

## **METAHEURÍSTICA COLÔNIA DE FORMIGAS APLICADA A UM PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS: CASO DA ITAIPU BINACIONAL**

**Samuel Bellido Rodrigues**

Universidade Federal do Paraná: Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia; CP: 19081, CEP: 81531-990 - Curitiba, Paraná

[samuelbellido@hotmail.com](mailto:samuelbellido@hotmail.com)

### **RESUMO**

O problema do roteamento de veículos é um dos problemas mais estudados da área de Pesquisa Operacional. Neste trabalho é proposta uma solução para o transporte de funcionários da empresa Hidrelétrica Itaipu Binacional, localizada no município de Foz do Iguaçu, PR. Para resolver o problema, primeiramente, foi necessária a aplicação do algoritmo das  $p$ -Medianas de Teitz e Bart, medianas essas que representam o número de veículos a serem utilizados. Em seguida, aplicou-se o Algoritmo de Designação de Gillet e Johnson Modificado com o objetivo de designar os pontos de parada (residências dos funcionários) às medianas (veículos). Finalmente, o algoritmo de Otimização por Colônias de Formigas, aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante, foi implementado com a finalidade de determinar a seqüência em que os pontos de parada devem ser visitados, construindo-se desta maneira as rotas. Os resultados obtidos em comparação com os adotados pela empresa se mostraram melhores.

**Palavras-chave:** Problema das  $p$ -medianas; Problema da Designação; Problema de Roteamento de Veículos; Otimização por Colônia de Formigas.

### **ABSTRACT**

The vehicle routing problem has been largely studied in the Operations Research area. This paper presents a solution for the transportation of workers of Itaipu Power Plant, located in Foz do Iguaçu, PR. To solve the problem, firstly, it was necessary to apply the Teitz and Bart'  $p$ -median algorithm, so that these medians represent the number of vehicle needs to be used. Then, it was applied the Gillet and Johnson Modified' Assignment algorithm in order to assign the demand points (workers residences) to the medians (vehicles). Finally, the Ant Colony Optimization algorithm, applied to the Traveling Salesman Problem, was implemented in order to define the sequence that the demand points have to be visited, constructing in this way, the routes. The results obtained, in comparison with the adopted ones by the company, seem to be better.

**Key-words:**  $P$ -Median Problem, Assignment Problem, Vehicle Routing Problem, Ant Colony Optimization.

## 1. Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é uma ciência que objetiva fornecer ferramentas quantitativas ao processo de tomada de decisões. O Problema do Roteamento de Veículos (PRV) é um dos problemas mais estudados da PO, sendo um dos percussores do seu sucesso nas últimas décadas, tendo sido abordado em vários trabalhos com formas de resolução diferentes. CUNHA (2000) se refere ao termo roteamento como um equivalente do inglês *routing* que designa o processo de determinação de um ou mais roteiros ou seqüências de paradas para uma determinada frota de veículos, bem como na determinação da seqüência em que estes pontos de paradas serão visitados, estabelecendo assim rotas para os veículos. Assim, o objetivo geral destes problemas é minimizar os custos associados ao sistema de transporte considerado. De acordo com Cormen *et al.* 2002, *apud* Toso *et al.* 2004, um problema pode ou não possuir um algoritmo exato para sua solução.

Os métodos heurísticos, conforme Toso *et al.* (2004), apresentam um conjunto soluções para problemas de otimização combinatorial. Estes métodos têm origens distintas e sua utilização, muitas das vezes, é específico a um determinado problema combinatorial. Há na literatura o termo metaheurística, que possui grande abrangência e pode ser aplicada a maioria dos problemas de otimização combinatoria.

O objetivo do presente trabalho é a aplicação de métodos heurísticos e metaheurísticos da área de Pesquisa Operacional, para resolver um problema real de construção de rotas quase ótimas ou, até mesmo, ótimas. Este estudo é de relevância significativa, pois propicia a redução de custos oriundos da otimização como, por exemplo, a diminuição de quilometragem dos veículos utilizados, redução de veículos, assim como de mão-de-obra.

