**Nguyễn Đức Anh Phúc**

**20520276**

**Bài báo cáo CS106**

**GoogleORTools\_Knapsack**

## Mục tiêu báo cáo

* Mục tiêu của bài báo cáo này là:
* Phân tích thuật toán Knapsack và đề xuất ra 2 hướng giải quyết cho bài toán Knapsack sử dụng kĩ thuật quy hoạch động
* Chạy thực nghiệm kĩ thuật quy hoạch động trên bài toán Knapsack để ra được kết quả tối ưu
* Chạy thực nghiệm tool GoogleORTools với trình solver Knapsack sử dụng kĩ thuật nhanh cận Branch and Bounds
* Phân tích số liệu thu thập được từ 2 cách chạy trên ra được bản kết quả

## Kĩ thuật quy hoạch động bài toán Knapsack

* Quy hoạch động là kĩ thuật để giải các bài toán tối ưu với thời gian nhanh và thường thường để giải quyết các bài toán càng nhiều constraint thì lời giải quy hoạch động sẽ càng khó khan.

Em sẽ đề xuất hướng giải quyết cho bài toán Knapsack này:

Cho một cái vali chứa được khối lượng tối đa là . Có đồ vật được đánh số từ đến , đồ vật thứ có khối lượng và giá trị ,  . Tìm cách xếp đồ vật vào vali sao cho tổng giá trị các đồ vật trong vali đạt giá trị lớn nhất.

* Trọng lượng của vali: W = 10 (units).
* Số lượng đồ vật: N = 4.
* Giá trị của các đồ vật: v[] = {10, 40, 30, 50}.
* Khối lượng của các đồ vật: w[] = {5, 4, 6, 3}.
* Kết quả: 90.
* Các đồ vật có thể chọn là: {1, 3, 4} hoặc {2, 4 }

### Đặc trưng của bài toán

* Hàm mục tiêu: f: Tổng giá trị các đồ vật của vali.
* Tổng giá trị các đồ vật của vali phụ thuộc vào 2 yếu tố: có bao nhiêu vật đang được xét và tổng khối lượng của các vật. Do đó, bảng phương án sẽ là bảng 2 chiều.

### Phương pháp đệ qui

* Ta có: khối lượng chứa tối đa của vali.
* Ta có: số lượng đồ vật.
* Khối lượng các đồ vật
* Giá trị trị các đồ vật
* Đối với đồ vật thứ ta có hai phương án:
* Đồ vật thứ được chọn bỏ vào vali (khối lượng của đồ vật thứ nhỏ hơn bằng khối lượng ).
* Đồ vật thứ không được chọn bỏ vào vali.
* Tổng giá trị của các đồ vật trong vali có giá trị lớn nhất là một trong hai giá trị sau:
* Giá trị lớn nhất của việc sắp () đồ vật vào trong vali có khối lượng W.
* Giá trị của đồ vật thứ [] cộng với giá trị lớn nhất của việc sắp () đồ vật vào trong vali có khối lượng

### Công thức qui hoạch động

* Gọi là tổng giá trị lớn nhất của các đồ vật trong vali khi xét từ vật tới vật và trọng lượng của vali chưa vượt quá trọng lượng . Trong đó và .
* là ma trận hai chiều kích thước .
* Dễ dàng ta thấy .
* Tính : vật đang xét là vật có khối lượng và giá trị là . Vật được quyết định bỏ vào vali hay không có điều kiện ràng buộc là *“tổng khối lượng các vật trong vali không được vượt quá trọng lượng ”*.
* Có hai khả năng xảy ra:
* Nếu chọn đồ vật đưa vào vali tổng khối lượng vali trước đó phải không quá .   
  Do đó .
* Nếu không chọn đồ vật tổng khối lượng vali là như cũ (như lúc trước khi chọn đồ vật ).   
  Do đó .
* Tóm lại ta có: .

### Bảng phương án

* Ví dụ: , .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 3 | 4 | 5 | 2 | 1 |
|  | 4 | 5 | 6 | 3 | 1 |

* Bảng phương án:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i=0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =1  w1=3  v1=4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =2  w2=4  v2=5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =2  w2=4  v2=5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =2  w2=4  v2=5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =2  w2=4  v2=5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i =2  w2=4  v2=5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

…………………..

