

1. LES CAUSES DU DETACHEMENT DANS LE CADRE DU STAGE

1. Le cône

Durant la phase de vol en conditions givrantes, la glace va s'accréter sur toutes la surface du cône de manière homogène (cas rime). Une épaisseur de glace va donc croître constamment sur l'intégralité du cône. Le cône étant une pièce tournante entraînée par l'arbre basse pression, sa vitesse de rotation va varier sur plusieurs milliers de tours par minute. Cette vitesse angulaire va soumettre la glace à un effort centrifuge inégalement réparti qui va venir s'opposer à son adhésion. Une fois l'adhésion vaincue, les caractéristiques mécaniques de la glace ne suffiront plus à assurer la cohésion. On observera alors le détachement d'une partie ou de la totalité du cône de glace. Durant une traversée, on pourra observer alors une série de détachements (pas forcément identiques) qui ne feront qu'augmenter les risques d'impacts

L'expression des contraintes mécaniques dans la glace en fonction de l'épaisseur de cette dernière et du régime de rotation du fan permettrait de connaître à chaque instant les points de rupture et ainsi, d'en déduire les fréquences et volumes de détachement.

2. Le col de cygne

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, le col de cygne va être une zone d'accrétion propice à l'accumulation de glace conduisant ainsi à de l'obstruction, mais aussi au détachement. Dans ce cas-là, les points d'accrétion sont des parties fixes (stator). Le détachement sera provoqué uniquement par les efforts de l'écoulement sur le volume de glace. L'objectif sera donc de faire corréler les conditions aérothermiques, non seulement avec le phénomène d'accrétion, mais aussi avec le détachement. La géométrie, tant celle du support d'accrétion que celle de la glace elle-même, va aussi être un paramètre important dans la définition du comportement de la glace. L'étude mécanique au cas par cas de toutes les sources de détachement du col de cygne serait laborieuse et trop

complexe à mettre en œuvre. On partira donc sur une approche plus qualitative qui visera à définir une fréquence et un volume « type » de détachement, en fonction des conditions extérieures. On regroupera ainsi, toutes les zones de détachement pour fournir en sortie deux grandeurs uniques : La fréquence et le volume.

Cependant, afin de prendre en compte les nombreuses variations au sein du col de cygne, une méthode de type Monte-Carlo sera utilisée, les incertitudes seront donc ainsi modélisées par des lois probabilistes qui permettront de ne pas totalement ignorer les phénomènes aléatoires observés lors des essais.

2. L'APPROCHE MOYENNEE (COL DE CYGNE)

Cette approche est une approche essentiellement, si ce n'est entièrement, empirique. L'intégralité des analyses et conjectures effectuées dans cette partie sont basées sur les résultats expérimentaux obtenus dans la campagne CRYSTALS réalisée en partenariat avec l'ONERA et le NRC.

De manière analogue à la méthode utilisée pour analyser le phénomène d'accrétion, le détachement a pu être étudié au travers des vidéos enregistrées pendant la campagne.

Grace au traitement des vidéos, image par image, les instants de détachement ont pu être relevés avec précision pour chaque point voulu et chaque zone d'accrétion (bras de carter, redresseurs, sonde). Ces instants de détachements donneront lieu, sur la durée totale de l'essai, à une fréquence de détachement, plus ou moins régulière selon les points de vol. En regroupant un certain nombre d'essais on va pouvoir comparer ces fréquences et essayer d'en tirer une corrélation avec la variation de certains paramètres extérieurs.

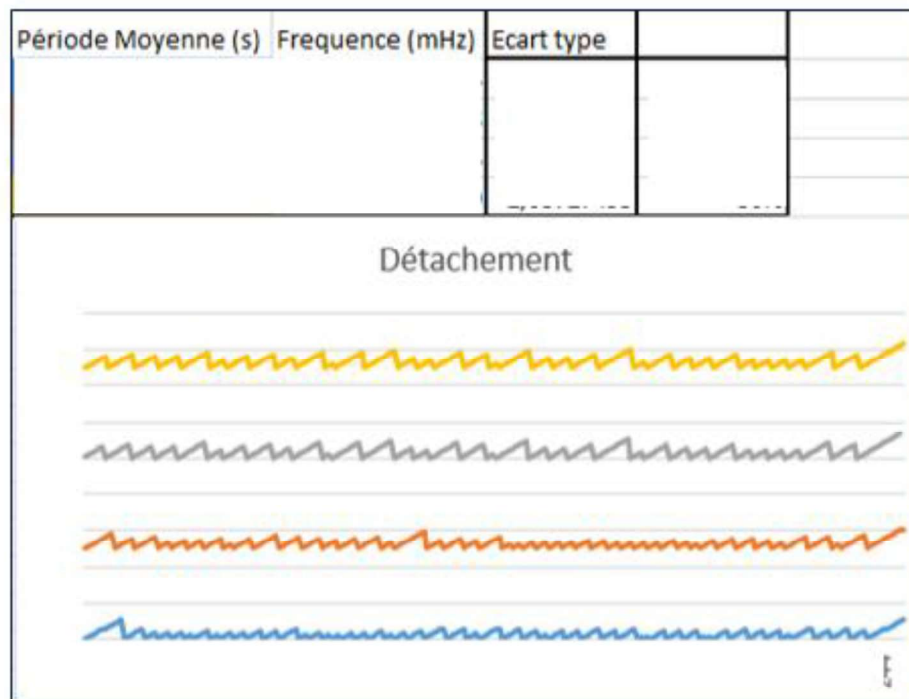


Figure 21 : Exemple de relevé de fréquence pour un essai.

Comme pour l'accrétion, des tendances ont pu être observées suite à la mise en relation des fréquences de détachement et des conditions aérothermiques.

Voici les conclusions tirées de ces analyses :

- L'augmentation du débit de cristaux augmente l'accroissement volumique de la glace, à Iso-conditions aérothermiques, on a donc une augmentation de la fréquence de détachement.
- L'augmentation du Mach diminue le volume maximum accrété et donc augmente la fréquence de détachement à Iso-injection.
- La T_{wb} semble définir la qualité de l'accrétion, la résistance au détachement. Cependant, à Iso- T_{wb} si la T_{tot} et l'Humidité changent on n'assiste pas aux mêmes phénomènes. Plus la résistance au détachement est faible plus la fréquence de détachement va être élevée.
- La pression ne semble pas avoir un impact direct mis à part son impact sur la T_{wb} .

Ces conclusions font ressortir le fait qu'en réalité, le détachement et l'accrétion sont étroitement liés dans le col de cygne, et ne peuvent pas vraiment être traités séparément.

3. L'APPROCHE MECANIQUE (CONE)

Pour étudier ce phénomène, des hypothèses simplificatrices vont être émises :

- On supposera que l'épaisseur de glace sur le cône est constante.
- On supposera que la glace est un matériau homogène et isotrope.
- On supposera qu'il n'y a pas d'imperfections sur l'interface d'adhésion (contact homogène).

Une fois les hypothèses géométriques fixées on va modéliser les champs de force qui sollicitent le solide.

1. Modélisation type anneaux

On va pour ce faire, modéliser le cône comme un empilement d'anneaux de rayons différents. Une hypothèse supplémentaire est donc nécessaire :

- On supposera que les anneaux vont avoir un comportement indépendant les uns des autres (pas de cohésion entre anneaux).

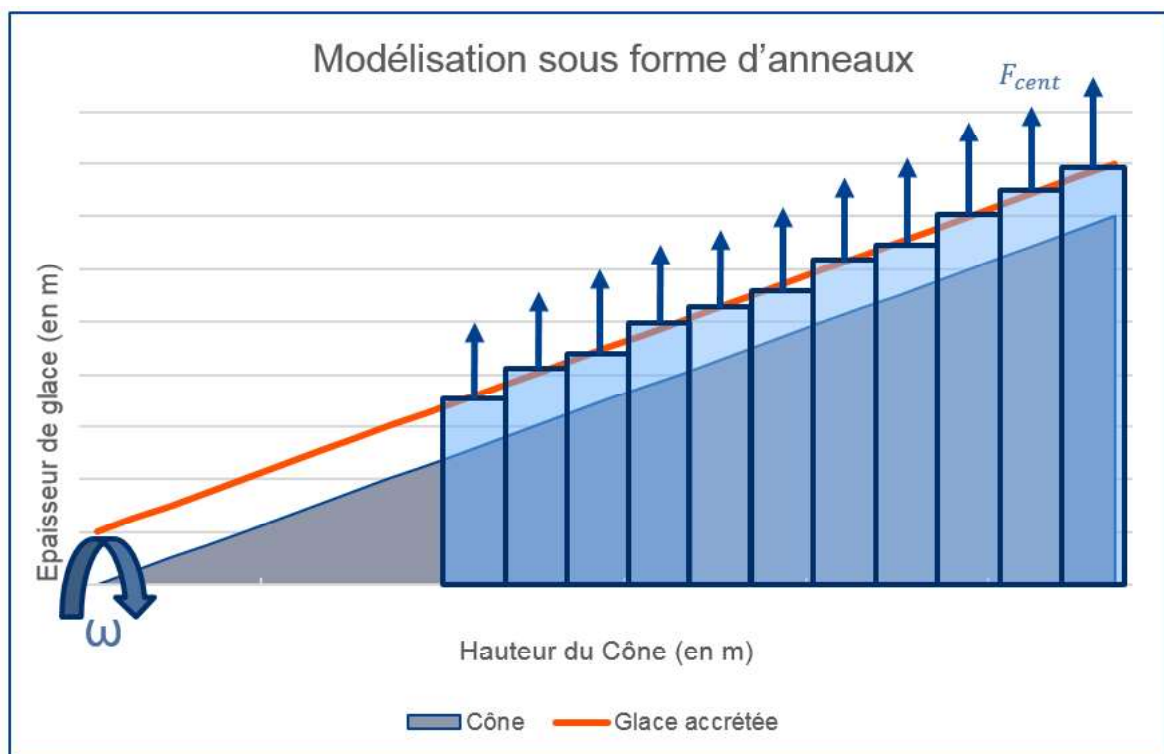


Figure 22 : Modèle de du cône en empilement d'anneaux

Chaque anneau va être soumis à un champ centrifuge,

$$\sigma_r = \frac{3 + \nu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot (R^2 + R_0^2 - \frac{R^2 R_0^2}{r^2} - r^2)$$

Équation 1 : Contrainte radiale dans l'anneau soumis au champ centrifuge

$$\sigma_t = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \cdot \left[(3 + \nu) \cdot \left(R^2 + R_0^2 + \frac{R^2 R_0^2}{r^2} \right) - (1 + 3 \cdot \nu) \cdot r^2 \right]$$

Équation 2 : Contrainte tangentielle dans l'anneau soumis au champ centrifuge

Avec

- ρ = Masse volumique du matériau
- ω = Vitesse de rotation
- ν = Coefficient de poisson du matériau
- r = Rayon dans lequel on observe la contrainte
- R = Rayon extérieur
- R_0 = Rayon intérieur

Et à une pression interne (modélisant ainsi l'adhésion).

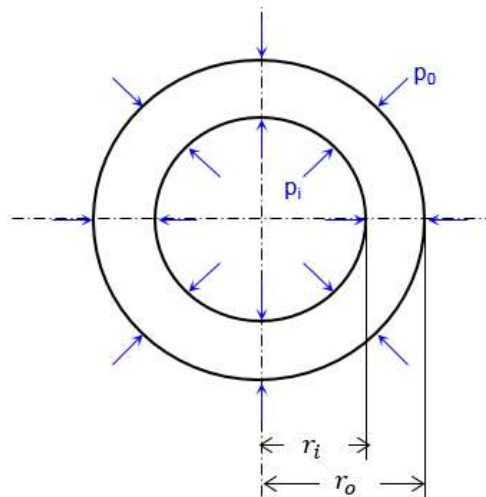


Figure 23 : Anneau soumis à une pression interne et externe

$$\sigma_t = \frac{P_i \cdot r_i^2 - P_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} - \frac{r_i^2 \cdot r_o^2 (P_o - P_i)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)}$$

Équation 3 : Contrainte tangentielle dans l'anneau soumis à des pressions internes et externes (CNRS, 2011)

$$\sigma_r = \frac{P_i \cdot r_i^2 - P_o r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} + \frac{r_i^2 \cdot r_o^2 (P_o - P_i)}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)}$$

Équation 4 : Contrainte radiale dans l'anneau soumis à des pressions internes et externes (CNRS, 2011)

Avec

- P_i = Pression interne (inside)
- P_o = Pression externe (outside)
- r_i = Rayon interne
- r_o = Rayon externe
- r = Rayon pour lequel on observe la contrainte

En combinant les équations tangentielles précédentes, on obtient l'expression du rayon maximum d'accrétion « r » admissible qui évite la rupture au niveau du rayon interne de l'anneau.

$$\frac{\rho \cdot \omega^2}{4} \cdot (3 + \nu) \cdot r^4 + \left(P_i - \frac{\rho \cdot \omega^2}{4} \cdot (3 + \nu) \cdot r_i^2 - C_1 \right) \cdot r^2 + (P_i + C_1) \cdot r_i^2 = 0$$

Avec $C_1 = \sigma_{traction\ limite} - \frac{\rho \cdot \omega^2}{4} \cdot (1 - \nu) \cdot r_i^2$

Équation 5 : Expression du rayon extérieur maximum

Avec

- r_i = rayon interne
- ρ = masse volumique de la glace
- $\sigma_{traction\ limite}$ = Limite de contrainte en traction de la glace
- P_i = Pression interne soit la limite adhésive de la glace en traction
- ν = Coefficient de poisson de la glace

Après résolution de cette équation, on peut donc tracer pour un régime de rotation donné une évolution de ce profil qui permettra de connaître la limite axiale de perte d'adhésion.

