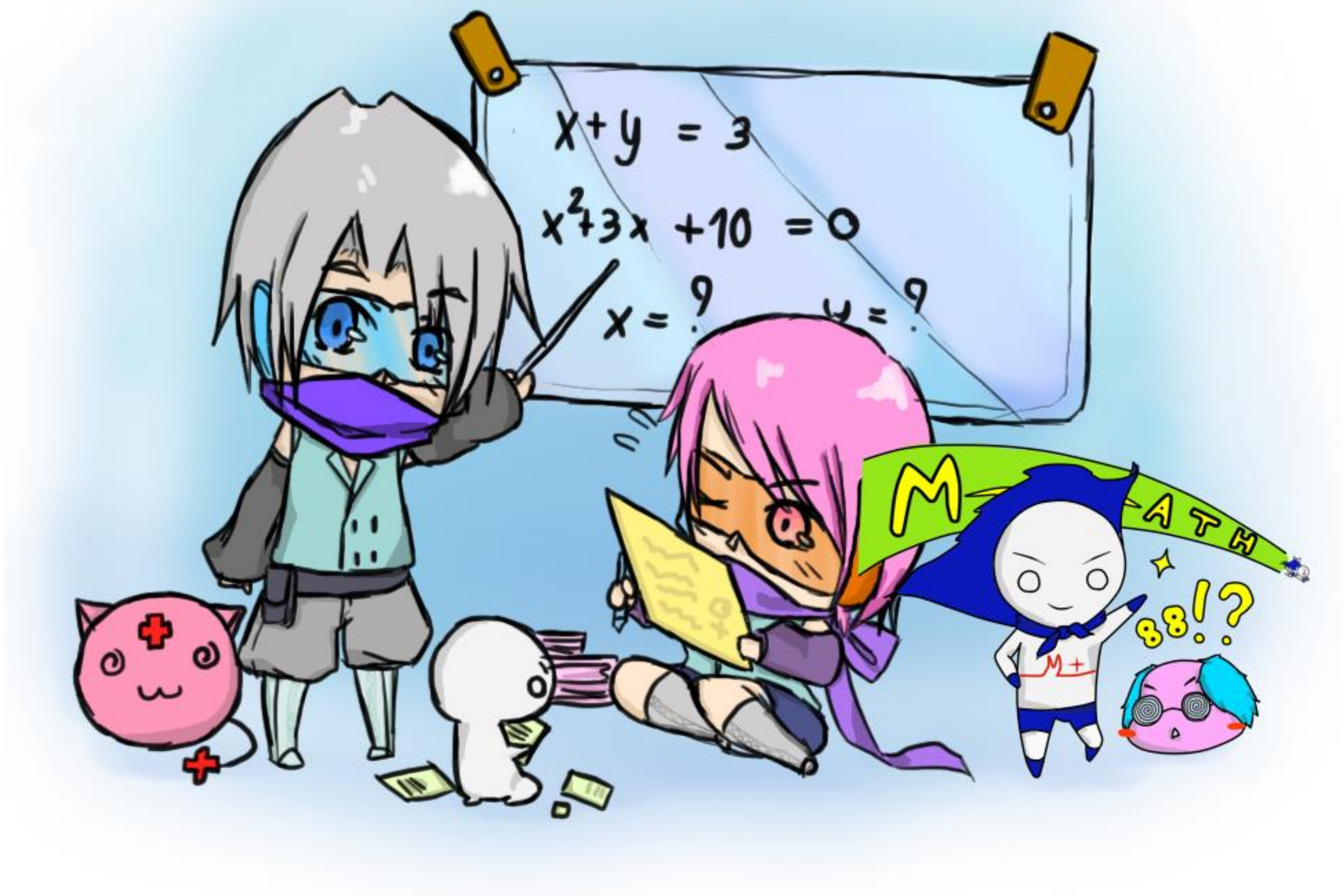
To Be IT

@KMITL 58

MATHEMATIC



ตรรกศาสตร์

-ประพจน์ คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธ ที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

-ค่าความจริง (Truth Value) มีอยู่ 2 แบบ คือ จริง (True : T) และ เท็จ (False : F)

-ประพจน์ประกอบ (Compound Proposition) คือประพจน์ที่สร้างจากการใช้ **ตัวปฏิบัติการตรรกะ (Logic Operator)** กับประพจน์อื่นๆ มากกว่า 1 ประพจน์ขึ้นไป

