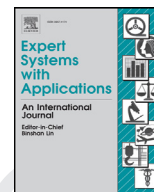


Listas de conteúdos disponíveis em [ScienceDirect](http://www.sciencedirect.com)

Sistemas especialistas com aplicativos

Página inicial do jornal: www.elsevier.com/locate/eswa

GRASP com revinculação de caminho para districting comercial

Roger Z. Ríos-Mercado ^{uma, *}, Hugo Jair Escalante ^b^{uma} Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas, Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), San Nicolás de los Garza, NL, México^b Departamento de Ciência da Computação, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), Tonantzintla, Puebla, México

informações do artigo

Palavras-chave:

Indústria de serviços

Angustiante

Metaheurísticas

APERTO

Revinculação de caminho

abstrato

O problema de agrupar unidades básicas em territórios geográficos maiores sujeitos a dispersão, conectividade e requisitos de equilíbrio é abordado. O problema é motivado por uma aplicação do mundo real da indústria de distribuição de bebidas engarrafadas. Normalmente, uma função de dispersão é minimizada à medida que se buscam territórios compactos. A literatura existente revela que praticamente todos os trabalhos sobre districting comerciais utilizam funções de dispersão baseadas em centros. Essas funções baseadas no centro produzem modelos de programação de inteiros mistos com algumas propriedades interessantes; no entanto, eles têm a desvantagem de serem muito caros para serem avaliados adequadamente quando usados em estruturas heurísticas. Isso se deve às operações de atualização do centro frequentemente necessárias por meio da pesquisa heurística. Nesse trabalho, uma medida de dispersão mais robusta baseada no diâmetro dos territórios formados é estudada. Isso permite um cálculo de pesquisa heurística mais eficiente. Para resolver este problema particular de design de território, um procedimento de busca adaptativa aleatória gananciosa (GRASP) que incorpora um novo procedimento de construção onde os territórios são formados simultaneamente em dois estágios principais usando critérios diferentes é proposto. Isso também difere da literatura anterior, onde GRASP era usado para construir um território de cada vez. O GRASP é aprimorado ainda mais com duas variantes de reconexão de caminho para frente e para trás, ou seja, estático e dinâmico. A reconexão de caminhos é um mecanismo de pesquisa sofisticado e muito bem-sucedido. Esta ideia é nova em qualquer aplicativo de design de distrito ou território, tanto quanto é do nosso conhecimento. O algoritmo proposto e seus componentes foram avaliados extensivamente em um amplo conjunto de instâncias de dados. Resultados experimentais revelam que o mecanismo de construção produz soluções viáveis de qualidade aceitável, que são aprimoradas por um procedimento de busca local eficaz. Além disso, a evidência empírica indica que as estratégias de religação de dois caminhos têm um impacto significativo na qualidade da solução quando incorporadas à estrutura GRASP. As ideias e componentes do método desenvolvido podem ser estendidos para outros problemas districting sob restrições de equilíbrio e conectividade. Evidências empíricas indicam que as estratégias de religação de dois caminhos têm um impacto significativo na qualidade da solução quando incorporadas à estrutura GRASP. As ideias e componentes do método desenvolvido podem ser estendidos para outros problemas districting sob restrições de equilíbrio e conectividade. Evidências empíricas indicam que as estratégias de religação de dois caminhos têm um impacto significativo na qualidade da solução quando incorporadas à estrutura GRASP. As ideias e componentes do método desenvolvido podem ser estendidos para outros problemas districting sob restrições de balanceamento e conectividade.

© 2015 Publicado por Elsevier Ltd.

1. Introdução

O problema de desenho do território (TDP) pode ser visto como o problema de agrupar pequenas unidades geográficas básicas (UNS) em grandes aglomerados geográficos, chamados territórios, de forma que os territórios sejam aceitáveis (ou ótimos) de acordo com os critérios de planejamento relevantes. O design ou districting de território tem uma ampla gama de aplicações, como districting político, design de território de vendas, districting escolar, districting de poder e serviços públicos, para citar alguns. O leitor pode encontrar nas obras de Kalcsics, Nickel e Schröder (2005) e Duque, Ramos e Suriñach (2007) levantamentos de última geração sobre modelos, algoritmos e aplicativos para problemas districting.

O problema abordado neste artigo é um problema de design de território comercial (CTDP) motivado por uma aplicação do mundo real do

indústria de distribuição de bebidas engarrafadas. O problema, introduzido por Ríos-Mercado e Fernández (2009), considera encontrar um design de p territórios com dispersão mínima sujeitos a requisitos de planejamento, como atribuição exclusiva de BU a território, conectividade de território e equilíbrio de território em relação a três atributos de BU: número de clientes, demanda de produto e carga de trabalho.

Um critério importante em problemas de design de território é compactação. Normalmente, isso é obtido minimizando uma função de dispersão. No desenho de territórios comerciais, diversos modelos baseados em funções de dispersão das bem conhecidas p -centro e p -problemas de localização mediana foram estudados no passado. Estas são funções de dispersão baseadas no centro, ou seja, a dispersão é medida em relação a um centróide de um território. No entanto, existem outras medidas de dispersão não baseadas no centro que podem ser usadas. As funções baseadas em centros dependem fortemente da localização dos centros; se os centros estiverem “mal” localizados, o projeto resultante pode causar uma séria deterioração na função objetivo. Além disso, em problemas de localização, os centros representam uma entidade física ou instalação que presta algum serviço; Contudo,

3° T

* Autor correspondente. Tel.: +52 8183294000.

Endereço de e-mail: roger_yalma@uanl.mx, roger.rios@uanl.edu.mx (RZ RíosMercado), hugojair@inaoe.mx (HJ Escalante).<http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2015.09.019>

0957-4174 / © 2015 Publicado por Elsevier Ltd.

nos CTDPs os centros estão artificialmente localizados, já que não há instalações de fato instaladas, é apenas uma referência para a medida de dispersão. Essas limitações motivam o estudo de outras formas de medir a dispersão. Por exemplo, uma medida como o diâmetro, que mede a maior distância entre quaisquer duas unidades básicas em um território, é uma função mais robusta, pois não depende de uma localização central, proporcionando mais flexibilidade. Mesmo da perspectiva algorítmica, os métodos heurísticos para lidar com TDPs em funções de dispersão baseadas em centro precisam ser constantemente atualizados e recalculados à medida que os centros continuam se movendo toda vez que o território sofre uma mudança. Essa tarefa demorada pode ser evitada se outras medidas, como o diâmetro, forem usadas.

Neste trabalho, focamos nosso estudo em um problema de projeto de território comercial que visa minimizar a dispersão do território com base em uma medida de dispersão de diâmetro. Até onde sabemos, esse tipo de problema não foi abordado antes na literatura de design de território. Uma vez que o objetivo é atingir grandes instâncias, apresentamos um procedimento de pesquisa adaptativa aleatória gananciosa (GRASP) com revinculação de caminho para este CTDNP-difícil. O algoritmo é denominado GPR_CTDNP. Em nosso GRASP proposto, desenvolvemos um procedimento que constrói exatamente p territórios simultaneamente, isto é, começamos com p sementes de nó e começa a associar nós às sementes até que todos eles sejam atribuídos. Ao crescer os territórios simultaneamente, em vez de um de cada vez, espera-se que a violação das restrições de equilíbrio seja consideravelmente menor. Além disso, desenvolvemos duas estratégias de religação de caminho (PR), uma dinâmica e outra estática, motivadas pelo trabalho de [Resende, Martí, Gallego e Duarte \(2010a\)](#), que aplicou com sucesso ao problema de diversidade máximo – mínimo. Em nosso trabalho, essas estratégias de RP dependem de encontrar um “caminho” entre dois designs de território diferentes. Para este fim, um subproblema de atribuição associado para encontrar a melhor correspondência entre os centros de território é resolvido. A solução para este problema fornece uma maneira muito boa de gerar a trajetória entre dois projetos dados. Esta ideia é nova em qualquer aplicativo de design de distrito ou território, tanto quanto é do nosso conhecimento.

Para avaliar sua eficiência, o GPR_CTDNP proposto com muitos de seus componentes e estratégias foi extensivamente avaliado em um amplo conjunto de instâncias de dados. Descobrimos, por exemplo, que construir territórios simultaneamente resulta em soluções viáveis de qualidade aceitável. As duas variantes de PR implementadas em GPR_CTDNP permitiram-nos obter soluções melhores do que as obtidas com a busca direta local; embora a estratégia estática tenha resultado mais útil. As principais idéias algorítmicas incorporadas no algoritmo desenvolvido podem ser estendidas para tratar outros problemas distritais com estrutura semelhante.

O artigo está organizado da seguinte forma. Dentro [Seção 2](#) descrevemos o problema em detalhes e apresentamos um modelo de otimização combinatória. [Seção 3](#) fornece uma visão geral de trabalhos relacionados anteriores relevantes. [Seção 4](#) descreve em detalhes os componentes da heurística proposta, e [Seção 5](#) apresenta a avaliação empírica do método. Terminamos o artigo em [Seção 6](#), com algumas conclusões e observações finais.

2. Descrição do problema

Deixar $G = (V, E)$ denotam um gráfico onde V é o conjunto de quarteirões ou unidades básicas (BUs), e E é o conjunto de arestas representando adjacência entre blocos, ou seja, $(eu, j) \in E$ se e somente se BUs eu e j são adjacentes blocos. Deixar $d_{eu, j}$ denotam a distância euclidiana entre BUs eu e j , com $eu, j \in V$. Para cada BU $eu \in V$ existem três parâmetros associados. Deixar C_{uma}^{eu} seja o valor da atividade uma no nó eu , Onde $a = 1$ (número de clientes), $a = 2$ (demanda do produto), e $a = 3$ (carga de trabalho). O número de territórios é dado pelo parâmetro p . Uma p -partição de V é percebido por $X = (X_1, \dots, X_p)$, Onde $X_k \subset V$ é chamado de território de V . Deixar $C_{uma}(X_k) = \sum_{eu \in X_k} C_{uma}^{eu}$ denotam o tamanho do território X_k com respeito a atividade $uma \in A = \{1, 2, 3\}$ e $k \in K = \{1, \dots, p\}$. Os requisitos de planejamento de balanceamento são modelados pela introdução de um parâmetro de tolerância especificado pelo usuário τ_{uma} que mede o desvio relativo permitido do

tamanho médio alvo μ_{uma} , dado por $\mu_a = C_{uma}(V)/p$, para cada atividade $uma \in A$. Outro requisito de planejamento é que todos os nós atribuídos a cada território sejam conectados por um caminho contido totalmente dentro do território. Em outras palavras, cada um dos territórios X_k deve induzir um subgrafo conectado de G . Por fim, buscamos maximizar o território com pacidade ou, equivalentemente, minimizar a dispersão do território, onde a dispersão é dada pelo maior diâmetro sobre todos os territórios, ou seja, $\max_{k=1, \dots, p} \max_{eu, j \in X_k} d_{eu, j}$.

Deixar \mathcal{P} seja a coleção de todos p - partições de V . O combinatório modelo de otimização é dado como segue.

Modelo (CTDP)

$$\min_{X \in \mathcal{P}} f(X) = \max_{k \in K} \max_{eu, j \in X_k} d_{eu, j} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \frac{C_{uma}(X_k)}{\mu_{uma}} \in [1 - \tau_{uma}, 1 + \tau_{uma}] \quad k \in K, a \in A \quad (2)$$

$$G_k = G(V_k, E(V_k)) \text{ está conectado } k \in K \quad (3)$$

Objetivo (1) mede a dispersão do território. Restrições (2) representam o equilíbrio do território em relação a cada medida de atividade, uma vez que estabelece que o tamanho de cada território deve estar dentro de um intervalo (medido pelo parâmetro de tolerância τ_a) em torno de seu tamanho médio. Vigaristas (3) garantir a conectividade dos territórios, onde G_k é o gráfico induzido em G pelo conjunto de nós X_k . Observe que há um número exponencial de tais restrições.

