Решение комплексных задач по астрономии

Головизнин Д.И.

21 июля 2024 г.

Оглавление

Глава 1

Необходимые сведения.

1.1 Градусы, минуты, секунды

Исторически сложилось, что в окружности содержится 360 градусов. В каждом градусе (∘) - 60 минут ('), в каждой минуте 60 секунд ("). Соответственно для перевода нужно либо делить на 60, либо умножать на 60.

1.2 Полезные сведения о прямоугольном треугольнике

Прямоугольный треугольник - достаточно удобная фигура. Ниже перечислена часть тех преимуществ, которые может дать прямоугольный треугольник.

1. Легко достраивается до прямоугольника

2. Формула для нахождения последнего из углов: $90^\circ - \alpha = \beta$

3. Достаточно легко сформулировать трактовки $\sin$, $\cos$, $\tan$. Так синус в прямоугольном треугольнике - это отношение противолежащего катета к гипотенузе, косинус - прилежащего к гипотенузе, а тангенс - противолежащего к прилежащему. Выписав любое из отношений и домножив так, чтобы знаменатель и равенство поменялись местами, можно получить формулу для одной из сторон треугольника.

4. Медиана из прямого угла к гипотенузе - равна половине гипотенузы

1.3 Радианная мера угла

1 радиан - это угол, соответствующий дуге, длина которой равна её радиусу. Считается более естественной (сравнивая с градусами) мерой углов.

$$1 \text{ Рад} \approx 57,3^\circ$$

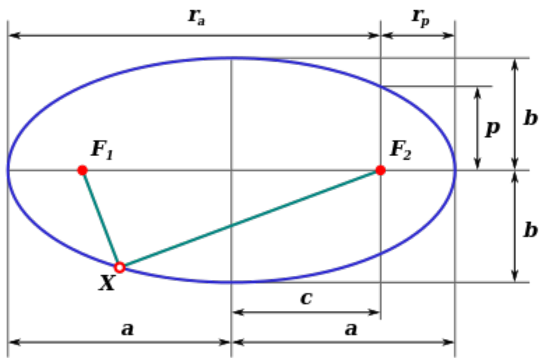
Чтобы перевести градусы в радианы и обратно, достаточно помнить, что в окружности содержится 2π радиан и 360 градусов. Поделив одно на другое и умножив на необходимое, получится перевод.

Особенностью является тот факт, что при малых углах, выраженных в радианах, функции $\tan$ и $\sin$ возращают примерно равные самому углу значения.

$$x - \text{малый угол в радианной мере;} \sin x \approx x \text{ и } \tan x \approx x$$

1.4 Кривые второго порядка

1.4.1 Эллипс



(a) Параметры Эллипса.

Это замкнутая геометрическая фигура, обладает эксцентриситетом $e < 1$

Полезные знания и формулы

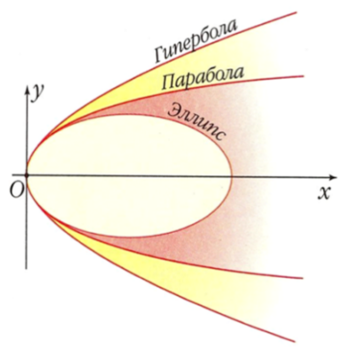
1. Эллипс обладает большой (a) и малой полуосью (b)
2. Фокальным расстоянием (c) называют полурасстояние между его фокусами
3. Эксцентриситет считается по формуле $e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$
4. Апоцентр: $a_a = a(1 + e)$
5. Перицентр: $a_p = a(1 - e)$
6. Площадь эллипса: $S = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$

1.4.2 Окружность

Окружность - это частный случай эллипса, когда эксцентриситет $e = 0$

1. Формула площади переписывается в $S = \pi r^2$
2. Длина окружности $L = 2\pi r$
3. Идея единичной окружности (с $r = 1$) удобна и используется в тригонометрии

1.4.3 Парабола



(a) Парабола.

Парабола — геометрическое место точек, равноудалённых от данной прямой (называемой директрисой параболы) и данной точки (называемой фокусом параболы). Обладает эксцентричитетом равным 1. При этом не обладает большой и малой полуосью. Известным примером параболы является квадратичная функция одной переменной.

