



# Bài tập 01

## Cho bài toán sau:

Xét bài toán điền các chữ số phân biệt thay cho các chữ cái S, E, N, D, M, O, R, Y sao cho phép cộng sau là đúng:

$$\begin{array}{rccccccccc} & & S & & E & & N & & D & & \\ + & & M & & O & & R & & E & & \\ \hline M & & O & & N & & E & & Y & & \end{array}$$



# Bài tập 01

- Tập biến:  $X = \{ S, E, N, D, M, O, R, Y \}$
- Miền giá trị:
  - +  $D_i = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  với  $i$  là  $E, N, D, O, R, Y$
  - +  $D_j = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  với  $j$  là  $S, M$
- Ràng buộc:

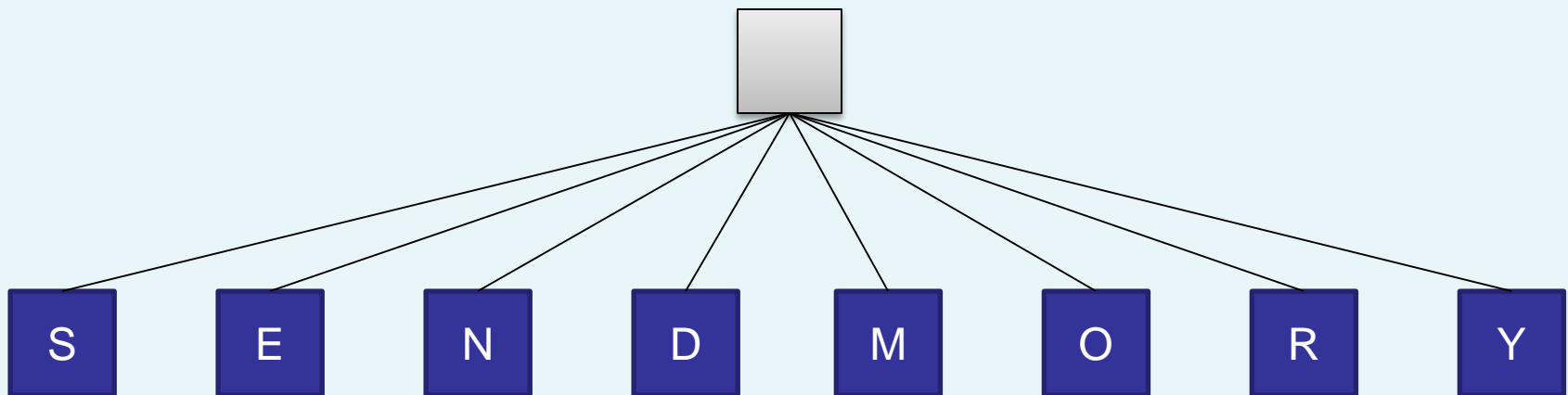
Tất cả các chữ cái khác nhau sẽ không nhận cùng giá trị:

$S \# E, S \# N, S \# D, S \# M, S \# O, S \# R, S \# Y, E \# N, E \# D,$   
 $E \# M, E \# O, E \# R, E \# Y, N \# D, N \# M, N \# O, N \# R, N \# Y,$   
 $D \# M, D \# O, D \# R, D \# Y, M \# O, M \# R, M \# Y, O \# R, O \# Y,$   
 $R \# Y$



# Bài tập 01

## ĐỒ THỊ RÀNG BUỘC





# Bài tập 01

**Phát sinh ràng buộc**: Các ràng buộc số học (cộng có nhớ hoặc không có nhớ)

Gọi C1, C2, C3, C4 lần lượt là số nhớ của các cột từ phải sang trái

C4

C3

C2

C1

	<i>S</i>	<i>E</i>	<i>N</i>	<i>D</i>
<i>+</i>	<i>M</i>	<i>O</i>	<i>R</i>	<i>E</i>
<hr/>				
	<i>M</i>	<i>O</i>	<i>N</i>	<i>E</i>
				<i>Y</i>



# Bài tập 01

- Tập biến:  $X = \{ S, E, N, D, M, O, R, Y \}$

- Miền giá trị:

+  $D_i = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  với  $i$  là  $E, N, D, O, R, Y$

+  $D_j = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$  với  $j$  là  $S, M$

+  $D_k = \{ 0, 1 \}$  với  $k$  là  $C1, C2, C3, C4$

- Ràng buộc:

Tất cả các chữ cái khác nhau sẽ không nhận cùng giá trị. (1)