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i=5  w5=1  v5=1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 5 | 5 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 6 | 6 | 9 | 10 | 11 | 11 | 11 | 15 | 15 |
| 4 | 0 | 0 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 15 |
| 5 | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | W | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| i=5  w5=1  v5=1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 5 | 5 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 4 | 5 | 6 | 6 | 9 | 10 | 11 | 11 | 11 | 15 | 15 |
| 4 | 0 | 0 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 15 |
| 5 | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |

* Tổng giá trị các đồ vật trong vali đạt giá trị lớn nhất là 16.

### Truy vết

Phần truy vết thì ta có thể xử lí như sau:

* Bắt đầu từ ô trên dòng ta dò ngược về dòng theo nguyên tắc:
* Nếu thì đồ vật thứ được chọn, ta truy tiếp ô .
* Nếu thì đồ vật thứ không được chọn, ta truy tiếp ô .

### Chuyển đổi công trạng thái

* Gọi là tổng giá trị lớn nhất của các đồ vật trong vali khi xét từ vật tới vật và trọng lượng của vali đúng bằng trọng lượng . Trong đó và
* Khi chuyển đổi như vậy thì chúng ta sẽ đảm bảo tìm được lời giải chính xác trọng lượng và công thức quy hoạch động vẫn là như vậy

.

## Kĩ thuật quy hoạch động bài toán Knapsack tối ưu không gian

.

* Ta thấy được công thức quy hoạch động chúng ta chỉ cần quan tâm đến hai dòng cuối cùng nên không việc gì chúng ta lưu lại trạng thái của toàn bộ bảng phương án mà thay vào đó chỉ cần lưu lần lượt 2 dòng: và rồi chuyển đổi tính toán cho nhau

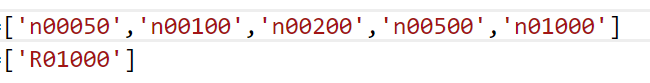
## Bảng kết quả và đánh giá

* Em quan sát thấy được có những testcase là . Vì vậy, em có optimize lại bằng cách và thấy hiệu quả rõ rệt, có những case giảm gần 5 lần thời gian thực thi

Text, letter

Description automatically generated

* Lấy những testcase này và là test số 5



* Thuật toán quy hoạch động sẽ giải quyết bài toán với độ phức tạp là
* Lấy testcase lớn nhất dựa trên cận trên là mỗi item có có item Độ phức tạp là
* Cũng tương tự với ORTools nên việc lấy lớn hơn nữa sẽ không mang nhiều ý nghĩa mà còn làm hư máy 😊
* Em quyết định để set\_time cho optimal answer bằng qui hoạch động là unlimited và cho ORTools là 120s
* Để tránh hư máy, đối với qui hoạch động nếu complexity của test case nào thì thuật toán sẽ không thực thi, những case đó sẽ xuất ra giá trị .
* Các phép toán được xử lí bởi CPU, cấu hình CPU:

