

Realisation of Deutsch-Jozsa Circuit with LOQC

Ali Hakim Taşkıran¹, Arif Bakır², Esila Yeşilyurt³

¹ Department of Electrical and Electronics Engineering, Bilkent University, 06800, TR

² Department of Physics, Middle East Technical University, 06800, TR

³ Department of Physics, Bilkent University, 06800, TR

1. ÖZET

Projemize başlarken yapacağımız işe karar vermek için beyin fırtınası yaptık. En başta yapmak istediğimiz proje evrimsel algoritma tabanlı deterjan simülasyonu. Lakin projeyi tamamlamak Hackathon içerisinde yetişmeyeceğinden daha kısa bir sürede bitirebileceğimiz bir projeye yöneldik. Karar kıldığımız proje Deutsch-Jozsa algoritmasının optik sisteme entegre edilmesi. Bu algoritma, kuantum sistemlerde kullanılabilen, herhangi klasik deterministik bir algoritmadan daha hızlı bir algoritma. Projemizde bu algoritmayı fiziksel bir çipe entegre ettik. Bir Python kütüphanesi olan Glimy kütüphanesini kullanıp çipin elektromanyetik simülasyonunu yaptık. Yapılan simülasyonlar sonucunda çipin çalışıp çalışmadığı test edildi. Aynı zamanda çipin iç dizaynı da 3D olarak tasarlandı.

Çip, optik tabanlıdır. Fotonik tabanlı olduğundan oldukça hızlı çalışır. Çip 4 kübite sahiptir. Her kübitin 0 ve 1 durumu farklı dalga kılavuzlarında ışık olup olmamasına göre kodlanmıştır. İki farklı kanaldaki dalgalar arasındaki faz farkı da kübitin fazını vermektedir. Dalga kılavuzları çok yüksek kırılma indisi alt taşı gömülü GaN(Galyum Nitrit) kanallarından oluşmaktadır. İçine giren ışığı dışarı saçmaz. Çipimiz ayrıca tek kübitlik kapılar içermektedir; X, H ve Z. X kapısı çok sayıda halka resonatörün aynı kübite ait iki kanalla couple edilmesiyle oluşmaktadır. H kapısı çeşitli interferometrelerin kombinasyonu ile elde edilmiştir. Z kapısı ise 1 durumunu temsil eden dalga kılavuzuna gömülmüş, dalga kılavuzuyla eş empedanslı fakat farklı kırılma indisi bir materyal ile oluşturulmuştur. Sonuç olarak, sabit Oracle'a sahip bir DJ devresi dizilip, başarıyla simüle edilmiştir.

2. PROJE DETAYLARI

2.1 Beyin Fırtınası

Proje başında ne yapacağımız konusunda beyin fırtınası yürüttük. Dikkat çekici fikirler ortaya çıktı. Başta evrim tabanlı molekül dizaynını¹ kullanarak deterjan oluşturmak istedik. Fakat bu çaba kullanılan yöntemin Hackathon süresince verilecek vakitten daha çok ilgi ve emek istediği için başka bir projeye yöneldik. Daha sonra Alt-Grafik İzomorfizmasına dayanan bir kuantum algoritmasına yöneldik. Bu algoritma MasterCard sponsorluğunda kara para aklama tespiti için kullanılmaya başlandı. Fakat bu algoritmayı kurmak soyut matematik yeteneğimizin ötesinde olduğu için vazgeçtik. Son olarak lineer optik kuantum hesaplama konseptinde bir çip tasarlamakta karar kıldık.

2.2 Deutsch-Jozsa Algoritması

Deutsch-Jozsa algoritması en iyi klasik algoritmadan bile daha iyi performans gösteren ve kuantum bilgisayarların klasik sistemlere üstün olabileceği sonucunu çıkaran ilk algoritmalarından birisidir. Deutsch-Jozsa probleminde bize Oracle olarak adlandırılan, $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ çıktısını veren kapalı kutu bir kuantum bilgisayarı verilmiştir. Görev, f 'in sabit (çıkışı sadece 0 ya da 1) ya da dengeli (çıkışların yarısı 0 yarısı 1) olup olmadığını anlamaktır. Şekil 1 ve Şekil 2, sabit ve dengeli Oracle örneği göstermektedir

$$H^{\otimes n} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{after } U_f} H^{\otimes n} \frac{1}{\sqrt{2^n}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(Şekil 1, Sabit Oracle)³