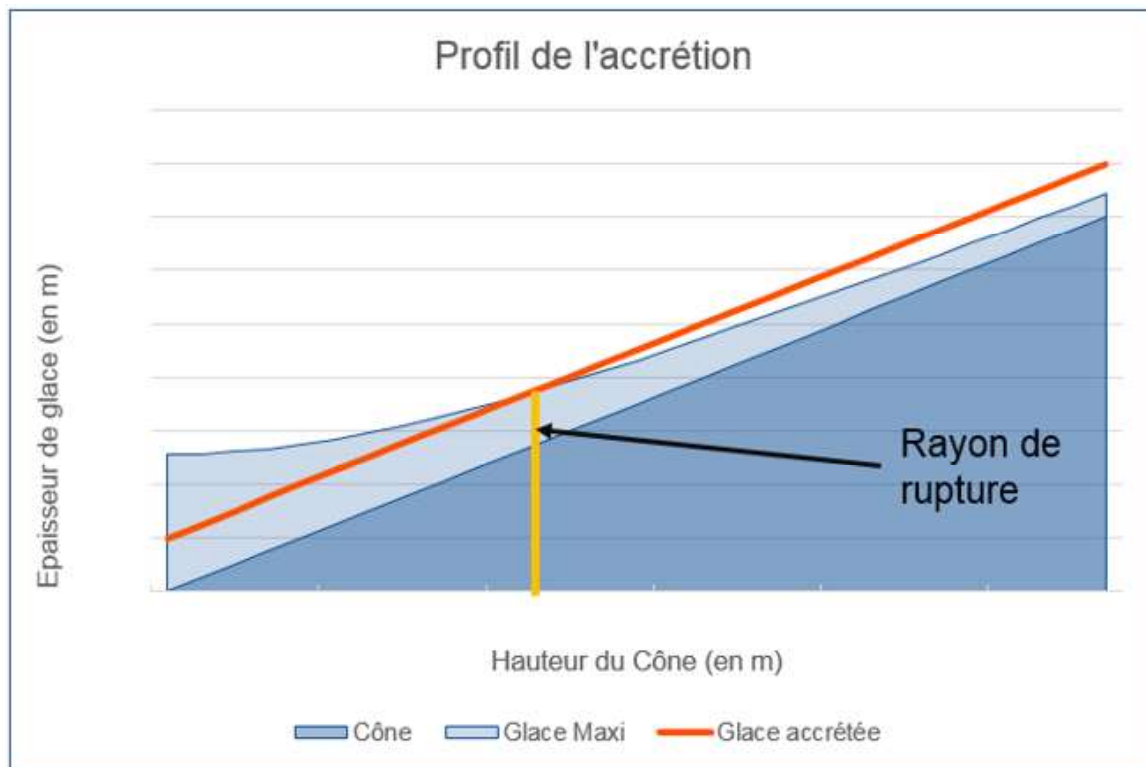


Figure 24 : Schéma représentant l'épaisseur de glace maximale sur le cône

Cependant, la perte d'adhésion est une condition nécessaire mais non suffisante au détachement du débris. En effet, ce modèle ne prend pas en compte la cohésion des anneaux entre eux, ce qui réduit de manière non négligeable la résistance globale de la glace.

2. Modélisation type élémentaire

Afin de prendre en compte la cohésion interne de la glace, un nouveau modèle a été choisi. On partira d'une portion de cône élémentaire, que l'on fera croître jusqu'à la rupture.

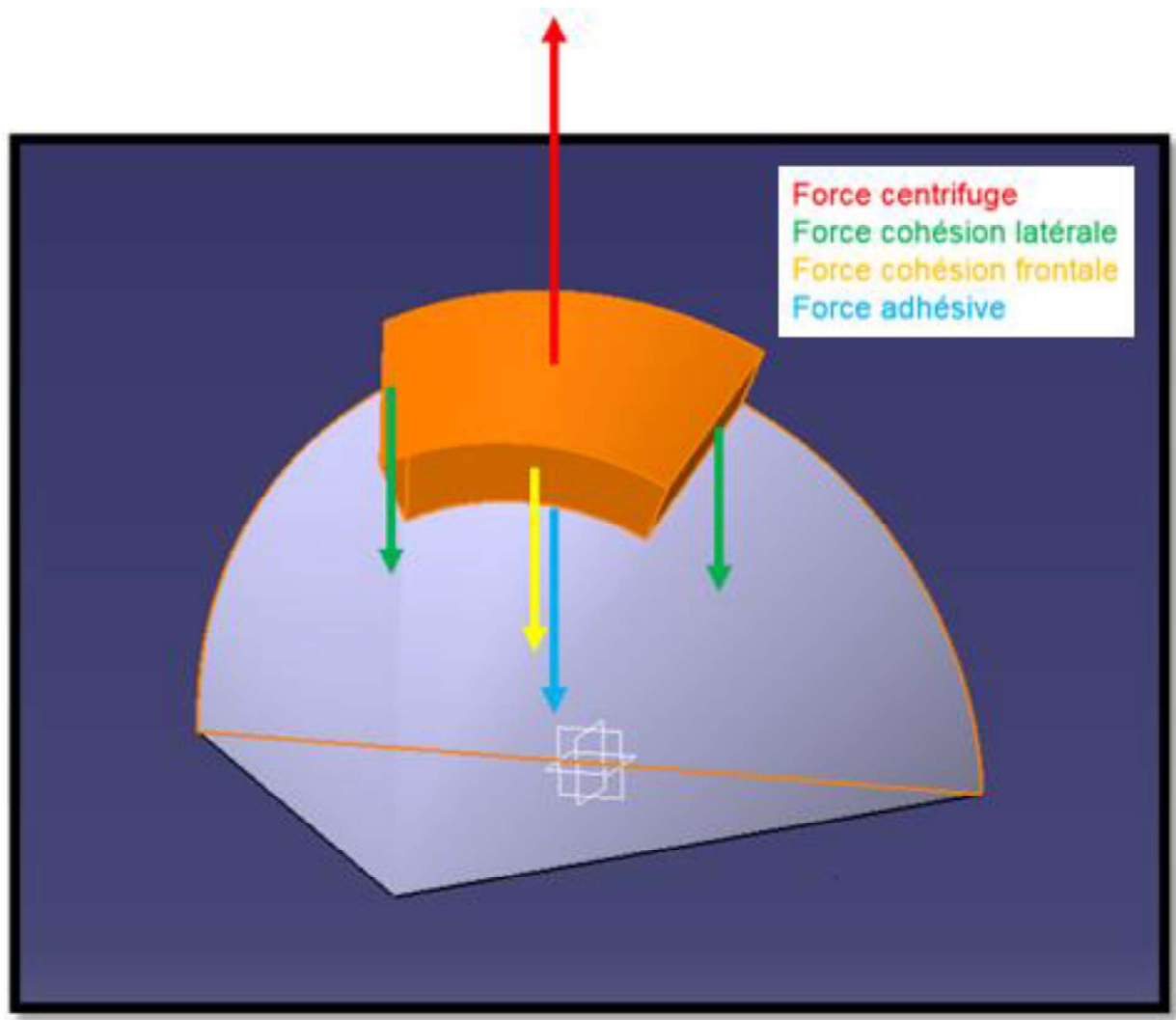


Figure 25 : Modèle élémentaire de bout de cône

On partira des contraintes maximales admissibles pour remonter aux efforts maximaux pouvant être repris par la glace pour chaque surface d'interaction.

$$F_{res} = \sigma_{max} \cdot S$$

Équation 6 : Expression de l'effort résistant maximal en fonction de la contrainte maximale et de la section

Pour la partie adhésive, la contrainte maximale d'adhésion en traction sera utilisée. Pour les parties cohésives latérales (c'est-à-dire de normale tangentielle) on utilisera la contrainte maximale de cohésion en traction et pour la partie

frontale (c'est-à-dire de normale axiale), la contrainte maximale de cohésion en cisaillement.

Afin d'obtenir le volume de rupture on partira du principe, qu'il y a rupture si et seulement si :

$$F_{cent} - \sum F_{res} \geq 0$$

Équation 7 : Condition de détachement

Cette hypothèse n'est valable que si toutes les surfaces travaillent en même temps et arrivent à rupture au même instant (ce qui est impossible). Dans la réalité on aura vraisemblablement rupture d'une section en premier ce qui entraînera la surcharge des autres sections et donc une rupture totale.

Il va donc falloir donner l'expression analytique des efforts en fonction des paramètres géométriques tels que l'épaisseur, la couverture angulaire et la position de la coupure.

Pour exprimer précisément la force centrifuge, il va falloir connaître précisément la géométrie du débris afin de connaître sa masse ainsi que la position de son centre de gravité, qui sera le point d'application de la force.

$$F_{cent} = \rho \cdot V \cdot \omega^2 \cdot R$$

Équation 8 : Expression de la force centrifuge

Avec

- ρ : Masse volumique du débris
- V = Volume du débris
- ω = Vitesse de rotation du cône

- R = Distance radiale du centre de gravité

On va donc déterminer le volume du débris (forme de tuile) :

$$V = \frac{(x_{max}^3 - (x_{max} - \Delta x)^3 - (x + \Delta x)^3 + x^3)}{3} \pi \cdot \tan(\theta)^2$$

Équation 9 : Volume de l'élément de volume

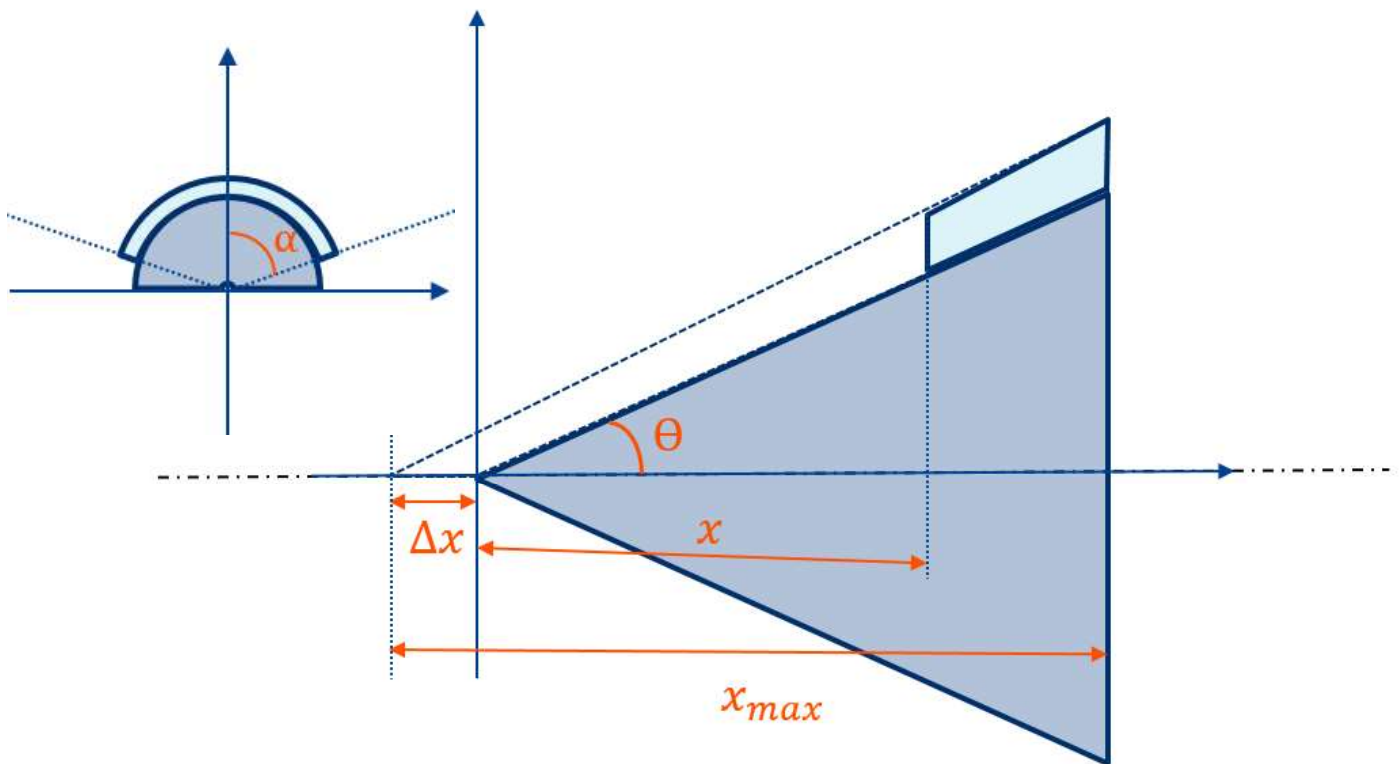


Figure 26 : Paramétrage du volume

Une fois le volume connu on peut déterminer la position du centre de gravité :

$$Y_G = \iiint y \, dV$$

$$Y_G = \frac{\Delta x \cdot \tan(\theta)^3}{3 \cdot V} \cdot \left[-z^3 + \frac{3}{2} \cdot z^2 \cdot \Delta x - \Delta x^2 z \right]_{x+\Delta x}^{x_{max}} \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \right]$$

Équation 10 : Position radiale du centre de gravité

On peut donc exprimer la force centrifuge pour tout type de tuile élémentaire, il faut maintenant déterminer les efforts résistants qui lui sont appliqués.

L'effort d'adhésion représente la résistance effectuée par le cône sur la glace au niveau de la surface de contact. On pourra simplifier son expression en utilisant la contrainte maximale en traction ainsi que la surface projetée sur le plan horizontal.

$$F_{adh} = \sigma_{adh.traction} \cdot S_{projetée}$$

$$F_{adh} = \sigma_{adh.traction} \cdot [R_{max} \cdot \sin(\alpha) \cdot x_{max} - R \cdot \sin(\alpha) \cdot x]$$

$$F_{adh} = \sigma_{adh.traction} \cdot \tan(\theta) \cdot \sin(\alpha) \cdot (x_{max}^2 - x^2)$$

Équation 11 : Expression de la force adhésive

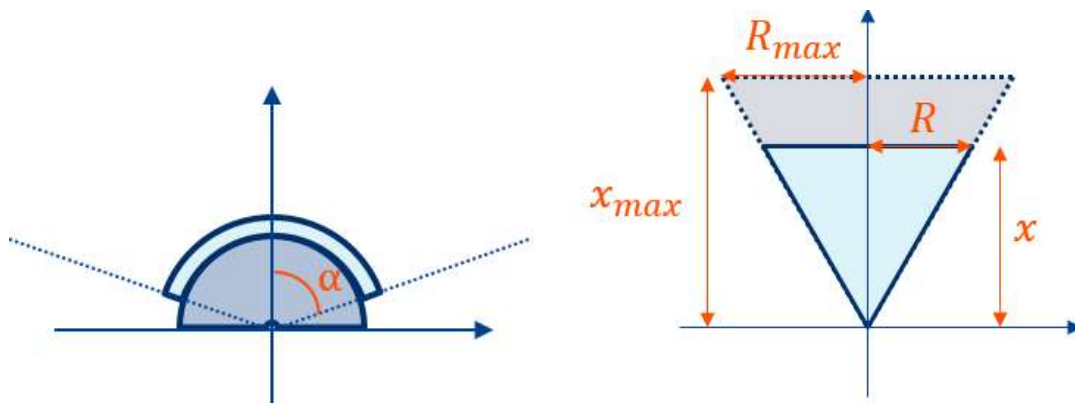


Figure 27 : Paramétrage de la surface d'adhésion

Pour la cohésion latérale, on va négliger le cisaillement au niveau de la section, pour la simple raison que lors de la mise sous contrainte du cône, à iso position axiale, le cône va se déformer vers l'extérieur de manière homogène, il n'y aura donc pas de déplacement radial relatif entre les volumes et donc pas de cisaillement. Cependant, on aura bien de la traction tangentielle à l'intérieur de cône pour maintenir la cohésion.

