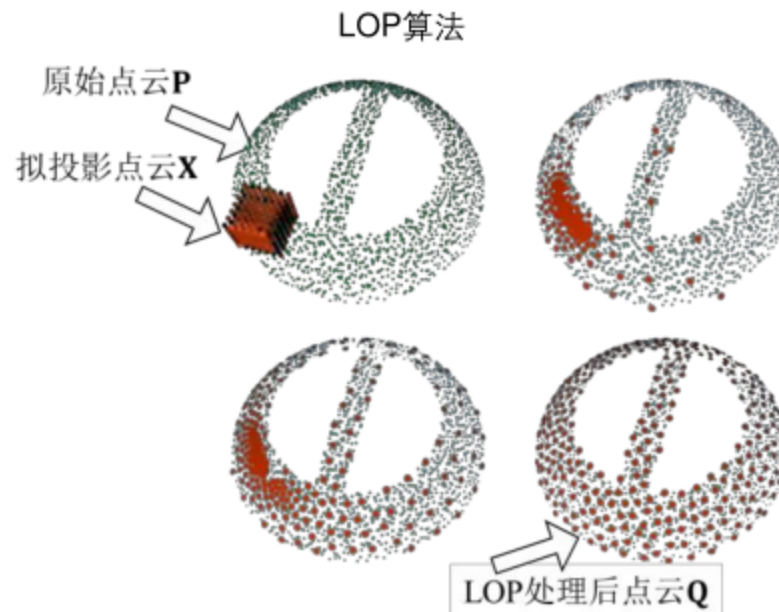
$$\mathbf{x}_i^{(k+1)} = \sum_{j \in J} \mathbf{p}_j \frac{\alpha_{i,j}^{(k)}}{\sum_{j \in J} \alpha_{i,j}^{(k)}} + \mu \sum_{i' \in I \setminus \{i\}} (\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_{i'}^{(k)}) \frac{\beta_{i,i'}^{(k)}}{\sum_{i' \in I \setminus \{i\}} \beta_{i,i'}^{(k)}}$$

李明磊@nuaa

17

7.2 点云数据空间结构增强

2. 局部最优投影采样



李明磊@nuaa

18

7.2 点云数据空间结构增强

2. 局部最优投影采样

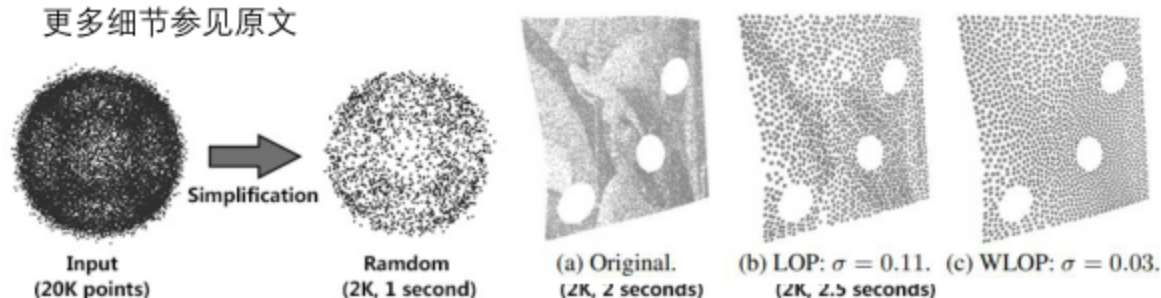
在Lipman等人的算法基础上，Huang H.等人提出了增加点密度权重项，设计一种密度加权投影采样算法WLOP来实现降噪、移除外点和均匀采样，改善法向量估计

在第 k 次迭代过程中，对点集 \mathbf{P} 中的任意点 \mathbf{p}_j ，定义其局部密度权重 u_j 为：

$$u_j = \frac{1}{1 + \sum_{j' \in \mathcal{N}(j)} \theta(\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_{j'}\|)}$$