$$U_f \frac{1}{\sqrt{2^n}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

(Şekil 2, Dengeli Oracle)³

2.3 CEM (Computational Electromagnetics) Altyapısı

Modern Elektromanyetik Analiz oldukça karmaşık desenler üzerinden yapılmaktadır. Bu desenleri analitik formatta işlemek zordur. Dolayısıyla, ayrık matematiğe dayalı modelleri kullanmak simülasyonu gerçekleştirirken hem insan açısından hem de bilgisayar açısından daha kolaydır. Biz bu projede FDTD⁴ metodu kullanılmıştır. FDTD'yi tek boyutlu bir grid üzerinde tanıttığımız olursak;

$$-\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{a}}_x & \hat{\mathbf{a}}_y & \hat{\mathbf{a}}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_z \end{vmatrix} = -\hat{\mathbf{a}}_y \frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

$$\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{a}}_x & \hat{\mathbf{a}}_y & \hat{\mathbf{a}}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = \hat{\mathbf{a}}_z \frac{\partial H_y}{\partial x}.$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} &= -\frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x}. \end{aligned}$$

Faraday ve Amper Kanunları tek boyuta indirgendikten sonra ayrılmaları.

$$\begin{aligned} E_z(x, t) &= E_z(m\Delta_x, q\Delta_t) = E_z^q[m], \\ H_y(x, t) &= H_y(m\Delta_x, q\Delta_t) = H_y^q[m], \end{aligned}$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \Big|_{(m+1/2)\Delta_x, q\Delta_t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{(m+1/2)\Delta_x, q\Delta_t}.$$

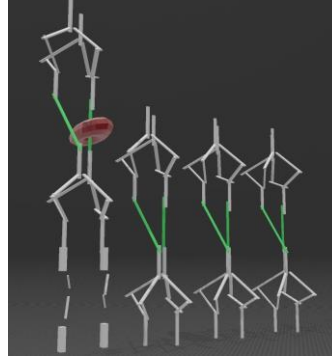
$$\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \Big|_{m\Delta_x, (q+1/2)\Delta_t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{m\Delta_x, (q+1/2)\Delta_t}.$$

Glimy, FDTD metodu ile çeşitli boyutlardaki çeşitli geometrileri simüle eder. Ayrıca, zamanla değişen kırılma indisine sahip fotonik cihazları, ışığın devasa kütleler etrafındaki hareketini simüle edebilir. Elektromanyetik bir ortam oluşturarak deney yapmaya olanak sağlar. Mach-Einstein-Dicke'nin VSL Teorisini kullanır.

2.4 Bileşenler

Dalga Kılavuzu

Dalga kılavuzu, ışığın ya da ses dalgalarının taşındırıldığı yapılardır. Optik bölgedeki EM dalgalara tam iç yansıma prensibine bağlı kılavuzluk eden optik lifler yaygın olarak kullanılan dalga kılavuzlarındandır.



Şekil 3'te görünen tüpler, dalga kılavuzuna sevk edilmiştir.

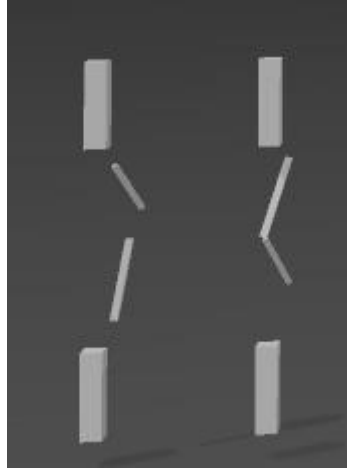
Halka Rezonatörü

Bir halka rezonatörü, en az birinin bir tür ışık giriş ve çıkışına bağlı kapalı bir döngü olduğu bir dizi dalga kılavuzudur. Bizim tasarımımda, Hadamard kapısından geriye yansıyan ışığı azaltmak için kullanılmıştır. Ayrıca X kapısında iki duruma karşılık gelen kanalları couple ederek not operasyonunu gerçekleştirir.

Hadamard Kapısı

Hadamard kapısı gelen qubitleri süperpozisyona sokarak eşit olasılıkla 0 ve 1 pozisyonlarına sokar.

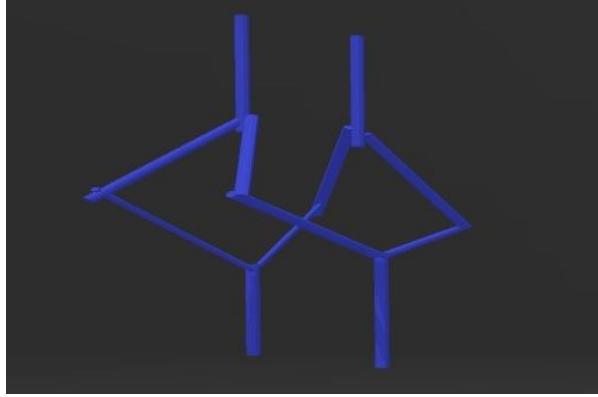
X Kapısı



Şekil-4

X kapısı girdiyi zıttına çeviren bir kapıdır.