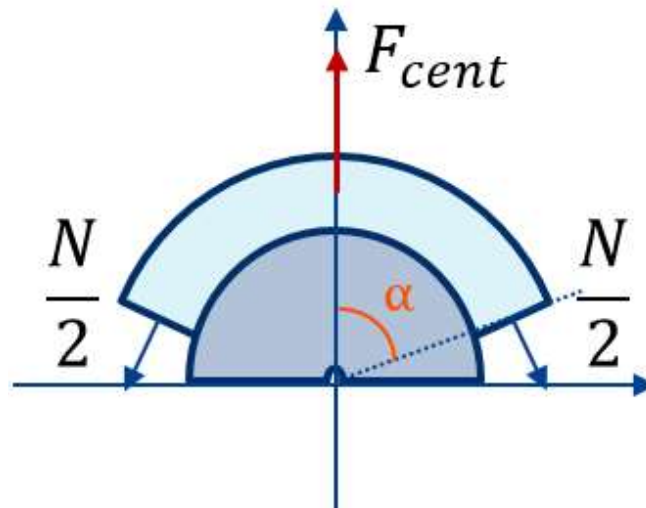


Figure 28 : Effort normal de cohésion

$$F_N = \sigma_{coh.traction} \cdot S$$

$$F_N = \sigma_{coh.traction} \cdot 2 \cdot e \cdot x$$

Équation 12 : Expression de l'effort normal de cohésion latérale

La dernière force à exprimer est la cohésion frontale, la section de coupure va être sollicitée en cisaillement et en traction (à cause du moment de flexion) seulement on ne s'intéressera, pour des simplifier le problème, qu'à la force induite par la résistance au cisaillement dans notre bilan des efforts.

$$F_{coh} = \tau_{coh} \cdot S_{section}$$

$$F_{coh} = \tau_{coh} \cdot \alpha (R_e^2 - R_i^2)$$

$$F_{coh} = \tau_{coh} \cdot \alpha \cdot \tan(\theta)^2 ((x + \Delta x)^2 - x^2)$$

Équation 13 : Expression de l'effort de cohésion frontale

A partir de ces trois équations on obtient la force résultante qui en sera la somme :

$$F_{res} = F_{adh} + F_N + F_{coh}$$

Équation 14 : Expression de la force résultante

Cependant, comme nous étudions un phénomène de rupture, la somme des efforts ne peut pas être faite si simplement. En effet, si une des sections arrive à rupture, on va perdre toute résistance de sa part et donc surcharger les autres surfaces. Il y aura donc trois cas de rupture possibles :

- Les trois contraintes maximales sont équivalentes, on cassera donc dès que la plus faible des trois sera dépassée (car les deux surfaces restantes ne pourront pas encaisser la surcharge due à la rupture de la première) :

$$F_{res1} = 3.F_{min}$$

- Une des contraintes maximales est beaucoup plus faible que les autres, on cassera donc quand la plus faible des deux restantes sera dépassée (car la surface restante ne pourra pas encaisser la surcharge due à la rupture des deux premières) :

$$F_{res2} = 2.F_{moy}.$$

- Une des contraintes maximales est beaucoup plus grande que les autres, on cassera donc dès que celle-ci sera atteinte :

$$F_{res3} = F_{max}.$$

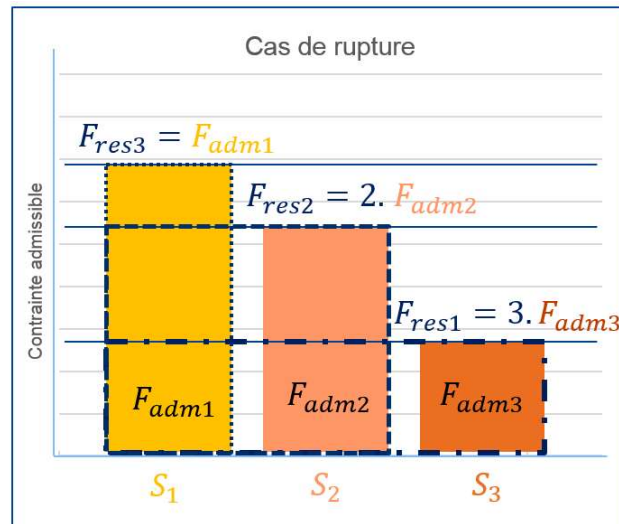


Figure 29 : Schéma de l'effort résistant en fonction des efforts admissibles

La force résistante F_{res} sera donc la plus grande des trois forces exprimées précédemment.

$$F_{res} = \text{MAX}(F_{res1}, F_{res2}, F_{res3})$$

Équation 15 : Expression de la force résultante réelle

Maintenant que l'on connaît les deux forces que l'on va mettre en opposition, on va pouvoir chercher à déterminer le volume de rupture en fonction des paramètres décrits précédemment (épaisseur, vitesse de rotation, position axiale, et angle de couverture).

V. LA TRAJECTOGRAPHIE

Maintenant que l'on sait caractériser géométriquement le débris, l'enjeu va être de déterminer, avec une précision maximale, la trajectoire que ce dernier va suivre dans l'écoulement. Dans un premier temps, il faudra trouver des équations représentant ces trajectoires avec fidélité. Une fois que la résolution de ces équations sera validée dans un environnement classique, on les appliquera à des cas plus spécifiques comme à notre col de cygne ou encore à notre débris en provenance du cône.

1. LES EQUATIONS

1. La littérature

Suite à une rapide analyse du besoin, il fut établi qu'une approche bidimensionnelle serait suffisante dans le cadre de ce stage. Alors on cherchera à décrire, dans un premier temps, l'évolution d'un solide simple (une plaque carrée) dans un écoulement simple (écoulement stationnaire horizontal), le tout dans un espace à deux dimensions. Trois degrés de liberté sont donc à prendre en compte : deux translations (x, y) et une rotation plane (Θ).

Il apparaîtra assez naturellement que les efforts s'exerçants sur le débris seront de types aérodynamiques. Comme le problème que nous étudions se trouve être plan il y aura donc seulement trois efforts à modéliser : La trainée, la portance, et le moment aérodynamique.

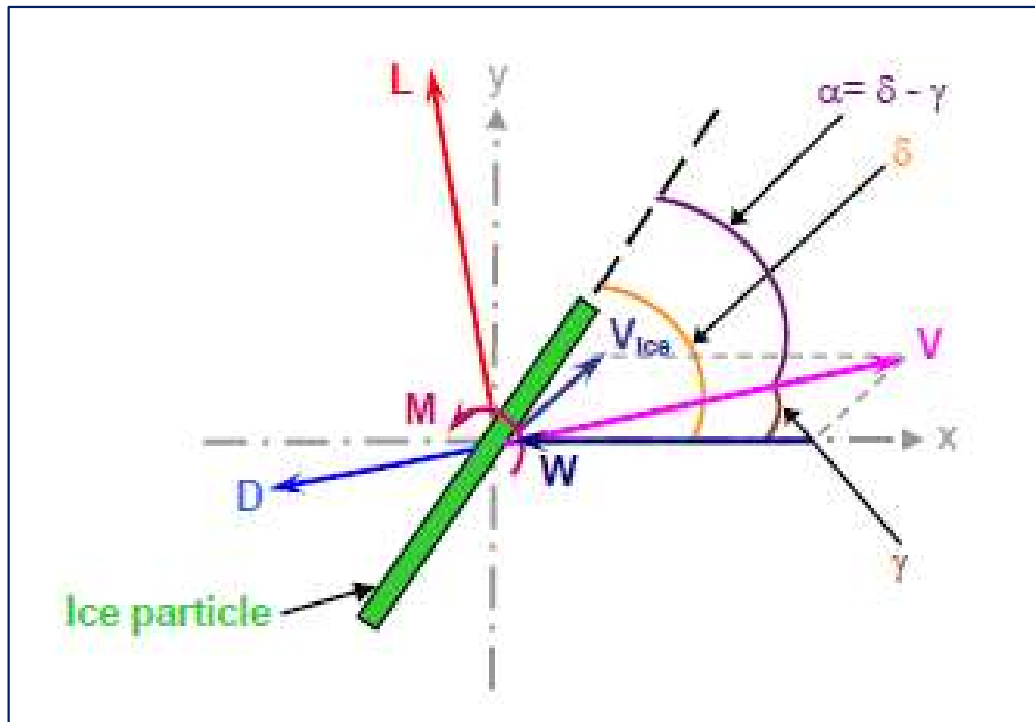


Figure 30 : Schéma représentant les interactions débris/écoulement

Avec :

- L = « Lift Force », l'effort de portance sur le solide
- D = « Drag Force », l'effort de trainée sur le solide
- M = Moment du solide
- V_{ice} = Vitesse du solide dans un repère absolue
- W = Vitesse de l'écoulement dans un repère absolue
- V = Vitesse relative du solide par rapport à l'air
- γ = Angle de la vitesse relative par rapport à l'horizontale
- α = Angle d'attaque du solide
- δ = Position angulaire du solide

La traînée va venir s'opposer à la vitesse relative de l'objet par rapport à l'écoulement. Dans notre cas, qui sera le cas d'un solide entraîné par un fluide, la traînée sera donc la force motrice du débris. La portance elle, sera orthogonale à

la trainée et pourra prendre une valeur positive comme négative. Le moment, quant à lui, déterminera la position angulaire du débris au cours du temps.

On exprimera les efforts aérodynamiques de manière classique :

$$F = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot C_F$$

Équation 16 : Equation d'une force aérodynamique

$$M = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot V^2 \cdot c \cdot C_M$$

Équation 17 : Equation d'un moment aérodynamique

Avec

- F = Force aérodynamique
- M = Moment aérodynamique
- ρ = Densité du fluide
- V = Vitesse relative du solide par rapport à l'écoulement
- S = Surface de référence du solide
- c = Longueur de référence du solide (Corde)
- $C_{F/M}$ = Coefficient aérodynamique du solide

Il apparait naturellement que les efforts aérodynamique ne seront pas les mêmes quelle que soit la position angulaire du débris. En effet on pourra donc établir que les coefficients aérodynamiques devront être fonction de l'angle d'attaque du solide (α). La plaque carrée a l'avantage de posséder des coefficients aérodynamiques que l'on peut obtenir analytiquement dans la littérature (Kohlman, 2001) (contrairement aux solides complexes ou des mesures expérimentales sont nécessaires), ce qui permettra dans un premier temps de

valider les équations théoriquement sans avoir à se soucier de potentielles incertitudes de mesures.

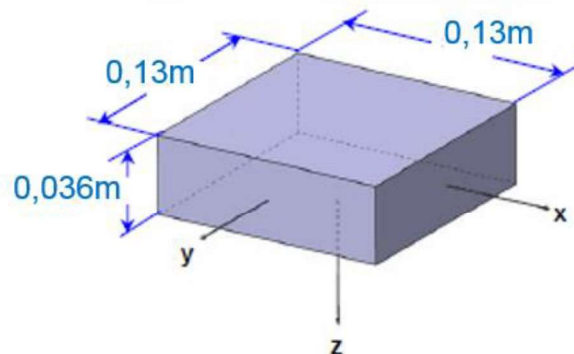


Figure 31 : Dimension du débris plaque étudié

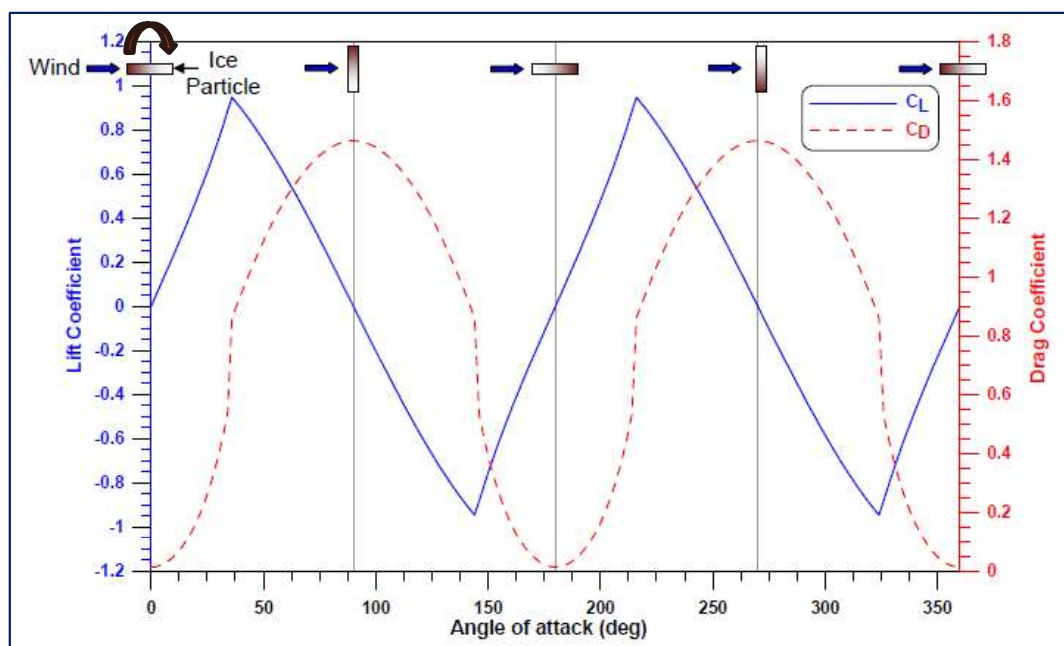


Figure 32 : Coefficients de trainée et de portance d'une plaque carrée en fonction de l'angle d'attaque

$$C_Z = 1.31. \tan(\alpha) \quad \text{pour } 0^\circ < \alpha < 35^\circ$$

$$C_Z = 1.17. \cos(\alpha) \quad \text{pour } 35^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Équation 18 : Expression du coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque

$$C_X = 1.25. (0.01 + 0.531.C_Z^2) \quad \text{pour } 0^\circ < \alpha < 35^\circ$$

$$C_X = 1.25. |1.17. \sin(\alpha)| \quad \text{pour } 35^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Équation 19 : Expression du coefficient de trainée en fonction de l'angle d'attaque

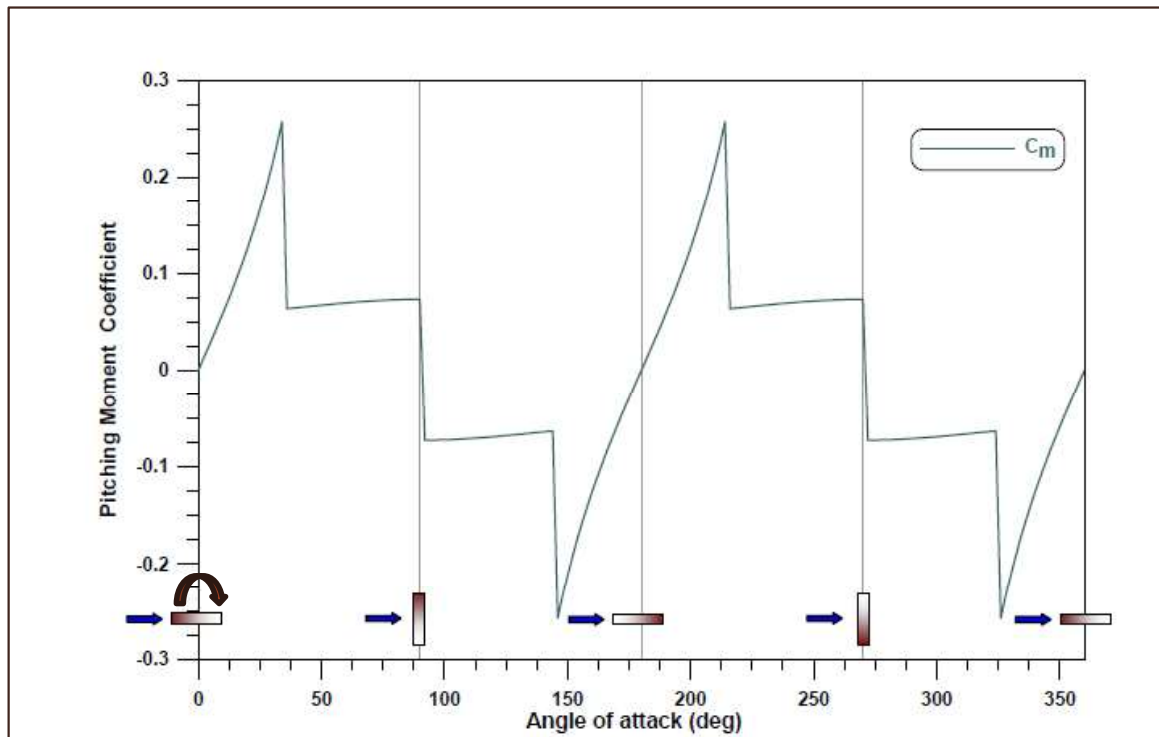


Figure 33 : Coefficient de moment d'une plaque carrée en fonction de l'angle d'attaque

$$C_N = C_X. \sin(\alpha) + C_Z. \cos(\alpha)$$

$$C_m = \frac{C_N(\alpha)}{4} \quad \text{pour } 0^\circ < \alpha < 35^\circ$$

$$C_m = \frac{C_N(\alpha)}{20} \quad \text{pour } 35^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Figure 34 : Expression du coefficient de moment en fonction de l'angle d'attaque

Maintenant que l'on sait déterminer correctement les efforts que le débris va subir on va pouvoir les intégrer aux équations du mouvement qui en découlent. On obtiendra alors trois équations différentielles (une pour chaque degré de

liberté) issues de l'application du principe fondamental de la dynamique au solide.