1.4.4 Гипербола

Гипербола — геометрическое место точек евклидовой плоскости, абсолютное значение разности расстояний от которых до двух выделенных называемых фокусами, постоянно и равно удвоенной действительной полуосигиперболы. Эксцентрисите больше 1, обладает вершинами (ближайшие к друг другу точки). Известный пример - график функции $y = \frac{k}{x}$

1.5 Движение по кругу

ν - частота оборотов, измеряется в Герц [Гц], T - Период обращения. Частота и период обращения связаны обратной пропорцией

$$T = \frac{1}{\nu}$$

ω - угловая скорость, единица измерения - Радиан

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 2\pi\nu$$

$$U = \omega R$$

Глава 2

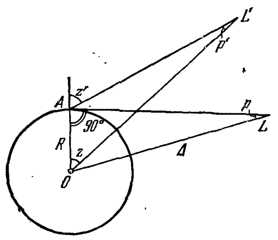
Размеры и расстояния в астрономии

2.1 Суточный, горизонтальный и годичный параллаксы.

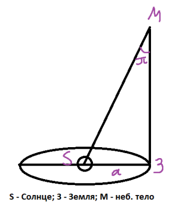
2.1.1 Теория

Представим, что у нас есть светило L'. Наблюдать за небесными светилами можно с разных мест Земли и для разных мест, и получать разные данные. Поэтому нужно прийти к чему-то единому, а именно направлению из центра Земли к светилу L'. Если вторым направлием выступает луч из какой-то точки на Земле к светилу L', то угол между этими двумя направлениями $\angle AL'O$ является суточным параллаксом p'.

Теперь представим, что светило L видно из точки A прямо на горизонте. Суточный параллакс p принимает своё максимальное значение и называется горизонтальным параллаксом. Горизонтальный параллакс удобен для вычисления некоторых расстояний до некоторых объектов Солнечной Системы, так как два направления и базис (радиус Земли) выступают в качестве прямоугольного треугольника. Звёзды будут иметь уже крайне низкие значения.



(a) Суточный и горизонатльный



(b) Годичный

Рис. 2.1: Параллаксы.n

Годичным параллаксом π называют угол под которым со звезды был бы виден средний радиус земной орбиты a, при условии, что направление на звезду перпендикулярно радиусу a. Годичный параллакс может использоваться для измерения расстояний до звёзд. Также имеет куда более выгодный базис.

2.1.2 Практика

1.1. Докажите, что Горизонтальный параллакс - максимальный суточный параллакс *(3 балла)*

1.2. Вычислите расстояние от Земли до Луны *(1 балл)*

1.3. (2.83) Какая звезда и во сколько раз ближе к нам - Денеб (α Лебедя), расстояние до которого 1400 св. лет, или Денебола (β Льва), годичный параллакс которой равен 0,090"*(2 балла)*

1.4. (2.85 - МОШ-1951) Параллакс Солнца $8,80$”, а параллакс звезды 0,44". Во сколько раз эта звезда дальше от Земли, чем Солнце? Нельзя использовать $a_c p$ *(2 балла)*

2.2 Парсек, его связь с астрономической единицей и световым годом.

2.2.1 Теория

Одной из основных единиц расстояний, в астрономии принят парсек (пк) - расстояние, соответствующее годичному параллаксу в 1". Исходя из определения,

$$1 \text{ пк} = \frac{1 \text{ а.е.}}{\tan 1"} \approx \frac{1}{\frac{1*\pi}{180°}} \approx 206265 \text{ а.е.}$$

Если подставить вместо астрономических единиц - световые года, то и ответ будет в световых годах.

$$1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3,26 \text{ св.года}$$

Если астрономическая единица используется в пределах Солнечной системы, то парсек и световой год используются до небесных тел за пределами Солнечной системы. В таком случае:

$$\Delta = \frac{1}{\pi}\text{пк и } \Delta = \frac{3,26}{\pi} \text{ световых лет}$$

Обратите внимание, что под π понимается значение в секундах, но при вычислении числитель и знаменатель должны быть либо в числовых значениях оба, либо в секундах оба

2.2.2 Практика

1.5. (2.80) Расстояние до звезды Бетельгейзе составляет 200 пк. Чему равен её параллакс? *(1 балл)*