-ตัวปฏิบัติการตรรกะ ได้แก่ และ ($\wedge$) , หรือ ($\vee$) , ถ้า...แล้ว ($\longrightarrow$) , ก็ต่อเมื่อ ($\longleftrightarrow$) และตัวปฏิบัติการนิเสธ ($\sim$)

-นิเสธของประพจน์ ถ้าประพจน์มีค่าความจริงเป็น p แล้วค่าความจริงที่ตรงข้ามกับประพจน์ p คือ นิเสธของ p สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\sim p$

-ลำดับตัวปฏิบัติการ $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

ตารางแสดงค่าความจริง

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \longrightarrow q$	$p \longleftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

NOTE:

....

....

....

ตัวอย่าง1.1 จงเขียนประพจน์ $p \vee q \wedge r \vee s \longrightarrow u \leftrightarrow v \longrightarrow w \wedge \sim y$ ใหม่ โดยใส่วงเล็บเพื่อแสดงลำดับการดำเนินการของตัวปฏิบัติการตรรกะ

ตัวอย่าง1.2 หากทราบว่า u เป็นจริงและ v เป็นเท็จแล้ว เราจะสรุปค่าความจริงของประพจน์ประกอบได้หรือไม่

<u>การสมมูลกัน</u>

ประพจน์ p สมมูลกับ q เมื่อ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกันทุกกรณี เขียนแทนด้วย $p \equiv q$

จงแสดงว่า $p \longrightarrow q \equiv \sim p \vee q$

p	q	$p \longrightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$

<u>สัจนิรันดร์</u> คือ ประพจน์ใดๆที่มีค่าความจริงเป็นจริงเสมอ

จงแสดงว่าประพจน์ต่อไปนี้ ประพจน์ใดบ้างเป็นสัจนิรันดร์

- $p \vee \sim p$
- $p \wedge \sim p$
- $p \rightarrow \sim p$
- $p \leftrightarrow \sim p$

การตรวจสอบสัจนิรันดร์ มีวิธีดังนี้

1. สร้างตารางค่าความจริง
2. ใช้การหาข้อขัดแย้ง
3. เปลี่ยนรูปประพจน์โดยใช้สูตรทางตรรกศาสตร์

จงแสดงว่าประพจน์ $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

<u>การอ้างเหตุผล</u> คือ ลำดับของประพจน์ ซึ่งประกอบด้วย ประพจน์ซึ่งเป็นข้อตั้งและประพจน์สุดท้ายซึ่งเป็น **ข้อสรุป** การอ้างเหตุผลนั้นจะสมเหตุสมผล เมื่อหากทุกๆ ข้อตั้งเป็นจริงแล้วข้อสรุปต้องเป็นจริง

กำหนดให้ประพจน์ที่เป็นข้อตั้ง คือ $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ และข้อสรุปคือ q แล้วการอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผล เมื่อ $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \ldots \wedge p_n) \rightarrow q \equiv T$

ตัวอย่าง2.1 จงระบุว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

1. "หากคุณทราบรหัสผ่านของผู้ดูแลระบบ คุณสามารถดูข้อมูลลับได้"
2. "คุณทราบรหัสผ่านของผู้ดูแลระบบ"

∴ "คุณสามารถเข้าดูข้อมูลลับได้"

ตัวอย่าง2.2 จงระบุว่าการอ้างเหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

1. "หากโปรแกรม A ทำงานได้เร็วกว่าโปรแกรม B เราจะเลือกใช้โปรแกรม A"
2. "หากเราเลือกใช้โปรแกรม A หรือโปรแกรม C เราจะต้องใช้งบประมาณครึ่งหนึ่ง"
3. "โปรแกรม A ทำงานได้เร็วกว่าโปรแกรม B"

∴ "เราต้องใช้งบประมาณครึ่งหนึ่ง"

