

Trường Đại học Thương mại
Bộ môn Toán

Bài tập Toán đại cương

(DÙNG CHO SINH VIÊN HỌC MÔN TOÁN ĐẠI CƯƠNG)

2020

Mục lục

Chương 1 ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH	1
1.1 Ma trận-Dịnh thức	1
1.2 Vectơ và không gian vectơ	3
1.3 Hệ phương trình tuyến tính	4
Chương 2 Giải tích	6
Chương 3 Lý thuyết xác suất	8
3.1 Biến cố ngẫu nhiên và xác suất	8
3.2 Đại lượng ngẫu nhiên	9
3.3 Một số quy luật phân phối xác suất quan trọng	10
Chương 4 Thống kê toán	12
4.1 Lý thuyết mẫu	12
4.2 Ước lượng tham số của ĐLNN	13
4.3 Kiểm định giả thuyết thống kê về tham số	17

Chương 1

ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

1.1 Ma trận-Định thức

Bài 1.1 Thực hiện các phép tính trên ma trận

a) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 & -6 & -1 \\ 5 & 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 4 \\ 8 & 2 & 5 \\ 9 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) Cho $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Tính $(2A + A^2)B$.
2. $B(2A + A^2)$ có thực hiện được không, tại sao?

Bài 1.2 Tính các định thức sau:

1. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & -3 & 2 & 3 \\ 7 & -5 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$,

2. $\begin{vmatrix} 9 & 2 & 7 & 11 \\ 7 & 4 & 5 & 9 \\ 5 & 1 & 4 & 7 \\ 4 & 2 & 3 & 3 \end{vmatrix}$,

$$3. \begin{vmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{vmatrix}. \quad 4. \begin{vmatrix} 1001 & 1002 & 1003 & 1004 \\ 1002 & 1003 & 1001 & 1002 \\ 1001 & 1001 & 1001 & 999 \\ 1001 & 1000 & 998 & 999 \end{vmatrix}.$$

Bài 1.3 Tính hạng của các ma trận:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 & 2 & -2 \\ -4 & 1 & -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad 2. \begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}.$$

Bài 1.4 Tìm ma trận nghịch đảo của các ma trận sau:

$$\begin{array}{ll} 1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, & 4. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ 2. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, & \\ 3. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & 5. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Bài 1.5 Giải các phương trình ma trận sau:

$$\begin{array}{l} 1. X \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \\ 2. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \\ 3. X \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 14 & -2 \\ 10 & -19 & 17 \end{pmatrix}, \\ 4. A.X.B = C \text{ trong đó} \\ \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}. \end{array}$$

1.2 Vectơ và không gian vectơ

Bài 1.6 Xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của các hệ vectơ.

- 1) $X_1 = (0, 2, 0); X_2 = (1, -1, 0); X_3 = (0, 4, 0),$
- 2) $X_1 = (1, 0, 1); X_2 = (5, 6, 1); X_3 = (-5, -6, -1),$
- 3) $X_1 = (1, 2, 5); X_2 = (2, 0, 1),$
- 4) $X_1 = (1, -1, 1); X_2 = (3, 2, 0); X_3 = (5, 1, 0),$
- 5) $X_1 = (1, 0, 0); X_2 = (2, 3, -2); X_3 = (3, -3, 2).$

Bài 1.7 Tìm hạng và một cơ sở của hệ vectơ

- 1) $X_1 = (1, 0, 0); X_2 = (-1, 2, 6); X_3 = (1, 2, 10),$
- 2) $X_1 = (3, -5, -5); X_2 = (1, 0, 0); X_3 = (5, 8, 8).$

Bài 1.8 Ba vectơ a_1, a_2, a_3 là một cơ sở trong không gian \mathbb{R}^3 . Cho

$$\begin{aligned} b_1 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ b_2 &= \quad a_2 + a_3 \\ b_3 &= \quad a_2 - a_3 \end{aligned}$$

- 1) Hệ $\{b_1, b_2, b_3\}$ độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính.
- 2) Tính hạng của hệ $\{a_2, a_3, b_2, b_3\}$

Bài 1.9 Ba vectơ A_1, A_2, A_3 độc lập tuyến tính và

$$\begin{aligned} X_1 &= A_1 + 4A_2 + 6A_3 \\ X_2 &= 3A_1 - 4A_2 - 6A_3. \\ X_3 &= \quad A_1 \end{aligned}$$

Hệ $\{X_1, X_2, X_3\}$ độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính.