## 2. O Problema Real

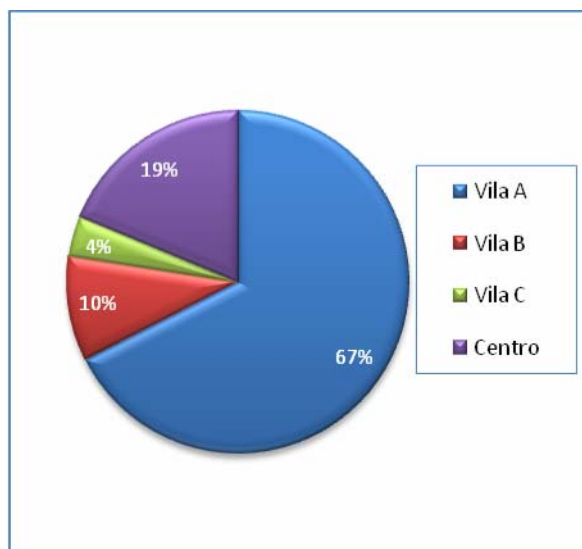
A cidade de Foz do Iguaçu tem hoje cerca de 280.000 habitantes. A Usina Hidrelétrica de Itaipu está localizada no Rio Paraná, no trecho de fronteira entre o Brasil e o Paraguai, a 14 km ao norte da Ponte da Amizade. A área da usina se estende desde Foz do Iguaçu, no Brasil, e Ciudad del Este, no Paraguai, ao sul, até Guaíra (Brasil) e Salto del Guairá (Paraguai), ao norte. Possui atualmente 1.227 funcionários sendo que desses, 860 utilizam com freqüência o transporte oferecido pela Itaipu o qual é terceirizado. A frota é constituída por ônibus e micro-ônibus, sendo que os funcionários são apanhados em pontos pré-determinados e são devolvidos nos horários estabelecidos nos mesmos pontos em que foram pegos. Os funcionários são apanhados às 06h30min da manhã e entregues para o almoço, às 12h00min e, novamente apanhados às 13h30min e entregues às 17h30min.

Estes funcionários estão distribuídos em três bairros, centro da cidade de Foz do Iguaçu e suas intermediações. Atualmente são disponibilizadas 926 poltronas para os 860 usuários do transporte. A frota é constituída por 19 ônibus com 46 poltronas cada e dois micro-ônibus com 26 lugares cada. Os funcionários se concentram, na sua maioria, em uma vila da cidade denominada Vila A. Dos 860 usuários, 624 moram na Vila A, sendo que são disponibilizados para estes, 13 ônibus e dois micro-ônibus, ou seja, 650 lugares para dar atendimento a esta Vila. Para os 66 funcionários da Vila B que utilizam o transporte, são disponibilizados dois ônibus, ou seja, 92 lugares para a mesma. Dos funcionários que moram na Vila C, 41 utilizam o transporte, sendo disponibilizado exatamente um ônibus para o trajeto até a usina. Os demais 129 funcionários estão espalhados pelo centro e intermediações da cidade, onde se disponibiliza três ônibus, ou seja, 138 lugares.

O sistema de transporte da Itaipu foi definido por um roteamento baseado especificamente na experiência pessoal dos funcionários, sem nenhum critério de otimização

matemático. A distância percorrida considerando todos os ônibus é de cerca de 1.520 km diários para coleta e entrega de funcionários.

O Gráfico 1, a seguir, mostra a região da Vila A com 67% do total da quilometragem realizada para a coleta dos funcionários, seguida de 19% da região Central da cidade, 10% Vila B e 4% Vila C. Estes valores se justificam pelo número de funcionários em cada região e tamanho da região atendida.



**Gráfico 1.** Quilometragem por regiões da cidade.

### 3. Implementação dos Métodos Utilizados e Resultados

Para a realização deste trabalho foram abordados os Problemas de Localização de Facilidades através do algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart (1968), os Problemas de Designação através do algoritmo de designação de Gillet e Johnson Modificado (Corrêa 2000) e a metaheurística *Ant Colony Optimization (ACO)* (Dorigo *et al.*, 1999), aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV).