1.6. (2.79) Чему равно расстояние до звезды в парсеках, если её годичный параллакс равен $0,16"$ *(1 балл)*

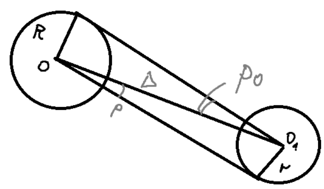
1.7. Выразите расстояние из задачи 2 в километрах и световых годах *(1 балл)*

1.8. Ближайшая к Солнцу звезда "Проксима Центавра"имеет годичный параллакс π = 0,772". Найдите расстояние от нас до ближайшей звезды, выразите его в парсеках и световых годах. *(1 балл)*

1.9. Докажите, что формула $\Delta = \frac{1}{\pi}$ - справедлива для нахождения расстояния в парсеках для небесных тел за пределеами Солнечной системы *(3 балла)*

2.3 Угловой размер небесных объектов. Связь линейных и угловых размеров объекта, видимого под малым углом.

2.3.1 Теория



Угловым диаметром является угол, под которым с Земли виден диаметр небесного тела. Если известен угловой диаметр, то можно вычислить его линейный диаметр. Из геометрических соображений (p_0 - горизонтальный экваториальный параллакс светила, p - угловой радиус светила) $r = \Delta \sin p; R_0 = \Delta \sin p_0$. Если выразить Δ в первой формуле и подставить вместо неё вторую формулу, то мы получим равенство отношений, из которого выразим

$$r = \frac{\sin p}{\sin p_0} R_0$$

Из-за малости углов p и p_0, формула сокращается до:

$$r = \frac{p}{p_0} R_0$$

Также всё ещё возможно использовать прямоугольный треугольник для вычилений, если известны 2 из 3 параметров. Из-за малых углов синус и тангенвс примерно равны самому углу, что упрощает задачу вычисления.

2.3.2 Практика

1.10. Определите угловой размер Солнца для наблюдателя с Земли. Орбиту Земли считать круговой, а размер Солнца - известным (радиус - 695500 км) *(1 балл)*

1.11. Определить линейные размеры Луны, если горизонтальный параллакс равен 57', радиус Земли - 6378 км, а угловой диаметр 31'05" *(1 балл)*

Глава 3

Небесная механика

3.1 Синодический и сидерические периоды

Промежуток времени для полного оборота вокруг зведы называется Сидерическим периодом обращения (T);
Промежуток времени между двумя одноимёнными конфигурациями называется Синодическим периодом (S)
Для нижней планеты:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_3}$$

Для верхней планеты:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T}$$

Универсальная формула:

$$S = \frac{T_3 T}{|T - T_3|}$$

Эти формулы принято называть Уравнениями синодического движения

3.2 Закон Всемирного Тяготения

Каждая частица притягивает каждую другую частицу во Вселенной с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между их центрами.

$$\vec{F_t} = G\frac{M * m}{R^2}$$

Из закона Всемирного тяготения выводятся многие полезные формулы, включая формулу Первой Космической скорости.

3.3 Законы Кеплера (эмпирические)

3.3.1 Первый закон Кеплера

Все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце. Как следствие, формулы эллипса - применимы.

$$e = \frac{c}{a}$$

3.3.2 Второй закон Кеплера

Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени заметает равные площади

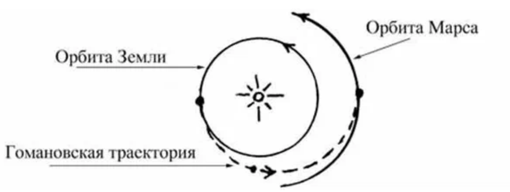
$$\frac{dS}{dt} = const = \frac{S_e ll}{T} = \frac{\pi ab}{T}$$

3.3.3 Третий закон Кеплера

Квадраты периодов обращения планет относятся, как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

3.3.4 Гомановская траектория



Эклиптическая орбита для перехода между двумя орбитами. Считается энергоэффективной, так как нужны всего два импульса (для входа и схода на траекторию). В простейшем случае она пересекает эти две орбиты в апоцентре и перицентре и является полуэллипсом.