Bài 1.10 Biết hệ $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ là độc lập tuyến tính và

$$\begin{cases} X_1 = 2A_1 + 3A_2 - 4A_3 - A_4 \\ X_2 = A_1 - 2A_2 + A_3 + 3A_4 + 4A_5 \\ X_3 = 5A_1 - 3A_2 - A_3 + 9A_4 + 4A_5 \\ X_4 = 3A_1 + 8A_2 - 9A_3 - 5A_4 - 6A_5 \end{cases}$$

Xét tính độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính của hệ $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$.

1.3 Hệ phương trình tuyến tính

Bài 1.11 Giải các hệ phương trình

$$1. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 8x + 5y + 2z = 8 \\ 9x + 3y + 4z = 9 \\ 5x + 3y + 2z = 7 \\ 7x + 8y + z = 12 \end{cases}$$

Bài 1.12 Tìm k để hệ vô nghiệm

$$1. \begin{cases} (k+1)x + y + z = 1 \\ x + (k+1)y + z = k \\ x + y + (k+1)z = k^2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 2 \\ -4x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 = -2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 - (k-1)x_4 = 3 \end{cases}$$

Bài 1.13 Tìm a và b để hệ phương trình sau có vô số nghiệm

$$1. \begin{cases} x + 2y + az = 3 \\ 3x - y - az = 2 \\ 2x + y + 3z = b \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x + y + az = 2 \\ 2x + 3y + (6+2a)z = 6 \\ 3x - y + 3z = b \\ 2x - 3y - (3+a)z = b - 4 \end{cases}$$

Bài 1.14 Với giá trị nào của m thì hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 3 - m \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = m \end{cases}$$

Bài 1.15 Tính x_1, x_2, x_3 . Biết rằng:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & -2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Bài 1.16 Cho

$$\begin{aligned} X_1 &= (1, 2, 4) & X_2 &= (-1, 0, 2) \\ X_3 &= (1, 4, 10) & X_4 &= (2, 2, 1) \end{aligned}$$

1. Tính hạng của hệ bốn vectơ trên.
2. Biết rằng: $A_1 = X_1, A_2 = X_1 + X_3, A_3 = X_1 + X_2 - X_4$. Hãy biểu diễn tuyến tính X_3 qua các vectơ A_1, A_2, A_3 .

Chương 2

Giải tích

Bài 2.1 Tính các đạo hàm riêng cấp một

$$1. z = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

$$2. z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$$

$$3. z = e^{\arctan \frac{y}{x}}$$

$$4. z = \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}$$

$$5. z = x^{y^3}$$

$$6. z = \arctan \frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$7. z = (x + y)^{\sin x \cdot \sin y}$$

Bài 2.2 Tìm các đạo hàm riêng cấp hai của hàm hai biến

$$1. z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$$

$$2. z = x^2 \ln(x + y)$$

$$3. z = x^y$$

$$4. z = \ln(xy + \sqrt{x^2y^2 + a^2})$$

Bài 2.3 Tìm cực trị của hàm hai biến

$$1. z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$$

$$2. z = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$$

$$3. z = x + y - x \cdot e^y$$

$$4. z = xy + \frac{20}{x} + \frac{50}{y}$$

Bài 2.4 Tìm cực trị có điều kiện:

$$1. z = x + y \text{ với } x^2 + y^2 = 8.$$

$$2. z = x^3 + y^3 - 3xy \text{ với } x + y = 2.$$

$$3. z = x^3 + y^3 - 3xy \text{ với } x - y = 0.$$

$$4. z = x^2 + (y - 1)^2 \text{ với } (x - 1)^2 + y^2 = 8.$$

$$5. z = x + 2y + 1 \text{ với } x^2 + y^2 = 8.$$

$$6. z = e^{-x^2-y^2} \text{ với } x + y = 2.$$

$$7. z = e^{-x^2-y^2} \text{ với } x - y = 2.$$

$$8. z = x^4 + y^4 \text{ với } x - y = 2.$$

Chương 3

Lý thuyết xác suất

3.1 Biến cố ngẫu nhiên và xác suất

Bài 3.1 Tại một công ty gồm 80 cán bộ công nhân viên, trong đó có 20 là nữ. Ban giám đốc công ty quyết định giảm biên chế 5 người. Tìm xác suất để :

- a. Không cán bộ nữ nào bị giảm biên chế.
- b. Có hai cán bộ nữ bị giảm biên chế.

Bài 3.2 Một cỗ bài tú lơ khơ gồm 52 quân. Lấy hú họa ra 3 quân bài. Tìm xác suất sao cho trong 3 quân bài rút ra có:

- a. Một quân át, một quân 10, một quân 9.
- b. Cả 3 đều là quân át.
- c. Ít nhất một quân át.

Bài 3.3 Một lô hàng gồm 10 sản phẩm loại I, 4 sản phẩm loại II và 3 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Tìm xác suất để có:

- a. Hai sản phẩm loại I.
- b. Hai sản phẩm loại I và một sản phẩm loại II.
- c. Cả 3 sản phẩm cùng loại.

Bài 3.4 Một lớp học có 50 học sinh. Biết rằng trong đó có 15 học sinh giỏi toán, 12 học sinh giỏi văn, 10 học sinh giỏi ngoại ngữ, 8 học sinh giỏi cả toán và văn, 7 học sinh giỏi cả toán và ngoại ngữ, 5 học sinh giỏi cả văn và ngoại ngữ và 3 học sinh giỏi cả 3 môn.

- a. Tìm tỉ lệ học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn toán, văn và ngoại ngữ.
- b. Tìm tỉ lệ học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn toán và văn.
- c. Trong số học sinh giỏi toán lấy ngẫu nhiên ra 2 học sinh. Tìm xác suất để 2 học sinh đó cùng học giỏi cả ba môn.

Bài 3.5 Có 5 sinh viên A, B, C, D và E ngồi vào một dãy bàn. Tìm xác suất để:

- a. Hai sinh viên A và B ngồi hai đầu bàn.
- b. Hai sinh viên A và B không ngồi cạnh nhau.

3.2 Đại lượng ngẫu nhiên

Bài 3.6 Cho bảng phân phối xác suất:

X	0	1	2
P	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{8}$

Tìm $F(x), E(X), Var(X)$

Bài 3.7 Cho bảng phân phối xác suất

X	0	1	2	3
P	0.1	0.2	0.5	0.2

- a. Tìm hàm phân phối xác suất của X .
- b. Tìm kí vọng và phương sai của X
- c. Tìm $P(0,5 < X < 2,2)$

Bài 3.8 Chùm chìa khóa của thủ kho gồm 9 chìa trong đó có hai chìa mở được kho. Người đó thử từng chìa một để mở kho, chìa nào thử rồi thì bỏ ra ngoài không thử lại cho đến khi tìm được chìa mở được kho. Gọi X là số lần thử. Tìm quy luật phân phối của X .

3.3 Một số quy luật phân phối xác suất quan trọng

A. Phân phối nhị thức

Bài 3.9 Một phân xưởng có 5 máy hoạt động độc lập nhau, xác suất để mỗi máy bị hỏng trong khoảng thời gian T đều bằng 0,1. Tìm xác suất để trong khoảng thời gian T :

- Có hai máy bị hỏng.
- Có không quá 1 máy bị hỏng.
- Gọi X là số máy bị hỏng trong khoảng thời gian T .
Hãy tìm $E(X)$, $Var(X)$, $Mod(X)$.

Bài 3.10 Một hộp đựng 20 sản phẩm trong đó có 4 sản phẩm loại II. Rút ngẫu nhiên từ hộp ra 5 lần mỗi lần 1 sản phẩm, rút có hoàn lại. Lô hàng được nghiệm thu nếu trong 5 lần rút có không quá 1 sản phẩm loại II. Tìm xác suất để lô hàng được nghiệm thu.