Conforme mencionado na seção 2, a Usina Hidrelétrica de Itaipu tem hoje 1.227 funcionários, sendo que desses 860 utilizam com frequência o transporte oferecido. Os funcionários que utilizam o transporte estão distribuídos em três bairros, centro da cidade e suas intermediações. Portanto, para a implementação das técnicas mencionadas, dividiu-se a cidade em quatro regiões, Vila C - região I, Vila B - região II, Vila A - região III e Centro e suas intermediações – região IV.

A primeira etapa consistiu do cadastramento dos pontos (cada funcionário representa um ponto), fazendo uso do endereço de cada funcionário. Foi utilizado para esta tarefa o *software Google Earth*. Estes pontos fornecem as coordenadas geográficas para a construção das matrizes de distâncias.

Na segunda etapa, utilizando o algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart definem-se as medianas para as quatro regiões da cidade anteriormente definidas. Os problemas de localização de medianas têm por objetivo minimizar a distância a ser percorrida, isto é, minimizar a soma de todas as menores distâncias da facilidade aos vértices de um grafo. Um dos problemas mais conhecidos é o chamado problemas das  $p$ -medianas (Hakimi (1965); Reville e Swain (1970)). A

heurística de Teitz e Bart (1968) é baseada na substituição de medianas na solução e tem como objetivo, a partir de uma solução inicial, melhorar a cada iteração o valor da função objetivo.

Após a determinação das medianas através da heurística de Teitz e Bart, foram feitas as designações dos pontos de parada às medianas e, para isso, foi implementado o algoritmo de Gillet e Johnson Modificado. Este algoritmo consiste em designar cada uma das origens (residências dos funcionários) a cada um dos destinos (veículos, medianas), da melhor maneira possível, formando *clusters*. Cada *cluster*, com os pontos mais próximos entre si, deverá ser atendido por um dos ônibus do problema apresentado. Corrêa, 2000, propôs um algoritmo, que é conhecido como algoritmo de Gillet e Johnson Modificado.

Na quarta e última etapa foram construídos os roteiros e, para isto, foi implementada a metaheurística *Ant Colony Optimization (ACO)* ou Otimização por Colônias de Formigas, aplicado ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Na metaheurística *ACO* existe uma colônia de formigas artificiais que cooperam entre si com o objetivo de encontrar soluções satisfatórias para problemas de otimização discreta. As idéias utilizadas na metaheurística *ACO* provêm do mundo real, ou seja, ocorrem realmente nas colônias de formigas reais. Os algoritmos das formigas foram inspirados pela observação de colônias reais, cujo comportamento é mais dirigido à sobrevivência da colônia do que à sobrevivência de um único componente da colônia.

A metaheurística *ACO* foi proposta por Dorigo *et al.*, 1999. Esta metaheurística é constituída por uma colônia de tamanho finito de formigas que procuram coletivamente por melhores soluções. Cada formiga constrói uma solução a partir de um estado inicial que é selecionado de acordo com critérios eminentes de cada problema. Ao construir uma solução, cada formiga coleta informações nas características do problema e em seu próprio desempenho. Não existe uma comunicação direta entre as formigas – a troca de informações ocorre pela sinergia do meio onde as mesmas atuam. As formigas podem agir simultaneamente e independentemente, mostrando um comportamento cooperativo.

A solução para o problema abordado toma forma de caminho de custo mínimo entre os estados do problema, de acordo com suas restrições. A complexidade de cada formiga é tal que uma única formiga poderia encontrar a solução para o problema, mas, provavelmente, de qualidade ruim. As soluções de alta qualidade são encontradas somente como o resultado da cooperação global entre todos os agentes da colônia que constroem simultaneamente soluções diferentes.

