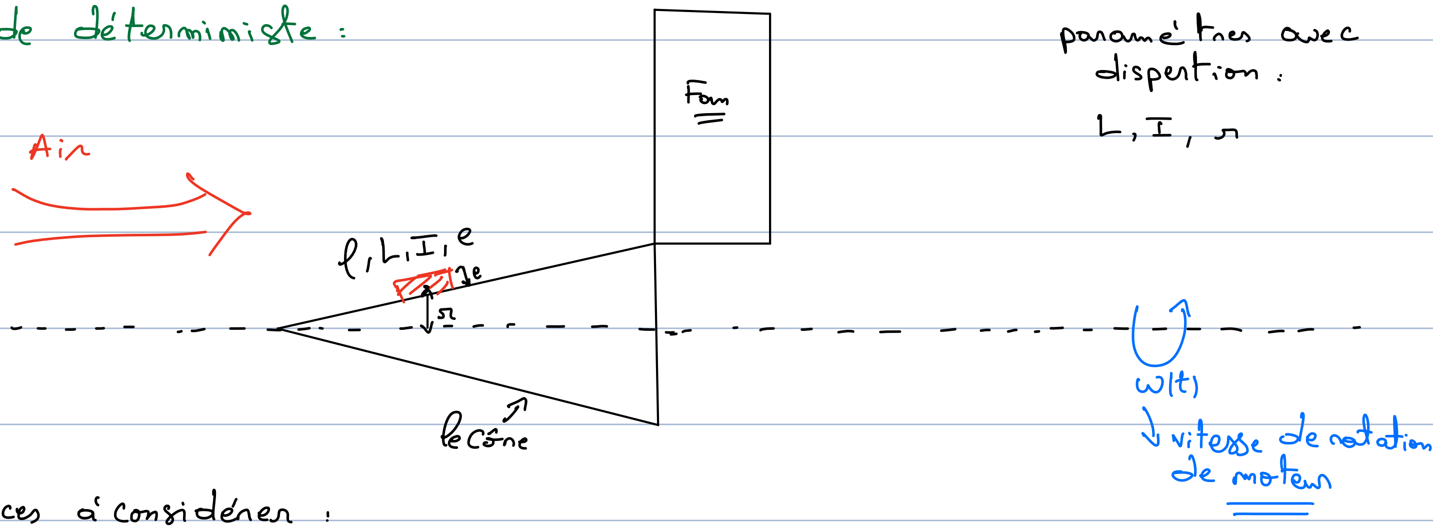
PSC :

I) Étude déterministe :

paramètres avec dispertion :

L, I, Ω



Forces à considérer :

$F_{\text{traînée}}$, F_{adhesion} , $F_{\text{gravité}}$, F_{coriolis} , $F_{\text{Centrifuge}}$

⊛ avant détachement :

$$\vec{F_g} + \vec{F_t} + \vec{F_{Ce}} + \vec{F_{adhé}} = \vec{0}$$

⊛ après détachement :

$$m \frac{d^2\vec{\Omega}}{dt^2} = \vec{F_g} + \vec{F_t}$$

⊛ la masse de glace : $m = \iiint \rho \, dV$

hypothèse 1 :

la masse volumique varie avec la température

$$\rho(T) = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0))$$

⊛ ρ_0 : est la masse volumique de référence à $T_0 = 0°C$

$\rho_0 \simeq 917 \text{ Kg/m}^3$

ou

hypothèse 2 :

la masse volumique est constante

$\rho = \text{cte}$

elle ne dépend ni de la température ni de la pression

et

hypothèse 3 :

puisque on travaille avec des débris de glaces de tailles négligeables on suppose que

ρ est uniforme

⊛ on néglige la variation

⊛ β : le coefficient de dilatation thermique de la glace. $\beta \simeq 5,4 \times 10^{-5}\ K^{-1}$

⊕ on néglige la variation de la masse volumique avec la pression

⊕ la variation de T avec le temps est donnée par :