Bài 3.11 Một kiện hàng gồm 10 chính phẩm và 2 phế phẩm. Lấy lần lượt từ kiện hàng ra 3 sản phẩm theo phương thức có hoàn lại. Lập bảng phân phối xác suất của số phế phẩm có trong 3 sản phẩm lấy ra.

B. Phân phối chuẩn

Bài 3.12 Trọng lượng của con gà là một ĐLNN phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là 1,5 kg và độ lệch tiêu chuẩn 0,4 kg. Tìm xác suất để một con gà được chọn ngẫu nhiên có trọng lượng :

- Nặng hơn 2 kg.
- Nằm trong khoảng từ 1,6 kg đến 1,8 kg.

Bài 3.13 Thời gian đi từ nhà tới trường của sinh viên A là một ĐLNN X (đơn vị là phút) có phân phối chuẩn. Biết rằng 75% số ngày sinh viên đến trường mất hơn 20 phút và 10% số ngày mất hơn 25 phút.

- Tính thời gian đến trường trung bình của sinh viên A và độ lệch tiêu chuẩn của X .

- b. Sinh viên A cần phải xuất phát trước giờ học là bao nhiêu phút để xác suất bị muộn học bé hơn 0,04?

Bài 3.14 Trọng lượng của một loại sản phẩm là ĐLNN phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là $\mu = 500$ gam và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 2$ gam.

- Tính xác suất để sản phẩm được chọn ngẫu nhiên có trọng lượng nằm trong khoảng từ 494 gam đến 506 gam.
- Nếu sản phẩm đó được chia làm ba loại :
 - Loại I nếu trọng lượng lớn hơn 505 gam
 - Loại II nếu trọng lượng từ 489 gam đến 505 gam
 - Loại III nếu trọng lượng nhỏ hơn 489 gam

Tính tỉ lệ sản phẩm từng loại.

Bài 3.15 Trọng lượng của một loại sản phẩm là ĐLNN phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là $\mu = 500$ gam và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 2$ gam.

- Tính xác suất để sản phẩm được chọn ngẫu nhiên có trọng lượng nằm trong khoảng từ 494 gam đến 506 gam.
- Nếu sản phẩm đó được chia làm ba loại :
 - Loại I nếu trọng lượng lớn hơn 505 gam
 - Loại II nếu trọng lượng từ 489 gam đến 505 gam
 - Loại III nếu trọng lượng nhỏ hơn 489 gam

Tính tỉ lệ sản phẩm từng loại.

Bài 3.16 Đường kính của chi tiết máy do một máy tự động sản xuất là ĐLNN phân phối chuẩn với $\mu = 10$ mm, $\sigma = 1$ mm. Tìm xác suất để chọn ngẫu nhiên 5 chi tiết máy thì có 2 chi tiết có đường kính sai lệch so với đường kính trung bình không quá 0,5 mm.

Bài 3.17 Doanh thu một ngày của một cửa hàng là một ĐLNN phân phối chuẩn với doanh thu trung bình là 52 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn là 2 triệu đồng. Một ngày được coi là bán đắt hàng nếu có doanh thu lớn hơn 55 triệu đồng. Tìm xác suất để trong 3 ngày bán hàng thì có 1 ngày bán đắt hàng.

Chương 4

Thống kê toán

4.1 Lý thuyết mẫu

Bài 4.1 Điều tra một mẫu kích thước 20 được kết quả:

15	18	17	17	14	15	16	17	18	16
16	18	15	17	16	14	16	17	15	18

- a. Lập bảng phân phối thực nghiệm.
- b. Tính trung bình mẫu và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh.

Bài 4.2 Theo dõi doanh thu của một cửa hàng trong 25 ngày được kết quả:

Doanh thu (đv: triệu VND)	20	22	24	26	28	30
Số ngày	1	4	7	8	3	2

Tìm trung bình mẫu, độ lệch tiêu chuẩn mẫu và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh.