Para a construção da solução, cada formiga move-se sequencialmente de forma finita e probabilística a um melhor vizinho segundo uma noção de vizinhança que depende do problema. Os movimentos de busca dirigida são selecionados de forma estocástica através de dois fatores: (a) memória interna de cada formiga e (b) pelos feromônios que estão disponíveis através do sistema como um todo. Além disso, são consideradas informações locais conhecidas *a priori*, geralmente constituídas por diretivas relacionadas ao problema.

Cada formiga (agente) tem uma memória específica que está relacionada com o seu passado e é utilizada para a construção da solução final. Em alguns problemas de otimização combinatorial, os agentes podem usar suas memórias para detectar uma escolha mal feita, que as estariam conduzindo a solução atual a um estado inviável ou extremamente ruim.

As decisões sobre quando as formigas devem liberar o feromônio no ambiente e quanto feromônio deve ser depositado dependem das características do problema e do projeto de execução. As formigas podem liberar o feromônio ao construir a solução em (a) *step-by-step* (passo a passo, sob demanda), onde o feromônio é atualizado a cada passo na construção de uma

solução, (b) *online delayed* (atraso em linha, sob solução), onde o feromônio é atualizado a cada solução construída ou (c) ambos.

O fator autocatalítico denota um fator importante no funcionamento do algoritmo *ACO*, pois quanto mais agentes escolherem um determinado arco (trecho do caminho), mais feromônio será depositado no arco e mais interessante ele fica para as formigas seguintes. Em geral, a quantidade de feromônio depositada é feita proporcionalmente às boas soluções que uma formiga construiu. Desta maneira, se um arco contribuir para gerar uma solução satisfatória, sua participação no sistema aumenta de forma proporcional à sua contribuição. Para o sistema não viciar em pontos de ótimos locais existe a evaporação eminente no ambiente e as variáveis específicas do problema influenciam o sistema.

Uma vez que a formiga realizou sua “missão”, ou seja, construiu uma solução e depositou feromônio, ela morre, ou seja, a formiga contribui para o sistema deixando sua memória para o grupo (feromônio), bem como a solução encontrada, caso esta seja a melhor solução encontrada até então. A metaheurística *ACO*, além dos elementos principais (geração e atividade da formiga e evaporação do feromônio), compreende também alguns componentes extras que têm uma visão mais ampla, ou seja, no contexto global, em relação à visão local das formigas.

Segundo Dorigo *et al.* (1999), esses elementos ou ações recebem o nome de *daemon\_actions* (ações extras). Por exemplo, um *daemon* permite observar o comportamento das formigas e coletar as informações globais que sejam úteis, e, depositar as informações adicionais do feromônio, ou seja, um *daemon* consiste num agente global com função de otimizar o sistema a partir de sua visão ampla da atual configuração do mesmo.

Para a coordenação deste sistema, Dorigo *et al.* (1999) propuseram um sincronizador, denominado *schedule\_actives* (sincronizador de atividades), cuja função é ajustar as atividades de geração de novas formigas, depósito de feromônios e atuação de *daemon*. Tanto que para não haver distorções no sistema, o depósito do feromônio, tanto *online step-by-step* quanto *delayed* é uma atividade que necessita de exclusividade para o funcionamento do sistema.

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) consiste em estabelecer uma única rota que passe por cada nó de um grafo, uma e apenas uma vez, retornando ao nó inicial no final do percurso. Este roteiro hamiltoniano deve ser feito de modo que a distância total percorrida seja mínima. A demanda de cada nó é determinística e o veículo tem a capacidade conhecida.

A implementação computacional dos algoritmos citados (algoritmo de Teitz e Bart; algoritmo de Gillett e Jonhson Modificado e *ACO*) ocorreu através do ambiente computacional *MatLab* 6.5, em um microcomputador Pentium II – 2.26 GHz com 512MB de memória RAM (*Random Access Memory*) e foi dividida em quatro etapas, descritas a seguir.

