

chch

Chương 1

DÒNG CHẢY MỘT CHIỀU ỔN ĐỊNH

1.1 Giới thiệu

Chúng ta sẽ xử lý động học của chất khí trong trường hợp đơn giản. Chúng ta sẽ chỉ nghiên cứu dòng chảy một chiều, khi xét đến sự nhót và sự truyền nhiệt. Nghiên cứu này chỉ được thực hiện đối với chế độ chuyển động ổn định. Chúng ta chỉ xét các khí lý tưởng,

1.2 Dòng chuyển động đẳng entropy của khí thực

1.2.1 Thiết lập các phương trình

Chúng ta đặt mình trong chế độ chảy một chiều ổn định, trong đó không có sự trao đổi công và nhiệt. Chúng ta cũng bỏ qua các tác dụng của lực nhót và tất cả các lực thể tích. Dòng chảy được xem là đẳng entropy.

Trong trường hợp này, lưu lượng khối được bảo toàn :

$$\dot{m} = \rho A v = cte. \quad (1.1)$$

Năng lượng được bảo toàn do nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học, đối với một hệ mở trong chế độ vĩnh cửu, chúng ta có thể viết :

$$h + \frac{v^2}{2} = h_i = cte. \quad (1.2)$$

trong đó, h_i là enthalpie nghỉ, đó là enthalpie của lưu chất khi lưu chất ở trạng thái nghỉ.

Định lý bảo toàn động lượng có thể được viết từ một cân bằng vĩ mô của một phần tử lưu chất, từ đó ta tìm được phương trình bảo toàn :

$$dp + \rho v dv = 0. \quad (1.3)$$

Ngoài ra ta còn tính đến cả sự bảo toàn entropy, do đó

$$s = cte. \quad (1.4)$$

1.2.2 Sự biến đổi của diện tích

Lấy đạo hàm hệ thức lưu lượng khối lượng, ta có :

$$\frac{dv}{v} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} = 0.$$

Đầu tiên khi tính đến vận tốc âm thanh :

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s. \quad (1.5)$$

Kết hợp với phương trình bảo toàn động lượng ở trên, đặt ra **số Mach địa phương** $M = v/c$. Ta thu được một hệ thức cực kỳ quan trọng được đặt tên theo Hugoniot¹ :

$$\left(1 - M^2 \right) \frac{dv}{v} + \frac{dA}{A} = 0. \quad (1.6)$$

Và ta có thể tính đến sự thay đổi của diện tích mặt cắt theo áp suất :

$$\left(M^2 - 1 \right) \frac{dp}{p} + \frac{\rho v^2}{p} \frac{dA}{A} = 0 \quad (1.7)$$

Chúng ta có thể nhìn thấy rằng đối với một dòng chảy siêu thanh, khi giảm diện tích mặt cắt ngang sẽ làm giảm vận tốc dòng nhưng lại làm tăng áp suất.

¹Mời quý độc giả chứng minh điều này.

1.2.3 Điều kiện tới hạn

Khi dòng chảy đạt được vận tốc âm thanh, chúng ta nói lưu chất đạt được điều kiện tới hạn (v_*, T_*, p_*, \dots) tại mức của cửa họng ống trong hệ một chiều (điều này ngụ ý rằng $dA = 0$).

Chú ý : Điều ngược lại nói chung là không đúng. Thật vậy, khi $dA = 0$, ta có thể có $dv = 0$ hoặc (hiếm hơn) $M = 1$. Họng ống đơn giản là tạo một vi phân diện tích mặt cắt ngang triệt tiêu.