Bài 4.3 Theo dõi mức chi tiêu của 20 khách nước ngoài trong một lần du lịch ở Việt Nam, được kết quả:

Tìm trung bình mẫu, phương sai mẫu và phương sai mẫu điều chỉnh của mức chi tiêu.

Mức chi tiêu (đơn vị USD)	Số khách
800 - 900	3
900 - 1000	5
1000 - 1100	10
1100 - 1200	2

4.2 Ước lượng tham số của ĐLNN

Ước lượng kì vọng toán

Bài 4.4 Chạy thử 9 lần một loại xe ôtô đua mới sản xuất tính được lượng xăng tiêu thụ trung bình trên 100 km là 13,2 lít. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng lượng xăng tiêu thụ trung bình trên 100 km của loại xe trên. Biết lượng xăng tiêu thụ của xe trên 100 km là một DLNN tuân theo quy luật phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 2,5 lít.

Bài 4.5 Biết tuổi thọ của người dân là một DLNN phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 2 năm. Điều tra ngẫu nhiên 36 người thấy tuổi thọ trung bình của mỗi người là 76 năm. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng tuổi thọ trung bình tối đa của người dân.

Bài 4.6 Để ước lượng tiền gửi của khách hàng vào một ngân hàng, theo dõi 16 khách hàng và tính được số tiền gửi trung bình của mỗi khách hàng là 25 triệu đồng. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng số tiền gửi trung bình tối thiểu của khách hàng vào ngân hàng. Biết số tiền gửi của khách hàng vào ngân hàng là một DLNN phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 10 triệu đồng.

Bài 4.7 Tuổi thọ bóng đèn nê-ông do nhà máy Điện Quang sản xuất là một DLNN phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 60 giờ. Kiểm tra ngẫu nhiên 16 bóng thấy tuổi thọ trung bình của mỗi bóng là 4380 giờ. Với độ tin cậy 99% bằng khoảng tin cậy đối xứng hãy ước lượng tuổi thọ trung bình của bóng đèn nê-ông do nhà máy sản xuất.

Bài 4.8 Thời gian cần thiết để sản xuất ra một loại sản phẩm là một DLNN phân phối chuẩn với kì vọng toán là 12 phút và phương sai là 4 (phút)². Với độ tin cậy là bao nhiêu để có thể nói rằng thời gian trung bình để sản xuất ra 25 sản phẩm nằm trong khoảng từ 11 phút đến 13 phút?

Bài 4.9 Một sinh viên theo dõi 36 lần thời gian đi từ nhà mình đến trường và tính được thời gian trung bình cho một lần là 35 phút, phương sai mẫu

điều chỉnh là 25 (phút)². Nếu nói rằng thời gian trung bình cần thiết để đi từ nhà đến trường nằm trong khoảng từ 33 phút đến 37 phút thì độ tin cậy đạt được là bao nhiêu?

Bài 4.10 Điều tra ngẫu nhiên 16 ngày liên tiếp thấy doanh thu trung bình một ngày của một cửa hàng là 35 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh là 3 triệu đồng. Với độ tin cậy 90% hãy ước lượng doanh thu trung bình một ngày của cửa hàng nói trên. Biết doanh thu một ngày của cửa hàng là một ĐLNN phân phối chuẩn.

Bài 4.11 Theo dõi 16 ngày hoạt động của một chi nhánh của ngân hàng Ngoại thương thấy lượng tiền giao dịch trung bình một ngày là 102 tỷ đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh về lượng tiền giao dịch là 20 tỷ đồng. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng lượng tiền giao dịch trung bình tối đa trong một ngày của chi nhánh. Biết lượng tiền giao dịch trong một ngày là một ĐLNN phân phối theo quy luật chuẩn.

Bài 4.12 Phỏng vấn 20 sinh viên về số tiền chi tiêu trong một tháng được kết quả (đơn vị nghìn đồng):

Số tiền	400 - 420	420 - 440	440 - 460	460 - 480	480 - 500
Số sinh viên	2	5	7	5	1

Dựa vào mẫu trên với độ tin cậy 99% hãy ước lượng số tiền chi tiêu trung bình tối thiểu của một sinh viên trong một tháng. Biết số tiền chi tiêu trong một tháng của sinh viên là một ĐLNN phân phối theo quy luật chuẩn.