### 3.1 Primeira Etapa

A primeira etapa é a do cadastramento dos pontos que foi feito para cada uma das quatro regiões da cidade, previamente divididas. Como dispunha-se do endereço de cada funcionário utilizou-se um site localizador de endereços e também o *software Google Earth (freeware)* que fornece as coordenadas geográficas (x, y) para o local da residência de cada funcionário. Quando, por exemplo, as residências ficavam em uma rua sem saída, optou-se por colocar apenas um ponto no início da rua, com as demandas acumuladas neste ponto. Portanto, cada ponto possui uma demanda, que deve ser considerada. Assim é formado o banco de dados que contém as coordenadas geográficas, onde cada ponto indica um respectivo local de parada. Além disso, para cada região foi criada uma matriz de distâncias Euclidianas.

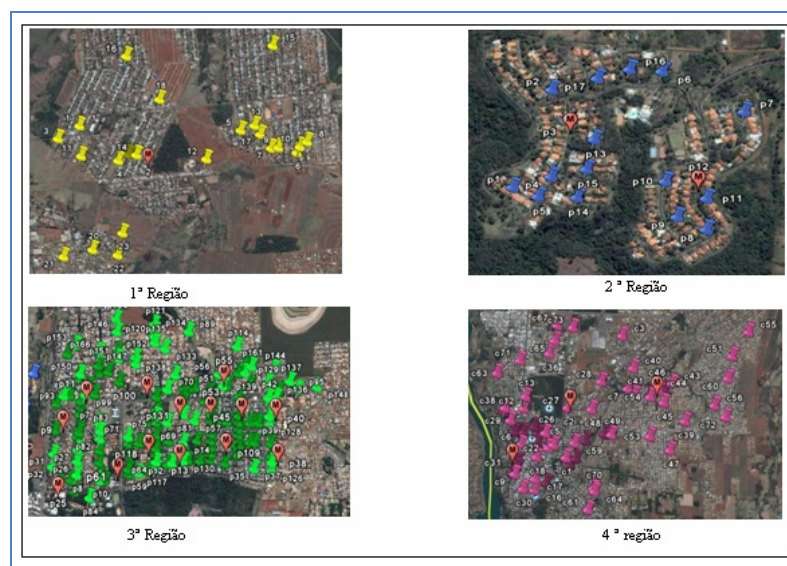


### 3.2 Segunda Etapa

Nesta etapa, para cada região determinaram-se as medianas de acordo com o número de ônibus a ser utilizado, através do algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart, programado em ambiente computacional *Matlab*.

A Figura 1, mostra como ficou a localização das medianas para cada região. Na primeira região (Vila C), é necessário determinar apenas uma mediana, pois será utilizado apenas um veículo para a coleta destes funcionários. Na segunda região (Vila B), é necessário selecionar duas medianas, pois poderão ser utilizados dois veículos, sendo um ônibus com capacidade de 46 lugares e um micro-ônibus com capacidade de 26 lugares, ficando apenas seis lugares desocupados.

Na terceira região (Vila A), é necessário selecionar 14 medianas, pois serão utilizados 14 veículos sendo 13 ônibus com capacidade de 46 lugares e um micro-ônibus com capacidade de 26 lugares. Finalmente, na quarta região (Centro), é necessário selecionar três medianas, pois serão utilizados três veículos com capacidade de 46 lugares.