Третий закон Кеплера в данном случае применим, например, при сравнении с Земной орбитой (при этом удобно использовать в качестве T - 1 год, а в качестве a - 1 а.е..

3.4 Обобщение законов Кеплера Ньютоном

В связи с тем, что каждая планета испытывает притяжение других тел - происходят возмущения

I З.К. - Тело может двигаться по следующим траекториям: эллипс, парабола, гипербола

II З.К. - Без изменений

III З.К. - Добавляет в отношения между телами (планетами) влияние массивного тела (Солнца)

$$\frac{T_1^2(M_c+m_1)}{T_2^2(M_c+m_2)}=\frac{a_1^3}{a_2^3}$$

3.5 Практика

Задания:

2.1. Марс в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Какова продолжительность года на Марсе? *(1 балл)*

2.2. За 84 года Уран делает один оборот вокруг Солнца. Во сколько раз он дальше от Солнца, чем Земля? *(1 балл)*

2.3. Рассчитайте параметры орбиты полёта космического аппарата к Юпитеру (вид траектории, время полёта, угол Земля-Солнце-Юпитер в момент запуска) с точки зрения минимальных энергетических затрат. Орбиты планет считать круговыми. Большая полуось орбиты Юпитера 5,2 а.е., период обращения 11,86 г. *(2 балла)*

2.4. (4.61) Синодический период обращения Юпитера при наблюдении с Земли равен 399 сут. Чему равен синодический период обращения Земли при наблюдении с Юпитера? *(2 балла)*

2.5. (3.33) Искусственный спутник пролетает на высоте 300км над поверхностью Земли, а потом удаляется от центра нашей планеты на 10000 км. Определите эксцентриситет орбиты спутника.*(2 балла)*

2.6. Полет космического аппарата с Земли к некоторой планете по оптимальной траектории занял 6 лет. Что это за планета? *(1 балл)*

2.7. (3.41) Маятниковые часы привезли с Земли на Марс. За какое земное время пройдёт 1 час по показаниям этих часов? *(3 балла)*

2.8. (3.43) Во сколько раз нужно увеличить скорость движения спутника некоторого центрального тела, чтобы перевести спутник с круговой орбиты на эллиптическую с эксцентриситетом 0,3? Точка изменения скорости должна стать перицентром новой орбиты *(3 балла)*

2.9. (4.75) Сколько времени проходит от наибольшой западной элонгации Венеры до её верхнего соединения? *(3 балла)*

2.10. (МОШ-2003, 4.72) Пусть внутренняя планета А и внешняя планета Б при наблюдении с Земли имеют одинаковый синодический периож. Чему равен синодический период планеты А при наблюдении с планеты Б? *(3 балла)*

Глава 4

Движение по орбите

4.1 Теория

4.1.1 Первая космическая скорость и её вывод

Первая космическая скорость - это минимальная (для заданной высоты над центральным телом) горизонтальная скорость, которую необходимо придать объекту, чтобы он совершал движение по круговой орбите вокруг центрального тела.

$$F = ma$$

$$\frac{mU^2}{R} = \frac{GmM}{R^2} => \frac{\cancel{m}U^2}{\cancel{R}} = \frac{G\cancel{m}M}{R^{\cancel{2}}} => U = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Так как $g = \frac{GM}{R^2}$, то

$$U = \sqrt{gR}$$

, таким образом посчитать Первую Космическую Скорость у поверхности Земли будет легче и она примерно равна 7900 м/с.

4.1.2 Следствия из закона сохранения импульса

Закон сохранения момента импульса справедлив как для движения по эллипсу, так и по гиперболе и параболе. Следствием этого закона и закона сохранения энергии является интеграл энергии — формула для скорости тела в точке орбиты, удалённой на расстояниецентрального тела с массой M :

$$U = \sqrt{GM(\frac{2}{r} - \frac{1}{a})}$$

Следствием этой формулы являются случаи в апоцентре и перицентре:

$$U_a = \sqrt{\frac{GM(1-e)}{a(1+e)}}$$

$$U_p = \sqrt{\frac{GM(1+e)}{a(1-e)}}$$

4.1.3 Альтернативная форма 3-го Закона Кеплера

Вы уже знаете о

$$\frac{T^2}{a^3} = const$$

, но есть и альтернативная формула, позволяющая находить массу, радиус планеты или сидерический период, имея хотя бы 2 значения.