ลำดับและอนุกรม

ลำดับ

ลำดับ (อังกฤษ: Sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนของเซตเป็นจำนวนเต็มบวก
ถ้าโดเมนของฟังก์ชันมีจำนวนจำกัด คือ {1, 2, 3, ..., n } เรียกว่า ลำดับจำกัด
ถ้าโดเมนของฟังก์ชันมีจำนวนไม่จำกัด คือ {1, 2, 3, ... } เรียกว่า ลำดับอนันต์
โดยทั่วไปเขียนสัญลักษณ์ a_1, a_2, a_3, ..., a_n ซึ่งหมายถึง พจน์ที่ 1, พจน์ที่ 2, พจน์ที่ 3, ..., พจน์ที่ n, ตามลำดับ ทุกพจน์จะเรียงกันแบบมีกฎเกณฑ์

- ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence หรือ arithmetic progression)

ลำดับเลขคณิต คือลำดับที่มีผลต่างระหว่างพจน์ที่ n+1 กับพจน์ที่ n มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า ผลต่างร่วม (common difference, d) นั่นคือ $a_{n+1} - a_n = d$ หรือ $a_{n+1} = a_n + d$

$$a_2 - a_1 = d \qquad 1)$$
$$a_3 - a_2 = d \qquad 2)$$
$$a_4 - a_3 = d \qquad 3)$$
......
$$a_{n-1} - a_{n-2} = d \qquad n\text{-}2)$$
$$a_n - a_{n-1} = d \qquad n\text{-}1)$$

เมื่อนำสมการ (1) + (2) + (3) + ... + (n-2) + (n-1) จะได้พจน์ทั่วไปในรูปของ a_1 และ d คือ

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$
$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

ตัวอย่างลำดับเลขคณิตเช่น 2, 4, 6, 8, ... ในที่นี้ $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $d = 4-2 = 2$ และสามารถเขียนพจน์ทั่วไปอยู่ในรูป

$$a_n = 2 + (n-1)2 = 2n$$

ตัวอย่าง1.1 17, 20, 23, ... หา a_{11}

- ลำดับเรขาคณิต (geometric sequence or geometric progression)

ลำดับเรขาคณิตคือ ลำดับที่มีอัตราส่วนระหว่างพจน์ที่ n+1 กับพจน์ที่ n มีค่าคงตัว ค่าคงตัวนี้เรียกว่า อัตราส่วนร่วม (common ratio, r) นั่นคือ $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$

$$\frac{a_2}{a_1} = r \qquad 1)$$

$$\frac{a_3}{a_2} = r \qquad 2)$$

$$\frac{a_4}{a_3} = r \qquad 3)$$

......

$$\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} = r \qquad n\text{-}2)$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = r \qquad n\text{-}1)$$

เมื่อนำสมการ (1) × (2) × (3) × … × (n-2) × (n-1) จะได้พจน์ทั่วไปในรูปของ a_1 และ r คือ

$$\frac{a_n}{a_1} = r^{n-1}$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

ตัวอย่างลำดับเรขาคณิตเช่น 1, 2, 4, 8, … ในที่นี้ $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, r = 2/1 = 2 และสามารถเขียนพจน์ทั่วไปอยู่ในรูป

$$a_n = 1 \times 2^{n-1}$$

ตัวอย่าง2.1 7, 14, 28, … หา a_7

อนุกรม

อนุกรมที่ได้จากการบวกพจน์ทุกพจน์ของลำดับจำกัด ถ้าให้ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ เป็นลำดับจำกัด จะได้ $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ เป็น <u>อนุกรมจำกัด</u>

อนุกรมที่ได้จากการบวกพจน์ทุกพจน์ของลำดับอนันต์ ถ้าให้ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ เป็นลำดับอนันต์ จะได้ $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n + \ldots$ เป็น <u>อนุกรมอนันต์</u>

- อนุกรมเลขคณิต

คือ ผลบวกของแต่ละพจน์ในลำดับเลขคณิต ถ้าให้ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ เรียกว่าอนุกรมเลขคณิต

<u>ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต</u>

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต คือ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

หรือ $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$

เมื่อ S_n แทน ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

a_1 แทน พจน์ที่ 1 ของอนุกรมเลขคณิต

a_n แทน พจน์ที่ N ของอนุกรมเลขคณิต

d แทน ผลต่างร่วมของอนุกรมเลขคณิต

ตัวอย่าง3.1 จากอนุกรมเลขคณิต 100 + 95 + 90 + … จงหา S_{15}

ตัวอย่าง3.2 จงหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต 1 + 2 + 3 + … + 300