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m_{ICE}} (L \cdot \sin(\gamma) + D \cdot \cos(\gamma))$$

Équation 20 : Accélération horizontale du solide

$$\ddot{y} = \frac{1}{m_{ICE}} (L \cdot \cos(\gamma) - D \cdot \sin(\gamma)) - g$$

Équation 21 : Accélération verticale du solide

$$\ddot{\delta} = \frac{1}{I} (M - C_{Damp} \cdot \dot{\delta})$$

Équation 22 : Accélération angulaire du solide

Avec

- m = Masse du solide
- L = Effort de portance
- D = Effort de trainée
- M = Moment aérodynamique
- I = Moment d'inertie du solide
- $\dot{\delta}$ = Vitesse angulaire
- γ = Angle entre la vitesse relative et l'horizontale
- Cdamp = Coefficient de damping

Le coefficient de damping (Cdamp) présent dans l'équation de l'accélération angulaire, est un terme qui représente une opposition à la mise en rotation induite par le moment. Même pour un solide simple, comme une plaque carrée, il n'existe dans la littérature, aucunes spécifications précises le concernant. Dans

notre cas on pourra estimer (littérature) une plage de variation comprise entre 0 et 0,00459 kg.m.s mais rien de plus précis. Pour les débris plus complexes que nous étudierons par la suite, aucunes valeurs ne seront disponibles.

2. La validation par STORM

STORM est un projet européen regroupant des laboratoires nationaux européens (notamment l'ONERA et le DLR) ainsi que de grandes entreprises de l'aéronautique (Safran) visant à améliorer les connaissances globales dans des problématiques liées au givrage. C'est donc dans ce cadre-là que les travaux que nous allons utiliser pour répondre aux attentes de ce stage ont été réalisés (J.-F. Le Roy, 2015) (Thomas Kilian, 2015).

Des débris de glace ont été désignés comme étant représentatifs des géométries d'accrétion que l'on retrouve fréquemment. Nous utiliserons deux de ces formes : le débris « horn » et le débris « GLC Rime ».

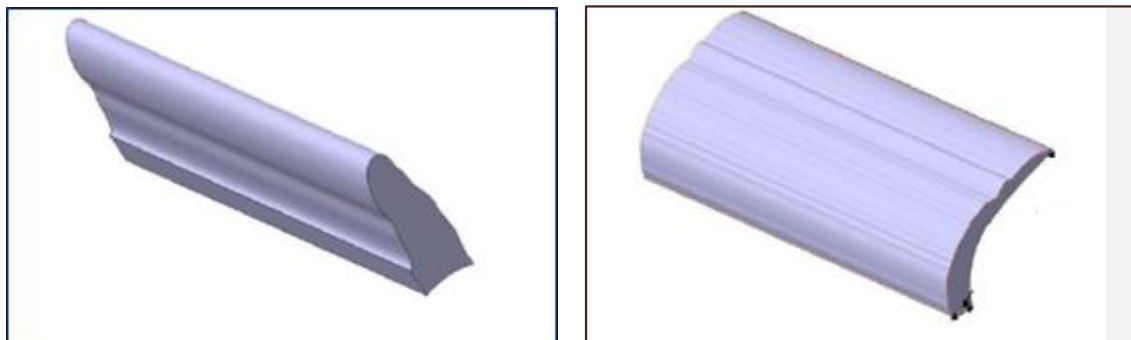


Figure 35 : Débris types, horn et GLC Rime

Comme on peut le constater en regardant de plus près les équations de mouvement, les géométries des débris sont extrêmement importantes pour pouvoir prédire leur trajectoire. Chaque solide possède des coefficients aérodynamiques, une masse et une inertie qui lui sont propres.

Dans le cadre de STORM, l'ONERA a mesuré les coefficients aérodynamiques de ces solides pour, entre autres, une variation de l'angle d'attaque de 0 à 360 degrés. Nous allons donc nous servir de ces données pour appliquer nos équations à des débris caractéristiques du détachement de glace.

En parallèle, pour les mêmes débris, le DLR a effectué des lâchés expérimentaux en soufflerie, dans le but d'obtenir empiriquement, les trajectoires et évolutions angulaires des débris au cours du temps.

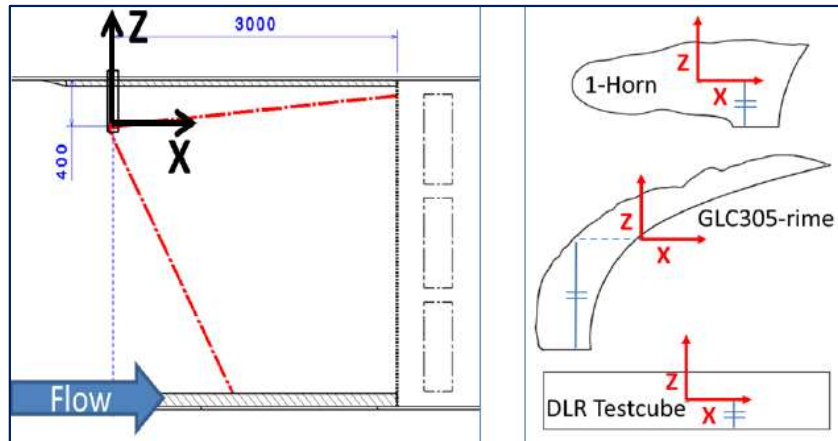


Figure 36 : Schéma du dispositif expérimental du DLR

Les courbes obtenues par l'expérience mettent en avant l'impact de la géométrie du débris tant sur sa trajectoire que sur sa rotation.

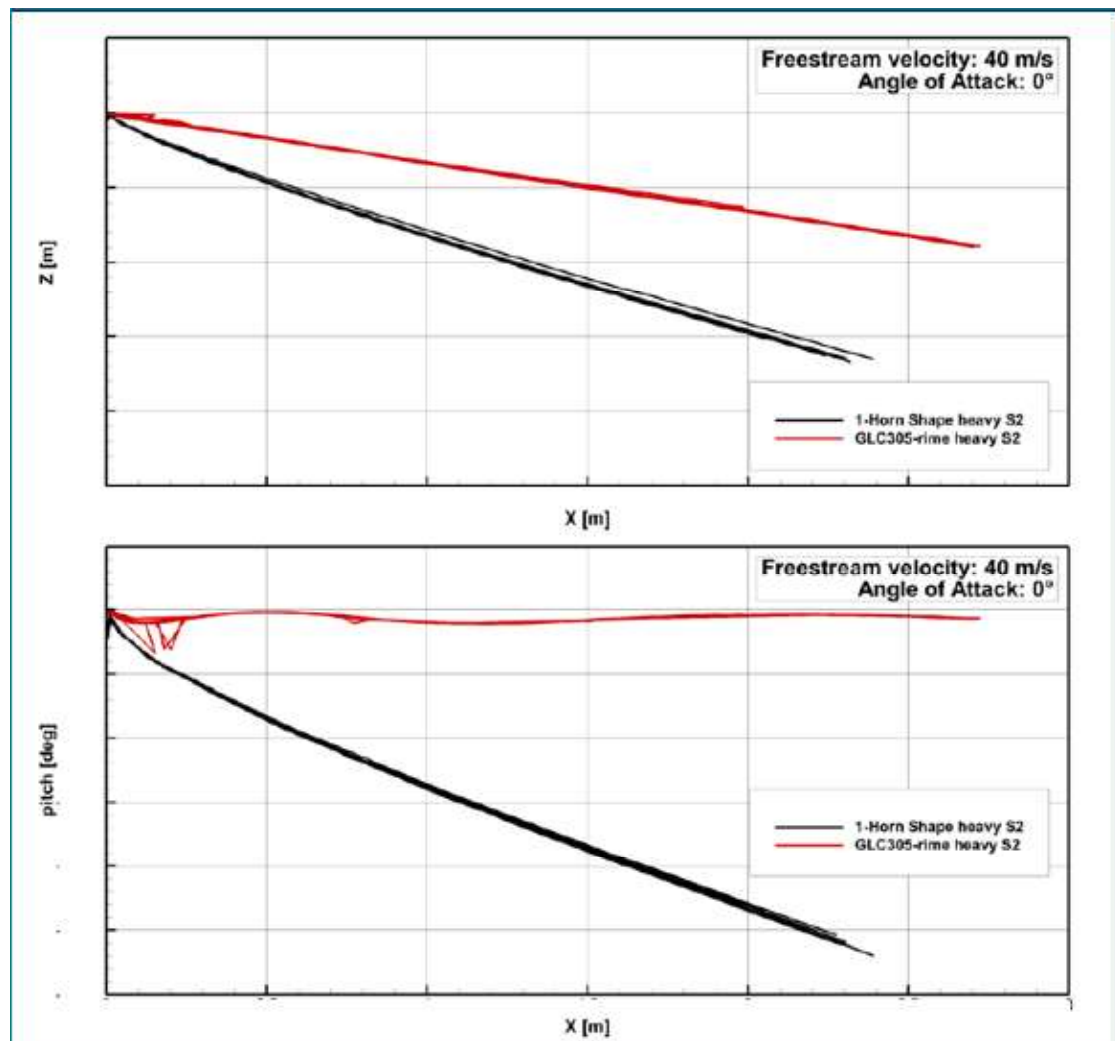


Figure 37 : Trajectoire et position angulaire du débris (horn et GLC Rime)

On se servira des données fournies par l'ONERA pour essayer de retrouver numériquement des résultats proches de ceux obtenus par le DLR afin de valider nos équations du mouvement pour des débris représentatifs.

2. APPLICATION AU COL DE CYGNE

La modélisation de l'écoulement dans le col de cygne devrait permettre de simuler des détachements dans un environnement plus représentatif des conditions réelles et d'obtenir ainsi des trajectoires qui se voudraient fidèles aux trajectoires effectives des débris.

1. L'écoulement

On partira d'un écoulement horizontal stationnaire que l'on orientera en fonction des parois de la veine.

$$V_u = \begin{bmatrix} V_{ux} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Équation 23 : Vecteur vitesse de l'écoulement en entrée

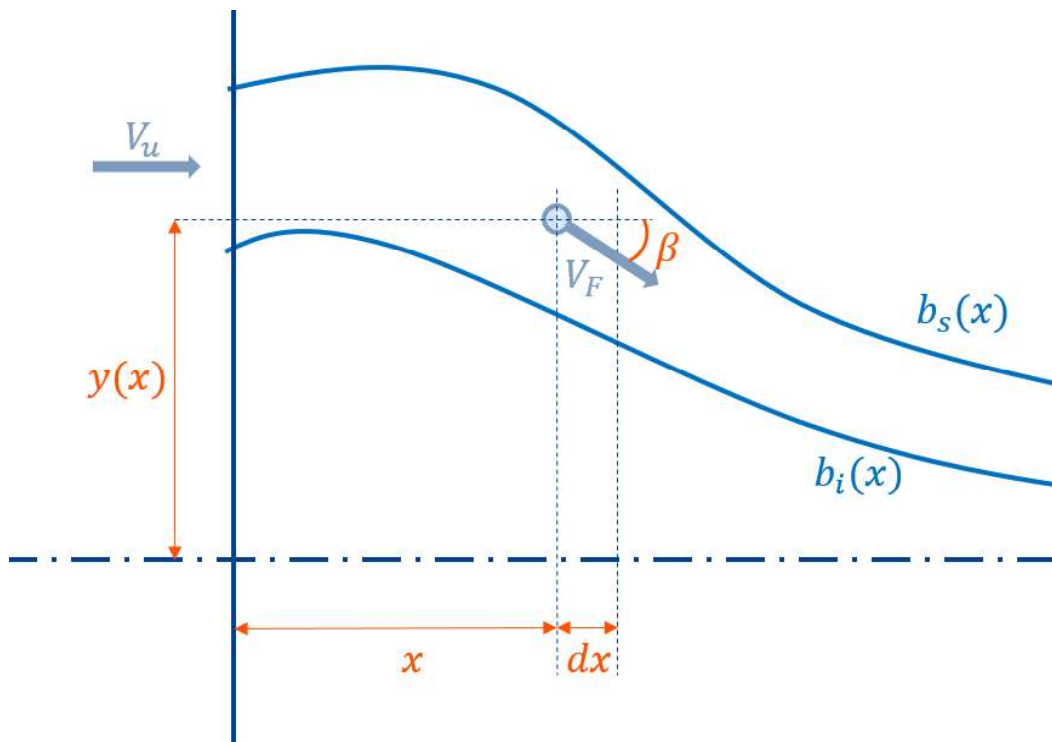


Figure 38 : Paramétrage de l'écoulement en fonction de la veine

On va déterminer la direction de l'écoulement à partir de la position du débris dans la veine.

$$C(x) = \left(\frac{y(x) - b_i(x)}{b_s(x) - b_i(x)} \right)$$

Équation 24 : Coefficient de pondération en fonction de la position dans la veine

$$y(dx) = b_i(x + dx) + C(x) \cdot (b_s(x + dx) - b_i(x + dx))$$

$$\beta(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{y(dx) - y(x)}{dx} \right)$$

Équation 25 : Expression de l'angle de l'écoulement en fonction de la position dans la veine

On va donner à l'écoulement une direction parallèle à la paroi proportionnelle à la distance entre le débris et la veine.

$$V_F(x) = \begin{bmatrix} V_{ux} \cdot \cos(\beta(x, y)) \\ V_{ux} \cdot \sin(\beta(x, y)) \end{bmatrix}$$

Équation 26 : Vecteur vitesse de l'écoulement en fonction de la position du débris

On obtient ainsi la nouvelle expression du vecteur vitesse de l'écoulement.