$$\frac{dT}{dt} = h \frac{A^*}{V} (T_{air} - T)$$

avec $V = L\, I\, e$ et $A^* = L(I + 2e)$

de ρ avec l'altitude

⊛ Forces : $\longrightarrow$ Avant détachement

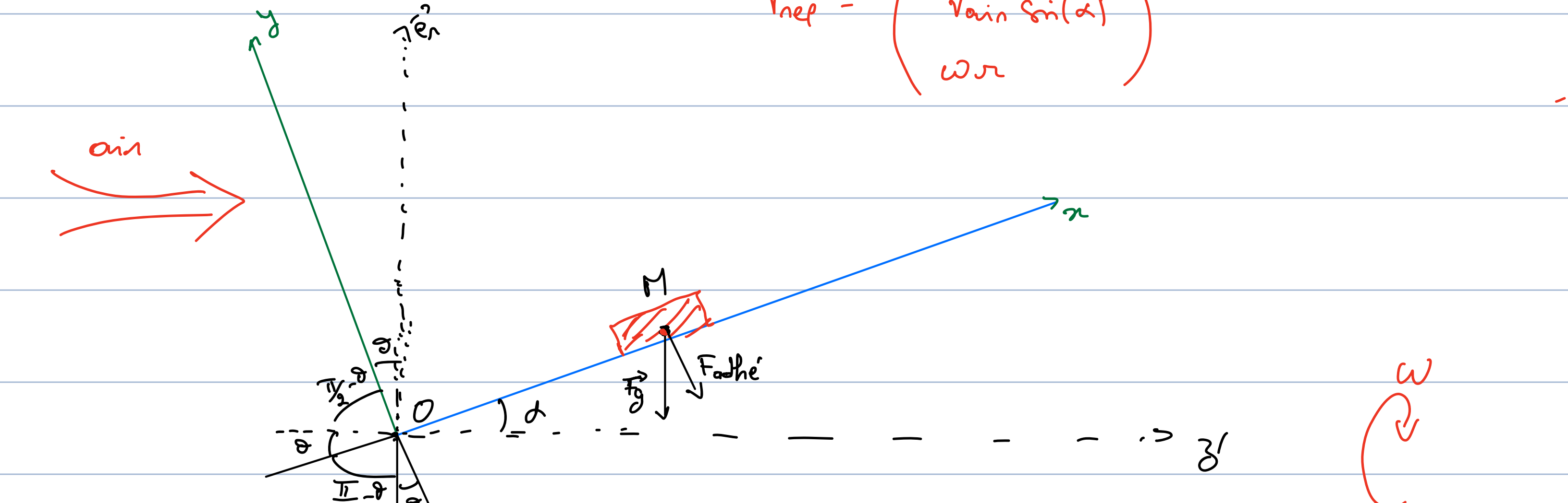
$$\vec{F_g} + \vec{F_t} + \vec{F_{ce}} + \vec{F}_{adhé} = \vec{0}$$

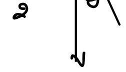
$$\Rightarrow m\vec{g} - \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_{proj} \|\vec{V}_{rel}\| \vec{V}_{rel} + m\omega^2 \vec{r} - \sigma_{adh} A \vec{e_y} = \vec{0}$$

avec $\begin{cases} \vec{e_y} = \cos(\alpha)\, \vec{e_r} - \sin(\alpha)\, \vec{e_{z'}} \\ \vec{e_x} = \cos(\alpha)\, \vec{e_{z'}} + \sin(\alpha)\, \vec{e_r} \end{cases}$ et $\vec{r} = \vec{OM} = r\,\vec{e_r} + z'\,\vec{e_{z'}}$

$$\vec{V}_{rel} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} - \vec{V}_{air} = \omega r\, \vec{e_\theta} - V_{air}\, \vec{e_{z'}}$$

$$\vec{V}_{rel} = \begin{pmatrix} -V_{air}\cos(\alpha) \\ V_{air}\sin(\alpha) \\ \omega r \end{pmatrix}$$





$A_{proj} = \cos(\alpha)\, L \times I$

% $\vec{e_y}$: $-G_{adh} A - \cos(\alpha) mg - \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_{proj} \sqrt{\omega^2 r^2 + V_{air}^2}\, \sin(\alpha) V_{air}$

$$+ m\omega^2 \left(r\cos(\alpha) - z' \sin(\alpha)\right) = 0$$

% $\vec{e_x}$: $-\sin(\alpha) mg + \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_{proj} \sqrt{\omega^2 r^2 + V_{air}^2}\, \cos(\alpha) V_{air}$

$$+ m\omega^2 \left(r \sin(\alpha) + z' \cos(\alpha)\right) = 0$$

pour avoir détachement il faut que :

$$-G_{adh} A - \cos(\alpha) mg + \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_{proj} \sqrt{\omega^2 r^2 + V_{air}^2}\, \sin(\alpha) V_{air}$$
$$+ m\omega^2 \left(r \cos(\alpha) - z' \sin(\alpha)\right) > 0$$

et donc on peut avoir la condition sur $\underline{\underline{\omega}}$ pour avoir le $\underline{\underline{\text{détachement}}}$

$$\vec{V_{rel}} = \vec{V} - \vec{V_{air}}$$

$\longrightarrow$ après détachement :

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F_g} + \vec{F_t}$$

$$\Rightarrow \quad m \begin{pmatrix} \dot{r}_x \\ \dot{r}_y \\ \dot{r}_z \end{pmatrix} = mg \begin{pmatrix} -\sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \rho_{air} C_d A_{proj} \|\vec{V}_{rel}\| \begin{pmatrix} V_x - \cos(\alpha) V_{air} \\ V_y + \sin(\alpha) V_{air} \\ V_z \end{pmatrix}$$

on pose : $V = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$ et $V_{air} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) V_{air} \\ -\sin(\alpha) V_{air} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\underbrace{\frac{dV}{dt} = -g \begin{pmatrix} \sin(\alpha) \\ \cos(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \rho_{air} \frac{C_d A_{proj}}{m} \|V - V_{air}\| (V - V_{air})}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{dV}{dt} = f(t, V)}$$

avec $m(t) = \rho(t) L I e = \rho_0 (1 + \beta (T - T_0)) L I e$

Méthode de Runge-Kutta d'ordre 4