Tăng cường thêm các ràng buộc sau:

$$D + E = Y + 10 * C1 \quad (2)$$

$$N + R + C1 = E + 10 * C2 \quad (3)$$

$$E + O + C2 = N + 10 * C3 \quad (4)$$

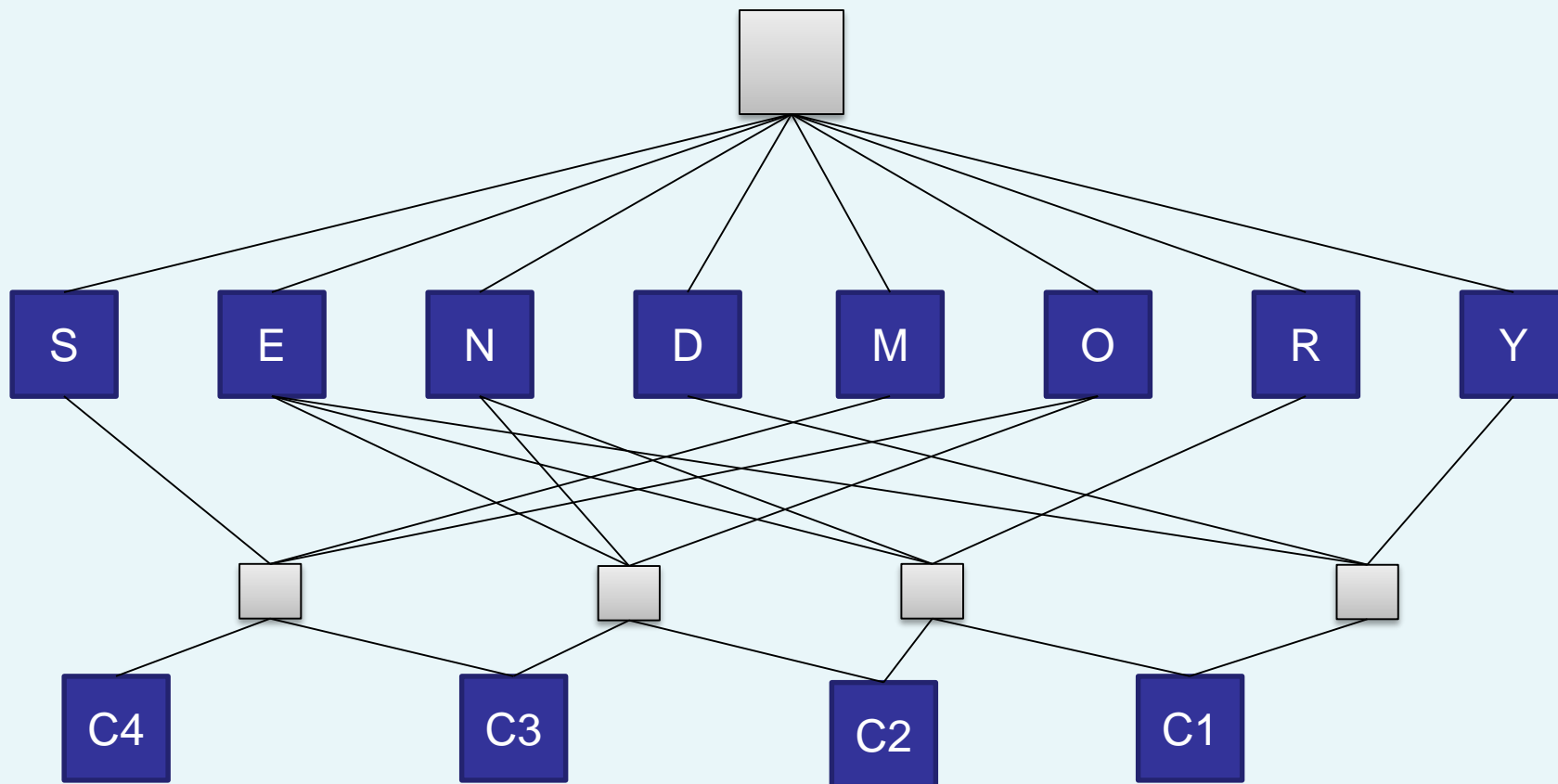
$$S + M + C3 = O + 10 * C4 \quad (5)$$

$$M = C4 \quad (6)$$



# Bài tập 01

## ĐỒ THỊ RÀNG BUỘC





# Bài tập 01

Tất cả các chữ cái khác nhau sẽ không nhận cùng giá trị (1)

$$D + E = Y + 10 * C1 \quad (2)$$

$$N + R + C1 = E + 10 * C2 \quad (3)$$

$$E + O + C2 = N + 10 * C3 \quad (4)$$

$$S + M + C3 = O + 10 * C4 \quad (5)$$

$$M = C4 \quad (6)$$

Do M thuộc miền giá trị  $D_j \Rightarrow M \neq 0$

Từ ràng buộc (6)  $\Rightarrow C4 \neq 0 \Rightarrow C4 = 1$  (Do  $C4$  thuộc miền  $D_k$ )