1.3 Trường hợp khí lý tưởng

1.3.1 Các phương trình tổng quát

Phương trình trạng thái được viết đơn giản :

$$p = \rho r T \quad (1.8)$$

$$h = C_p T \quad (1.9)$$

Đối với một quá trình đẳng entropy, quan hệ biến đổi của hệ như sau :

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = cte. \quad (1.10)$$

Do đó, vận tốc âm thanh được viết :

$$c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma r T. \quad (1.11)$$

Các hệ thức sau đây là quan trọng :

$$\boxed{\frac{T_i}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \quad (1.12)$$

$$\boxed{\frac{p_i}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}} \quad (1.13)$$

$$\boxed{\frac{\rho_i}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}} \quad (1.14)$$

$$\boxed{\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{1 + \gamma} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}} \quad (1.15)$$

1.4 Ống khuếch tán và ống xả

Ống khuếch tán là một thiết bị được sử dụng để tăng áp suất lưu chất trong khi giảm vận tốc của nó. Còn ống xả hoạt động với cơ chế ngược lại.

Hai thiết bị này hoạt động mà không sinh công cũng như không làm biến đổi thế năng. Ta bỏ qua sự trao đổi nhiệt,

Chương 2

SÓNG XUNG KÍCH THẲNG

Chúng ta đã biết một số lượng lớn các dòng chảy tốc độ rất lớn mà trong lòng lưu chất có những biến thiên rất mạnh của các thông số đặc trưng trong một khoảng rất nhỏ. Khoảng nhỏ này có thể vào cỡ quãng đường tự do trung bình của các phân tử cấu thành lưu chất. Do đó, trong lòng các lưu chất này, các phương trình môi trường liên tục không còn được nghiệm đúng nữa. Vì vậy, chúng ta cần thiết lập một mô hình khác để mô hình hóa bài toán này và tính vào đó những sự không liên tục của môi trường lưu chất - các sóng xung kích.

2.1 Phương trình cân bằng khi đi qua một sóng xung kích

Chúng ta đặt mình trong cơ sở các phép gần đúng :

1. không có lực nhớt cũng như lực thể tích.
2. các đường dòng là song song với nhau và thẳng góc với mặt của sóng sốc.
3. không có phản ứng hóa học cũng như sự trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài, và lưu chất nằm trong cân bằng nhiệt động.

Do đó nên gọi (1) và (2) là trạng thái của chất lưu ở hai bên một sóng xung kích thì ta có các phương trình cân bằng :

1. khối lượng : $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$.

2. động lượng : $p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2$.

3. năng lượng : $h_1 + \frac{v_1^2}{2} = h_2 + \frac{v_2^2}{2}$.

Và ta có thể đưa ra dạng tổng quát của phương trình trạng thái : $\rho = \rho(s, p)$.

2.2 Sóng xung kích thẳng đối với một khí lý tưởng

Áp dụng các phương trình trên, ta có :

$$M_2^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2\gamma M_1^2 + 1 - \gamma} \quad (2.1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} + \frac{2}{(\gamma + 1)M_1^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \quad (2.3)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \quad (2.4)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \quad (2.5)$$

$$\frac{s_2 - s_1}{c_v} = \ln \left[\left(\frac{1}{\gamma + 1} \right)^{\gamma + 1} \left(2\gamma M_1^2 - \gamma + 1 \right) \left(\frac{2}{M_1^2} + \gamma - 1 \right)^\gamma \right] \quad (2.6)$$

2.3 Hệ thức Hugoniot và đường Rayleigh

Ta có thể biểu diễn công thức của đường Rayleigh dưới dạng :