O modelo pode ser visto como particionamento G (o gráfico de contiguidade que representa as BUs) em p componentes conectados (distritos contíguos) sob as restrições adicionais sobre o equilíbrio da demanda de produto, número de clientes e carga de trabalho de cada território, e minimização de uma medida de dispersão das UNs em um território. O modelo básico de gráfico de contiguidade para a representação de um território dividido em unidades elementares foi adotado no distrito político ([Ricca & Simeone, 2008](#))

3. Trabalho relacionado

Design de território ou distrito tem uma ampla gama de aplicações, como distrito político ([Bozkaya, Erkut, & Laporte, 2003](#); [Browdy, 1990](#); [Forman e Yue, 2003](#); [Mehrotra, Johnson, & Nemhauser, 1998](#); [Pukelsheim, Ricca, Simeone, Scozzari, & Serafini, 2012](#); [Ricca & Simeone, 2008](#)), design do território de vendas ([Drexl e Haase, 1999](#); [Zoltner e Sinha, 1983](#); [2005](#)), distrito escolar ([Caro, Shirabe, Guignard e Weintraub, 2004](#)), distriting de poder ([de Assis, Franca, & Usberti, 2014](#); [Bergey, Ragsdale e Hoskote, 2003](#)) e serviços públicos ([Blais, Lapierre e Laporte, 2003](#); [D'Amico, Wang, Batta, & Rump, 2002](#); [Muyldermans, Cattrysse, Oudheusden e Lotan, 2002](#)), para nomear alguns. O leitor pode encontrar nas obras de [Kalcics et al. \(2005\)](#) e [Duque et al. \(2007\)](#) pesquisas de ponta sobre modelos, algoritmos e aplicativos para problemas distriting. [Zoltner e Sinha \(2005\)](#) apresentar uma pesquisa com foco em vendas distriting e [Ricca, Scozzari e Simeone \(2013\)](#) apresentar uma pesquisa sobre distriting político.

Aqui, discutimos o trabalho relacionado ao design de territórios comerciais. [Rios-Mercado e Fernández \(2009\)](#) introduziu o TDP comercial ao incorporar um critério de compactação de território e um número fixo de territórios p . Eles procuram maximizar esse critério de compactação sujeito a requisitos de planejamento, como atribuição exclusiva de BU a território, conectividade de território e equilíbrio de território em relação a três atributos de BU: número de clientes, demanda de produto e carga de trabalho. Em seu trabalho, os autores consideram como função de minimização uma função de dispersão baseada na função objetivo do conhecido p -Problema do centro. Depois de estabelecer a NP-completude do problema, os autores propõem um GRASP Reativo para obter soluções de alta qualidade para este problema. O núcleo de seu GRASP é um procedimento iterativo trifásico composto por uma fase de construção, uma fase de ajuste e uma fase de busca local. Dentro

a fase de construção uma solução com q territórios, onde q geralmente é maior do que p , satisfazer as restrições de conectividade. Em seguida, uma fase de ajuste com base em um mecanismo de fusão de pares é aplicada para obter uma solução com p territórios. Posteriormente, é aplicada uma fase de busca local com o objetivo de eliminar a inviabilidade em relação aos requisitos de balanceamento e melhorar a função objetivo de dispersão. Uma observação interessante é que as fases de construção e adaptação produzem soluções com alto grau de inviabilidade. Isso é muito bem reparado pela pesquisa local, embora a um custo computacional muito alto. A razão para isso é que a tentativa de mesclar dois territórios em um na fase de ajuste pode resultar em uma grande violação do limite superior das restrições de equilíbrio.

Salazar-Aguilar, Ríos-Mercado e Cabrera-Ríos (2011a) apresentam uma estrutura de otimização exata para lidar com instâncias relativamente pequenas de vários modelos de CDT. Eles estudaram dois modelos lineares que diferem na forma como medem a dispersão, um modelo usa uma função de dispersão com base no objetivo do p -Problema mediano (MPTDP) e o outro é baseado no p -Problema do centro (CPTDP). Eles podem resolver com sucesso instâncias de até 100 BUS para o CPTDP e até 150 BUS para o MPTDP. Isso conclui que p -As medidas de dispersão com base no centro geram modelos mais difíceis, pois têm relaxamentos LP mais fracos do que os modelos com base na mediana.

Ríos-Mercado e Salazar-Acosta (2011) apresentar uma heurística baseada em GRASP e programação de memória adaptativa para um CDT que considera a minimização de um p -Função central do problema sujeita a restrições adicionais de roteamento de orçamento.

López-Pérez e Ríos-Mercado (2013) e Ríos-Mercado e López-Pérez (2013) estender o modelo CDT incorporando critérios de planejamento adicionais, como requisitos de atribuição conjunta e disjunta e similaridade com o plano existente. Atribuição conjunta (disjunta) significa que um determinado conjunto de clientes deve ser atribuído ao mesmo (diferente) território. A semelhança com o plano existente significa que o novo plano deve ser semelhante ao plano anterior, permitindo que apenas uma pequena parte das unidades básicas seja atribuída a diferentes territórios. Neste trabalho, os autores usam um p -Função objetivo mediana do problema para medir a dispersão. Os autores desenvolvem uma abordagem de programação matemática para lidar com o nível de alocação do cliente com relativamente sucesso, resolvendo um modelo substituto de programação inteira mista.

Um dos métodos mais populares para lidar com problemas distritais é a técnica de alocação de localização (Kalcics et al., 2005). No entanto, esta técnica não é aplicável ao nosso problema principalmente porque a natureza da função objetivo de dispersão é diferente. Como foi mostrado, o método de alocação de localização parece funcionar bem quando um p -A função objetiva baseada em problemas mediana é usada. De uma perspectiva teórica, Elizondo-Amaya, Ríos-Mercado e Díaz (2014)

desenvolver um esquema de limite inferior para o CDT com base no relaxamento Lagrangiano que considera um p -função objetivo com base no centro.

O CDT também foi abordado de uma perspectiva de otimização multiobjetivo. Salazar-Aguilar, Ríos-Mercado e González-Velarde (2011b) apresentam um método de otimização exato para a obtenção de frentes de Pareto para instâncias relativamente pequenas para o problema onde a compactação e o equilíbrio do território são simultaneamente otimizados.

Salazar-Aguilar, Ríos-Mercado, González-Velarde e Molina (2012) e Salazar-Aguilar, Ríos-Mercado e González-Velarde (2013) desenvolver métodos heurísticos baseados em scatter search e GRASP, respectivamente, para abordar instâncias maiores. Suas heurísticas encontram aproximações de boa qualidade para as frentes de Pareto; no entanto, em cada uma dessas abordagens de otimização multiobjetivo, funções baseadas em centro são usadas para medir a dispersão do território.

Resumindo esses trabalhos mais relevantes no TDP comercial, todos eles abordam funções de dispersão baseadas em centros territoriais. Uma das razões é que as funções baseadas em centro produzem modelos de programação inteira mista bem estruturados que, por sua vez, podem levar a algoritmos de otimização relativamente bons. No entanto, esta vantagem relativa

A compreensão é um pouco perdida ao abordar um problema da perspectiva heurística. Por exemplo, cada vez que um território muda, deve-se verificar e recalcular, se necessário, um novo centro que envolve computação entre todos os pares de unidades básicas. No passado, uma das maneiras pelas quais os autores trataram esse problema é escolhendo não atualizar os centros todas as vezes, mas periodicamente. Isso tem a consequência negativa de não ter o valor correto e preciso da função objetivo de dispersão o tempo todo. Como afirmado anteriormente, os CDTs com funções de dispersão com base no diâmetro não foram estudados no passado. Até onde sabemos, nosso trabalho é o primeiro a introduzir uma medida de dispersão não baseada em centro no contexto de CDT. Na verdade, usar funções não baseadas no centro, como o diâmetro, pode ser mais conveniente, uma vez que nenhuma operação demorada de atualização do centro é necessária. É uma medida mais robusta nesse sentido.

4. Heurística proposta

É importante observar que estamos introduzindo um novo modelo que não foi estudado antes, tanto quanto é do nosso conhecimento. Conforme declarado na seção anterior, todos os métodos existentes desenvolvidos para distribuição comercial não são aplicáveis neste caso, dada a natureza diferente da função objetivo sendo otimizada. Na mesma linha, o software de cluster existente não é feito sob medida para lidar com problemas altamente restritos, como o que está sendo tratado.

Esta seção apresenta a heurística GRASP proposta com reconexão de caminhos para o problema de design de território comercial (GPR_CDT). GRASP é uma meta-heurística bem conhecida baseada em busca gananciosa e mecanismos de construção aleatória. Feo e Resende (1995) que tem sido usado com sucesso para muitos problemas de otimização combinatória, incluindo Ríos-Mercado e Fernández (2009). Propomos um GRASP aprimorado com relink de caminho (PR). Uma característica importante sobre GRASP quando comparado com outros métodos, como heurísticas baseadas em população (algoritmos genéticos, otimização de enxame de partículas, etc.) é que se pode projetar o mecanismo de construção de forma a garantir que as restrições difíceis (como conectividade) são cumpridos, algo muito difícil de conseguir por outros métodos. Naturalmente, espera-se que a incorporação de um sofisticado mecanismo de busca, como o PR, produza soluções de qualidade muito melhor do que as obtidas pela simples busca local. A heurística compreende um novo procedimento de construção e um mecanismo de RP muito eficaz. O procedimento de construção lida de forma inteligente com uma estratégia de construção de territórios simultaneamente, Seção 5. O restante desta seção descreve em detalhes os componentes da abordagem GPR_CDT, que recebe como entrada uma instância do CDT e um conjunto de parâmetros conforme descrito abaixo.

4.1. APERTO

Um GRASP é um processo iterativo em que cada iteração principal consiste em duas fases: construção e pesquisa local (Feo e Resende, 1995). A fase de construção tenta construir uma solução viável e a fase de busca local tenta melhorá-la. Este processo é repetido para um número fixo de iterações e a melhor solução geral é retornada como resultado. GRASP incorpora mecanismos de busca gulosa e randomização que permitem obter soluções de alta qualidade para problemas combinatórios em tempos aceitáveis. Apesar da simplicidade desta heurística multi-start, ela provou ser muito eficaz em uma ampla gama de problemas e aplicações (ver Resende e Ribeiro, 2010, indivíduo. 10). O trabalho anterior sobre GRASP para o CDT é apresentado em Seção 3. Neste artigo, propomos o procedimento GPR_CDT, que é em essência um GRASP ampliado com mecanismos de PR, portanto, nesta seção descrevemos os procedimentos específicos de construção e busca local do GRASP e a próxima subseção apresenta as estratégias de PR.

4.1.1. Fase de construção

Em uma determinada iteração, a fase de construção consiste em construir p territórios, X_1, \dots, X_p , simultaneamente de tal forma que a conectividade é sempre satisfeita enquanto inviável em termos de dispersão e equilíbrio é permitido até certo ponto. Cada território X_k é formado por um subconjunto de BUs ou nós, de modo que $\cup_{k=1, \dots, p} X_k = V$ e $X_k \cap X_l = \emptyset$, para todo $k \neq l$. De acordo com o procedimento proposto, cada território X_k está associado a um centro, $c(k)$. Este não é um requisito para o problema de um recurso da formulação proposta que foi adotada por conveniência ao medir a dispersão de territórios.

Procedimento 1 grasp_construction (δ, EU, α).