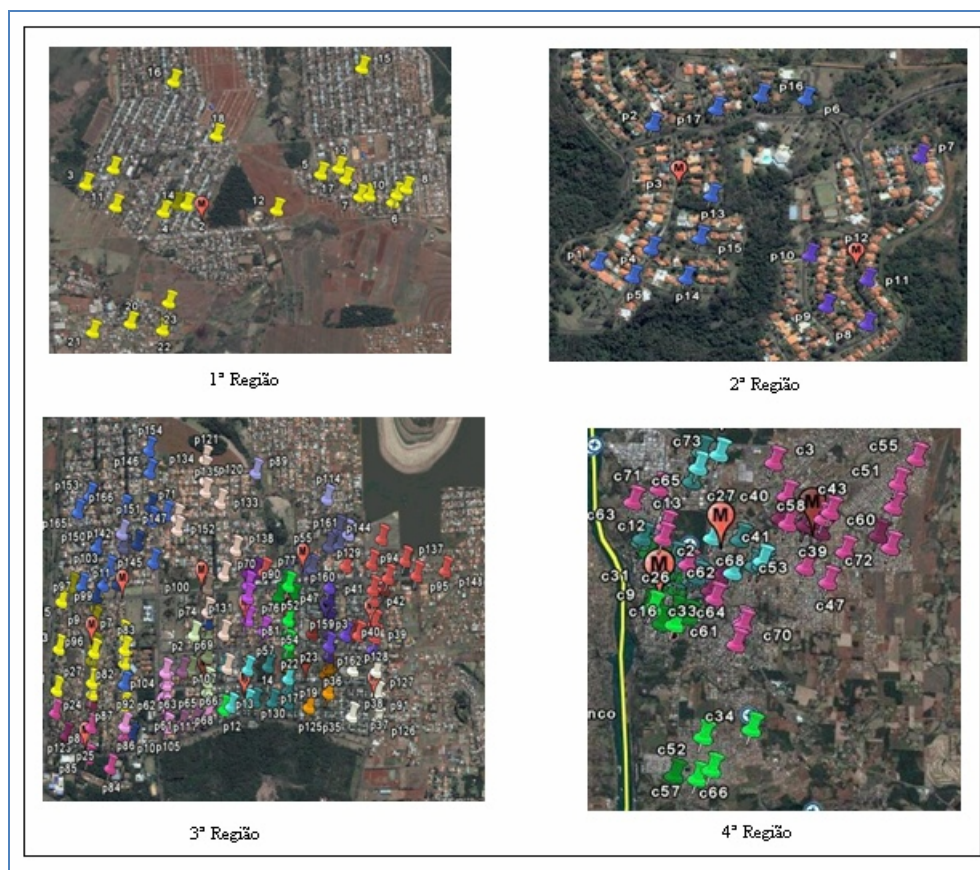
**Figura 1.** Medianas (em vermelho) para a primeira, segunda, terceira e quarta regiões

### 3.3 Terceira Etapa

Nesta etapa são feitas, para todas as regiões, as designações dos pontos para as medianas selecionadas anteriormente (segunda etapa), respeitando a capacidade de cada mediana. Foi utilizado o algoritmo de Gillet e Johnson Modificado, que também foi programado no ambiente computacional *Matlab*.

A Figura 2 mostra como ficou a designação dos pontos para suas respectivas medianas para as 4 regiões. Na primeira região (Vila C), como foi selecionada apenas uma mediana, não é necessário aplicar o algoritmo, pois todos os pontos serão designados para a mesma mediana (ônibus). Na segunda região (Vila B), foram selecionadas duas medianas; assim, aplicando o algoritmo de designação de Gillet e Johnson Modificado foi determinada a designação de cada ponto a sua respectiva mediana, respeitando a capacidade de cada uma delas, pois uma das medianas tem capacidade 46 lugares e a outra de 26 lugares.

Na terceira região (Vila A) foram selecionadas 14 medianas e aplicando o algoritmo de designação de Gillet e Johnson Modificado foi determinada a designação de cada ponto para sua respectiva mediana, respeitando a capacidade de cada uma delas, pois 13 das medianas têm capacidade de 46 lugares e uma de 26 lugares. Finalmente, na quarta região (Centro), foram selecionadas três medianas, aplicando o algoritmo de designação de Gillet e Johnson Modificado. Foi determinada a designação de cada ponto para sua respectiva mediana, respeitando a capacidade de cada uma delas, ou seja, 46 lugares para cada mediana.



**Figura 2.** Designação dos pontos para a primeira, segunda, terceira e quarta regiões

### 3.4 Quarta Etapa

Nesta etapa são feitos, para todas as quatro regiões e seus respectivos 20 grupos de pontos (1; 2; 14; 3), os roteamentos, ou seja, a definição da ordem em que os veículos farão a coleta dos funcionários de modo que as distâncias percorridas sejam as menores possíveis. Foi considerado, para isto, que todos os veículos partem do mesmo local, a própria usina, sendo este local denominado “ponto zero”. Foi utilizado o algoritmo *ACO* proposto por Dorigo *et al.* (1999), programado na linguagem *Matlab*.