Như vậy ta có:

$$\mathbf{M = 1} \text{ và } C4 = 1 \quad (7)$$

Từ (5), (7) suy ra:

$$S + C3 = O + 9 \quad (8)$$



# Bài tập 01

Tất cả các chữ cái khác nhau sẽ không nhận cùng giá trị (1)

$$D + E = Y + 10 * C1 \quad (2)$$

$$N + R + C1 = E + 10 * C2 \quad (3)$$

$$E + O + C2 = N + 10 * C3 \quad (4)$$

$$S + M + C3 = O + 10 * C4 \quad (5)$$

$$M = C4 \quad (6)$$

$$\mathbf{M = 1} \text{ và } C4 = 1 \quad (7)$$

$$S + C3 = O + 9 \quad (8)$$

Phát sinh các phương án:  $C3 = 1$  hoặc  $C3 = 0$

Với  $C3 = 1$ :

Từ (8) suy ra:  $S = O + 8$

$\Rightarrow$  O chỉ có thể là 0 hoặc 1 nhưng do (7) và (1)  $\Rightarrow O = 0$

$\Rightarrow S = 8$

$\Rightarrow$  Từ (4) ta có  $E + C2 = N + 10$

$\Rightarrow$  C2 có thể bằng 0 hoặc 1. Nếu  $C2 = 0$  thì  $E = N + 10$  (mâu thuẫn với miền giá trị  $D_i$ ). Nếu  $C2 = 1$  thì  $E = N + 9 \Rightarrow N = 0$  và  $E = 9$  (mâu thuẫn với ràng buộc (1))

$\Rightarrow$  Như vậy  $C3 = 1$  không có phương án lời giải.





# Bài tập 01

Tất cả các chữ cái khác nhau sẽ không nhận cùng giá trị (1)

$$D + E = Y + 10 * C1 \quad (2)$$

$$N + R + C1 = E + 10 * C2 \quad (3)$$

$$E + O + C2 = N + 10 * C3 \quad (4)$$

$$S + M + C3 = O + 10 * C4 \quad (5)$$

$$M = C4 \quad (6)$$

$$\mathbf{M = 1} \text{ và } C4 = 1 \quad (7)$$

$$S + C3 = O + 9 \quad (8)$$

Như vậy  $C3 = 0$ :

Từ (8) suy ra  $\mathbf{S = 9, O = 0}$

Từ (4) ta có:  $E + C2 = N$ . Từ đây ta suy ra:  $C2 = 1$  (Do E, N phải khác nhau)

Và ta cũng suy ra:  $E + 1 = N \quad (9)$

Lúc này từ (3), ta thay (9) vào ta có:  $R + C1 = 9$

$\Rightarrow \mathbf{R = 8}$  và  $C1 = 1$  (Do R không thể bằng 9 vì vi phạm ràng buộc (1) với S và C1 chỉ có giá trị 0 hoặc 1)

$\Rightarrow$  Từ (2) suy ra:  $D + E = Y + 10 \quad (10)$



# Bài tập 01

$$D + E = Y + 10 \quad (10)$$

Mà ta có  $M = 1$ ,  $O = 0$ ,  $S = 9$ ,  $R = 8$  nên giá trị  $D$ ,  $E$ ,  $Y$  chỉ còn thuộc tập giá trị  $\{ 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$  theo ràng buộc (1).

Từ (10) ta suy luận được tổng  $D + E$  lớn nhất chỉ có thể là giá trị 13 ( $6 + 7$ )

$\Rightarrow Y$  chỉ có thể nhận giá trị 2 hoặc 3

- Nếu  **$Y = 2$** :

$D + E = 12$ . Phát sinh các trường hợp sau:

- $D = 5$  và  $E = 7$

Từ ràng buộc (4) ta có  $N = 8$  (mâu thuẫn với ràng buộc (1) vì  $R = 8$ )  $\rightarrow$  loại

- **$D = 7$**  và  **$E = 5$**

Từ ràng buộc (4) ta có  **$N = 6$**

- Nếu  $Y = 3$ :

$D + E = 13$ . Phát sinh các trường hợp sau:

- $D = 6$  và  $E = 7$

Từ ràng buộc (4) ta có  $N = 8$  (mâu thuẫn với ràng buộc (1) vì  $R = 8$ )  $\rightarrow$  loại

- $D = 7$  và  $E = 6$

Từ ràng buộc (4) ta có  $N = 7$  (mâu thuẫn với ràng buộc (1) vì  $D = 7$ )  $\rightarrow$  loại



# Bài tập 01

Như vậy, ta tìm được các giá trị như sau:

**S = 9, E = 5, N = 6, D = 7, M = 1, O = 0, R = 8, Y = 2**

$$\begin{array}{r} + 9567 \\ 1085 \\ \hline 10652 \end{array}$$



# Bài tập 02

## Cho bài toán sau:

Xét bài toán điền các chữ số phân biệt thay cho các chữ cái C, R, O, S, A, D, N, G, E sao cho phép cộng sau là đúng:

$$\begin{array}{r} \text{CROSS} \\ + \text{ROADS} \\ \hline \text{DANGER} \end{array}$$