Chương 3

SÓNG XUNG KÍCH NGHIÊN

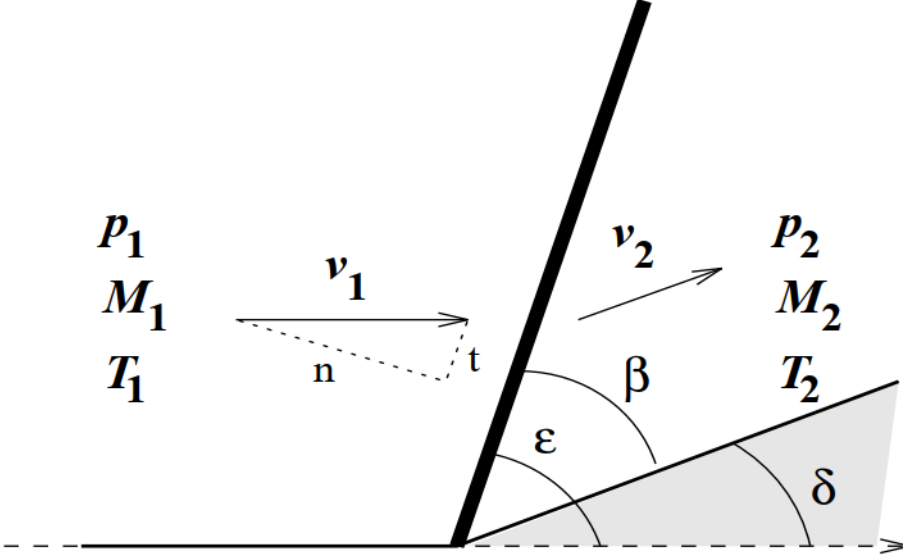
3.1 Giới thiệu

Như trong chương trước, chúng ta đã xử lý sóng xung kích xiên như là những sự gián đoạn. Do đó ở đây, ta không quan tâm đến cấu trúc bên trong của sóng xung kích, mà đơn giản là thiết lập các mối quan hệ bước nhảy liên kết giữa trạng thái trước, sau sóng xung kích và trạng thái sóng xung kích xiên. Các kỹ thuật được sử dụng ở đây giống với các kỹ thuật đã được sử dụng ở chương trước đó. Các hệ thức đối với sóng xung kích thẳng vẫn có giá trị đối với sóng xung kích xiên nếu như chúng ta thay số Mach ở trước sóng xung kích bởi thành phần trực chuẩn của nó. Ngược lại, nghiệm hoàn chỉnh của bài toán có thể đôi khi phức tạp hơn, và cần phải có một thói quen giải bài toán này nhanh để xác định phương pháp giải được sử dụng. Các sóng xung kích xiên hiện diện nhiều trong một số rất lớn các cấu hình, và chúng ta có thể nói từ quan điểm thực nghiệm rằng, đối với dòng chảy siêu thanh, trường hợp không xuất hiện sóng xung kích xiên là rất hiếm (Hình 3.1.).

3.2 Các phương trình cân bằng đối với sóng xung kích xiên

Cấu hình mà chúng ta nghiên cứu được thể hiện trong hình 3.2. Chúng ta xét một sóng xung kích như được sinh ra từ một sự lệch dòng chảy, thí dụ như có thành uốn cong. Sóng xung kích xiên này ngăn cách miền trước sóng (kí hiệu (1)) và miền sau sóng (kí hiệu (2)). Sóng này là tĩnh, có nghĩa là nó không chuyển động trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm (sau này chúng ta

sẽ xử lý trường hợp sóng xung kích di động). Chúng ta sẽ ký hiệu v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc phía trước và phía sau sóng xung kích, ϵ là góc giữa v_1 và hướng dọc theo sóng xung kích, β là góc giữa v_2 và hướng dọc theo sóng xung kích. Giá trị $\delta = \epsilon - \beta$ biểu diễn sự biến đổi trong góc của dòng chảy, có nghĩa là sự lệch.



Hình 3.1: Cấu hình của lưu chất khi có sự hình thành sóng xung kích xiên.

Ta kí hiệu n và t là thành phần trực giao và tiếp tuyến đối với một vecteur được xét. Chúng ta đặt mình trong các giả thiết sau :

- không có lực nhớt cũng như lực thể tích.
- tất cả các đường dòng là song song với nhau.
- không có phản ứng hóa học cũng như sự trao đổi năng lượng với môi trường bên ngoài, và lưu chất ở trong cân bằng nhiệt động.