$$\frac{GMT^2}{4\pi^2} = R^3$$

4.2 Практика

3.1 Докажите формулу из 4.1.2. для равномерного движения тела по окружности *(3 балла)*

3.2. (3.22) Какую скорость (в км/с) должно иметь космическое тело, чтобы облететь Солнце у самой поверхности? *(1 балл)*

3.3. (3.25) Вычислите первую космическую скорость для Марса (масса Марса составляет 0,11 массы Земли, радиус меньше земного примерно в 1,9 раза, а первая космическая скорость для Земли равна 7,9 км/с). Запрещено пользоваться справочными материалами для решения этой задачи. *(1 балл)*

3.4. (3.38) Чему равна большая полуось геостационарного спутника и скорость, с которой он движется по орбите? *(2 балла)*

3.5 (3.50) Предположим, что масса Солнца внезапно увеличилась вдвое. Какой эксцентриситет и период обращения будет у Земли? *(3 балла)*

3.6 (3.51) Предположим, Солнце стало терять массу со скоростью 1 млрд т в секунду. На какое расстояние удалится от него Земля за 1 год? Изначально орбиту Земли считайте круговой. *(3 балла)*

Глава 5

Приложение

5.1 Константы

1. $R_0 = 6378$ км (Экваториальный радиус Земли)
2. $p_l = 57'$ (Средний горизонтальный параллакс Луны)
3. $a_cp = 1$ а.е. $= 1,496 * 10^{11}$ м (Средний радиус орбиты Земли)
4. $c = 2.998 * 10^8$ м/с (Скорость света в вакууме)
5. Пк $= 206265$ а.е. (Парсек в световых годах)
6. $G = 6.674 * 10^{-11}$м$^3 *$ кг$^{-1} * c^{-2}$ (Гравитационная Постоянная)

Ссылка на константы Регионального Этапа (пожалуйста, не используйте, если задача предполагает решение без данных констант) Ссылка

5.2 Практика всего занятия

1.1. Докажите, что Горизонтальный параллакс - максимальный суточный параллакс *(3 балла)*

1.2. Вычислите расстояние от Земли до Луны *(1 балл)*

1.3. (2.83) Какая звезда и во сколько раз ближе к нам - Денеб (α Лебедя), расстояние до которого 1400 св. лет, или Денебола (β Льва), годичный параллакс которой равен 0,090"*(2 балла)*

1.4. (2.85 - МОШ-1951) Параллакс Солнца $8,80$", а параллакс звезды 0,44". Во сколько раз эта звезда дальше от Земли, чем Солнце? Нельзя использовать a_{cp} *(2 балла)*

1.5. (2.80) Расстояние до звезды Бетельгейзе составляет 200 пк. Чему равен её параллакс? *(1 балл)*

1.6. (2.79) Чему равно расстояние до звезды в парсеках, если её годичный параллакс равен $0,16$"*(1 балл)*

1.7. Выразите расстояние из задачи 2 в километрах и световых годах *(1 балл)*

1.8. Ближайшая к Солнцу звезда "Проксима Центавра"имеет годичный параллакс $\pi = 0{,}772$". Найдите расстояние от нас до ближайшей звезды, выразите его в парсеках и световых годах. *(1 балл)*

1.9. Докажите, что формула $\Delta = \frac{1}{\pi}$ - справедлива для нахождения расстояния в парсеках для небесных тел за пределеами Солнечной системы *(3 балла)*

1.10. Определите угловой размер Солнца для наблюдателя с Земли. Орбиту Земли считать круговой, а размер Солнца - известным (радиус - 695500 км) *(1 балл)*

1.11. Определить линейные размеры Луны, если горизонтальный параллакс равен 57', а угловой диаметр 31'05" *(1 балл)*

2.1. Марс в 1,5 раза дальше от Солнца, чем Земля. Какова продолжительность года на Марсе? *(1 балл)*

2.2. За 84 года Уран делает один оборот вокруг Солнца. Во сколько раз он дальше от Солнца, чем Земля? *(1 балл)*