Entrada: δ : fração de nós atribuídos pelos critérios de distância;

EU : intervalo para atualização dos centros;

α : Parâmetro de qualidade RCL;

Resultado: X : Uma p -partição de V ;

```

( $c(1), \dots, c(p)$ ) ← max_disp ( $p$ ); {Calcular  $p$  centros iniciais}
 $eu \leftarrow 0$ ;  $V^- \leftarrow V$ ;
enquanto ( $|V^-| > \delta n$ ) Faz
  para todos ( $k \in \{1, \dots, p\}$ ) Faz
     $N_q(X_k) \leftarrow q$  vizinhos mais próximos (não atribuídos) de  $X_k$ ;
     $X_k \leftarrow X_k \cup N_q(X_k)$ ;  $V^- \leftarrow V^- \setminus N_q(X_k)$ ;
  fim para
   $eu \leftarrow eu + 1$ ;
  E se ( $eu \bmod L = 0$ ) então
     $c(k) \leftarrow$  mínimo máximo  $d_{v, c(k)} \forall V, C \in X_k, k = 1, \dots, p$ ; {Centros de atualização}
  fim se
terminar enquanto
aberto ( $k$ ) ← VERDADEIRO,  $k = 1, \dots, p$ ;
enquanto ( $|V^-| > 0$  e  $\exists k$  de tal modo que aberto ( $k$ ) == VERDADEIRO) Faz
  para todos ( $k = 1, \dots, p$ ) Faz
    E se (aberto ( $k$ ) == VERDADEIRO) então
      Calcular  $\varphi_k(V)$  dentro Eq. (4),  $\forall V \in N(X_k)$ ;
       $\min \leftarrow \min \{ \varphi_k(V) \}$ ;  $\max \leftarrow \max \{ \varphi_k(V) \}$ ;
       $RCL \leftarrow \{ h \in N(X_k) : \varphi_k(h) \leq \min + \alpha (\max - \min) \}$ ;
      Escolher  $V \in RCL$  aleatoriamente;  $X_k \leftarrow X_k \cup \{ V \}$ ;  $V^- \leftarrow V^- \setminus \{ V \}$ ;
      E se ( $N(X_k) = \emptyset$  ou  $C_{uma}(X_k) > 1 + \tau \mu$  para qualquer  $a$ ) então
        aberto ( $k$ ) ← FALSO; {Fechar este território}
      fim se
    fim para
  fim se
  para todos ( $V \in V^-$ ) Faz
     $X_v \leftarrow$  Território mais próximo ao nó  $V$ ;
     $X_v \leftarrow X_v \cup \{ V \}$ ;  $V^- \leftarrow V^- \setminus \{ V \}$ ;
  fim para
  fim se
Retorna  $X = \{X_1, \dots, X_p\}$ ;

```

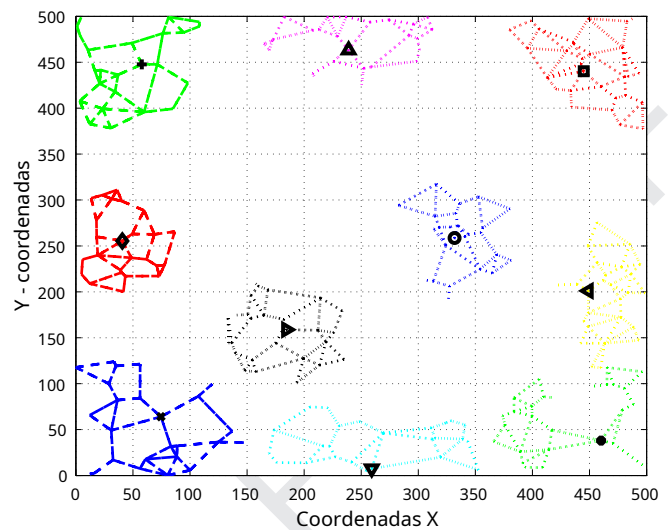


Figura 1. Primeira etapa do procedimento de construção proposto para uma instância do CTDp.

pode ser atribuído com um critério de proximidade. Os nós restantes ficarão nas fronteiras entre os territórios; portanto, as informações de equilíbrio e dispersão são levadas em consideração para a atribuição desses nós.

Um aspecto importante do primeiro estágio é a seleção dos centros de sementes. Claramente, a aleatoriedade deve ser considerada para este processo, pois queremos gerar centros bastante diferentes em cada iteração da abordagem GPR_CTDp. Para este fim, vemos o problema de escolher um conjunto apropriado de p sementes iniciais como um p -Problema de dispersão (Erkut, Ülküsal e Yeniçerioglu, 1994), que é um problema de otimização combinatória que coloca p pontos no plano o mais longe possível um do outro usando uma medida apropriada para maximizar a dispersão. Em nosso procedimento, usamos uma abordagem que seleciona centros aleatoriamente com um critério de dispersão máxima. A estratégia particular começa com um nó selecionado aleatoriamente como o centro para o primeiro território e o resto dos centros são obtidos usando uma heurística gananciosa para o p -problema de dispersão (Erkut et al., 1994).

A segunda fase da fase de construção consiste na atribuição das restantes $n - \delta n$ nós que não foram atribuídos no primeiro estágio. Para este estágio, as BUs são atribuídas a territórios usando um procedimento adaptativo ganancioso e aleatório que leva em consideração tanto o equilíbrio quanto o des-restrições pessoais. Para cada território X_k , o custo de designar cada nó vizinho $V \in N(X_k)$ para X_k é avaliado de acordo com Eq. (4). Em seguida, uma lista restrita de candidatos (RCL) é formada, a partir da qual um single BU é selecionado aleatoriamente e atribuído ao território atual X_k . Este RCL é restrito por um parâmetro de qualidade α , ou seja, RCL é formado por aquelas BUs cuja avaliação da função gananciosa se enquadra α por cento da melhor avaliação. Eq. (4) determina o custo incorrido ao atribuir nó V para um território X_k . Este custo é determinado por uma combinação linear dos pesos atribuídos aos nós no território $X_k \cup \{ V \}$, conforme determinado pelo termo $G_k(V)$, e a dispersão daqueles nós, conforme estimado pelo termo $F_k(V)$, com $G_k(V)$ e $F_k(V)$ definido em Eqs. (5) (6), respectivamente

$$\varphi_k(V) = \lambda F_k(V) + (1 - \lambda) G_k(V), \quad (4)$$

$$G_k(V) = \sum_{uma \in A} g_{k,uma}(V), \quad (5)$$

$$F_k(V) = \frac{1}{d_{max}} f(X_k \cup \{ V \}) = \frac{1}{d_{max}} \max \{ f(X_k), \max_{eu \in X_k, V} \{ d_{eu, V} \} \}, \quad (6)$$

Onde $f(X_k) = \max_{k \in K} \max_{eu \in j \in X_k} \{ d_{eu, j} \}$ é a medida de dispersão (como ditado pela função objetivo) e $g_{k,uma}(V) = \frac{1}{\mu_{uma} \max \{ C_{uma}(X_k \cup \{ V \}) - (1 + \tau) \mu_{uma}, 0 \}}$ é responsável pela soma das inviabilidades relativas

Procedimento 1 apresenta a fase de construção da proposta GPR_CTDp. V^- denota o conjunto de nós que não foram atribuídos a nenhum território e $n = |V|$ o número de UNs. O processo começa selecionando p sementes ou centros, $\{c(1), \dots, c(p)\}$, quais são os primeiros nós atribuído a cada território; isso é, $c(k) \in X_k, k \in \{1, \dots, p\}$. Os territórios são então construídos iterativamente em duas fases principais, seguidas por uma estágio de cessação. Na primeira fase q BUs são atribuídos iterativamente a cada território X_k . Para cada território X_k , nós atribuímos iterativamente o q (não atribuídos) nós vizinhos mais próximos desse território, $V \in N_q(X_k)$. Os BUs em $N_q(X_k)$ que são atribuídos a X_k deve ser conectado por uma borda a uma BU já atribuída a X_k . O último processo é iterado até uma fração δ do total de BUs foram atribuídos a um dos p territórios (ie δn BUs foram atribuídos), onde os centros $c(1), \dots, c(p)$ são atualizados a cada eu iterações. Deve-se notar que a noção de centros é usada apenas para esta primeira fase do procedimento de construção e não é usada em outros lugares.

Figura 1 mostra as UN atribuídas após a fase um da fase de construção para uma instância do CTDp considerada para experimentação. A partir deste estágio o p territórios foram construídos simultaneamente usando um critério de vizinhança ignorando completamente as restrições de equilíbrio. A lógica por trás disso é que os nós que pertencem ao mesmo território devem estar próximos uns dos outros, portanto, uma parte dos nós

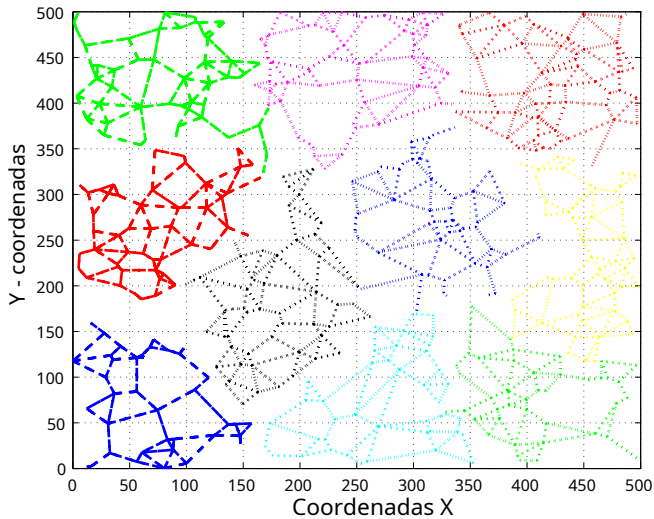


Figura 2. Segunda e terceira etapas do procedimento de construção proposto para uma instância do CTDp.

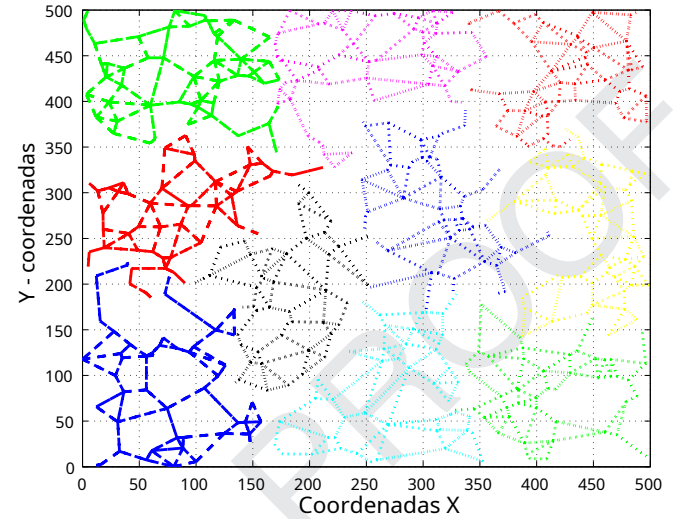


Fig. 3. Solução encontrada após a aplicação do procedimento de busca local para uma instância do CTDp.

para as restrições de equilíbrio. Aqui $d_{\max} = \max_{eu, j \in V \setminus \{eu\}} d(eu, j)$, a distância máxima entre qualquer par de nós, é usada para normalizar a função objetivo. Deve-se notar que $g_{uma}(V)$ representa a inviabilidade em relação ao limite superior da restrição de equilíbrio para a atividade *uma*. Ambos os fatores de dispersão e balanceamento são ponderados por um parâmetro λ em expressão (4). O processo é repetido para todos os territórios k . Se um território excede o peso médio esperado para um território, ele é considerado *fechado* (ou seja, *aberto* (j) = *falso*) e nenhum outro nó pode ser atribuído a ele. O último processo itera até que cada nó tenha sido atribuído a um território ou todo território seja considerado fechado. Uma vez que o estágio dois desta fase de construção não garante que todos os nós serão atribuídos a um território, um terceiro estágio é aplicado em que cada nó não atribuído é atribuído ao seu território mais próximo. **Figura 2** mostra a distribuição de UNs para uma instância do CTDp após os estágios dois e três do procedimento de construção.

4.1.2. Pesquisa local

Depois que uma solução é construída, uma fase de pós-processamento que consiste em uma pesquisa local é executada. O objetivo nesta fase é melhorar o valor da função objetivo e recuperar a viabilidade (se violada) na solução construída, X . Nesta busca local, uma função de mérito que pondera tanto a inviabilidade com respeito às restrições de balanceamento quanto o valor da função objetivo é usada. Esta função é de fato semelhante à função gulosa usada na fase de construção, com a exceção de que agora a soma das inviabilidades relativas leva em consideração a violação dos limites inferior e superior das restrições de equilíbrio. Especificamente, a função de mérito para um determinado desenho de território $X = \{X_1, \dots, X_p\}$ é dado por

$$\psi(X) = \lambda F(X) + (1 - \lambda) G(X) \quad (7)$$

Onde (

$$F(X) = \frac{1}{d_{\max}} \max_{k \in K} \max_{i, j \in X_k} \{d(eu, j)\} \quad (8)$$

e

$$G(X) = \sum_{k=1}^p g_{uma}(X_k), \quad (9)$$

com $g_{uma}(X_k) = \frac{1}{\mu_{uma}} \max \{C_{uma}(X_k) - (1 + \tau_a) \mu_{uma}, (1 - \tau_a) \mu_{uma} - C_{uma}(X_k), 0\}$ sendo a soma das inviabilidades relativas das restrições de equilíbrio. A qualidade das soluções é então determinada pela expressão (7), agora descrevemos o mecanismo para explorar soluções em torno do design do território construído. Deixar $t(i)$ denotam o nó do território eu

pertence a, $i = 1, \dots, n$. *Amove mo Ve* (i, j) é definido como mover um nó eu de seu território atual para um território $t(j)$, Onde $t(j) = t(i)$. Só se move *mo Ve* (i, j) Onde $(eu, j) \in E$ e $t(i) = t(j)$ são autorizadas. Desse modo, *mo Ve* (i, j) transforma uma solução $X = (X_1, \dots, X_{t(i)}, \dots, X_{t(j)}, \dots, X_p)$ para dentro $X\tau = (X_1, \dots, X_{t(i)} \setminus \{eu\}, \dots, X_{t(j)} \cup \{eu\}, \dots, X_p)$. Se conectividade deve ser mantido, apenas se move onde $X_{t(i)} \setminus \{eu\}$ permanecer conectado é permitido. Observe que em geral *mo Ve* (i, j) é assimétrico.