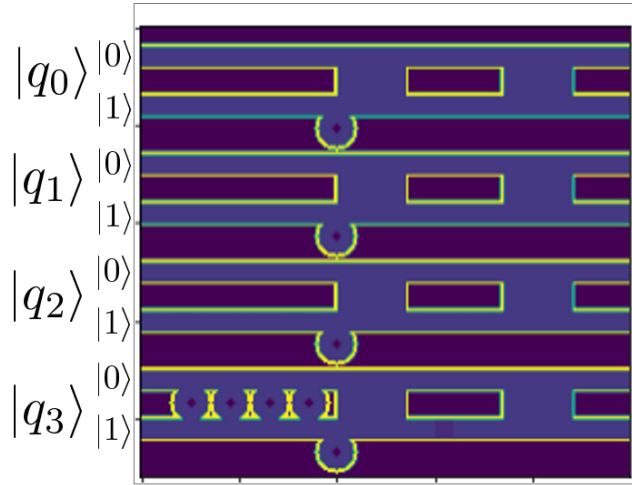
Z Kapısı



Şekil-5

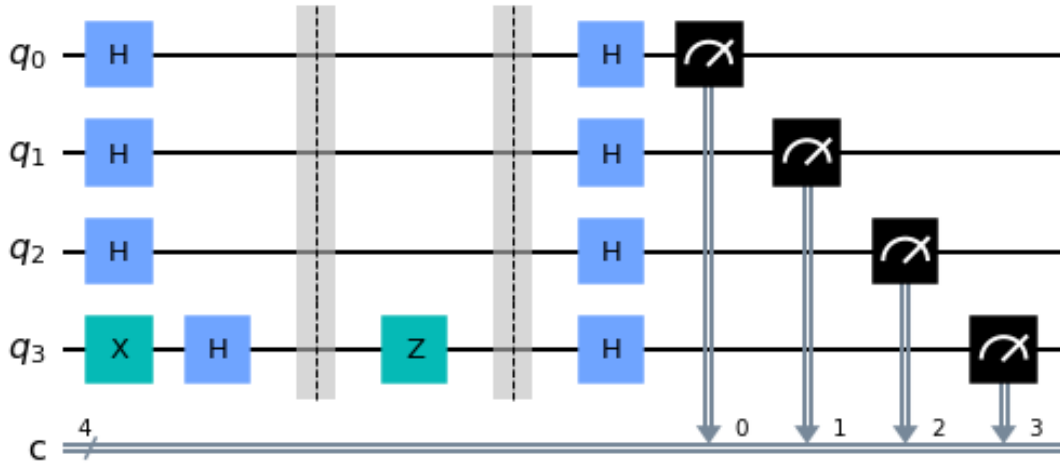
Z kapısı, 1'i -1'e çeviren, 0'ı aynen çıkartan bir kapıdır.

2.5 Çip Tasarımı



Şekil-6

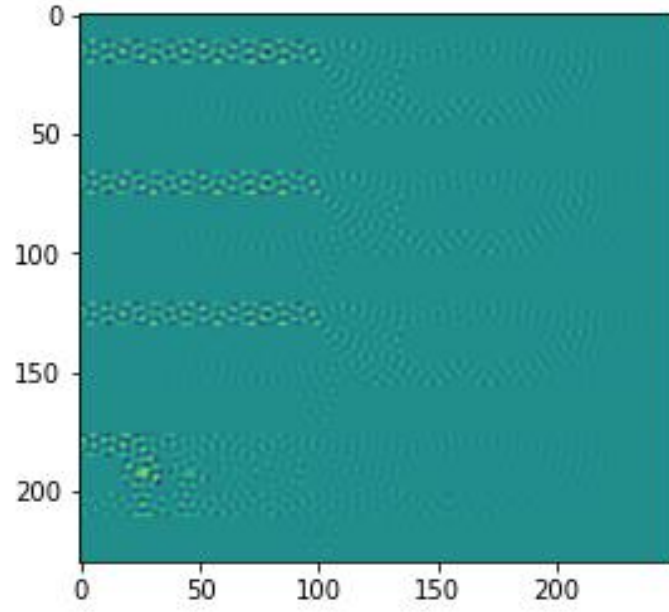
Kübitler iki farklı dalga kılavuzuna kodlanmıştır. $|0\rangle$ durumu ile $|1\rangle$ durumu farklı kanallardaki ışığın genliğiyle kodlanmıştır. Kübitin fazı iki kanal arasındaki ışığın faz farkına kodlanmıştır.