2.3. Рассчитайте параметры орбиты полёта космического аппарата к Юпитеру (вид траектории, время полёта, угол Земля-Солнце-Юпитер в момент запуска) с точки зрения минимальных энергетических затрат. Орбиты планет считать круговыми. Большая полуось орбиты Юпитера 5,2 а.е., период обращения 11,86 г. *(2 балла)*

2.4. (4.61) Синодический период обращения Юпитера при наблюдении с Земли равен 399 сут. Чему равен синодический период обращения Земли при наблюдении с Юпитера? *(2 балла)*

2.5. (3.33) Искусственный спутник пролетает на высоте 300км над поверхностью Земли, а потом удаляется от центра нашей планеты на 10000 км. Определите эксцентриситет орбиты спутника. *(2 балла)*

2.6. Полет космического аппарата с Земли к некоторой планете по оптимальной траектории занял 6 лет. Что это за планета? *(1 балл)*

2.7. (3.41) Маятниковые часы привезли с Земли на Марс. За какое земное время пройдёт 1 час по показаниям этих часов? *(3 балла)*

2.8. (3.43) Во сколько раз нужно увеличить скорость движения спутника некоторого центрального тела, чтобы перевести спутник с круговой орбиты на эллиптическую с эксцентриситетом 0,3? Точка изменения скорости должна стать перицентром новой орбиты *(3 балла)*

2.9. (4.75) Сколько времени проходит от наибольшой западной элонгации Венеры до её верхнего соединения? *(3 балла)*

2.10. (МОШ-2003, 4.72) Пусть внутренняя планета А и внешняя планета Б при наблюдении с Земли имеют одинаковый синодический периож. Чему равен синодический период планеты А при наблюдении с планеты Б? *(3 балла)*

3.1 Докажите формулу из 4.1.2. для равномерного движения тела по окружности *(3 балла)*

3.2. (3.22) Какую скорость (в км/с) должно иметь космическое тело, чтобы облететь Солнце у самой поверхности? *(1 балл)*

3.3. (3.25) Вычислите первую космическую скорость для Марса (масса Марса составляет 0,11 массы Земли, радиус меньше земного примерно в 1,9 раза, а первая космическая скорость для Земли равна 7,9 км/с). Запрещено пользоваться справочными материалами для решения этой задачи. *(1 балл)*

3.4. (3.38) Чему равна большая полуось геостационарного спутника и скорость, с которой он движется по орбите? *(2 балла)*

3.5 (3.50) Предположим, что масса Солнца внезапно увеличилась вдвое. Какой эксцентриситет и период обращения будет у Земли? *(3 балла)*

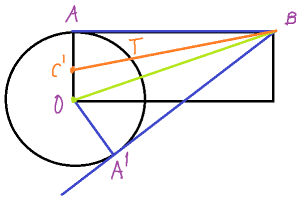
3.6 (3.51) Предположим, Солнце стало терять массу со скоростью 1 млрд т в секунду. На какое расстояние удалится от него Земля за 1 год? Изначально орбиту Земли считайте круговой. *(3 балла)*

51 балл

5.3 Указания к решению заданий практики

Всегда помните, что указания к решению не являются полноценными решениями.

1.1. Возможный вариант подхода к решению: Выбрать произвольную точку T (Наблюдатель) на поверхности Земли. Представить Землю как круг с центром O и точкой T на окружности, выбрать произвольно точку B (небесное тело) в пределах поля зрения Наблюдателя. Провести 2 касательные из B к окружности с точками A и A' (пояснить, что это горизонт и он существует в любой ситуации), заметить осевую симметрию по BO. А также заметить, что наблюдатель T окажется внутри угла $\angle ABA'$ (требуется объяснение). Довести решение задачи можно через прямоугольные треугольники ABO и ABC' , где отрезок BC' лежит на луче BT.