A ideia básica da busca local é iniciar a busca por um determinado território, digamos território k , e, em seguida, considere primeiro os movimentos emanando do território k , isto é, se deixarmos $N(X_k)$ denotam os movimentos viáveis *mo Ve* (i, j) com $t(i) = k$ avalie primeiro todos os movimentos em $N(X_k)$, e pegue o melhor que melhore a solução atual, se houver. Se nenhum for encontrado, prossiga com o território $(k + 1) \bmod p$. Assim que um movimento melhor for encontrado, execute-o e reinicie a busca a partir desta nova solução $X\tau$ mas definindo $k + 1$ como o território inicial, onde k foi o último território examinado, ou seja, em uma nova jogada o território inicial é $k + 1$ e o território final a ser examinado é k . Ao usar essa estratégia cíclica para iniciar o território, evitamos realizar muitas avaliações de movimentos desnecessários. Um movimento é executado usando um território diferente a cada vez até que nenhuma melhoria possa ser encontrada. Na prática, um critério de parada adicional: o número máximo de avaliações permitidas da função de aptidão (*limit_evals*), é adicionado para evitar a realização de uma pesquisa extensa por longos períodos de tempo. Portanto, a etapa de pós-processamento para quando um ótimo local é encontrado ou o número de movimentos excede *limit_evals*. A fase de pós-processamento é descrita em **Procedimento 2**. **Fig. 3** mostra uma solução obtida após a aplicação do procedimento de pesquisa local.

4.2. Revinculação de caminho

Path relinking (PR) foi originalmente proposto por Glover e colegas como uma forma de incorporar estratégias de intensificação e diversificação na busca tabu (Glover 1996, indivíduo. 1). PR consiste em explorar o caminho de soluções intermediárias entre duas soluções selecionadas chamadas de partida (X_s) e alvo (X_t) com a hipótese de que algumas das soluções intermediárias podem ser melhores do que X_s e X_t (intensificação) ou comparáveis, mas suficientemente diferentes de X_s e X_t (diversificação). Soluções intermediárias são geradas realizando movimentos a partir da solução inicial de tal forma que esses movimentos 420 introduzir atributos que estão presentes na solução de destino. Aplicações bem-sucedidas de RP no contexto de Tabu e Scatter Search são 422 relatado em Resende, Ribeiro, Glover e Martí (2010b, indivíduo. 4).

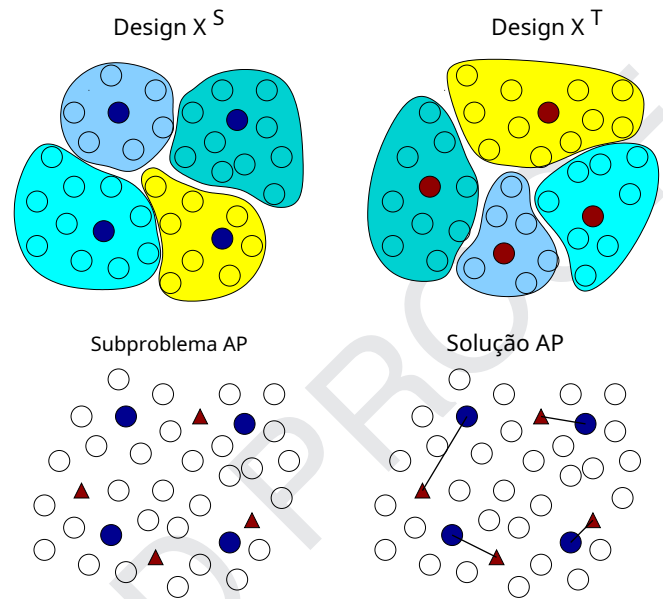
Procedimento 2 local_search (X).**Entrada:** X : Uma solução para o CTDTP;**Resultado:** X : Melhor solução para o CTDTP; $nmo\ V es \leftarrow 0$; $local_optima \leftarrow$ FALSO; $k \leftarrow 1$; {território inicial}**enquanto** ($nmo\ V es \leq limit_evals\ E \sim local_optima$) **Faz** $melhoria \leftarrow$ FALSO;**enquanto** ($|N(X_k)| > 0$ e $\sim melhoria$) **Faz** $mo\ V e(i, j) \leftarrow$ Escolha um movimento válido de $N(X_k)$; $N(X_k) \leftarrow N(X_k) \setminus \{eu\}$;Avalie $\psi(X_T)$ usando a Eq. (7);**E se** ($\psi(X_T) < \psi(X)$) **então** $X \leftarrow X_T$; {performmove} $nmo\ V es \leftarrow nmo\ V es + 1$; $melhoria \leftarrow$ VERDADEIRO; $kend \leftarrow k$; $k \leftarrow (k + 1) \bmod p$;**fim se****terminar enquanto****E se** ($\sim impro\ V ement$) **então** $k \leftarrow (k + 1) \bmod p$;**fim se****E se** ($k = kend$) **então** $local_optima \leftarrow$ VERDADEIRO;**fim se****terminar enquanto****Retorna** X 

Fig. 4. Ilustração de como configurar uma trajetória de busca a partir de dois designs dados (parte superior), resolvendo um problema de atribuição associado (parte inferior).

Apesar do fato de que PR foi originalmente proposto para pesquisa Tabu e Scatter, também foi usado com sucesso com GRASP (Resende & Ribeiro, 2010, indivíduo. 4; Resende et al., 2010b, indivíduo. 10). No contexto do GRASP, a RP pode ser considerada uma forma de inserir a memória no processo de busca. Até onde sabemos, a RP não foi usada no contexto do desenho do território, embora tenha sido recentemente aplicada ao problema relacionado de agrupamento capacitado (Deng e Bard (2011)). Enquanto os dois problemas estão relacionados, as formulações propostas diferem significativamente. Por exemplo, Deng e Bard não consideraram os centros em sua abordagem de RP e propuseram uma única variante de RP (em nível de cluster). Deng e Bard relatam experimentos com menos de 90 nós e 5 clusters, enquanto em Seção 5 relatamos instâncias de até 500 nós e 10 territórios.

Diferentes variantes de RP foram propostas até agora, cada uma com benefícios e limitações em termos de eficiência e eficácia. Neste trabalho, consideramos duas variantes de RP para frente e para trás, a saber, estático e dinâmico, que se mostraram muito eficazes em problemas relacionados (Resende et al., 2010a). Para excelentes pesquisas sobre as aplicações do GRASP com PR, recomendamos ao leitor o trabalho de Resende e Ribeiro (2010, indivíduo. 10).

As chamadas estratégias de RP para frente e para trás exploram os caminhos entre X_S e X_T de duas maneiras diferentes (ou seja, de X_S para X_T e vice versa) (Resende e Ribeiro, 2010, indivíduo. 10). O principal benefício dessas estratégias é que mais e diferentes soluções podem ser geradas, embora tenha sido descoberto que há pouco ganho com estratégias de mão única (Ribeiro, Uchoa, & Werneck, 2002). Isso pode ser devido à ganância dos métodos usuais de RP, que avaliam todas as soluções possíveis que podem ser geradas fazendo um movimento de uma solução inicial e escolhendo o movimento que resulta na melhor solução intermediária (Resende et al., 2010a; Ribeiro et al., 2002). Portanto, esses métodos exploram um grande número de soluções e, portanto, a RP para a frente e para trás não ajuda a melhorar a qualidade das soluções finais. Neste trabalho, selecionamos movimentos de tal forma que um singleove é avaliado para gerar soluções intermediárias. Essa forma de RP é mais eficiente à custa de escarificar o benefício de estratégias gananciosas. No entanto, acreditamos que, no cenário considerado, o uso de uma estratégia de RP para frente e para trás é vantajoso.

Além da direção da pesquisa, existem outros aspectos que diferenciam as estratégias de RP (Resende e Ribeiro, 2010; Resende et al., 2010a, indivíduo. 10). Por exemplo, métodos de RP gananciosos e aleatórios formam um RCL com movimentos candidatos e selecionam um movimento aleatoriamente

como em GRASP (Faria, Binato, Resende, & Falcao, 2005). Técnicas de RP truncadas exploram parcialmente a trajetória entre X_S e X_T . O PR evolucionário consiste na evolução de um conjunto de soluções de referência de forma semelhante, uma vez que o conjunto de referência é desenvolvido na pesquisa dispersa (Resende & Werneck, 2004). Neste trabalho desenvolvemos estratégias de RP estáticas e dinâmicas que resultaram muito eficazes para o CTDTP. Ambas as estratégias foram usadas com sucesso em outros problemas de otimização combinatória (Resende et al., 2010a). O restante desta seção descreve as estratégias de RP incorporadas no GPR_CTDTP.

Lembre-se de que cada solução do CTDTP é uma atribuição de cada nó $eu \in V$ para um de p territórios X_1, \dots, X_p . Deixar $t(X, i) \in \{1, \dots, p\}$ denotam o índice do território para o qual o nó eu é atribuído de acordo com solução X . Dadas duas soluções particulares X_S e X_T , PR visa gerar soluções intermediárias ou p - partições no caminho começando em X_S e terminando em X_T . Em GPR_CTDTP soluções intermediárias são criadas mudando $t(X_S, eu)$, o território para o qual nó eu é atribuído na solução X_S para o território correspondente $t(X_T, eu)$. Porque ambos X_S

e X_T as soluções são criadas de forma independente, e a ordenação do território pode ser arbitrária, não está claro em qual território X_S corresponde a qual território em X_T . Portanto, uma correspondência entre territórios deve ser obtida antes de iniciar o processo de busca. O problema de encontrar a melhor combinação entre territórios pode ser definido como um Problema de Atribuição (AP), considerando apenas os centros de território. Deixar $C(X)$ seja o conjunto de p centros de nós correspondentes à solução X . Em seguida, um gráfico bipartido completo é formado com conjuntos $C(X_S)$ e $C(X_T)$, onde o custo entre o nó $eu \in C(X_S)$ e $j \in C(X_T)$ é dado por $d_{eu,j}$. O AP pode ser resolvido em tempo polinomial. Usamos um dos mais recentes implementos do algoritmo húngaro (Burkard, Dell'Amico, & Martello, 2009). Uma solução para o AP representa uma atribuição de custo mínimo entre centros de território e, portanto, uma correspondência entre territórios. Deixar M ser a solução para AP dada por $M = \{(i, j_1), \dots, (eu_p, j_p)\}$. O ideia do PR é então "transformar" cada território $X_{t(i,k)}$ para o território $X_{t(j,k)}$ para cada $(eu_k, j_k) \in M$. A justificativa para esta correspondência decorre do fato de que se espera que territórios relativamente próximos (de diferentes designs) terão muitas BUs em comum. Este esquema é ilustrado em Fig. 4. Note-se que a noção de centros é adotada nesta fase por conveniência, visto que os centros permitem estabelecer uma correspondência entre territórios de forma e fi ciente.