Như vậy, các phương trình tồn tại trong lưu chất bao gồm :

- Phương trình bảo toàn khối lượng :

$$\rho_1 v_{n_1} = \rho_2 v_{n_2} \quad (3.1)$$

- Phương trình bảo toàn động lượng :

$$p_1 + \rho_1 v_{n_1}^2 = p_2 + \rho_2 v_{n_2}^2 \quad (3.2)$$

- Phương trình cân bằng năng lượng :

$$h_1 + \frac{v_{n1}^2}{2} = h_2 + \frac{v_{n2}^2}{2} \quad (3.3)$$

- Sự liên tục của vận tốc tiếp tuyến :

$$v_{t1} = v_{t2} \quad (3.4)$$

Từ các phương trình này, chúng ta thấy ở phía sau sóng xung kích, dòng bị lệch về phía sóng xung kích. Hơn nữa, phía trước sóng xung kích luôn là dòng chảy siêu thanh.

3.3 Sóng xung kích xiên đối với khí lý tưởng

Đối với khí lý tưởng, chúng ta có phương trình trạng thái $p = \rho hT$ và $h = c_p T$. Thay thế các phương trình trạng thái này vào trong các phương trình (3.1) - (3.4), chúng ta có thể định nghĩa số Mach của thành phần vận tốc trực giao (gọi tắt là số Mach trực giao) :

$$M_{n1} = M_1 \sin \epsilon \quad (3.5)$$

Từ đây, chúng ta có thể **áp dụng các phương trình đã biết đối với sóng xung kích thẳng** với điều kiện là phải **thay thế số Mach thông thường bởi số Mach trực giao**. Tuy nhiên, chúng ta cần một phương trình để xác định quan hệ hình học giữa sóng xung kích và các dòng chảy. Đầu tiên, các quan hệ vận tốc tiếp tuyến cho ta (xem Hình 3.1):

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_{1n}}{v_{2n}} = \frac{v_{1t} \tan \epsilon}{v_{2t} \tan (\epsilon - \delta)} = \frac{\tan \epsilon}{\tan (\epsilon - \delta)}.$$

Kết hợp với phương trình xác định khối lượng riêng (...) đã biết ở chương 2, chúng ta có :

$$\frac{\tan \epsilon}{\tan (\epsilon - \delta)} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2 \sin^2 \epsilon}{2 + (\gamma - 1) M_1^2 \sin^2 \epsilon}$$

Do đó khi khai triển hàm tan và sắp xếp lại các số hạng, chúng ta có một hệ thức quan trọng sau để xác định quan hệ hình học :

$$\frac{1}{\tan \delta} = \left(\frac{\gamma + 1}{2} \frac{M_1^2}{M_1^2 \sin^2 \epsilon - 1} - 1 \right) \tan \epsilon \quad (3.6)$$

3.4 Sự bất định giữa sóng xung kích yếu và mạnh

Với cùng một số Mach trước xung kích M_1 và với cùng một góc lệch δ , chúng ta có thể xác định được hai góc ϵ từ phương trình (3.6) (và do đó là hai giá trị số Mach ở sau sóng xung kích M_2). Giá trị ϵ lớn hơn ứng với trường hợp sóng xung kích mạnh và phía sau sóng xung kích là dòng chảy hạ âm, trường hợp ngược lại ứng với sóng xung kích yếu. Đối với sóng xung kích yếu, nếu không rơi vào một số trường hợp đặc biệt của M_1 và δ , dòng chảy phía sau sóng xung kích là dòng chảy siêu âm.

Không có phương pháp tuyệt đối nào để xác định đối với một cấu hình dòng chảy cho trước, sóng xung kích xiên sinh ra là mạnh hoặc yếu. Tuy nhiên, bằng thực nghiệm, người ta thấy rằng trong phần lớn các trường hợp, dòng chảy phía sau sóng xung kích ứng với sóng xung kích yếu, đặc biệt là khi sóng xung kích "đính" vào thành vật cản. Sóng xung kích mạnh là cực kỳ hiếm xảy ra, và nó xuất hiện điển hình trong trường hợp sóng xung kích tách hoàn toàn khỏi bề mặt.