2. La trajectoire

Sans doute dans l'optique de simplifier les calculs, des sphères ont été choisies comme modèle pour les débris. Cette hypothèse permet la suppression des paramètres angulaires dans les équations de trajectoire et l'utilisation d'un unique coefficient de trainée constant : $C_x = 0.47$.

On résoudra donc seulement :

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m_{ICE}} D \cdot \cos(\gamma)$$

Équation 27 : Accélération horizontale du solide

$$\ddot{y} = \frac{1}{m_{ICE}} D \cdot \sin(\gamma) - g$$

Équation 28 : Accélération verticale du solide

3. APPLICATION AU CONE

Le dernier cas particulier que nous allons aborder est le détachement depuis le cône. Dans ce cas de figure, certaines hypothèses simplificatrices peuvent être mises en place.

Aux vues des nombreuses irrégularités sur les géométries de détachement, on ne pourra pas déterminer une trajectoire exacte paramétrée en fonction de la position angulaire du débris. La vitesse du débris étant très élevée (180 m/s) et la durée du vol très courte (très inférieur à 1 seconde), on pourra donc considérer que la trajectoire du solide n'aura pas le temps d'être significativement affectée par la position angulaire du débris. Cependant, la rotation du débris va tout de même impacter la valeur de son coefficient de trainée, on pourra donc utiliser un coefficient de trainée constant réduit correspondant à un débris « type » se rapprochant de nos géométries de détachement. (Ragland, 1983).

On négligera aussi l'effet de portance qui sera très faible devant la trainée.

Pour modéliser la centrifugation, on affectera au débris une vitesse initiale radiale égale au régime moteur fois la position radiale du centre de gravité du solide.

$$V_y = y_G \cdot \omega$$

Équation 29 : Vitesse initiale causée par la centrifugation

Du fait de l'utilisation de nouvelles hypothèses, les équations à résoudre seront identiques au cas précédent :

$$\ddot{x} = -\frac{1}{m_{ICE}} D \cdot \cos(\gamma)$$

Équation 30 : Accélération horizontale du solide

$$\ddot{y} = \frac{1}{m_{ICE}} D \cdot \sin(\gamma) - g$$

Équation 31 : Accélération verticale du solide

VI. L'OUTIL

Maintenant que toutes les hypothèses de travail ainsi que les équations ont été posées nous allons les résoudre et comparer les résultats obtenus avec les différents essais et/ou données de validation.

L'outil permettant la résolution des équations ainsi que le tracé des trajectoires des débris est réalisé sous Python.

1. LES PARAMETRES

L'outil final peut être décomposé en plusieurs blocs intermédiaires représentant les différentes parties de ce rapport.

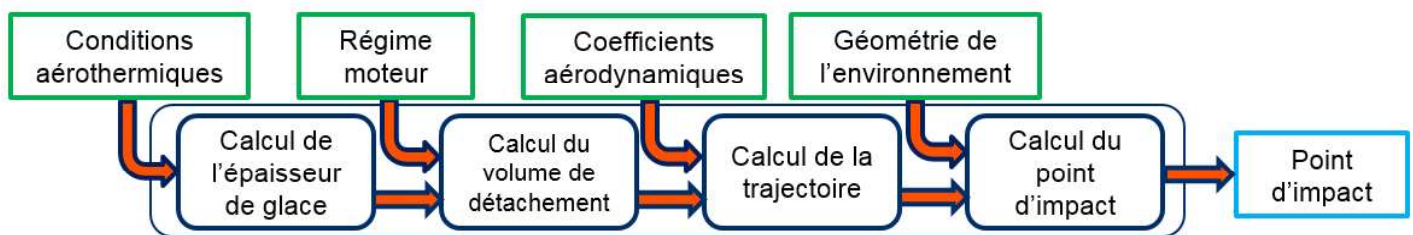


Figure 39 : Principe de fonctionnement de l'outil développé

Le premier bloc, serait une boîte noire visant à relier un jeu de paramètres décrivant les conditions aérothermiques extérieures (pression, température, Mach, ...), avec une accréation de glace pour un environnement donné (cône ou col de cygne).

Le deuxième bloc, permettra d'obtenir un volume de détachement à partir des données issues du premier calcul, et dans le cas du cône, d'informations concernant le point de vol (notamment le régime du moteur).

Le troisième bloc, résoudra les équations différentielles d'accélération auxquelles le volume et les coefficients aérodynamiques (C_x , C_z , C_m) du débris auront été intégrés. Ainsi, les trajectoires pourront être calculées.

Pour finir, selon le cas de figure (cône ou col de cygne) on déterminera les points d'impact via l'intersection des trajectoires et des géométries de l'environnement (position du carter et des parties tournantes).

Dans le cadre de ce stage, seul les blocs deux, trois et quatre seront réalisés.

2. FONCTIONNEMENT ET RESULTATS

1. Calcul de trajectoire dans un écoulement stationnaire horizontal

A. Cas de plaque simple

Lors de la résolution des trois équations différentielles, on obtient la trajectoire du débris. Le débris étudié est un débris de type plaque carrée qui a fait l'objet d'une autre étude à laquelle on va comparer nos résultats. (Suarez, 2002)

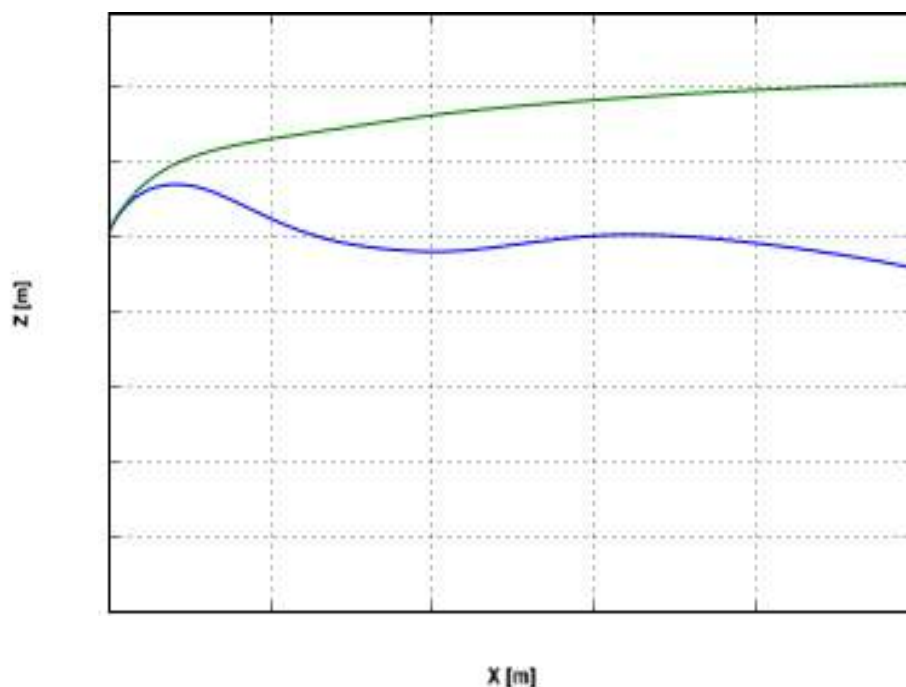


Figure 40 : Trajectoires obtenues numériquement par la résolution des équations

On obtient ici deux courbes différentes pour deux coefficients de damping différents.

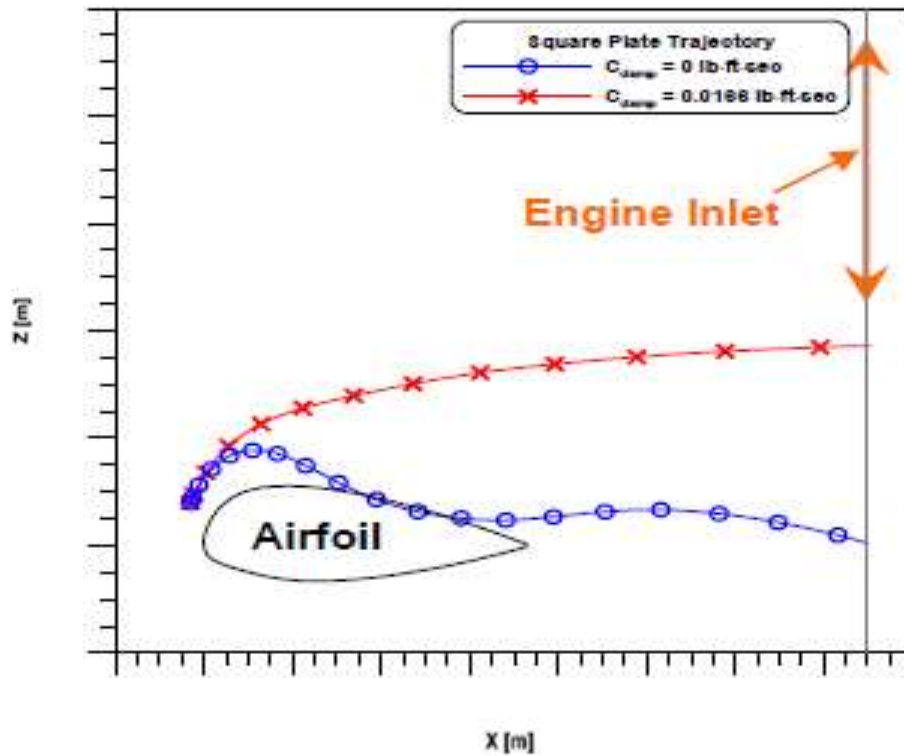


Figure 41 : Trajectoires obtenues numériquement dans la littérature

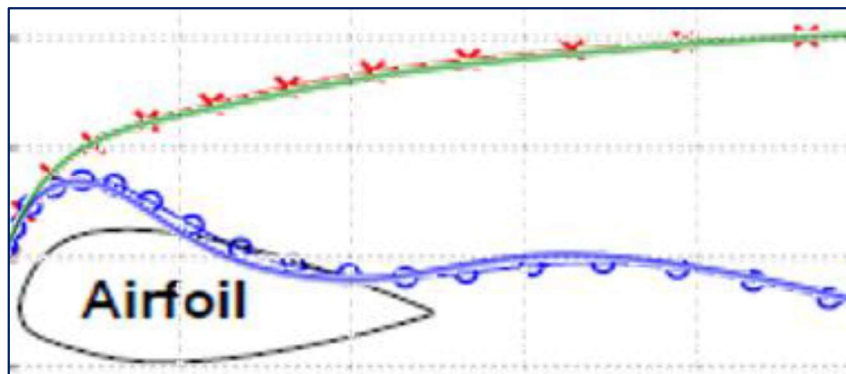


Figure 42 : Superposition des courbes des figures précédentes

En comparant les résultats obtenus avec les résultats numériques issus de la littérature on valide la bonne résolution de nos équations pour un débris simple. On va maintenant tenter de les résoudre pour des solides plus représentatifs de la réalité.

B. Cas de débris caractéristiques :

On intègre dans notre solveur, les coefficients aérodynamiques obtenus par l'ONERA (J.-F. Le Roy, 2015) puis on calcule les trajectoires des débris grâce à la résolution des équations du mouvement. On comparera ensuite les résultats numériques avec les courbes expérimentales obtenues par le DLR. (Thomas Kilian, 2015)

Le débris « horn » :

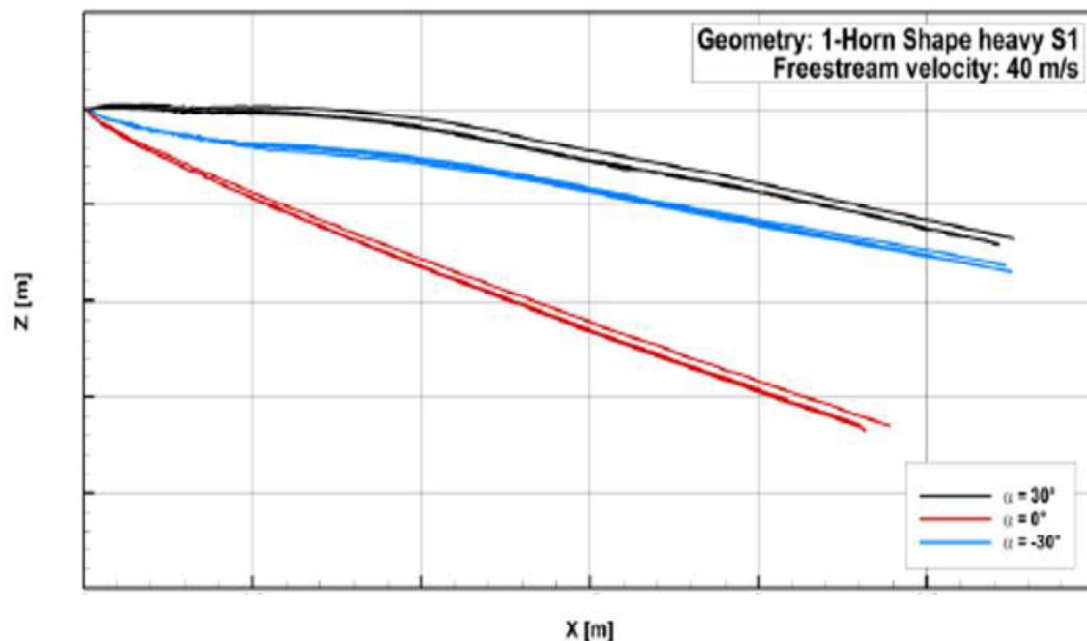


Figure 43 : Trajectoire expérimentales du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché

On voit que les trajectoires obtenues par le DLR sont très variables selon l'angle d'incidence, d'où l'importance de ne pas influencer le débris au moment du lâché.

Lors de la simulation, on obtient des résultats très proches pour les angles de -30° et $+30^\circ$, cependant la trajectoire du lâché à 0° ne correspond pas avec la même exactitude (même si la tendance de la courbe semble correcte) (Figure 44 : Trajectoires numériques du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché).

Les courbes obtenues numériquement sont celles avec des puces sur l'ensemble des graphs de cette section.