Uma vez estabelecida essa correspondência entre territórios, é possível realizar movimentos a partir de uma solução X_S para outro

505 X_T . Como consequência, a fim de chegar a uma solução X_T Começando de
 506 X_S , cada nó em X_S de tal modo que $t(X_S, i) = t(X_T, eu)$ deve ser movido para
 507 seu território associado em X_T . Definimos um movimento de relações públicas, $mo \in PR(X_S, X_T, eu)$,
 508 como uma função que move ou reatribui um nó eu do território $t(X_S,$
 509 $eu)$ para o território $t(X_T, eu)$. O movimento é válido enquanto $t(X_S, i) = t(X_T, eu)$
 510 e o resultante p -partição permanece conectada, isto é, se e apenas
 511 E se $X_{t(X_T, i) \cup \{eu\}}$ está conectado e $X_{t(X_S, i) \setminus \{eu\}}$ permanece conectado. Deve-se
 512 notar que os movimentos são sempre feitos entre os nós de fronteira como
 513 não é possível trocar um nó não fronteiro de um território para outro território
 514 em um único movimento devido à perda de conectividade.

515 Soluções intermediárias entre X_S e X_T são gerados fazendo movimentos de X_S para
 516 X_T e atualizando a solução X_S adequadamente. Claramente, a ordem em que os
 517 nós eu são selecionados podem dar origem a diferentes trajetórias entre X_S e X_T . Neste
 518 trabalho escolhemos nós eu
 519 em ordem lexicográfica, também tentamos uma abordagem de seleção aleatória
 520 de nós, embora nenhuma diferença no desempenho tenha sido obtida. Depois
 521 que uma solução intermediária é criada, ela é avaliada usando a fórmula (8). O
 522 processo de avaliação de geração é repetido para cada nó com
 523 $t(X_S, i) = t(X_T, eu)$ e o processo para quando $t(X_S, i) = t(X_T, eu)$ para todos $eu \in V$. Assim,
 524 o procedimento PR recebe como entrada um par de soluções
 525 X_S e X_T , gera e avalia todas as soluções intermediárias de X_S para X_T e a melhor
 526 solução intermediária X_R é retornado como saída. A seguir, denotamos com $PR(X_S, X_T)$
 527 a aplicação de PR começando na solução X_S e finalizando a solução X_T .

Procedimento 3 grasp_pr_static (eu_{max}).

Entrada: eu_{max} : número de iterações globais;

Resultado: X_{melhor} : UMA p -partição de V ;

```

para todos (  $eu \in \{1, \dots, b\}$  ) Faz
   $X_S \leftarrow \text{grasp\_construction}()$ ;
   $B_{eu} \leftarrow \text{local\_search}(X_S)$ ;
fim para
Ordenar  $B$  do melhor ao pior;
para todos (  $iter = 1, \dots, eu_{max}$  ) Faz
   $X_S \leftarrow \text{grasp\_construction}()$ ;
   $X_S \leftarrow \text{local\_search}(X_S)$ ;
  E se ( (  $\psi(X_S) < \psi(B_{11})$  ou (  $\psi(X_S) < \psi(B_b)$  e  $d_{sol}(\mu(X_S, B)) > \theta$  ) ) então
     $E_j \leftarrow$  solução mais próxima para  $X_S$  dentro  $B$  com  $\psi(X_S) < \psi(B_j)$ 
     $E_j \leftarrow X_S$ ;
    Atualizar  $B$ ;
  fim se
fim para
 $X_{melhor} \leftarrow B_1$ ;
para todos (  $eu \in \{1, \dots, b-1\}$  ) Faz
  para todos (  $j \in \{j+1, \dots, b\}$  ) Faz
    Aplicar  $PR(B_{eu}, B_j)$  e  $PR(B_j, B_{eu})$  e deixar  $X_S \leftarrow$  melhor solução encontrada;
     $X_S \leftarrow \text{local\_search}(X_S)$ ;
    E se (  $\psi(X_S) < \psi(X_{melhor})$  ) então
       $X_{melhor} \leftarrow X_S$ ;
  fim se
fim para
Retorna  $X_{melhor}$ ;
```

528
 529 Procedimentos 3 e 4 apresentar as variantes estáticas e dinâmicas de PR
 530 implementadas em GPR_CTDTP, respectivamente. Estático e dinâmico
 531 variantes mantêm um conjunto de b soluções de elite $B = \{B_1, \dots, B_b\}$. B é inicializado
 532 executando os procedimentos de construção e pesquisa local para
 533 b vezes. Soluções em B são sempre mantidos classificados em ordem crescente de
 534 seu valor de função objetivo estimado com Eq. (8).

4.2.1. GPR_CTDTP estático

535 Na variante estática, o PR é realizado no final do eu_{max} iterações de um GRASP
 536 típico. Em cada iteração do GRASP, uma solução é
 537 construído e aprimorado com pesquisa local, X_S . Esta solução é comparada com as
 538 soluções em B . Se X_S é melhor do que a melhor solução em
 539 B (ou seja, B_1) ou se X_S é melhor do que a pior solução em B (ou seja, B_b) e está a uma
 540 distância maior do que um determinado limite θ de soluções em B , então
 541 a solução mais semelhante para X_S dentro B é substituído por X_S . Soluções em B
 542 são então classificados do melhor para o pior. Após eu_{max} itera o PR estático

543 começa. Cada caminho entre as soluções em B é avaliado e a melhor solução é
 544 retornada. A distância entre X_S e soluções em B é esti-
 545 acasalado como $d_{sol}(\mu(X_S, B)) = 1 \sum_{i=1}^g g(X_S, B_{eu})$. Onde $g(X_S, B_{eu})$ é a fração
 546 de nós em X_S e B_{eu} que são atribuídos a diferentes territórios; naquela
 547 é, $d_{sol}(\mu(X_S, B))$ é o número médio de nós atribuídos a diferentes
 548 territórios em X_S e B_{eu} . Medidas alternativas de similaridade / distância entre os
 549 designs de território foram descritas antes, consulte para o exame
 550 ple o trabalho por Tavares Pereira, Figueira, Mousseau e Roy (2009). No entanto,
 551 tais medidas não aproveitam as informações de que dispomos ao resolver o AP.
 552 Ou seja, essas medidas não conhecem de antemão a correspondência entre
 553 territórios. Além disso, as medidas de distância descritas em Tavares Pereira et al.
 554 (2009) são definidos em termos de um único atributo e não está claro como
 555 estender a medida de similaridade para incorporar informações de mais de um
 556 atributo (por exemplo, as três atividades consideradas neste trabalho). Por isso,
 557 adotamos uma medida simples, mas muito informativa, para calcular a distância
 558 entre os desenhos de território. O pseudocódigo da variante estática de PR é
 559 mostrado em Procedimento 3. $\theta \in [0, 1]$ é um escalar definido empiricamente.
 560
 561
 562

4.2.2. GPR_CTDTP dinâmico

563 A variante dinâmica do PR difere da estática em que em cada iteração do
 564 GRASP a solução X_S é comparado a uma solução selecionada aleatoriamente de B , diz-se
 565 B' . As soluções intermediárias entre X_S
 566 e B' são avaliados, e a melhor solução encontrada no caminho é de-
 567 observado X_R . Então se X_R é melhor que B_1 ou se X_R é melhor que B_b e está a uma
 568 distância de no máximo θ das soluções em B , então o mais próximo
 569 solução em B para X_R é substituído por X_R . Então as soluções em B são classificados
 570 do melhor ao pior. Após eu_{max} iterações a melhor solução, a saber B_1 ,
 571 é devolvido. O pseudocódigo é mostrado em Procedimento 4.

Procedimento 4 grasp_pr_dynamic (eu_{max}).

Entrada: eu_{max} : número de iterações globais;

Resultado: X_{melhor} : UMA p -partição de V ;

```

para todos (  $i = \{1, \dots, b\}$  ) Faz
   $X_S \leftarrow \text{grasp\_construction}()$ ;
   $B_{eu} \leftarrow \text{local\_search}(X_S)$ ;
fim para
Ordenar  $B$  em ordem ascendente;
para todos (  $iter = 1, \dots, eu_{max}$  ) Faz
   $X_S \leftarrow \text{grasp\_construction}()$ ;
   $X_S \leftarrow \text{local\_search}(X_S)$ ;
  Seleciona aleatoriamente  $B'$  a partir de  $B$ ;
  Aplicar  $PR(X_S, B')$  e  $PR(B', X_S)$  e deixar  $X_R \leftarrow$  melhor solução encontrada;
  E se ( (  $\psi(X_R) < \psi(B_{11})$  ou (  $\psi(X_R) < \psi(B_b)$  e  $d_{sol}(\mu(X_R, B)) > \theta$  ) ) então
     $B_j \leftarrow$  solução mais próxima para  $X_R$  dentro  $B$  com  $\psi(X_R) < \psi(B_j)$ 
     $B_j \leftarrow X_R$ ;
    Atualizar  $B$ ;
  fim se
fim para
Retorna  $X_{melhor} \leftarrow B_1$ ;
```

572 Vários parâmetros estão associados a GPR_CTDTP em ambas as variantes,
 573 nomeadamente δ a fração de nós atribuídos com um critério de distância, k o número
 574 de vizinhos considerados para a construção de um território, λ o parâmetro de
 575 compensação da função objetivo, α o parâmetro de qualidade GRASP para o RCL, lim_{iter} o
 576 número máximo de avaliações para a pesquisa local, b o número de soluções no
 577 conjunto de elite B e θ o limite de distância em PR. Neste trabalho, fixamos todos esses
 578 parâmetros com base em experimentos preliminares 580
 579

580 ção A próxima seção relata os resultados experimentais com a proposta
 581 GPR_CTDTP.
 582

5. Experimentos computacionais

583 Esta seção relata os resultados experimentais obtidos com
 584 GPR_CTDTP. O método proposto foi implementado em Matlab R. 585
 586 O código e os conjuntos de dados estão disponíveis publicamente para fins de pesquisa 586

tabela 1

Resumo dos valores usados para os parâmetros algorítmicos de GPR_CTDP.

Parâmetro	Valor	Descrição
δ	0,5	Fração de nós atribuídos com um critério de distância
k	3	Número de vizinhos que são considerados para o crescimento de um
λ	0,7	parâmetro de peso de território na função de mérito
α	0,3	Parâmetro de qualidade RCL
$limit_evals$	1000	O número máximo de avaliações de função de aptidão na pesquisa local O
b	20	número de soluções no conjunto elite E
θ	0,6	O limite de distância no PR
eu_{max}	500	Número de iterações globais para GPR_CTDP

dos autores mediante solicitação. Todos os experimentos foram executados em uma estação de trabalho de 64 bits com um processador Corei7 de 3,4 GHz e 8 GB de RAM.

5.1. Configuração experimental

Para os experimentos, usamos o banco de dados de Ríos-Mercado e Fernández (2009). Essas são instâncias geradas aleatoriamente com base em dados do mundo real. Os conjuntos de dados DS e DT são considerados para experimentação. O primeiro gera os pesos BU a partir de uma distribuição uniforme e o último usa uma distribuição triangular. O conjunto de dados DT se assemelha mais a instâncias do mundo real. Esses conjuntos de dados são totalmente descritos em Ríos-Mercado e Fernández (2009). Para cada um dos conjuntos de dados DS e DT, existem 20 instâncias diferentes de tamanho $n = 500$ e

$p = 10$

Para todas as instâncias nos conjuntos de dados DS e DT, usamos um nível de tolerância $\tau_a = 0,05$, $uma \in UMA$. Lembre-se disso τ_{uma} mede o desvio relativo permitido do tamanho médio alvo μ_{uma} para atividade uma . Portanto, um valor de $\tau_a = 0,05$ implica que as instâncias são fortemente restritas em todas as atividades e, portanto, o problema é mais difícil de resolver do que as instâncias que usam um valor maior de τ_{uma} . Em trabalho anterior (Ríos-Mercado & Fernández, 2009), os experimentos foram relatados com outros valores para $\tau_{uma} \in [0,05, 0,30]$. Aqui nos concentramos nos casos mais difíceis.

Ao longo da avaliação, o GRASP é executado com $eu_{max} = 500$. Com base na experimentação preliminar para o ajuste fino do algoritmo parâmetros de microfone para GPR_CTDP, usaremos os valores relatados em tabela 1. Mostrar o ajuste fino desses parâmetros está fora do escopo deste artigo.