Graphical user interface, text, application

Description automatically generated

* Bảng kết quả được thống kê như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Case** |  | **Total\_Value\_Optimal** | **Total\_Weight\_Optimal** | **Runtime\_Optimal** | **Total\_Value\_gORt** | **Total\_Weight\_gORt** | **Runtime\_gORt** |
| 0 | 00Uncorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 19780 | 11921 | 0.290603876 | 19780 | 11921 | 0 |
| 1 | 00Uncorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 42224 | 28455 | 1.47677803 | 42224 | 28455 | 0.000997543 |
| 2 | 00Uncorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 86024 | 47601 | 5.330918312 | 86024 | 47601 | 0.000999928 |
| 3 | 00Uncorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 202400 | 120137 | 33.89817786 | 202400 | 120129 | 0.002002954 |
| 4 | 00Uncorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 403106 | 243748 | 137.4539495 | 403106 | 243745 | 0.006999731 |
| 5 | 01WeaklyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 14125 | 12715 | 0.310998678 | 14125 | 12715 | 0.001000404 |
| 6 | 01WeaklyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 27933 | 24642 | 1.298731565 | 27933 | 24637 | 0.000999689 |
| 7 | 01WeaklyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 57753 | 53102 | 5.656203508 | 57753 | 53102 | 0.001000404 |
| 8 | 01WeaklyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 135595 | 123199 | 34.00370932 | 135595 | 123199 | 0.002999306 |
| 9 | 01WeaklyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 268214 | 243336 | 138.2448173 | 268214 | 243336 | 0.005000114 |
| 10 | 02StronglyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 16219 | 12719 | 0.315999508 | 16219 | 12719 | 0.057000637 |
| 11 | 02StronglyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 31842 | 24642 | 1.308218241 | 31842 | 24642 | 0.000999689 |
| 12 | 02StronglyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 66904 | 53104 | 5.704015732 | 66904 | 53104 | 0.079999208 |
| 13 | 02StronglyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 158399 | 123199 | 33.99786091 | 158161 | 122961 | 124.893677 |
| 14 | 02StronglyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 314136 | 243336 | 140.4536872 | 313948 | 243148 | 124.3336353 |
| 15 | 03InverseStronglyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 13594 | 15194 | 0.369002581 | 13594 | 15194 | 0.195999861 |
| 16 | 03InverseStronglyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 26592 | 29592 | 1.544261932 | 26592 | 29592 | 0.003000259 |
| 17 | 03InverseStronglyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 56477 | 62977 | 6.746890545 | 56477 | 62977 | 30.86735225 |
| 18 | 03InverseStronglyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 132251 | 147951 | 41.51561785 | 132251 | 147951 | 55.92194915 |
| 19 | 03InverseStronglyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 261648 | 292748 | 171.2726612 | 261648 | 292748 | 124.6291571 |
| 20 | 04AlmostStronglyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 16204 | 12719 | 0.313998938 | 16204 | 12719 | 0.027999878 |
| 21 | 04AlmostStronglyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 31891 | 24641 | 1.306042671 | 31891 | 24641 | 0.001000166 |
| 22 | 04AlmostStronglyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 66890 | 53104 | 5.691141367 | 66890 | 53104 | 0.004002333 |
| 23 | 04AlmostStronglyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 158403 | 123199 | 33.9225564 | 158273 | 123083 | 125.7115219 |
| 24 | 04AlmostStronglyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 314165 | 243336 | 139.6344206 | 314115 | 243294 | 125.8311307 |
| 25 | 05SubsetSum\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 12719 | 12719 | 0.3089993 | 12719 | 12719 | 0.001001835 |
| 26 | 05SubsetSum\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 24642 | 24642 | 1.279164314 | 24642 | 24642 | 0.001000881 |
| 27 | 05SubsetSum\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 53104 | 53104 | 5.581935167 | 53104 | 53104 | 0 |
| 28 | 05SubsetSum\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 123199 | 123199 | 33.84814215 | 123199 | 123199 | 0.000999451 |
| 29 | 05SubsetSum\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 243336 | 243336 | 137.7452257 | 243336 | 243336 | 0.00599885 |
| 30 | 06UncorrelatedWithSimilarWeights\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 19503 | 2401442 | 36.0966835 | 19503 | 2401442 | 0.011000872 |
| 31 | 06UncorrelatedWithSimilarWeights\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 39025 | 4902512 | 145.6688795 | 39025 | 4902512 | 0.006999016 |
| 32 | 06UncorrelatedWithSimilarWeights\_n00200\_R01000\_s005.kp | | -1 | -1 | 0 | 79002 | 9904796 | 0 |