Para todos os 20 grupos foram utilizadas os parâmetros apresentados no Quadro 1, a seguir.

Parâmetros	
$\alpha$	0,1
$\beta$	2
$\rho$	0,8
Número de formigas ( $m$ )	Igual ao número de nós ( $n$ )
Número de iterações para critério de parada	100

**Quadro 1.** Parâmetros utilizados no algoritmo *ACO*

onde:

- $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros que controlam o peso relativo entre o feromônio e a distância entre as cidades. Assim, um alto valor de  $\alpha$  significa que o valor do feromônio é muito importante e, deste modo, as formigas tendem a escolher caminhos pelos quais outras formigas já passaram. E se o valor de  $\beta$  for muito alto, a formiga tende a eleger a cidade mais próxima.
- $\rho \in (0, 1]$  é o coeficiente de evaporação.
- $m$  é o número de formigas e  $n$  é o número de nós.

O feromônio para todos os grupos inicia-se com valor igual a “1” sendo que os valores para os parâmetros são encontrados experimentalmente.

Para a primeira região (Vila C), com apenas uma mediana, a menor rota encontrada perfaz um total de 9.156,13 metros; considerando que tanto para coleta dos funcionários como para a entrega é feito o mesmo trajeto, e no total são realizadas quatro viagens, o ônibus deverá percorrer por dia 36.624,52 metros. Esta rota é apresentada na Figura 3.



**Figura 3.** Rota obtida pelo *ACO* para a primeira região (Vila C).

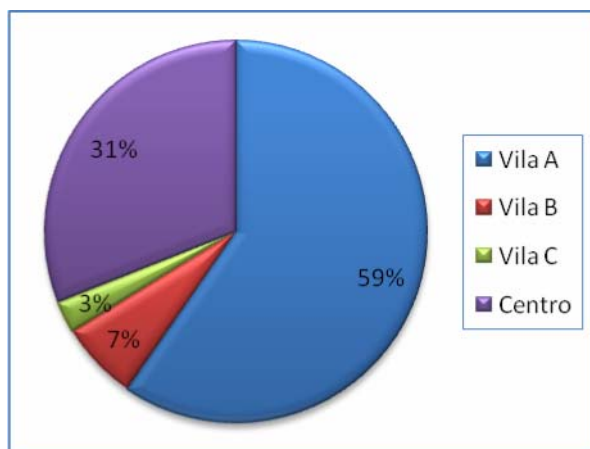
No Quadro 2, a seguir, é apresentada uma análise para a primeira região (Vila C) considerando as simulações realizadas até a obtenção do melhor resultado. A simulação 4 apresenta a mesma distância para o roteamento dos pontos que a simulação 3, mas com um tempo computacional maior. Logo a simulação com melhor resultado é a de número 3.

Dados	Simulação 1	Simulação 2	Simulação 3	Simulação 4
$\alpha$	0,1	0,1	<b>0,1</b>	0,1
$\beta$	2	2	<b>2</b>	2
$\rho$	0,8	0,8	<b>0,8</b>	0,8
Número de pontos	24	24	<b>24</b>	24
Número de formigas	10	10	<b>24</b>	24
Número de iterações	100	150	<b>100</b>	150
Tempo computacional em segundos	379	593	<b>896</b>	1172
Distância em metros	9606,93	9561,94	<b>9156,13</b>	9156,13

**Quadro 2.** Simulações do algoritmo *ACO* para a primeira região (Vila C)



Da mesma forma procede-se com as demais regiões. O Gráfico 2, apresentado a seguir, mostra a relação de quilometragem após a aplicação dos métodos abordados neste trabalho.



**Gráfico 2.** Quilometragem por regiões da cidade após roteamento

Através do gráfico 2, confrontado com o gráfico 1 (apresentado na seção 2), tem-se os dados apresentados no Quadro 3, a seguir.