Nas seções a seguir, relatamos os resultados experimentais obtidos. Dividimos os resultados experimentais em três seções que visam avaliar diferentes aspectos do GPR_CTDP.

5.2 Avaliação da construção e procedimentos de busca local dentro de uma estrutura GRASP

Esta seção descreve resultados de experimentos projetados para avaliar o efeito da construção proposta e dos procedimentos de busca local. Para tanto, aplicamos a nova fase de construção dentro de um framework GRASP, ou seja, nenhuma fase PR é aplicada neste experimento. Primeiro, aplicamos o GRASP apenas com a fase de construção e, em seguida, aplicamos o GRASP completo com as fases de construção e busca local. Para cada um deles, testamos os dois conjuntos de dados diferentes. Figs. 5 e 6 mostram o desempenho dos procedimentos de construção e busca local para conjuntos de dados DT e DS, respectivamente. Em cada figura, plotamos os valores do objetivo, $F(S)$, e inviabilidade, $G(S)$, para cada instância e para cada mecanismo. Como esperado, a partir desses números podemos ver que a busca local melhora significativamente o procedimento de construção, tanto em termos de inviabilidade quanto de dispersão. Para ambos os conjuntos de dados, a pesquisa local (marcador de triângulo) obtém soluções viáveis (ou seja, $G(S) = 0$) para a maioria das instâncias a partir das soluções altamente inviáveis geradas pelo mecanismo de construção (marcador de diamante). Além disso, existem melhorias consideráveis em termos de $F(S)$ para todas as instâncias no conjunto de dados DT, consulte Fig. 5. Melhorias menores

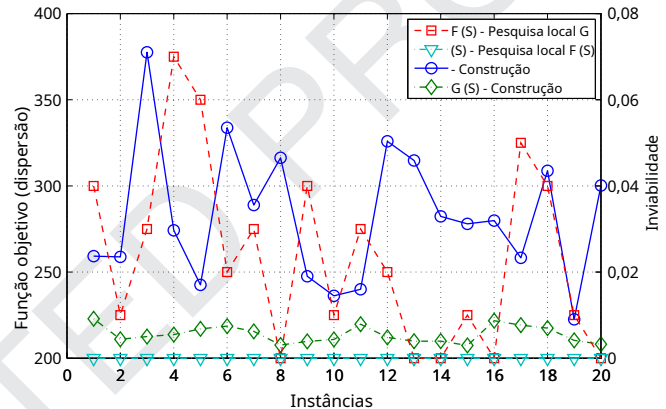


Fig. 5. Desempenho da construção e mecanismos de busca local por instâncias do conjunto de dados DT. Mostramos os valores de $F(S)$ (eixo Y) e $G(S)$ (eixo X).

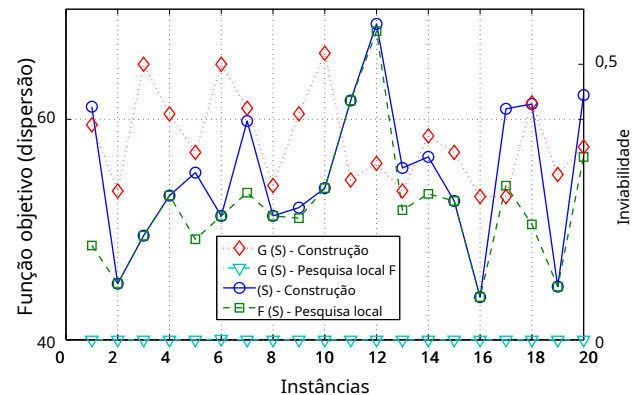


Fig. 6. Desempenho da construção e mecanismos de busca local por instâncias do conjunto de dados DS. Mostramos os valores de $F(S)$ (eixo Y) e $G(S)$ (eixo X).

em termos de dispersão são observados para o conjunto de dados DS, consulte Fig. 6, embora a busca local sempre obtida retornasse melhores soluções. Espera-se que os mecanismos de RP melhorem ainda mais a dispersão das soluções obtidas com minha busca local.

Fig. 7 mostra o perfil de busca para uma instância particular do conjunto de dados da TD, ou seja, mostramos como a qualidade das soluções, medida pela função de mérito ponderado $\psi(X)$, melhora em função do tempo. Plotamos o valor médio, em 500 iterações de GRASP, de Expressão (7) durante o processo de busca local por uma instância específica na TD. Como antes, pode-se verificar que o procedimento de busca local melhora consideravelmente a qualidade das soluções geradas com o procedimento construtivo, onde as melhorias mais importantes são obtidas nas primeiras etapas da busca local. Observe que interrompemos a pesquisa local quando nenhuma melhoria adicional for possível ou quando o número máximo de avaliações for realizado (em nosso caso, 1000 avaliações); na prática, o número máximo de avaliações quase não foi utilizado como critério de parada para o procedimento de busca local.

mesa 2

Avaliação dos procedimentos de construção e busca local do GPR_CTDp.

Conjunto de dados		DT		DS	
Medida / mecanismo		Construção	Pesquisa local	Construção	Pesquisa local
RDB	Melhor	5,81%	0,00%	0,00%	0,00%
	Média	34,12%	1,51%	20,91%	14,51%
	Pior	81,45%	6,04%	58,28	56,76%
G (S)	Melhor	0,00 E + 00	0,00 E + 00	2,60 E - 01	0,00 E + 00
	Média	2,37 E - 02	0,00 E + 00	3,61 E - 01	3,01 E - 04
	Pior	7,06 E - 02	0,00 E + 00	5,24 E - 01	3,55 E - 03

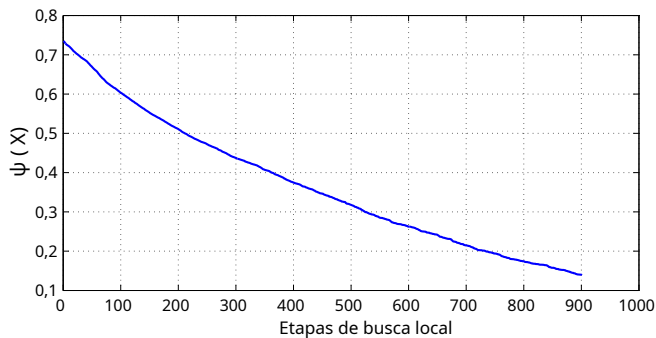


Fig. 7. Qualidade das soluções em função das etapas de busca local (tempo) para uma instância selecionada.

mesa 2 resume o desempenho dos procedimentos de construção e pesquisa local em todas as instâncias dos conjuntos de dados DT e DS. Para o termo de dispersão $F(S)$, mostramos o desvio relativo entre a solução obtida com cada procedimento e a solução mais conhecida. A coluna chamada "pesquisa local" indica que tanto a construção quanto a pesquisa local fases são aplicadas. A partir desta tabela, podemos ver que a média da soma das inviabilidades relativas é mantida baixa no procedimento de construção para ambos os conjuntos de dados. Este resultado mostra que o procedimento proposto é capaz de obter soluções aceitáveis em termos do grau de satisfação das restrições de equilíbrio, apesar de parte do procedimento de construção ser baseado no critério puramente de distância.

Depois de aplicar a pesquisa local às soluções construídas, a medida de dispersão $F(S)$ é melhorado porque mostra uma redução no desvio relativo em relação ao melhor valor de dispersão. No caso do conjunto de dados DT as soluções obtidas com a busca local estão muito próximas das melhores em termos de dispersão (desvio médio de 1,51%), enquanto para o DU há muito mais espaço para melhorias (desvio médio de 14,51%). Para o conjunto de dados DT, a função objetivo é melhorada em média em 32,61%, enquanto para o conjunto de dados DS a melhoria é de 6,4%. Estas são diferenças bastante importantes que evidenciam a eficácia do mecanismo de busca local proposto. É muito importante enfatizar que a dispersão é melhorada ao reduzir consideravelmente $G(S)$.

5.3. GRASP vs. GPR_CTDp

Esta seção relata resultados experimentais sobre as melhorias das estratégias de PR sobre a implementação GRASP direta descrita em Seção 4.1. Tabela 3 mostra o desempenho de GPR_CTDp em estratégias de PR estática (coluna GPR-ST) e dinâmica (coluna GPR-DY) para conjuntos de dados DT e DS. Na tabela, comparamos o desempenho de GPR_CTDp ao usar PR e quando apenas GRASP sem PR é adotado. Mostramos o desvio relativo entre a melhor solução obtida com cada método e a melhor solução conhecida para cada instância.

Como podemos ver, para o conjunto de dados DT, as melhorias obtidas com PR sobre a pesquisa local são pequenas, mas não desprezíveis. Nós acreditamos nisso

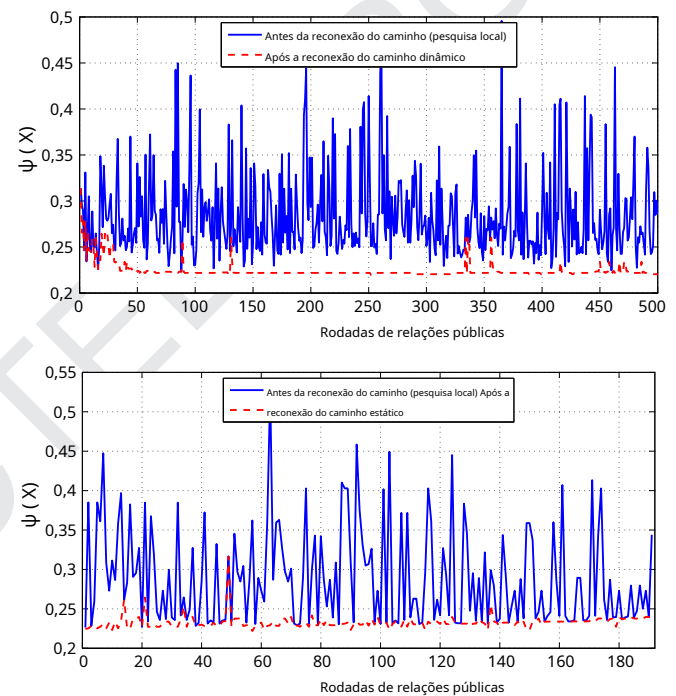


Fig. 8. Qualidade das soluções antes e depois da aplicação de RP para uma instância selecionada. Acima: RP dinâmico. Embaixo: PR estático.

O resultado pode ser devido ao fato de que estamos nos aproximando do ótimo global para este conjunto de dados e, uma vez que o procedimento de busca local fornece soluções muito competitivas por si só, as melhorias devido à RP são bastante pequenas. Porém, é importante enfatizar que todas as soluções encontradas com GRASP e GPR_CTDp são viáveis para este conjunto de dados. Para este conjunto de dados, a estratégia estática de RP superou a dinâmica em menos de 1% em termos da função objetivo. Para o conjunto de dados DS, as melhorias devido ao PR são maiores. GPR_CTDp com PR estático supera os resultados da pesquisa local em uma média de $\approx 13\%$ em termos da função objetivo, enquanto a estratégia dinâmica supera a pesquisa local em menos de 1%. A variante estática do PR consegue melhorias importantes em termos do objetivo de dispersão ($F(S)$), ao mesmo tempo que reduz o termo de inviabilidade.

Fig. 8 mostra a diferença no desempenho obtido pela aplicação de RP após a busca local por uma instância específica do conjunto de dados DT (para o qual diferenças menores foram obtidas). Cada ponto no x-eixo corresponde a uma rodada de PR. Para PR dinâmico, há 500 rodadas de PR porque é aplicado a cada iteração, enquanto para PR estático há menos rodadas porque é aplicado apenas para o conjunto de elite. Pode ser visto a partir desses gráficos que, embora as diferenças relatadas em Tabela 3 são pequenas, o PR melhora a solução de pesquisa local em todos os casos.

Por fim, é importante ressaltar que mesmo no caso em que GRASP pode rodar sozinho por um período de tempo igual ao total de tempo empregado por GPR_CTDp, os resultados reportados por

Tabela 3
Avaliação de GPR_CTDTP com PR estático e dinâmico.