3.5 Sóng xung kích cực yếu

Khi mà góc lệch δ là nhỏ, chúng ta thu được một sóng xung kích gần như là thẳng (sóng xung kích rất mạnh). Chúng ta nghiên cứu trường hợp này bằng cách xấp xỉ : $\tan \delta \simeq \delta$. Các hệ thức khác nhau sẽ được biểu diễn trong khuôn khổ của xấp xỉ này, chúng ta chú ý hệ thức quan trọng sau :

$$\frac{\Delta v}{v_1} = -\frac{1}{(M_1^2 - 1)^{1/2}} \delta \quad (3.7)$$

3.6 Sóng Mach

Giống như đối với sóng xung kích thẳng, sóng xung kích nghiêng tồn tại nếu như số Mach trực chuẩn là siêu thanh, tức là $M_1 \sin \epsilon \geq 1$. Điều này ngụ ý rằng lưu chất đang trong chế độ siêu thanh. Nhưng trong trường hợp giới hạn $M_1 \sin \epsilon = 1$, dựa vào hệ thức (4.20), chúng ta suy ra $\delta = 0$. Tức là ta nói chất khí không chịu bất kỳ một sự đổi hướng nào. Sóng xung kích nghiêng do đó được gọi là sóng Mach. Hướng của sóng được xác định theo quan hệ : $\sin \epsilon = 1/M_1$, nhiệt độ, áp suất, khối lượng riêng và vận tốc chịu một sự biến

đổi vô cùng nhỏ dọc theo đường này :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{T_2}{T_1} = 1. \quad (3.8)$$

Do đó, chúng ta tìm được một góc tương đương với cấu hình này được gọi là góc Mach, kí hiệu là μ . Không tồn tại sóng xung kích nghiêng trong chế độ ổn định nếu như dòng chảy trước sóng xung kích có một góc nhỏ hơn μ

$$\mu = \arcsin \left(\frac{1}{M_1} \right) \quad (3.9)$$

Các đường Mach do đó là những đường thẳng có góc tới là $\pm\mu$ theo hướng cục bộ của dòng. Trong các chương tiếp theo, chúng ta sẽ tìm hiểu làm thế nào để sử dụng đường Mach để tìm đặc trưng của các cấu hình phức tạp hơn.

3.7 Cực xung kích

Cực xung kích là một phương pháp nhanh và hữu ích để hình tượng hóa một vài hiện tượng tương tác. Để bắt đầu, chúng ta hãy xét một dòng chảy mà vận tốc \mathbf{v}_2 thay đổi sau khi có một sóng xung kích nghiêng đối với vận tốc \mathbf{v}_1 cho trước, mà ta thay đổi góc của sóng xung kích ϵ . Chúng ta áp dụng công thức bên trên. Chúng ta biết v_1 và T_1 , do đó M_1 , và góc của sóng xung kích ϵ , chúng ta tính toán số Mach trực giao M_{n1} . Chúng ta có thể tính toán tỉ lệ T_2/T_1 thông qua công thức (...) và chúng ta có thể suy ra T_2 . Mặt khác, chúng ta biết M_1 và góc ϵ có thể xác định ngay lập tức δ thông qua (...). Chúng ta có thể tính toán số Mach trực giao ở phía sau sóng xung kích M_{n2} qua (...), chúng ta có thể xác định số Mach phía sau thông qua $M_2 = M_{n2}/\sin(\epsilon - \delta)$. Chúng ta tính toán trực tiếp vận tốc phía sau sóng xung kích xiên thông qua $v_2 = M_2\sqrt{\gamma r T_2}$. Chúng ta có thể thu được Hình 4 . Đường cong (\mathcal{C}) mô tả thông qua một đầu của vecteur vận tốc \mathbf{v}_2 khi chúng ta thay đổi góc ϵ được gọi là cực xung kích. Đường cong này cần một vài bình luận.