这里的 $\theta(r)$ 表示随响应半径快速减弱的局部支撑平滑函数，分母中常数1的作用是约束权重函数 u_j 不会无限大。

更多细节参见原文



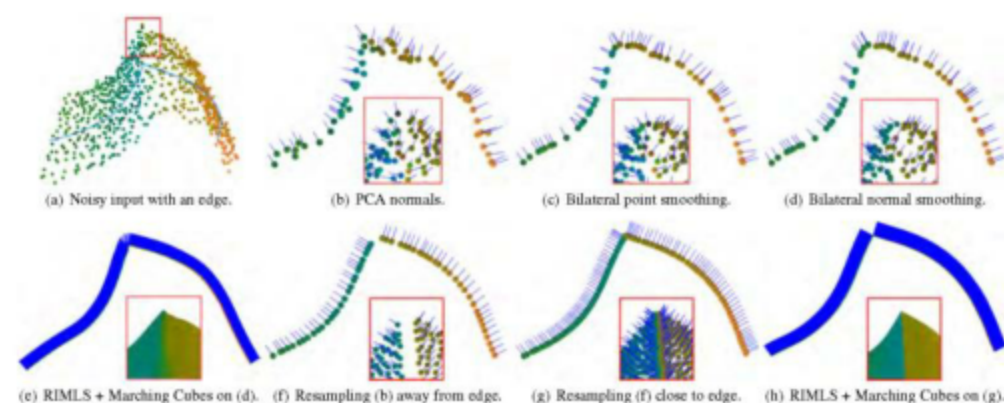
李明磊@nuaa

19

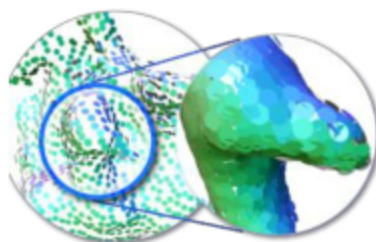
7.2 点云数据空间结构增强

Edge-Aware Point Set Resampling

Huang H. et al., 2012



Patch-base progressive 3D Point Set Upsampling

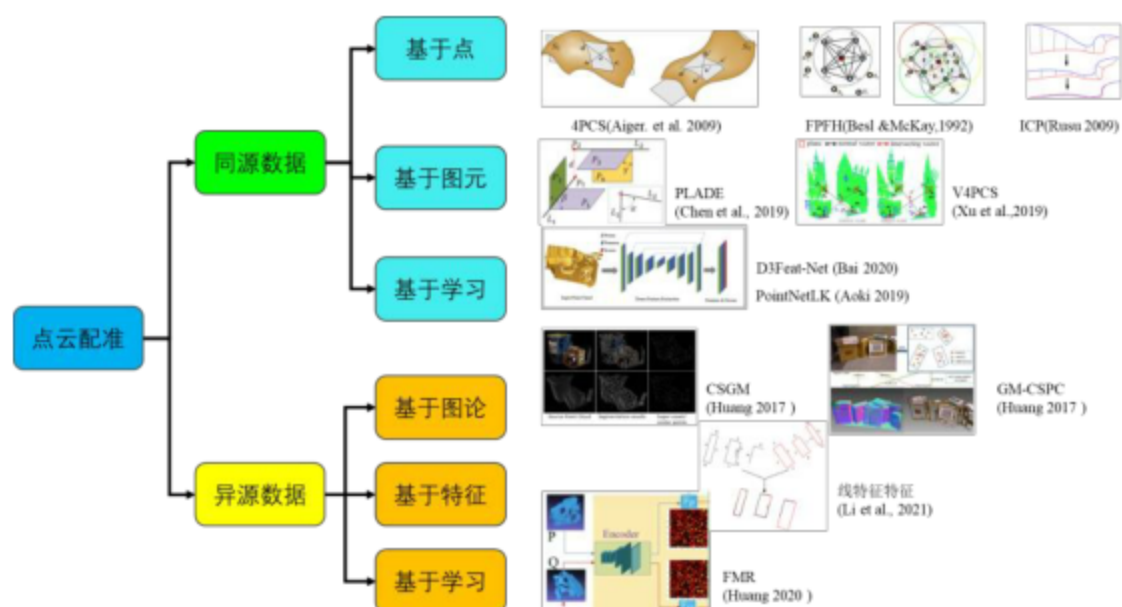


Wang Yifan, et al. CVPR 2019

李明磊@nuaa

20

拓展学习

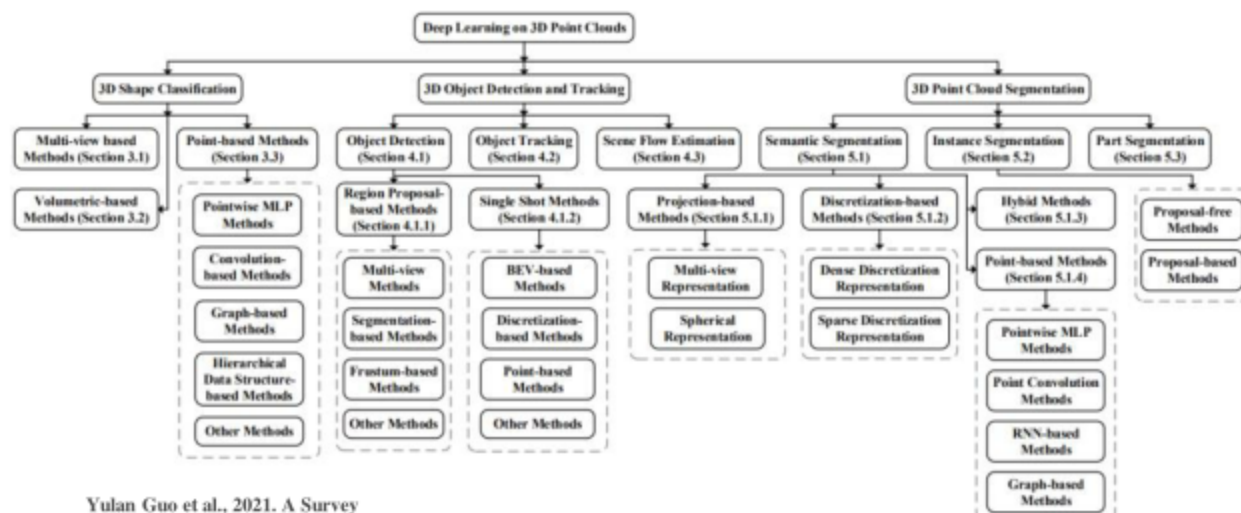


Minglei Li et al., 2024.

李明磊@nuaa

21

拓展学习



Yulan Guo et al., 2021. A Survey

李明磊@nuaa

22