จงแสดงวิธีทำ

1. จงหา S_{20} พจน์แรกเมื่อ $a_1 = 60, d = -2$

2. จงหา S_{30} พจน์แรกเมื่อ $a_1 = 8, d = 4$

3. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต $1 + 3 + 5 + \ldots + 41$

4. อนุกรมเลขคณิตชุดหนึ่ง มีผลบวกพจน์ที่ 2 กับพจน์ที่ 4 เท่ากับ 15 และผลบวกของพจน์ที่ 5 กับพจน์ที่ 6 เท่ากับ 25 จงหาผลบวกของ 20 พจน์แรก

อนุกรมเรขาคณิต

คือ ผลบวกของแต่ละพจน์ในลำดับเรขาคณิต ถ้าให้ a_1, a_2, a_3, ..., a_n เป็นลำดับเรขาคณิต $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$ เรียกว่าอนุกรมเรขาคณิต

<u>ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต</u>

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต ใช้สูตรดังนี้

$$S_n = na_1$$ เมื่อ r = 1

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$ เมื่อ r ≠ 1

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$ เมื่อ r ≠ 1

ตัวอย่าง4.1 จงหาผลบวก 5 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต 2, 6, 18, ...

ตัวอย่าง4.2 กำหนด $a_1 = 5$, $r = -2$ และ $a_n = 80$ จงหา S_n และ n

สัญลักษณ์แทนการบวก (Sigma Notation)

สัญลักษณ์แทนการบวกจะใช้อักษรกรีก ∑ (ซิกมา) โดยที่

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

อ่านว่าการบวก a_i เมื่อ i = 1 ถึง n

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$$

อ่านว่าการบวก a_i เมื่อ i มีค่าตั้งแต่ 1 ขึ้นไป

เช่น

$$\sum_{i=1}^{6} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

สมบัติของ ∑ ที่ควรทราบ

1. $\sum_{i=1}^{n} c = nc$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

2. $\sum_{i=1}^{n} ca_i = c\sum_{i=1}^{n} a_i$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

3. $\sum_{i=1}^{n} (a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i \pm \sum_{i=1}^{n} b_i$

4. $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

5. $$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

6. $$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

จงแสดงวิธีทำแต่ละข้อต่อไปนี้โดยใช้สูตร

1. จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{12} 5i$

2. จงหาค่าของ $\sum_{n=1}^{8} (5n^2 - 2n)$

3. จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{7} (6i^3 - 2)$

4. จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{10} (i^3 + 9i^2 + 18i)$

สถิติ

สถิติ คือ ศาสตร์ที่ว่าด้วยการเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้ได้ข้อสรุป กระบวนการทางสถิติประกอบด้วย

- การเก็บรวบรวมข้อมูล (collection of date)
- การนำเสนอข้อมูล (presentation of date)
- การวิเคราะห์ข้อมูล (analysis of date)
- การตีความหมายข้อมูล (interpretation of data)

ข้อมูล

หมายถึง ข้อเท็จจริงของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เราสนใจจะศึกษา ซึ่งอาจจะเป็นตัวเลขหรือข้อความก็ได้ เช่น จำนวนคนที่เป็นโรคหัวใจในแต่ละเดือน

การจำแนกข้อมูล

1. ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative data) คือข้อมูลที่ใช้แทนขนาดหรือปริมาณวัดออกมาเป็นค่าตัวเลขที่สามารถนำมาใช้เปรียบเทียบขนาดได้โดยตรง
2. ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative data) คือข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาเป็นค่าตัวเลขโดยตรงได้ แต่วัดออกมาในเชิงคุณภาพได้ เช่น เพศของสมาชิกในครอบครัว

ค่ากลางของข้อมูล

การหาค่ากลางของข้อมูลที่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมดเพื่อความสะดวกในการสรุปเรื่องราวเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ จะช่วยทำให้เกิดการวิเคราะห์ข้อมูลถูกต้องดีขึ้น การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสีย และมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูลและวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้นๆ

ค่ากลางของข้อมูลที่สำคัญ

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean, $\bar{x}$)
2. มัธยฐาน (Median)
3. ฐานนิยม (Mode)

- **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต**

1. การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่

ให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล N ค่า

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

ตัวอย่าง1.1 จากการสอบถามอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

14 , 16 , 14 , 17 , 16 , 14 , 18 , 17

จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุนักเรียนกลุ่มนี้

ตัวอย่าง1.2 ถ้ามีนักเรียนอายุ 17 ปีเข้ามาเพิ่มอีก 1 คน จะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นเท่าใด