Conjunto de dados		DT			DS		
Medir		APERTO	GPR-ST	GPR-DY	APERTO	GPR-ST	GPR-DY
RDB	Melhor	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	Média	1,51%	0,51%	1,27%	14,51%	0,76%	13,92%
	Pior	6,04%	3,09%	3,91%	56,76%	11,44%	56,76%
G (S)	Melhor	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00
	Média	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00	3,01 E - 04	2,53 E - 04	2,84 E - 04
	Pior	0,00 E + 00	0,00 E + 00	0,00 E + 00	3,55 E - 03	5,07 E - 04	3,55 E - 03

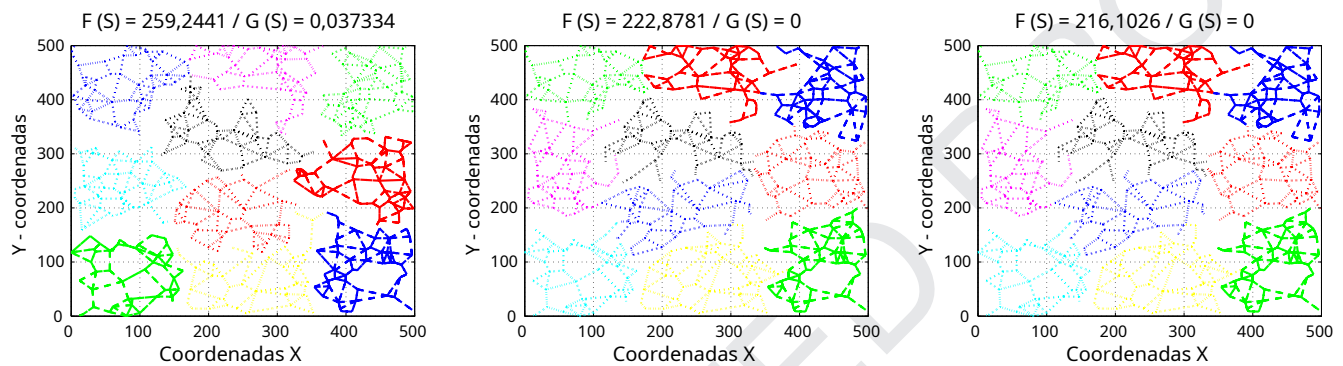


Fig. 9. Soluções obtidas pela construção, busca local e procedimentos de RP estáticos para uma determinada instância do conjunto de dados TD.

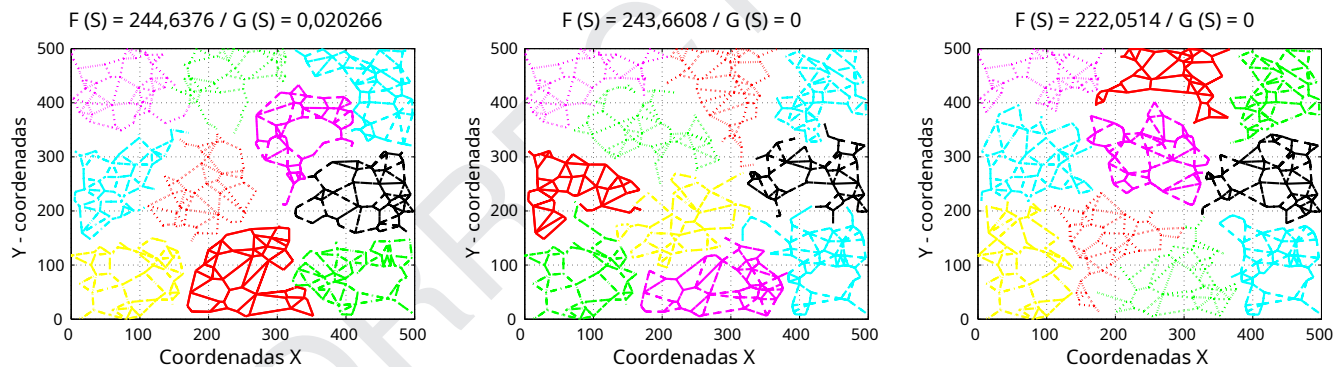


Fig. 10. Soluções obtidas por meio da construção, busca local e procedimentos dinâmicos de RP para uma determinada instância do conjunto de dados TD.

os últimos são ainda melhores. Isso se deve ao fato de que o GRASP parece convergir nas primeiras iterações, portanto, uma solução melhor dificilmente é encontrada por GRASP depois.

Figs. 9 e 10 mostram os territórios obtidos com os procedimentos de construção, busca local e PR GPR_CTDTP para uma instância particular do conjunto de dados TD. Fig. 9 mostra a solução de uma execução do PR GPR_CTDTP estático e Fig. 9 mostra a solução correspondente para o PR GPR_CTDTP dinâmico. Essas figuras ilustram as vantagens do GPR_CTDTP sobre a construção e os mecanismos de busca local. Territórios gerados após o procedimento de construção apresentam inviabilidade. O processo de busca local elimina inviabilidades e reduz o objetivo de dispersão. No entanto, a dispersão é ainda mais minimizada com ambas as variantes de PR. Visualmente, pode-se observar que os territórios gerados com busca local (plotagens centrais) são mais dispersos do que aqueles gerados com GPR_CTDTP (plotagens mais à direita). Para este caso particular, uma melhor solução foi obtida com a versão estática do PR, o que está de acordo com os resultados apresentados nesta seção.

5.4 Revinculação de caminho estático vs. dinâmico

Esta seção discorre sobre a diferença de desempenho entre as variantes de PR estáticas e dinâmicas de GPR_CTDTP. A partir de Tabela 3 podemos

veja que as melhorias de GPR_CTDTP estático e dinâmico sobre a pesquisa local são de 1% e 0,24% para o conjunto de dados DT e de 13,75% e 0,59% para o conjunto de dados DS (em termos da função objetivo). Assim, apesar de ambas as estratégias terem se mostrado eficazes, o uso da estática é vantajoso. Achamos que isso pode ser devido ao fato de que o GPR_CTDTP estático explora todos os caminhos entre as soluções de elite no final do processo de pesquisa. Portanto, uma imagem global do processo de pesquisa é considerada durante a execução do GPR_CTDTP estático. O GPR_CTDTP dinâmico, por outro lado, explora os caminhos entre cada solução processada pela pesquisa local e uma solução aleatória do conjunto elite. Como não é garantido que a RP seja realizada em duas soluções competitivas, é menos provável que uma solução eficaz seja encontrada após explorar os caminhos.

Fig. 11 mostra o desvio relativo das soluções encontradas com cada método testado e a solução mais conhecida para cada instância do conjunto de dados DT. Esta figura nos dá mais insights sobre o desempenho dos diferentes métodos entre as instâncias, é bastante claro que a estratégia de PR estático obteve as melhores soluções para a maioria das instâncias (aquelas instâncias para as quais o desvio relativo é zero), seguido pelo PR dinâmico abordagem.

Tabela 4 relata o tempo de processamento para cada variante de GPR_CTDTP e para cada conjunto de dados. Em termos gerais, um novo design de território pode

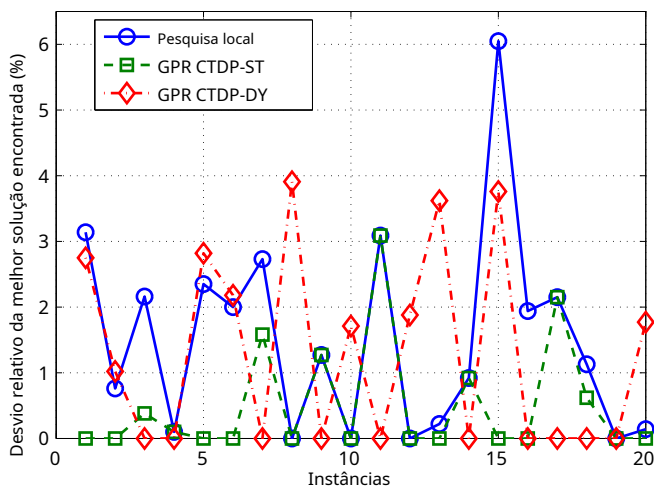


Fig. 11. Uma comparação entre os métodos em termos de desvio relativo do melhor valor da função objetivo para o conjunto de dados DT em cada instância individual.

Tabela 4
Comparação do tempo de CPU (min) para GPR_CTDP estático e dinâmico.

	DT		DS	
	GPR-ST	GPR-DY	GPR-ST	GPR-DY
Melhor	124,84	119,93	179,74	179,37
Média	136,25	133,70	204,42	200,24
Pior	152,96	150,34	240,30	227,46

ser obtido com qualquer variante de GPR_CTDP em algumas horas. Por exemplo, em média, demorou cerca de 2,2 h para o DT e 3,4 h para o DU para obter uma solução; ao passo que as decisões envolvendo desenhos de território (por exemplo, redistribuições ou modificações) são tomadas em períodos espaçados por não menos que um mês (3–4 meses em média). Portanto, a solução proposta e a implementação satisfazem vagamente as demandas da indústria.

Um comentário final, observou-se que, no método GPR_CTDP, cerca de 80% do tempo é gasto no GRASP e 20% fazendo o religamento do caminho. Portanto, observamos empiricamente que essa quantidade adicional de esforço compensa significativamente.

6. conclusões

Introduzimos um novo modelo no design de territórios comerciais. O novo modelo faz uso de uma função de dispersão com base no diâmetro em vez das funções tradicionais com base no centro.

Descrevemos um GRASP com revinculação de caminho (GPR_CTDP) para este CTDP. O problema, motivado por uma aplicação do mundo real, consiste em agrupar unidades comerciais em territórios geográficos sujeitos a restrições de dispersão, conectividade e equilíbrio. Um novo procedimento de construção foi desenvolvido e duas variantes do PR foram exploradas no GPR_CTDP, a saber, PR estático e dinâmico. Os componentes do GPR_CTDP foram avaliados e comparados extensivamente em casos que são conhecidos por serem muito desafiadores em trabalhos anteriores.

Resultados experimentais mostram que o procedimento de construção proposto é capaz de construir soluções bastante competitivas, principalmente no que se refere ao critério de dispersão. A busca local do GPR_CTDP melhora as soluções em termos de requisitos de dispersão e equilíbrio. Ambas as versões do PR melhoram o desempenho da aplicação dos mecanismos de construção e busca local, confirmando trabalhos anteriores sobre a combinação de GRASP e PR. Em particular, descobrimos que, com a variante de PR estática, melhores soluções podem ser obtidas para o TDP. Isso pode ser devido ao fato de que o processo de RP é aplicado em instâncias de elite, o que aumenta as chances de encontrar um melhor

solução. Em termos gerais, o tempo de processamento de ambas as variantes PR encontra-se em intervalos razoáveis para a aplicação.

Identificamos várias direções de trabalho futuro no contexto de GPR_CTDP. Em particular, gostaríamos de explorar outras variantes do PR que são conhecidas por serem muito eficazes, por exemplo, o PR evolutivo. Além disso, estamos interessados no desenvolvimento de uma etapa de filtragem adaptativa que nos permite identificar pares de soluções que podem ser potencialmente melhoradas pela aplicação de PR. Isso é um acréscimo às regras usadas para atualizar o conjunto de soluções de elite. Acreditamos que tal estratégia de filtragem terá um impacto muito positivo na eficiência de GPR_CTDP. Uma vez que encontramos evidências de que manter um conjunto de soluções de elite pode ser benéfico para o TDP, gostaríamos de explorar o uso de outras metaheurísticas "baseadas na população", como a pesquisa dispersa. Outra direção de trabalho futuro promissora e direta é melhorar o tempo de processamento de nossa implementação.

É importante notar que o método desenvolvido neste trabalho também pode ser estendido e aplicado a outros problemas distritais sob restrições de balanceamento e conectividade. A presença de restrições de conectividade torna o processo de reconexão de caminho mais desafiador. Por exemplo, a reconexão de caminho foi aplicada de uma maneira diferente em problemas de particionamento relacionados, como agrupamento capacitado (Deng & Bard, 2011). Neste trabalho em particular, exploramos com sucesso a estrutura do problema, resolvendo um Problema de Atribuição associado, cuja solução guiará o processo de religação de uma forma mais inteligente. Até onde sabemos, essa ideia de RP é nova e vale a pena ser explorada em outros problemas de districting ou clustering sob restrições de conectividade.