| 33 | 06UncorrelatedWithSimilarWeights\_n00500\_R01000\_s005.kp | | -1 | -1 | 0.001000404 | 186275 | 24711907 | 124.4225686 |
| 34 | 06UncorrelatedWithSimilarWeights\_n01000\_R01000\_s005.kp | | -1 | -1 | 0.000999451 | 369485 | 49523855 | 0.770149469 |
| 35 | 07SpannerUncorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 7728 | 9808 | 0.194999218 | 7728 | 9808 | 5.639832973 |
| 36 | 07SpannerUncorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 16595 | 21061 | 0.953906536 | 16562 | 21022 | 155.4099302 |
| 37 | 07SpannerUncorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 32977 | 41847 | 4.139671803 | 32977 | 41847 | 154.3141446 |
| 38 | 07SpannerUncorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 82077 | 104139 | 27.3832469 | 82075 | 104125 | 144.4971855 |
| 39 | 07SpannerUncorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 166206 | 210866 | 118.7411809 | 166173 | 210827 | 135.2134476 |
| 40 | 08SpannerWeaklyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 18104 | 7683 | 0.160999537 | 18104 | 7683 | 4.935055971 |
| 41 | 08SpannerWeaklyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 38960 | 16527 | 0.763990879 | 38960 | 16527 | 148.3652027 |
| 42 | 08SpannerWeaklyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 77288 | 32786 | 3.292628527 | 77262 | 32763 | 142.9110072 |
| 43 | 08SpannerWeaklyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 192378 | 81584 | 21.51426339 | 192286 | 81539 | 140.0566721 |
| 44 | 08SpannerWeaklyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 389529 | 165189 | 91.12802958 | 389470 | 165155 | 134.452503 |
| 45 | 09SpannerStronglyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 21313 | 7813 | 0.165829897 | 21313 | 7813 | 0.165060282 |
| 46 | 09SpannerStronglyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 44492 | 16592 | 0.770759821 | 44492 | 16592 | 145.4200485 |
| 47 | 09SpannerStronglyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 90294 | 32794 | 3.274526119 | 90261 | 32761 | 139.5853996 |
| 48 | 09SpannerStronglyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 225483 | 81683 | 21.80767322 | 225472 | 81672 | 137.7749684 |
| 49 | 09SpannerStronglyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 457030 | 165430 | 91.85206866 | 457030 | 165430 | 129.6650472 |
| 50 | 10MultipleStronglyCorrelated\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 20813 | 12713 | 0.315000057 | 20813 | 12713 | 0.008997202 |
| 51 | 10MultipleStronglyCorrelated\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 40642 | 24642 | 1.331157207 | 40642 | 24642 | 0.035003901 |
| 52 | 10MultipleStronglyCorrelated\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 84200 | 53100 | 5.693000793 | 84200 | 53100 | 126.4830883 |
| 53 | 10MultipleStronglyCorrelated\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 201698 | 123198 | 33.9687829 | 201698 | 123198 | 130.8612614 |
| 54 | 10MultipleStronglyCorrelated\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 399336 | 243336 | 141.2285001 | 399336 | 243336 | 0.883996487 |
| 55 | 11ProfitCeiling\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 12708 | 12719 | 0.316455126 | 12708 | 12718 | 0.114911795 |
| 56 | 11ProfitCeiling\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 24627 | 24642 | 1.320744991 | 24627 | 24640 | 5.478987455 |
| 57 | 11ProfitCeiling\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 53082 | 53104 | 5.741071939 | 53082 | 53103 | 139.2547722 |
| 58 | 11ProfitCeiling\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 123153 | 123199 | 34.2398839 | 123153 | 123199 | 135.4454768 |
| 59 | 11ProfitCeiling\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 243240 | 243336 | 142.1887715 | 243240 | 243334 | 130.0816047 |
| 60 | 12Circle\_n00050\_R01000\_s005.kp | | 268001 | 12719 | 0.318999052 | 268001 | 12719 | 0.169995308 |
| 61 | 12Circle\_n00100\_R01000\_s005.kp | | 519231 | 24642 | 1.318853855 | 519231 | 24642 | 0.165315866 |
| 62 | 12Circle\_n00200\_R01000\_s005.kp | | 1118954 | 53104 | 5.709453821 | 1118954 | 53104 | 144.6535809 |
| 63 | 12Circle\_n00500\_R01000\_s005.kp | | 2595920 | 123199 | 34.51422286 | 2595920 | 123199 | 6.320014 |
| 64 | 12Circle\_n01000\_R01000\_s005.kp | | 5127320 | 243336 | 145.993504 | 5127320 | 243336 | 145.993504 |

* Những row được tô màu xanh là trình GoogleORTools chạy cho kết quả chưa được tối ưu trong khoảng thời gian là 120s
* Để ý thấy những testcases có sẽ giải lâu hơn cả kĩ thuật qui hoạch động lẫn GoogleORTools
* Những testcase mà kĩ thuật quy hoạch động không giải được do cần độ phức tạp lớn thì ta sẽ không kiểm chứng được optimality certificate