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่แบบถ่วงน้ำหนัก(นิยมเอาไว้คิดเกรด)

ให้ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล N ค่า, $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ เป็นน้ำหนักถ่วงของ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ตามลำดับ

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{N}$$

ตัวอย่าง1.3 นักเรียนคนหนึ่งทำการทดสอบจำนวน 4 วิชา ผลการทดสอบคือ

วิชา	น้ำหนัก	เกรด
คณิตศาสตร์	2.5	3.0
ภาษาไทย	2	4.0
วิทยาศาสตร์	2.5	3.5
ศิลปะ	1	4.0

.

จงหาเกรดเฉลี่ยของนักเรียนคนนี้

2. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม**

ให้ $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ $1, 2, 3, \dots, k$ ตามลำดับ และจำนวนข้อมูลในแต่ละชุดคือ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ ตามลำดับ

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i n_i}{\sum_{i=1}^{k} n}$$

ตัวอย่าง1.4 นักเรียนห้องหนึ่ง มีนักเรียนหญิง 23 คน นักเรียนชาย 32 คน จากข้อมูลความสูงจะได้ว่า ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนหญิงคือ 159.8 เซนติเมตร และความสูงเฉลี่ยของนักเรียนชายคือ 165.3 จงหาความสูงเฉลี่ยของนักเรียนห้องนี้

- **มัธยฐาน**

คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด เมื่อได้เรียงข้อมูลตามลำดับ ไม่ว่าจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย

การหามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

1. เรียงข้อมูลทั้งหมดจากมากไปน้อยหรือน้อยไปมากก็ได้
2. ตำแหน่งของมัธยฐาน คือตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูล หาได้จาก $\frac{N+1}{2}$
3. มัธยฐาน คือค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่าง2.1 กำหนดให้ค่าจากการสังเกตในข้อมูลชุดหนึ่ง มีดังนี้

5, 9, 16, 15, 2, 6, 1, 4, 3, 4, 12, 20, 14, 10, 9, 8, 6, 4, 5, 13

จงหามัธยฐาน

- **ฐานนิยม**

คือ ค่าที่มีความถี่สูงสุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่าอื่นในข้อมูลชุดเดียวกัน แต่ในบางชุดของข้อมูลอาจจะไม่มีค่านิยมก็ได้ โดยทั่วไปฐานนิยมมักใช้กับข้อมูลเชิงคุณภาพ

การหาฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

1. พิจารณาจากค่าของข้อมูลที่ปรากฏซ้ำกันมากที่สุด (มีความถี่สูงสุด)
2. แต่บางชุดข้อมูลจะไม่มีฐานนิยม นั่นก็คือ
   2.1 มีข้อมูลเพียงค่าเดียวไม่มีค่าอื่นมาเปรียบเทียบ เช่น 2 2 2 2 2 2
   2.2 มีความถี่สูงสุดมากกว่า 1 ค่า เช่น 1 5 5 2 5 2 3 3 3

ตัวอย่าง3.1 11, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 16, 16, 17, 17, 18

การวัดตำแหน่งสัมพัทธ์ของข้อมูล

ถ้านำข้อมูลเรียงจากน้อยไปหามาก

ควอร์ไทล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนด้วยจุด 3 จุด Q_1, Q_2, Q_3

เดไซล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วนด้วยจุด 9 จุด $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$

เปอร์เซ็นต์ไทล์ แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วนด้วยจุด 99 จุด $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$

เช่น D_8 หมายความว่า มีค่าที่น้อยกว่าค่านี้ 8 ส่วนใน 10 ส่วน

ตำแหน่งของควอร์ไทล์ เดไซล์ และ เปอร์เซ็นต์ไทล์

ถ้าข้อมูลมีจำนวนทั้งหมด N ตัวแล้ว

$$Q_r = \frac{r(N+1)}{4} \;; r = 1, 2, 3$$

$$D_r = \frac{r(N+1)}{10} \;; r = 1, 2, 3, \dots, 9$$

$$P_r = \frac{r(N+1)}{100} \;; r = 1, 2, 3, \dots, 99$$

ตัวอย่าง4.1 ข้อมูลชุดหนึ่งมีดังนี้

2, 16, 18, 25, 32, 64, 2, 6, 1, 4, 3, 14, 10, 9, 8, 9, 16, 15, 2, 8, 6, 4, 5, 13, 6, 1, 4, 9, 8, 6, 4, 32, 64, 2