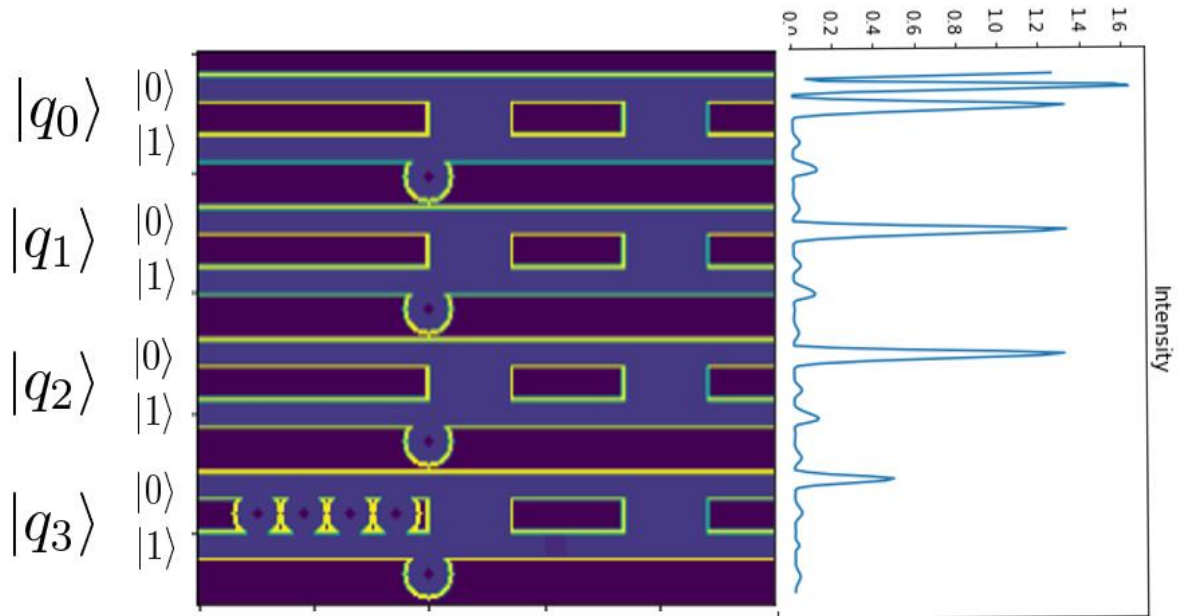
Şekil-7

Şekil 7'deki devrenin optik versiyonu tasarlanmıştır. Bölüm 2.4'te anlatılan kapılar hizalanarak devre oluşturulmuştur.

Optik elemanların kırılma indeksleri $n_{alttas} = 225$, $n_{ortam} = 1$, $n_{Dalga\ Kılavuzu} = \sqrt{5}$ olarak ayarlanmıştır. Glimy ile yapılan simülasyon sonucu şekil 8 ve 9'daki gibidir.



Şekil -8



Şekil-9

Performans metrikleri alınan çipin verimi %0.4 olarak hesaplanmıştır.

3. SONUÇ

Tasarımımızı başarıyla simüle edip, Deutsch-Jozsa algoritmasını kullanan bir çip tasarladık. Dalga kılavuzlarına H, X ve Z kapılarını başarılı bir şekilde entegre ettik. Çipin simülasyonlarını Glimy ile gerçekleştirip elektromanyetik analizini yaptık ve çip başarılı olarak sonuç verdi.

4. REFERANS

- [1] Tamilselvi, S., Karuppiah, N., & Muthubalaji, S. (2018). Design of an efficient battery model using evolutionary algorithms. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences (PEN)*, 6(2), 265-282.
- [2] Mariella, N., & Simonetto, A. (2021). A Quantum Algorithm for the Sub-Graph Isomorphism Problem. *arXiv preprint arXiv:2111.09732*.
- [3] Team, T. Q. (2022, July 6). *Deutsch-Jozsa algorithm*. qiskit.org. Retrieved October 2, 2022, from <https://qiskit.org/textbook/ch-algorithms/deutsch-jozsa.html>
- [4] Yee, K. (1966). based on FDTD calculations, Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 17, 585-589.