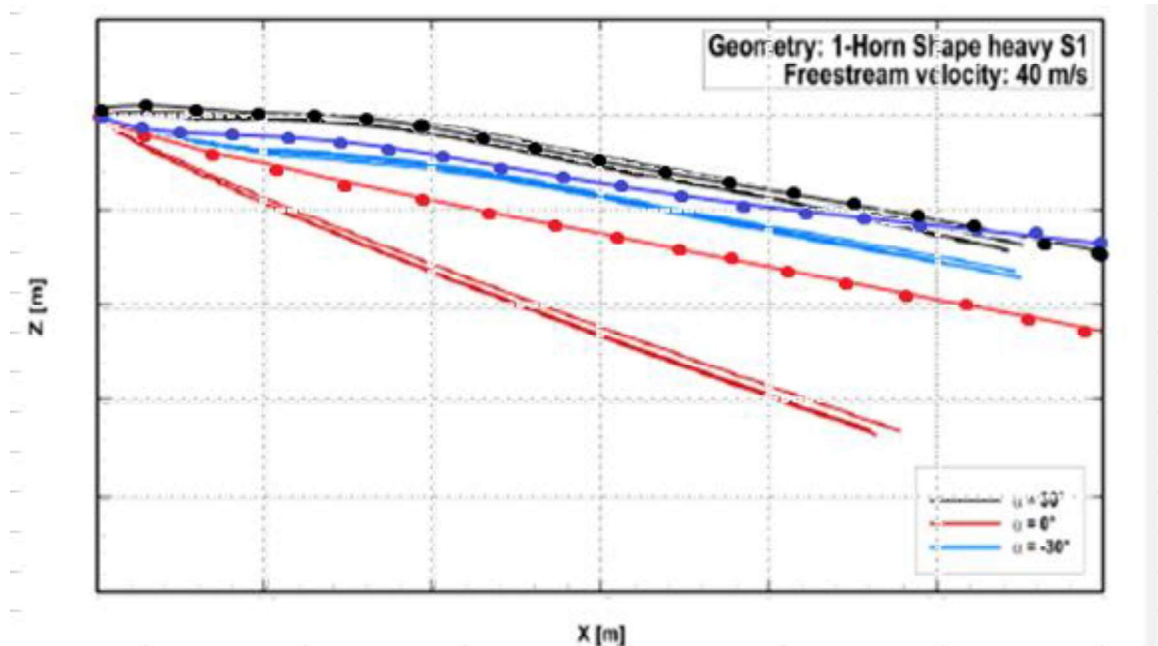


Figure 44 : Trajectoires numériques du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché

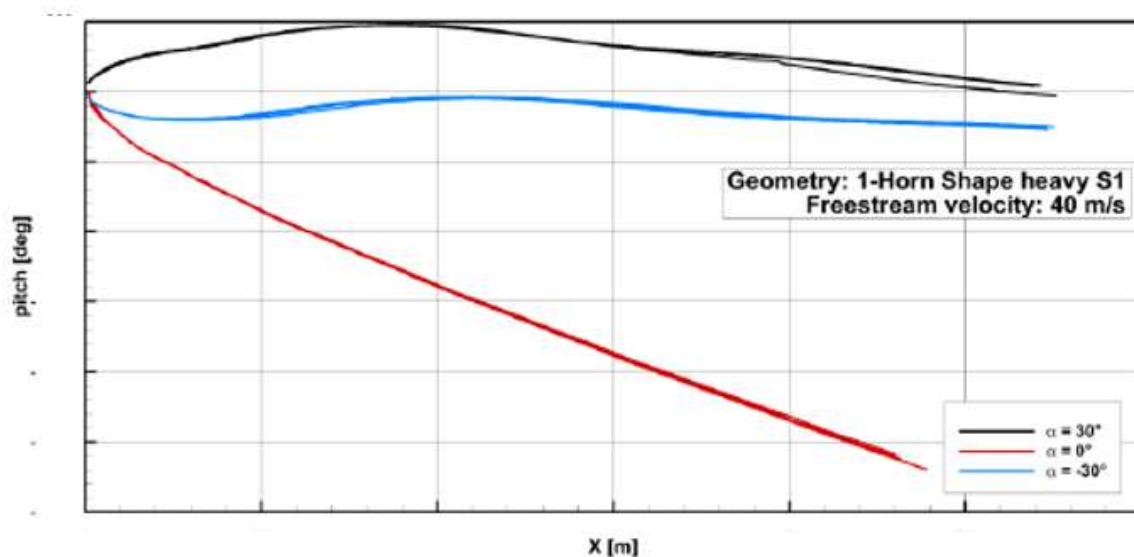


Figure 45 : Positions angulaires expérimentales du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché

Comme les trajectoires, les positions angulaires vont être très différentes en fonction de l'angle (oscillation ou rotation perpétuelle). Encore une fois, les

rotations correspondent pour les deux angles de lâché 30° et -30° mais différent pour celui à incidence nulle.

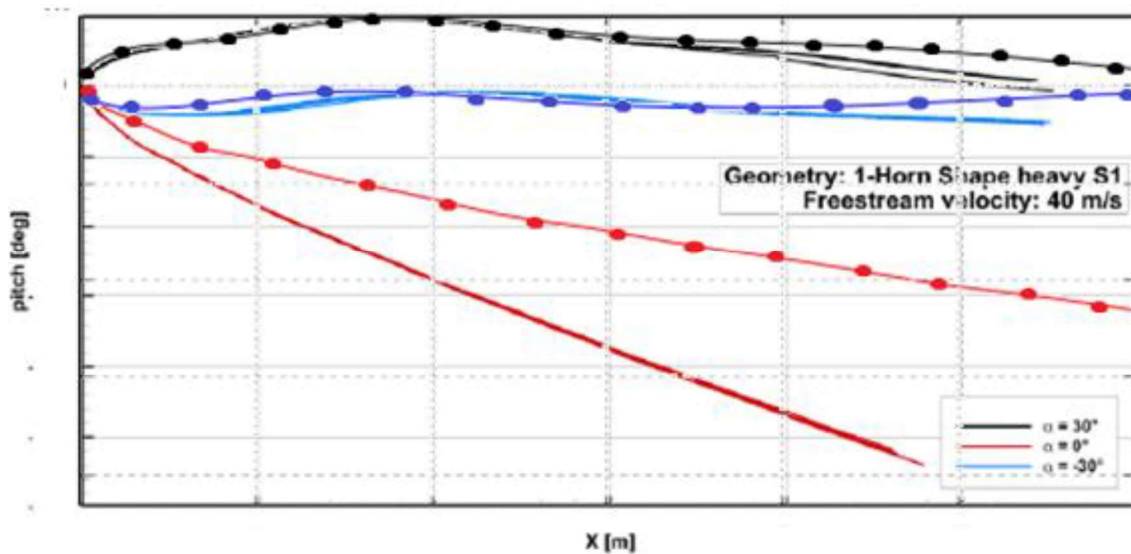


Figure 46 : Positions angulaires numériques du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché

On peut voir ici qu'à 0° la vitesse de rotation est trop faible par rapport à la réalité (Figure 46 : Positions angulaires numériques du débris « horn » en fonction de l'angle de lâché). L'augmentation du coefficient de damping va faire diminuer la tendance du débris à entrer en rotation, on ne pourra donc pas se rapprocher de l'expérimental en modifiant ce coefficient.

L'hypothèse d'une légère influence exercée par le mécanisme de lâché au début de l'expérience pourrait expliquer cette singularité car même en balayant une plage d'angle d'incidence plus importante on ne retrouve jamais une telle rotation/trajectoire. Il y a donc peut-être eu une erreur de manipulation qui, au départ, aurait entraîné le solide en rotation.

Le débris « GLC 305 Rime »

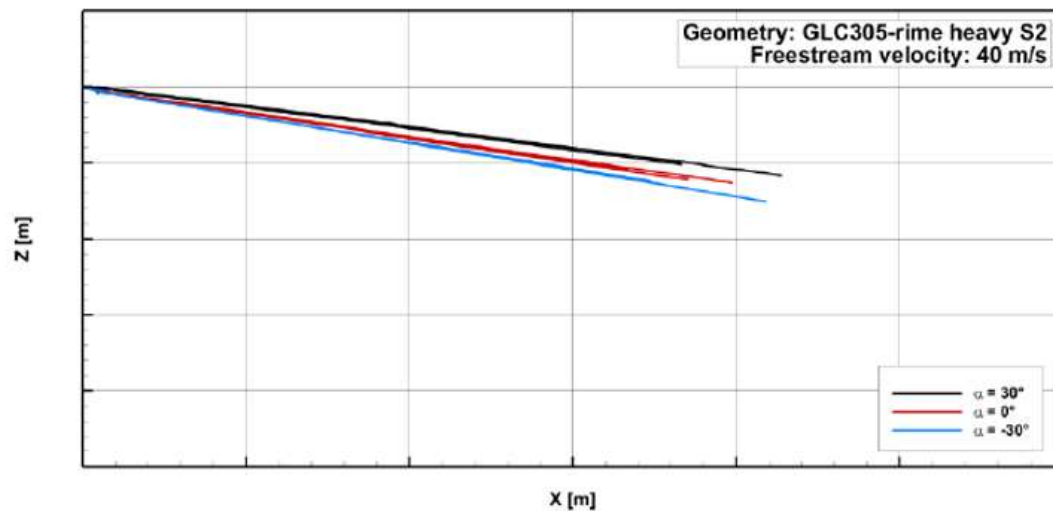


Figure 47 : Trajectoires expérimentales du débris« GLC-305Rime » en fonction de l'angle de lâché

Contrairement au cas précédent, on observe que pour ce débris les trajectoires expérimentales sont très peu variables. On va de nouveau effectuer une simulation et comparer les résultats.

Les courbes obtenues ont une allure qui semble correcte pour les angles de -30° et 0° . Cependant, lors des premiers calculs, on s'aperçoit que la trajectoire du débris lâché à $+30^\circ$ diverge fortement à partir de quelques mètres de vol. L'augmentation du coefficient de damping a tendance à « lisser » les trajectoires des débris en limitant leur rotation. On va donc augmenter légèrement le coefficient pour essayer de contenir la trajectoire.

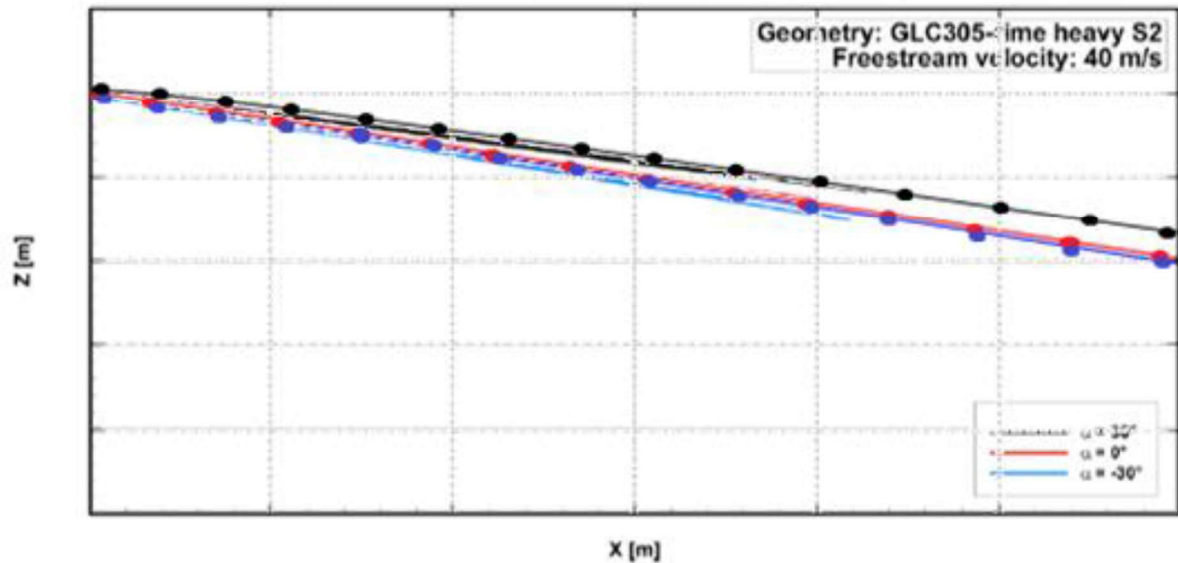


Figure 48 : Trajectoires numériques du débris « GLC-305 Rime » pour un coefficient de damping de 0.01 kg.m.s

Après adaptation du coefficient de damping (0.01 kg.m.s), nos trajectoires théoriques semblent validées (Figure 48 : Trajectoires numériques du débris « GLC-305 Rime » pour un coefficient de damping de 0.01 kg.m.s, mais il reste tout de même à vérifier que les rotations sont elles aussi correspondantes.

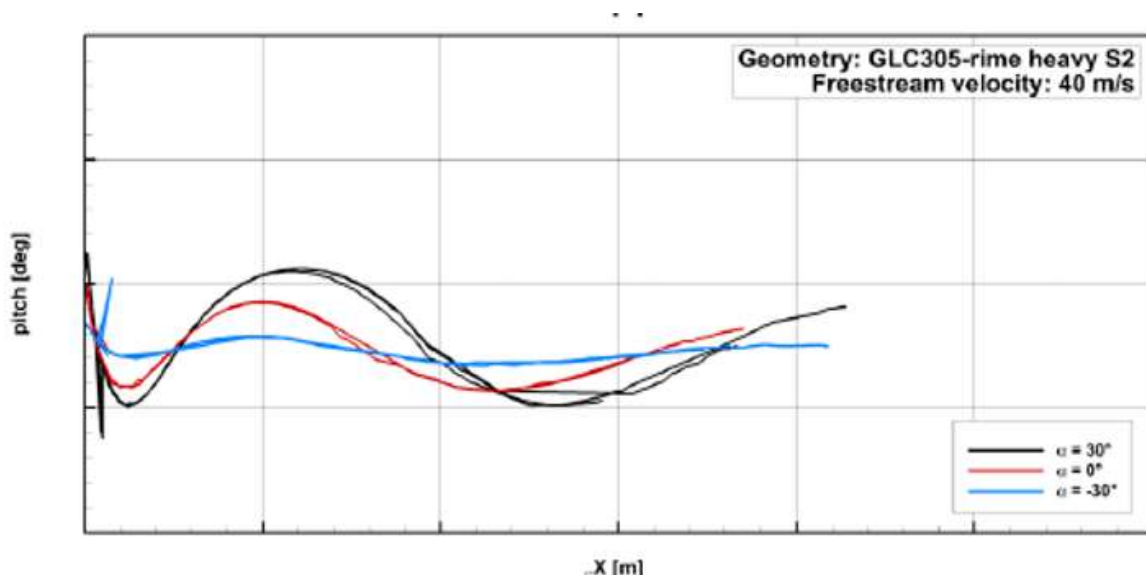


Figure 49 : Positions angulaires expérimentales du débris « GLC-305 Rime » en fonction de l'angle de lâché

Pour ce débris, on observe que les évolutions des positions angulaires sont toutes de type oscillatoire, et que l'angle d'incidence aura essentiellement un impact

sur l'amplitude de l'oscillation (Figure 49 : Positions angulaires expérimentales du débris« GLC-305Rime » en fonction de l'angle de lâché.

On va donc appliquer directement le coefficient de 0.01 utilisé lors du calcul de trajectoire et vérifier que les trois courbes correspondent.