จงหา Q_3, D_5, P_{10}

การวัดการกระจายของข้อมูล

การสรุปลักษณะต่างๆ ของข้อมูลนั้น ใช้การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอ จำเป็นที่จะต้องใช้การวัดการกระจายด้วยเพื่อให้ทราบว่าข้อมูลแต่ละชุดมีการกระจายแตกต่างกันอย่างไร โดยมีวิธีการดังนี้

1. **พิสัย (Range)** คือความแตกต่างระหว่างข้อมูลที่มีค่าสูงสุดกับข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด การจัดการกระจายแบบนี้เป็นการวัดแบบหยาบ ๆ

$$Range = X_{max} - X_{min}$$

2. **ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile deviation : Q.D.)** คือค่าครึ่งหนึ่งของผลต่างระหว่าง ควอร์ไทล์ที่ 3 กับควอร์ไทล์ที่ 1 ใช้เมื่อข้อมูลนั้นมีการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางด้วยค่ามัธยฐาน

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

3. **ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean deviation : M.D.)** คือค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวที่เบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น โดยไม่คำนึงถึงทิศทางหรือเครื่องหมาย การวัดการกระจายนี้ไม่นิยมใช้เพราะไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย แต่ถ้าใช้จะใช้คู่กับค่าเฉลี่ย

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{N} |x_i - \bar{x}|}{N}$$

4. **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation : S.D.)** คือ รากที่สองของค่าเฉลี่ยของกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัวจากค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นค่าสถิติที่แก้ไขจุดอ่อนของการใช้ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย โดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานนี้จะใช้คู่กับค่าเฉลี่ย

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

ตัวอย่าง5.1 นักเรียนระดับชั้น ม. 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 100 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 75 คะแนน ถ้าผลบวกของกำลังสองของคะแนนของนักเรียนแต่ละคนมีค่าเท่ากับ 575,000 อยากทราบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้เป็นเท่าใด

ความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น คือ ค่าที่ใช้ประเมินสถานการณ์ที่ยังไม่เกิดขึ้น โดยพิจารณาว่า เมื่อถึงเวลาเกิดเหตุการณ์แล้ว จะเกิดในลักษณะใด มีโอกาสที่จะเกิดมากน้อยเพียงใด การหาค่าความน่าจะเป็น จะต้องหาจากการทดลองสุ่มเท่านั้น

การทดลองสุ่ม คือ การทดลองที่ไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง

<u>ตัวอย่าง</u> "การโยนเหรียญขึ้นไปในอากาศ ถือว่าเป็นการทดลองสุ่ม เพราะยังไม่ทราบว่าเหรียญจะหงายหัวหรือก้อย"

แซมเปิลสเปซ คือเซตของผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม

<u>ตัวอย่าง</u> เช่น ในการโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง ถ้ามีผลลัพธ์ที่เราสนใจคือ การขึ้นหัวหรือก้อย

จะได้แซมเปิลสเปซ คือ {(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)} เมื่อ (H,T) หมายถึงเหรียญอันที่ 1 ขึ้นหัว และเหรียญอันที่ 2 ขึ้นก้อย

การหาความน่าจะเป็น

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

โดยที่

$P(E)$ คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจ

$n(E)$ คือ จำนวนวิธีของเหตุการณ์ที่สนใจ

$n(S)$ คือ จำนวนวิธีของเหตุการณ์ทั้งหมด

Note:..

....

....

....

สมบัติความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆ

ถ้า S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์ใดๆในแซมเปิลสเปซ S

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดๆมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 หรือ $0 \leq P(E) \leq 1$
2. ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซเท่ากับ 1 หรือ $P(S) = 1$
3. ถ้า $P(E)$ แทนความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ E
   แล้ว $P(E')$ แทนความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดเหตุการณ์ E
   แล้ว $P(E) + P(E') = 1$ หรือ $P(E') = 1 - P(E)$

แฟกทอเรียล (Factorial)

กำหนดจำนวนเต็มบวก n หรือ 0 เรียกสัญลักษณ์ n! ว่า n - factorial

ซึ่ง n! = n (n - 1) (n – 2) (n – 3)….1

เช่น	5!	=	5x4x3x2x1
		=	120
สิ่งที่ต้องจำ !	0!	=	1
	1!	=	1
	2!	=	2 x 1
		=	2
	3!	=	3 x 2 x 1
		=	6
	4!	=	4 x 3 x 2 x 1
		=	24

แบบฝึกหัดเรื่องความน่าจะเป็น

<u>ตัวอย่าง</u>

ความน่าจะเป็นที่ A เรียงเป็นตัวแรก จากการเรียงตัวอักษร 2 ตัวจากอักษร 3 ตัว คือ A , B และ C

แซมเปิลสเปซ ของเหตุการณ์ทั้งหมด = { AB , BA , AC , CA , BC , CB } $n(S)$ = 6

แซมเปิลสเปซ ของเหตุการณ์ที่สนใจ = { AB , AC } $n(E)$ = 2

$$P(E) = \frac{2}{6}$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ A เรียงเป็นตัวแรก $= \frac{2}{6}$

1. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 10 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีเขียว 2 ลูก และสีน้ำเงิน 2 ลูก นอกนั้นเป็นสีอื่นๆ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอล 3 ลูกจากกล่องใบนี้ให้ได้สีแดง 1 ลูก สีเขียว 1 ลูก และไม่ได้สีน้ำเงิน เท่ากับเท่าไร

2. สลากชุดหนึ่งมี 12 ใบ มีหมายเลข 1 - 12 กำกับ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบสลากพร้อมกัน 3 ใบ ให้มีแต้มรวมเป็น 11 และไม่มีสลากใบใดมีหมายเลขสูงกว่า 6 มีค่าเท่ากับเท่าไร

3. ทาสีเหรียญสามอันดังนี้ เหรียญแรกด้านหนึ่งทาสีขาว อีกด้านทาสีแดง เหรียญที่สองด้านหนึ่งทาสีแดง อีกด้านหนึ่งทาสีฟ้า เหรียญที่สามด้านหนึ่งทาสีฟ้า อีกด้านหนึ่งทาสีขาว โยนเหรียญทั้งสามขึ้นพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหน้าต่างสีกันทั้งหมดเท่าไร

4. ในการเลือกคณะกรรมการชุดหนึ่ง ซึ่งประกอบไปด้วย ประธาน รองประธาน และ เรขานุการ อย่างละ 1 คน จากหญิง 6 คน และชาย 4 คน ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชุดนี้ จะมีประธานและรองประธานเป็นหญิงเท่ากับเท่าไร

5. ขวดโหลใบหนึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 6 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 1 ลูก หยิบลูกแก้วออกมา 2 ลูกพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วที่มีสีต่างกันเท่ากับเท่าใด

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

ตัวแบบของโจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น มี 2 ส่วน คือ

1. สมการจุดประสงค์ อยู่ในรูป $P = ax + by$
2. อสมการข้อจำกัด อยู่ในรูปของอสมการ >, <, >=, <=

โจทย์ปัญหาจะถามค่าที่ต่ำสุดหรือค่าที่สูงสุดของจุดประสงค์

ขั้นตอนการแก้โจทย์

1. หาสมการจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดในโจทย์ให้เจอ
2. นำอสมการข้อจำกัดไปวาดกราฟ
3. หาจุดตัดมุม
4. แทนจุดตัดมุมในสมการจุดประสงค์
5. ได้คำตอบ

ตัวอย่าง1.1 $P = 5x + 4y$ เมื่อ x, y เป็นไปตามเงื่อนไข $x+2y \le 40$, $3x+2y \le 60$, $x \ge 0$ และ $y \ge 0$ แล้วค่าสูงสุดของ P เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ตัวอย่าง1.2 น้ำ 10 ลิตร ต้นทุน 1.2 บาท และน้ำเชื่อม 120 ลิตร ต้นทุน 0.8 บาท ป้าจะผสมน้ำหวานด้วยน้ำกับน้ำเชื่อมไม่น้อยกว่า 150 ลิตร แล้วขายน้ำหวานในราคาลิตรละ 1.1 บาทให้ได้กำไรมากสุดเท่าไร