	Solução Atual (km)	Solução Otimizada (km)
<b>Vila A</b>	1026	<b>806</b>
<b>Vila B</b>	151	<b>90</b>
<b>Vila C</b>	58	<b>37</b>
<b>Centro</b>	285	<b>419*</b>
<b>Total</b>	1520	<b>1352</b>

**Quadro 3.** Gráfico 1 *versus* Gráfico 2 (\* atendendo 17 pontos adicionais)

O Quadro 4 faz uma comparação entre a situação atual e os resultados obtidos neste trabalho, quanto aos dados de uma forma geral.

	Pontos de parada	Quantidade de veículos	Quilometragem Percorrida
<b>Situação atual da Empresa</b>	Pontos de ônibus pré-determinados	19 ônibus e 2 micro-ônibus	1520 km
<b>Situação Otimizada</b>	O próprio endereço dos funcionários	18 ônibus e 2 micro-ônibus	1352 km

**Quadro 4.** Comparação entre a situação atual e a solução otimizada.

#### 4. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho foi o estudo e a aplicação das heurísticas de  $p$ -medianas de Teitz e Bart (1968) e Gillet e Johnson Modificado, conforme Corrêa (2000) e da metaheurística *Ant Colony Optimization*, conforme Dorigo (1999), da área de Pesquisa Operacional, para a construção de rotas para os veículos que fazem o transporte de funcionários da empresa Itaipu Binacional, comparando os resultados obtidos com a solução adotada atualmente pela empresa.

Foi aplicado o algoritmo de Teitz e Bart para definição das  $p$ -medianas; em seguida, o algoritmo de Designação de Gillet e Johnson Modificado para a formação dos agrupamentos, e, por fim, o algoritmo *Ant Colony Optimization (ACO)* para a construção das rotas em cada agrupamento. Todos os algoritmos foram programados no ambiente computacional *Matlab*. A

aplicação dos referidos algoritmos mostra como é possível a minimização de custos, pois há uma redução na quilometragem (neste caso, em cerca de 10%) e, também, na utilização de veículos (neste problema houve a redução de um veículo).

Objetivando um aprimoramento dos resultados obtidos, são propostas algumas sugestões para trabalhos futuros como, por exemplo, pesquisar e aplicar metaheurística *ACO* para o problema de localização de facilidades (lembrando que neste artigo, a metaheurística *ACO* foi aplicada ao problema de roteamento) e utilizar outros algoritmos para o roteamento de veículos com o objetivo de comparar os resultados com os obtidos com a metaheurística *ACO*.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem à administração da empresa Hidrelétrica Itaipu Binacional pelo fornecimento dos dados e pelas contribuições técnicas para o desenvolvimento do trabalho.

#### Referências:

**Cormen, T. H.; Leiserson, C. E. Rivest, R. L; Stein, C. (2002).** *Algoritmos: teoria e prática*. Rio de Janeiro.

**Corrêa, E. S. (2000)** *Algoritmos genéticos e busca tabu aplicados ao problema das p - medianas*. Dissertação de Mestrado, UFPR, Curitiba, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia.

**Cunha, C.B. (2000)** *Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais*. Rio de Janeiro: Transportes, v. 8, n. 2 p. 51-74.

**Dorigo, M., Caro, G. D., Gambardella L. M. (1999)** *Ant algorithms for discrete optimization*. Université Libre de Bruxelles, Belgium.

**Hakimi, S. L. (1965)** *Optimum distribution of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems*. Operational Research, London, v.13, p. 462-475.

**Revelle, C.; Swain, R. Central facilities location. (1970)** Geographical Analysis, v. 2, p. 30-42.

**Teitz, M. B.; Bart, P. (1968)** *Heuristics methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph*. London: Operations Research Society.

**Toso, F.R.; Andrade C. E. A.; Batista, F.L.N. (2004),** *Modelos de otimização para transportes de cargas em ambientes reduzidos*. Dissertação de Mestrado, UFLA, Lavras, Ciência da Computação.