Uma ideia que vale a pena explorar poderia ser a definição de diferentes topologias de vizinhança. No presente trabalho, e na maior parte da literatura, o movimento típico de reatribuir uma UN a um território diferente foi considerado. No entanto, uma vizinhança de troca onde duas BUs de territórios diferentes são trocadas define uma topologia totalmente diferente. Além disso, procedimentos de pesquisa avançada, como pesquisa local gananciosa iterada (IGLS), também podem fornecer soluções de melhor qualidade. IGLS é um mecanismo de pesquisa local que destrói e reconstrói soluções iterativamente, gerando um caminho de pesquisa totalmente diferente. Por exemplo, em nosso problema específico, é claro que o território com o pior valor de função objetivo (diâmetro) é um gargalo no sentido de que a função objetivo geral não pode ser melhorada a menos que o diâmetro desse território seja melhorado. Portanto, ao selecionar cuidadosamente este território e os territórios vizinhos adequados, pode-se retirar a atribuição de todas as unidades básicas associadas a esses territórios e fazer uma reconstrução melhor que daria um valor de diâmetro menor.

Outra ideia é a seguinte. Durante o processo de busca, nossa heurística mantém a viabilidade uma vez que é alcançada. No entanto, também existem alguns componentes metaheurísticos de última geração, como oscilação estratégica, que podem ser dignos de investigação futura. Oscilação estratégica é um conceito introduzido por Glover e Jao (2011) que permite que o processo de busca examine soluções inviáveis na esperança de que resultem em soluções de melhor qualidade, uma vez que a viabilidade seja recuperada. Este conceito tem se mostrado muito bem sucedido em outros problemas de otimização combinatória.

Uma área natural para trabalho futuro é o desenvolvimento de esquemas de limites inferiores. Embora esteja claro que a complexidade inerente do problema torna muito difícil encontrar soluções ótimas, pode-se tentar encontrar pelo menos limites inferiores no valor da função objetivo que permitiriam dar uma estimativa sobre a qualidade das soluções entregues pelas heurísticas. Encontrar bons limites inferiores é uma área de pesquisa muito desafiadora.

Finalmente, uma extensão natural deste trabalho é considerar modelos de otimização estocástica. Ou seja, na maioria desses modelos da literatura distrital, os modelos determinísticos são frequentemente abordados. No entanto, se alguém assume que alguns parâmetros, como demanda de produto, por exemplo, podem ser uma variável aleatória, o modelo resultante é um problema de otimização estocástica de número inteiro que é obviamente mais difícil de resolver. Contudo,

as idéias desenvolvidas neste trabalho podem ser úteis para gerar insights e auxiliar no desenvolvimento de algoritmos de solução e eficientes para tais modelos rígidos.

Agradecimentos

Somos muito gratos aos dois revisores anônimos cujas observações ajudaram a melhorar a apresentação deste artigo. O primeiro autor foi apoiado pelo Conselho Nacional Mexicano de Ciência e Tecnologia (CONACYT) sob concessões CB-2005-01/48499-Y e CB-201101/166397 e pela Universidad Autónoma de Nuevo León sob seu Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica por meio de Bolsas UANLPAICYT CE012-09, IT511-10 e CE728-11. O segundo autor foi apoiado pelo PROMEP sob a concessão 103.5 / 11/4330 e pelo Conselho Nacional Mexicano de Ciência e Tecnologia (CONACYT) sob a concessão CB-241306.

Referências

- de Assis, LS, Franca, PM, & Usberti, FL (2014). Um problema de redistributamento aplicado a leitura de medidores em redes de distribuição de energia. *Computadores e Pesquisa Operacional*, 41, 65–75.
- Bergey, PK, Ragsdale, CT e Hoskote, M. (2003). Um simulado reconhecimento genético al-gorítimo para o problema distritting de energia elétrica. *Annals of Operations Research*, 121 (1), 33–55.
- Blais, M., Lapierre, SD, & Laporte, G. (2003). Resolvendo um problema de distritting home care em um ambiente urbano. *Journal of the Operational Research Society*, 54 (11), 1141–1147.
- Bozkaya, B., Erkut, E., & Laporte, G. (2003). Uma heurística de pesquisa tabu e mem-procedimento jurídico para distrição política. *European Journal of Operational Research*, 144 (1), 12–26.
- Browdy, MH (1990). Reconhecimento simulado: um modelo de computador aprimorado para políticas redistributamento. *Revisão da Lei e Política de Yale*, 8, 163–179.
- Burkard, RE, Dell'Amico, M., & Martello, S. (2009). *Problemas de atribuição*. Filadélfia: SIAM.
- Caro, F., Shirabe, T., Guignard, M., & Weintraub, A. (2004). Redistributamento escolar: em-ferramentas de base GIS com programação inteira. *Jornal da Sociedade de Pesquisa Operacional*, 55 (8), 836–849.
- D'Amico, SJ, Wang, S.-J., Batta, R., & Rump, CM (2002). Um recurso de reconhecimento simulado abordagem ao projeto do distrito policial. *Computadores e Pesquisa Operacional*, 29 (6), 667–684.
- Deng, Y., & Bard, JF (2011). Um GRASP reativo com revinculação de caminho para clus-tering. *Journal of Heuristics*, 17 (2), 119–152.
- Drexel, A., & Haase, K. (1999). Métodos de aproximação rápida para implantação da força de vendas. *Ciência de Gestão*, 45 (10), 1307–1323.
- Duque, JC, Ramos, R., & Suriñach, J. (2007). Métodos de regionalização supervisionada: a-enquete. *Revisão Científica Regional Internacional*, 30 (3), 195–220.
- Elizondo-Amaya, MG, Ríos-Mercado, RZ, & Díaz, JA (2014). Um duplo limite esquema para um problema de desenho de território. *Annals of Operations Research*, 44, 193–205.
- Erkut, E., Ülksal, Y., & Yenicerioglu, O. (1994). Uma comparação de p-heurísticas de dispersão. *Computadores e Pesquisa Operacional*, 21 (10), 1103–1113.
- Faria, HJ, Binato, S., Resende, MGC, & Falcao, DJ (2005). Rede de transmissão design por uma abordagem gananciosa de reconexão de caminho adaptativo aleatório. *Transações IEEE em Sistemas de Energia*, 20 (1), 43–49.
- Feo, TA, & Resende, MGC (1995). Procedimentos de busca adaptativa aleatória gananciosa. *Journal of Global Optimization*, 6 (2), 109–133.
- Forman, SL e Yue, Y. (2003). Districting congressional usando um algoritmo genético baseado em TSP ritmo. Em E. Cantú-Paz, JA Foster, K. Deb, L. David e R. Rajkumar (Eds.), *Anais da conferência de computação genética e evolutiva - GECCO 2003. Notas de aula em ciência da computação: Vol. 2723* (pp. 2072–2083). Berlim: Springer.

- Glover, F. (1996). Pesquisa Tabu e programação de memória adaptativa - avanços, aplicações e desafios. Em RS Barr, RV Helgason e JL Kennington (Eds.), *Interfaces em ciência da computação e pesquisa operacional* (pp. 1–75). Dordrecht: Kluwer.
- Glover, F., & Jao, J.-K. (2011). O caso da oscilação estratégica. *Anais de Operações Re-pesquisa*, 183 (1), 163–173.
- Kalcsics, J., Nickel, S., & Schröder, M. (2005). Rumo a um aplicativo de design territorial unificado proach: aplicativos, algoritmos e integração GIS. *TOP*, 13 (1), 1–56.
- López-Pérez, JF, & Ríos-Mercado, RZ (2013). Embotelladoras ARCA usa operações pesquisas para melhorar os planos de desenho do território. *Interfaces*, 43 (3), 209–220.
- Mehrotra, A., Johnson, EL e Nemhauser, GL (1998). Uma heurística baseada em otimização para distritting político. *Ciência de Gestão*, 44 (8), 1100–1114.
- Muyldermans, L., Cattrysse, D., Oudheusden, DV, & Lotan, T. (2002). Angustante por causa do sal espalhar operações. *European Journal of Operational Research*, 139 (3), 521–532.
- Pukelsheim, F., Ricca, F., Simeone, B., Scozzari, A., & Serafini, P. (2012). Fluxo de rede métodos para sistemas eleitorais. *Redes*, 59 (1), 73–88.
- Resende, MGC, Martí, R., Gallego, M., & Duarte, A. (2010a). GRASP e revinculação de caminho para o problema de diversidade máximo – mínimo. *Computadores e Pesquisa Operacional*, 37 (3), 498–508.
- Resende, MGC, & Ribeiro, CC (2010). Procedimento de busca adaptativa aleatória gananciosa dures: avanços, hibridizações e aplicações. Em M. Gendreau, & J.-Y. Potvin (Eds.), *Manual de metaheurísticas. Série internacional em pesquisa operacional e ciência de gestão: Vol. 146* (pp. 283–319). Berlim: Springer.
- Resende, MGC e Werneck, RF (2004). Uma heurística híbrida para o p-problema mediano. *Journal of Heuristics*, 10 (1), 59–88.
- Resende, MGC, Ribeiro, CC, Glover, F., & Martí, R. (2010b). Pesquisa de dispersão e caminho relinking: fundamentos, avanços e aplicações. Em M. Gendreau, & J.-Y. Potvin (Eds.), *Manual de metaheurísticas. Série internacional em pesquisa operacional e ciência de gestão: Vol. 146* (pp. 87–107). Berlim: Springer.
- Ribeiro, CC, Uchoa, E., & Werneck, RF (2002). Um GRASP híbrido com perturbações para o problema de Steiner em gráficos. *INFORMS Journal on Computing*, 14 (3), 228–246.
- Ricca, F., Scozzari, A., & Simeone, B. (2013). Districting político: dos modelos clássicos às abordagens recentes. *Annals of Operations Research*, 204 (1), 271–299.
- Ricca, F., & Simeone, B. (2008). Algoritmos de busca local para districting político. *European Journal of Operational Research*, 189 (3), 1409–1426.
- Ríos-Mercado, RZ, & Fernández, EA (2009). Um GRASP reativo para um ter-problema de projeto de ritório com múltiplos requisitos de balanceamento. *Computadores e Pesquisa Operacional*, 36 (3), 755–776.
- Ríos-Mercado, RZ, & López-Pérez, JF (2013). Desenho de território comercial planejamento com realinhamento e requisitos de atribuição disjuntos. *Omega*, 41 (3), 525–535.
- Ríos-Mercado, RZ e Salazar-Acosta, JC (2011). Um GRASP com oscilação estratégica para um problema de design de território comercial com uma restrição de orçamento de roteamento. Dentro I. Batyrshin, & G. Sidorov (Eds.), *Avanços na computação suave. Notas de aula em inteligência artificial: vol. 7095* (pp. 307–318). Heidelberg, Alemanha: Springer.
- Salazar-Aguilar, MA, Ríos-Mercado, RZ, & Cabrera-Ríos, M. (2011a). Novos modelos para desenho de território comercial. *Redes e Economia Espacial*, 11 (3), 487–507.
- Salazar-Aguilar, MA, Ríos-Mercado, RZ e González-Velarde, JL (2011b). A bi modelo de programação objetivo para projetar territórios compactos e equilibrados no distrito comercial. *Pesquisa de Transporte Parte C: Tecnologias Emergentes*, 19 (5), 885–895.
- Salazar-Aguilar, MA, Ríos-Mercado, RZ, & González-Velarde, JL (2013). APERTO estratégias para um problema de desenho de território comercial bi-objetivo. *Journal of Heuristics*, 19 (2), 179–200.
- Salazar-Aguilar, MA, Ríos-Mercado, RZ, González-Velarde, JL, & Molina, J. (2012). Pesquisa de dispersão multiobjetivo de um problema de design de território comercial. *Anais de Pesquisa de Operações*, 199 (1), 343–360.
- Tavares Pereira, F., Figueira, JR, Mousseau, V., & Roy, B. (2009). Comparando dois terri-partições históricas em problemas distritais: índices e questões práticas. *Ciências do Planejamento Sócio-Econômico*, 43 (1), 72–88.
- Zoltner, AA e Sinha, P. (1983). Alinhamento do território de vendas: uma revisão e um modelo. *Homem-Agement Science*, 29 (11), 1237–1256.
- Zoltner, AA, & Sinha, P. (2005). Desenho do território de vendas: trinta anos de modelagem e implementação. *Marketing Science*, 24 (3), 313–331.