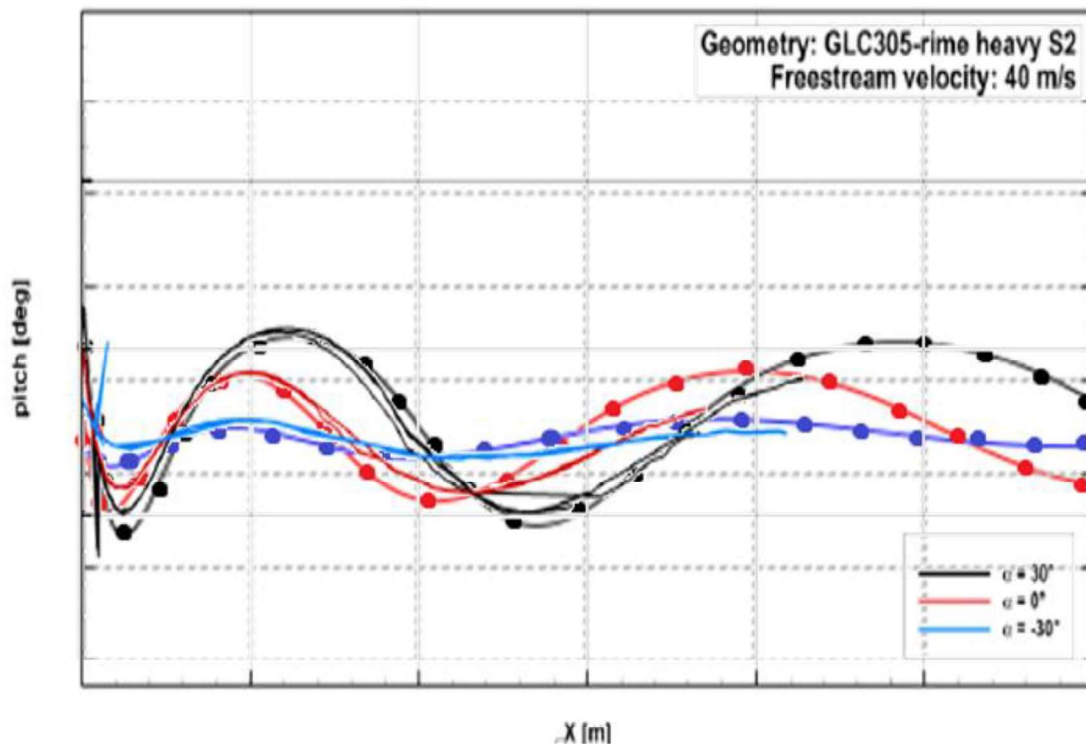


Figure 50 : Positions angulaires numériques du débris« GLC-305Rime » en fonction de l'angle de lâché pour un coefficient de damping de 0.001 kg.m.s

Après correction du coefficient de damping, on observe bel et bien une très forte similitude entre les résultats numériques et expérimentaux (Figure 50 : Positions angulaires numériques du débris« GLC-305Rime » en fonction de l'angle de lâché pour un coefficient de damping de 0.001 kg.m.s.

Pour les calculs de trajectoire du débris Horn ; on observe, après 1,5 mètre de vol, une divergence d'environ 5% entre les résultats expérimentaux et numériques.

Pour le débris GLC Rime, les trajectoires numériques et expérimentales sont pratiquement confondues, divergence < 5%.meme après plus de 2 mètres de vol.

On peut donc dire que l'outil permet bien d'obtenir les trajectoires de débris complexes (sous réserve de la connaissance des coefficients aérodynamiques) et donc intégrer ce modèle à des écoulements plus spécifiques si besoin est.

2. Calcul de trajectoire dans le col de cygne

Toujours dans un environnement à deux dimensions, nous allons faire en sorte d'affecter à l'écoulement, une direction globalement « parallèle » aux parois de la veine. Le plan de coupe étudié sera le plan médian du moteur avec une portion de veine à 12 heures (en haut) et une portion de veine à 6 heures (en bas).

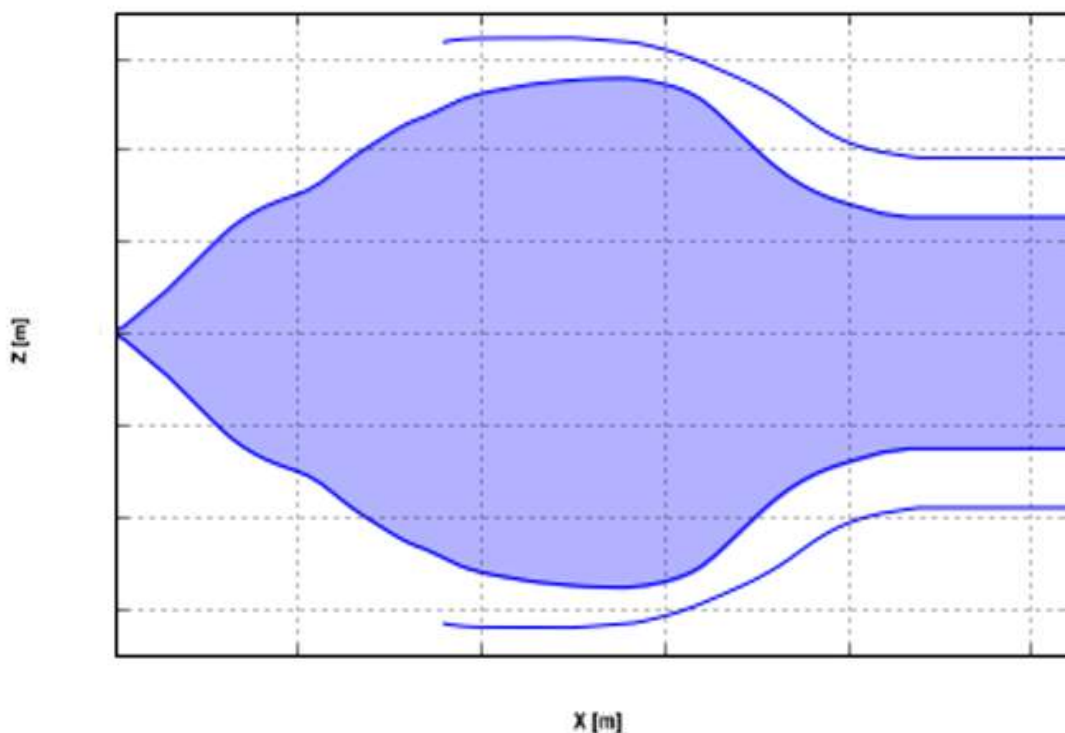


Figure 51 : Plan 2D d'étude du col de cygne

Deux cas de détachements en provenance des bras de carter ont été mis en avant avec différentes vitesses d'écoulement et tailles de débris. L'hypothèse de débris sphériques est utilisée afin de simplifier le problème.

On effectue ici (Figure 52 : Trajectoires des débris Cas n°1 et Figure 53 : Trajectoires des débris Cas n°2) plusieurs lâchés depuis le bras de carter afin d'observer la trajectoire qu'auront les débris qui s'en détachent.

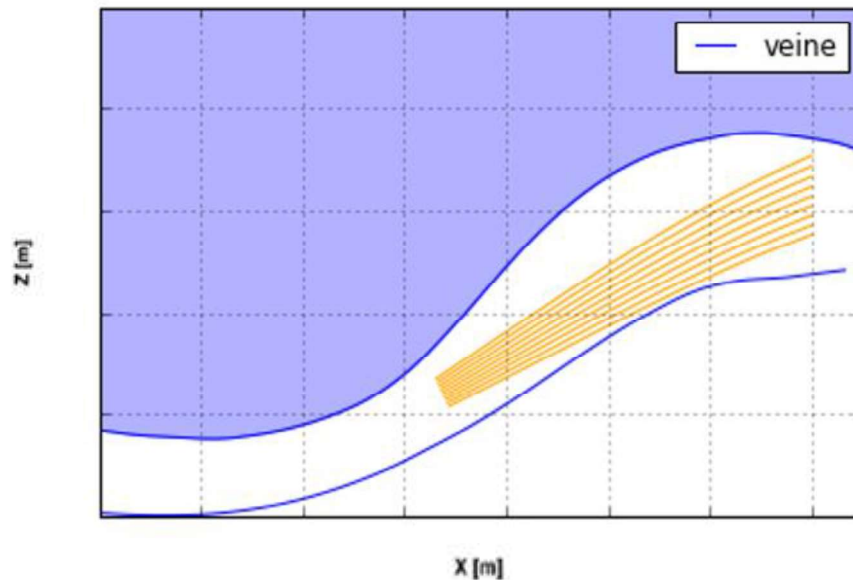


Figure 52 : Trajectoires des débris Cas n°1

L'objectif de l'étude est de déterminer la hauteur des points d'impact au niveau des aubes de compresseur haute pression. Dans tous les cas, la pesanteur va aggraver le phénomène pour un détachement à 6h. Elle accentue la chute du débris vers le haut des pales et donc maximise les dégâts.

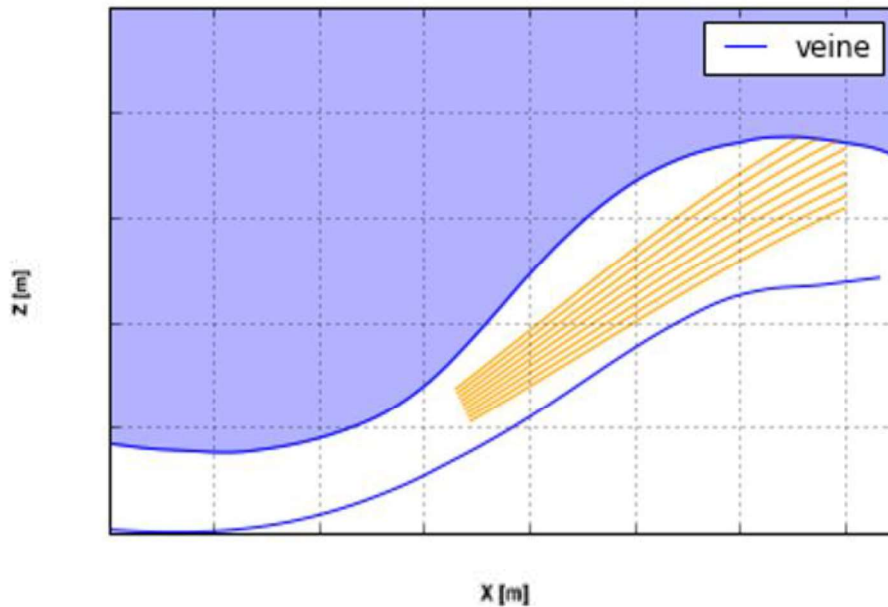


Figure 53 : Trajectoires des débris Cas n°2

Les résultats obtenus sont conformes à ce que l'on peut attendre aux vues des données disponibles (études internes).

3. Calcul de trajectoire depuis le cône :

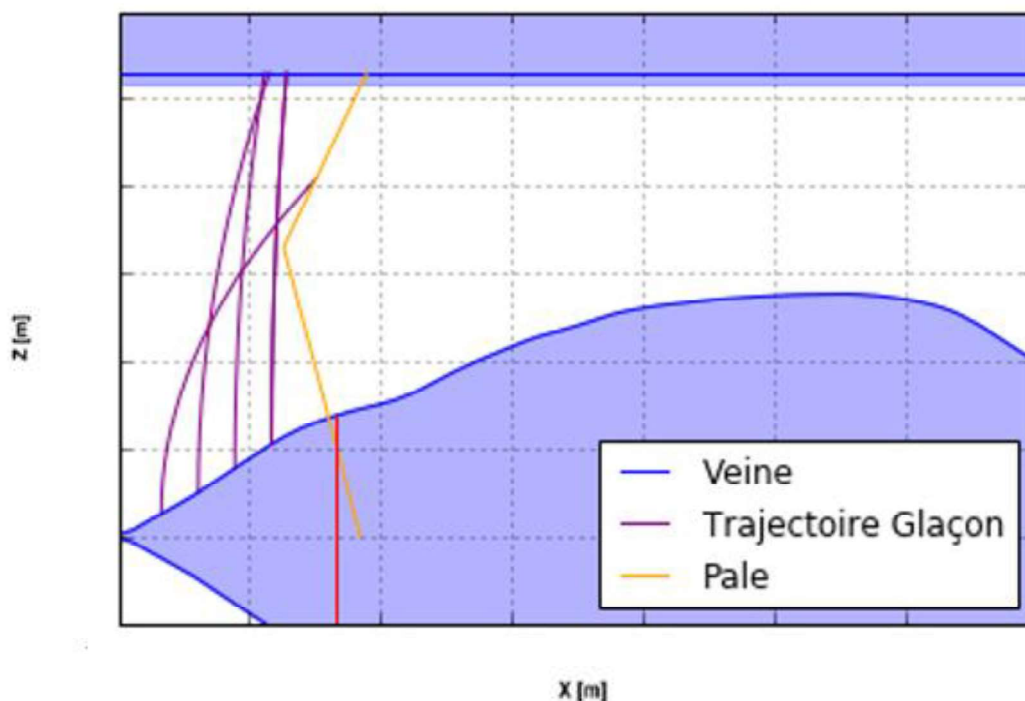


Figure 54 : Trajectoires en provenance du cône en fonction de la position axiale de détachement

Les détachements susceptibles d'endommager le fan seront ceux en provenance de la pointe du cône, la centrifugation n'étant plus assez puissante, les efforts aérodynamiques prendront le dessus pour propulser le débris contre le fan.

Les résultats obtenus via cette modélisation sont cohérents avec les résultats obtenus lors des campagnes d'essai d'ingénierie (impossible d'illustrer pour des raisons de confidentialité).

4. Calcul du volume de détachement du cône :

Dans la pratique, deux cas peuvent être rencontrés, le premier cas est rencontré dans le cadre d'une augmentation progressive de l'épaisseur de glace jusqu'à la valeur de rupture à un régime de rotation constant. Le second cas se produit à épaisseur constante, cette fois-ci, la rupture sera provoquée par l'augmentation plus ou moins rapide de la vitesse de rotation du moteur. L'objectif sera donc, dans chacun des cas, de déterminer un angle de couverture (α) et une position axiale (x) de rupture pour des jeux de vitesse de rotation et d'épaisseur.

Pour le premier type de détachement on procède de façon progressive. On initialise la hauteur maximale d'adhésion (x_{max}). On partira d'un volume minimal puis on fera augmenter dans un premier temps l'angle de couverture (α). Si aucun des volumes étudiés n'est propice à la rupture, on allongera la tuile vers la pointe. Une fois arrivé au sommet du cône, si le solide ne se détache toujours pas, on fera augmenter l'épaisseur. On répètera l'opération jusqu'à obtenir un volume de détachement.

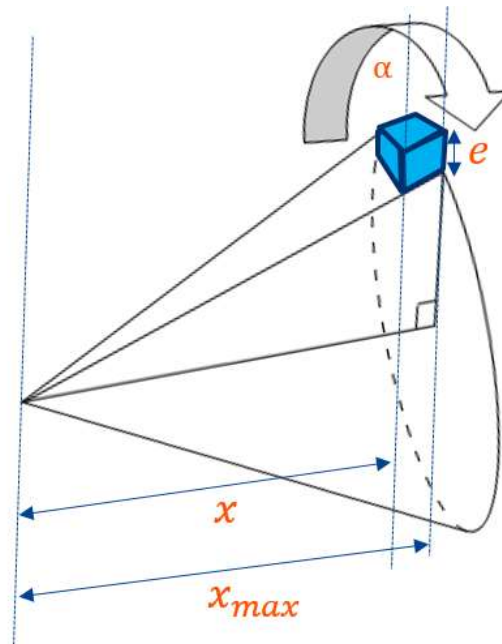


Figure 55 : Volume de détachement

Après avoir fixé les caractéristiques mécaniques de la glace et le régime du moteur, on va donc obtenir, une épaisseur (e), une position axiale (x) et un angle (α).