1.2. Чистый прямоугольный треугольник.

$$L = \frac{R_0}{\sin p_l} = 384683,396 \text{ км}$$

1.3. Задача состоит из правильного перевода световых лет в СИ (или СИ в световые годы). Также стоит досматривать за правильным вводом секунд в калькулятор (если используется).

$$\frac{R_{deneb}}{R_{denebola}} = \frac{1400 * (c * T_{tp} * 86400)}{\frac{a}{\sin \pi}} \approx 39 \text{ раз}$$

1.4. Важно понимать о каком параллаксе идёт речь в кажом из случаев. Горизонтальный для Солнца, годичный для звезды.

$$l_s = \frac{R_0}{\sin p}; L = \frac{l_s}{\sin \pi}; \frac{L}{l_s} = \frac{1}{\sin \pi} = 468783,6506 \approx 469000 \text{ раз}$$

1.5. Используем обратную формулу $\pi = \frac{1}{\Delta} = 5 * 10^{-3}$”

1.6. Используем прямую формулу

$$\Delta = \frac{1}{\pi} = 6,25$$

1.7. Для киллометров просто умножить $6,25 * 206265 * 1,496 * 10^8 \approx 1,93 * 10^{14}$ км, для световых лет достаточно заменить 1 в числителе на 3,26 = 20,375 св. лет

1.8. 1,3 пк и 4,2 световых года. Подстановка в формулы.

1.9. Представим 2 годичных параллакса с 1” (p) и p'. Тогда отношение расстояний

$$\frac{r}{r'} = \frac{\frac{a}{\tan p}}{\frac{a}{\tan p'}} = \frac{\tan p'}{\tan p}$$

Далее идёт поправка на то, что p и p' - малые, тогда формула становится отношением углов в радианной мере и перевод в радианы - сокращаются. Вместо r подставляется 1 пк, а вместо p - 1”. Тогда

$$r' = \frac{1\text{”} * 1 \text{ пк}}{p\text{”}}$$

1.10. Прямоугольный треугольник: $\alpha = \arctan \frac{D}{a}; 2\alpha = p \approx 0.53°$

1.11.

$$\frac{\sin (31'05''/2)}{\sin 57'} * R_0 = 1746 \text{ км}$$

2.1.
$$T = T\text{e}\frac{a_m}{a_e}\sqrt{\frac{a_m}{a_e}} \approx 1.84\text{г}$$

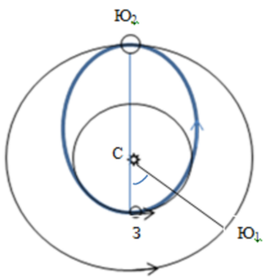
2.2.
$$a_u = a_e\sqrt[3]{\frac{T_u^2}{T_e^2}} \approx 19,2\text{а.е.}$$

2.3. $\approx 97°$

3. Для того, чтобы затраты топлива были минимальными, нужно запускать аппарат по гомановской траектории (половине эллипса).

Найдем большую полуось орбиты космического аппарата (КА): $a_{ка} = \frac{a_{Ю} + a_{З}}{2} = \frac{5,2+1}{2} = 3,1(а.е.)$ (1).

Запишем III закон Кеплера для двух тел, обращающихся вокруг Солнца – Земли и КА: $\frac{T_{ка}^2}{T_З^2} = \frac{a_{ка}^3}{a_З^3}$ (2). Отсюда найдем период движения КА по эллипсу: $T_{ка} = T_З\frac{a_{ка}}{a_З}\sqrt{\frac{a_{ка}}{a_З}} \cong 5,46г$ (3).



Время полета равно половине периода: $t \approx 2,73г$

Найдем угол «З-С-Ю1»: $\alpha = 180^0 - \omega t$ (4), где ω - угловая скорость движения планеты по орбите.

Для Юпитера: $\omega = 360^0/11,86г \cong 30,4^0/г$.

Тогда: $\alpha = 180^0 - 30,4^0/г \cdot 2,73г \cong 97^0$.

(a) 2.3.

2.4. 399 суток

2.5. ≈ 0.2

2.6. Сатурн

2.7. За 1.6 часа

2.8. В $\sqrt{1,3} \approx 1,14$раза

2.9. 225 земные сутки

2.10 $0,5S$

3.1. Из Закона Всемирного тяготения и движения по кругу

3.2. ≈ 437км/с

3.3. $\approx 3,6$км/с

3.4. ≈ 3км/с и ≈ 42300км

3.5. 0,5 и ≈ 141суток

3.6. $\approx 2,4$м