Indice	Type	Taille	Valeur
0	float	1	83.00000000000009
1	float	1	0.10454644759268211
2	float	1	0.05510000000000055

Figure 56 : Exemple de Jeu de paramètres géométriques d'un volume de détachement. ($0 = \alpha$ (deg°), $1 = x$ (m), $2 = e$ (m))

Maintenant que la partie haute du débris est détachée, on va vouloir déterminer le volume du second détachement (en avançant vers la pointe). On reprend alors la même procédure que précédemment, mais appliquée au reste du cône, en continuant avec l'épaisseur de glace déjà accrétée pendant la première phase.

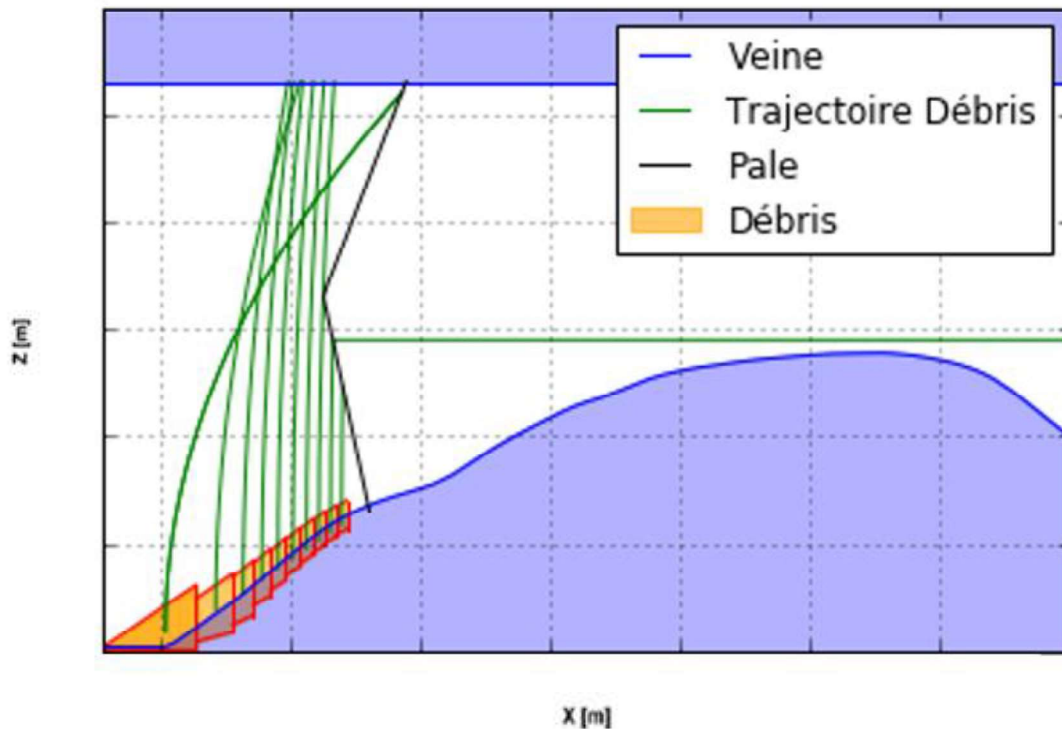


Figure 57 : Exemple de résultat de calcul de détachement d'un cône

Ces résultats sont qualitativement cohérents avec les observations expérimentales.

On a calculé ici les détachements pendant une phase d'accrétion (augmentation progressive de l'épaisseur) mais on peut également faire le même type d'analyse pour une variation de régime (et une épaisseur constante).

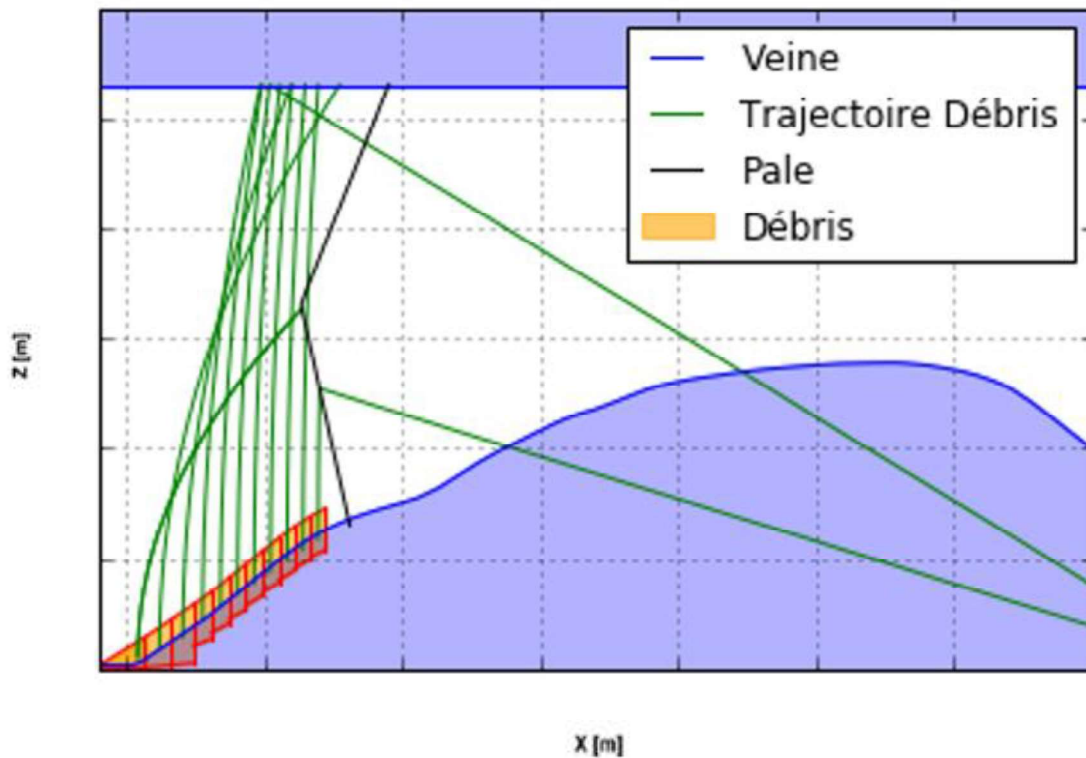


Figure 58 : Exemple de calcul de détachement pour une épaisseur fixe mais une augmentation progressive du régime moteur

En couplant le calculateur de rupture aux calculs de trajectoire, on peut prédire les points d'impact des différents débris dans le cadre d'une accélération ou d'un vol en condition givrante (augmentation de l'épaisseur).

VII. CONCLUSION

A ce jour, la détermination des trajectoires des débris est satisfaisante et a pu être validée par comparaison avec des cas réels, que ce soit dans le cadre d'une soufflerie ou plus spécifiquement appliquée au moteur (col de cygne ou cône).

Les volumes et géométries des débris de glace en provenance du cône sont estimés avec précision. Cependant, aucune validation à partir de données expérimentales n'a pu être établie pour le moment.

Dans le cadre de la validation d'un outil complet de modélisation des phénomènes de détachement, il reste encore à ce jour, certaines pistes à approfondir.

Dans un premier temps, la mise en corrélation des conditions extérieures avec la quantité de glace accrétée est indispensable si l'on veut pouvoir prédire avec précision les points d'impact des débris. Les erreurs de détermination de ce volume vont se reporter sur les étapes suivantes, il sera donc impératif d'apprécier le phénomène avec justesse.

Les géométries de détachement sont, que ce soit par calculs ou par hypothèses, connues avec exactitude. Il faudra cependant, vérifier que les hypothèses simplificatrices émises quant au comportement aérodynamique de ces solides fournissent une précision suffisante lors de la détermination de la trajectoire. Si ce n'est pas le cas, l'étude aérodynamique empirique de ces débris pourrait être une solution.

Bien que l'on puisse estimer avec une certaine précision des volumes de détachement, les caractéristiques mécaniques de la glace d'accrétion donnent une dimension aléatoire au volume des débris. On pourra tenter de représenter ce phénomène via l'utilisation de méthodes numériques de type Monte Carlo en affectant à certains paramètres (initialement constants) une variation probabiliste.

VIII. BIBLIOGRAPHIE

Acker, L. W. et Kleinknecht, K. S. 1950. *Effects on inlet icing on performance of axial flow turbojet engine in natural icing conditions.* s.l. : Lewis flight propulsion laboratory, 1950. 1.

CNRS. 2011. *Contrainte dans un cylindre soumis à la pression.* 2011.

Eurocopter. 2012. *Adhérence du givre.* 2012.

J.-F. Le Roy, D. Farcy, ONERA. 2015. *Database for Ice Blocks.* 2015.

Kohlman, Winn. 2001. *Analytic Prediction of Trajectories of Ice Pieces after Release in an Airstream.* 2001.

Ragland, K. W. 1983. *Effect of Tumbling and Burning on the Drag of Bluff Objects.* 1983.

Safran Aircraft Engines. *Documents internes.*

Suarez. 2002. *Ice particles trajectory simulation.* 2002.

Thomas Kilian, DLR. 2015. *Final report on ice block trajectory tests.* 2015.

Virgile, Charton. 2016. *Rapport de fin d'étude.* 2016.

IX. ANNEXES

ANNEXE 1 : INFLUENCE DU GIVRAGE SUR LES PERFORMANCES D'UN TURBOREACTEUR

5 essais différents ont été réalisés afin de pouvoir tirer des conclusions sur l'effet du givrage sur les performances des moteurs aéronautiques (Acker, et al., 1950).

- Essai 1 : Système de dégivrage activé tout au long de l'essai
- Essai 2 : Système de dégivrage activé pendant la moitié de l'essai
- Essai 3 : Système de dégivrage désactivé avec une vitesse de rotation à 92% de la vitesse maximale
- Essai 4 : Système de dégivrage désactivé avec une vitesse de rotation maximale
- Essai 5 : Système de dégivrage désactivé avec une vitesse de rotation alternativement à 92% et à 100% de la vitesse maximale

Le système de dégivrage est électrique et est situé sur les lèvres nacelle intérieures ainsi que sur les quatre bras de support entre le capot et le carter.

Lors de l'essai 2, du givre va se former pendant la moitié du temps de l'essai lorsque le système de dégivrage est désactivé. Les résultats sont présentés ci-dessous :

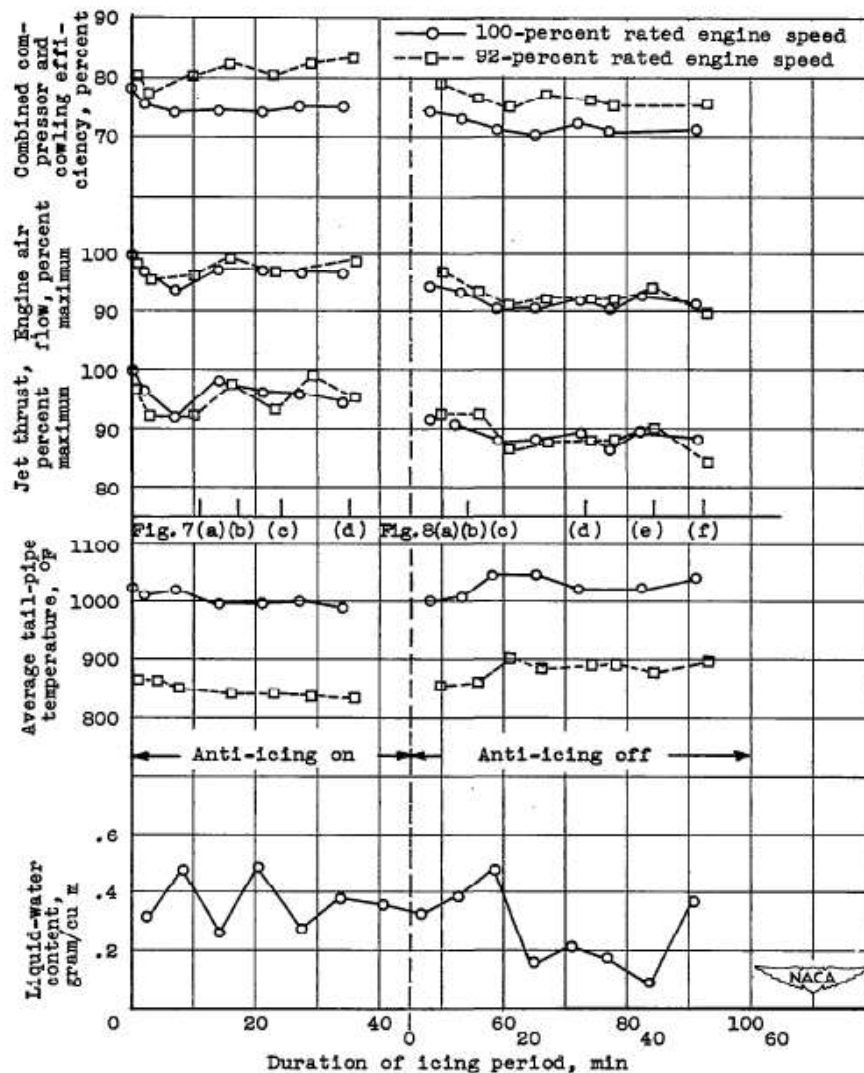


Figure 59. Résultat de l'essai 2 issu de l'article (Acker, et al., 1950)

On constate que, en termes de poussée (Jet thrust) et d'air entrant dans le moteur (Engine air flow), les écarts sont relativement importants. En effet, alors que la poussée est en moyenne à 95% de la poussée maximale quand le système de dégivrage est activé, elle ne vaut plus que 88% de la poussée maximale quand ce système n'est pas activé.

Les mêmes types de commentaires peuvent être faits en termes d'air entrant dans le moteur. Le tableau ci-dessous confirme d'ailleurs que ces constations sont valables pour les autres essais.

Flight	Liquid-water content (g/cu m)	Average droplet size (microns)	Ambient-air temperature (°F)	Duration of icing encounter (min)	Engine speed (percent max.)	Thrust loss (percent max.)	Air-flow loss (percent max.)	Combined compressor and inlet efficiency loss (percent)	Tail-pipe temperature rise (°F)
a ₁	0.1 - 0.2	12 - 27	13 - 16	50	92	6	4	-	0
a ₂	.3 - .5	11 - 17	22 - 25	45	100	7	5	-	0
2	.1 - .5	11 - 20	22 - 26	50	92	8	4	6	0
b ₃	.4 - .9	12 - 14	17 - 22	76	100	8	6	4	0
4	.4 - .6	11 - 16	25	35	92	16	10	8	50
5	.1 - .5	10 - 18	20 - 24	70	100	13	9	6	50
					92	26	-	-	160
					100	18	12	-	40
					92	9	5	5	10
					100	12	7	9	40

Figure 60. Résumé des essais issus de l'article (Acker, et al., 1950)

On remarque en effet que les pertes de poussée (thrust loss) sont nettement plus importantes lors des essais avec système de dégivrage désactivé (2^{ème} partie de l'essai 2, essais 3, 4 et 5).

Les performances sont affectées de manière non négligeable lorsqu'il y a formation de givre, avec une perte de poussée pouvant aller jusqu'à 26%.