Bài 4.13 Trọng lượng của các gói hàng do một máy tự động đóng là một ĐLNN phân phối theo quy luật chuẩn. Cân ngẫu nhiên 9 gói do máy đóng và tính được trọng lượng trung bình của mỗi gói là 498 gam và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh về trọng lượng là 6 gam. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng trọng lượng trung bình tối đa của gói hàng do máy đóng.

Bài 4.14 Theo dõi 16 động cơ thuộc cùng một loại được bảng số liệu thống kê về mức tiêu thụ nhiên liệu:

Mức tiêu thụ nhiên liệu (lít)	5,8	5,9	6,0	6,1
Số động cơ	2	5	6	3

Hãy ước lượng mức tiêu thụ nhiên liệu tối thiểu của loại động cơ này với độ tin cậy 0,95. Biết mức tiêu thụ nhiên liệu tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

Bài 4.15 Đo chiều dài của 100 ống tuýp do một xí nghiệp sản xuất được kết quả:

Chiều dài (cm)	178	179	180	181	182
Số ống	12	18	35	20	15

Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng chiều dài trung bình tối đa của loại ống tuýp đó. Biết chiều dài của ống tuýp có phân phối chuẩn.

Bài 4.16 Khám sức khỏe ngẫu nhiên cho 49 sinh viên năm thứ nhất, thấy chiều cao trung bình của mỗi sinh viên là 172 cm và phương sai mẫu điều chỉnh về chiều cao là 100 (cm)^2 . Với độ tin cậy 95% bằng khoảng tin cậy đôi xứng hãy ước lượng chiều cao trung bình của sinh viên năm thứ nhất.

Bài 4.17 Theo dõi 100 doanh nghiệp tư nhân, thấy vốn điều lệ đăng ký trung bình là 1200 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh về vốn điều lệ đăng ký là 80 triệu đồng. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng vốn điều lệ đăng ký trung bình tối thiểu của các doanh nghiệp tư nhân.

Bài 4.18 Theo dõi 36 công nhân cùng sản xuất ra một loại sản phẩm và thu được bảng số liệu thống kê về thời gian cần thiết (đơn vị phút) sản xuất ra một sản phẩm như sau:

Thời gian sản xuất một sản phẩm	9	10	11	12
Số công nhân	3	9	20	4

Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng thời gian trung bình tối đa cần thiết để sản xuất ra một sản phẩm loại trên.

Bài 4.19 Điều tra mức thu nhập (đơn vị triệu đồng/tháng) của 46 công nhân một ngành cơ khí được bảng số liệu:

Mức thu nhập	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
Số công nhân	5	8	10	9	14

Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng mức thu nhập hàng tháng trung bình của công nhân ngành cơ khí nói trên.

Ước lượng tỉ lệ

Bài 4.20 Kiểm tra ngẫu nhiên 200 sản phẩm của một lô hàng thấy có 6 phế phẩm. Bằng khoảng tin cậy đối xứng, với độ tin cậy 95% hãy ước lượng tỉ lệ phế phẩm của cả lô hàng.

Bài 4.21 Điều tra ngẫu nhiên 100 sinh viên của một trường đại học thấy có 13 sinh viên có hoàn cảnh khó khăn về kinh tế. Với độ tin cậy 90% hãy ước lượng số sinh viên có hoàn cảnh khó khăn về kinh tế của toàn trường. Biết toàn trường có tất cả 10000 sinh viên.

Bài 4.22 Điều tra 50 cơ sở giết mổ gia súc tư nhân ở Hà Nội thấy có 22 cơ sở không đạt tiêu chuẩn vệ sinh. Với độ tin cậy 0,99 hãy ước lượng tỉ lệ tối đa các cơ sở giết mổ gia súc tư nhân không đạt tiêu chuẩn vệ sinh ở Hà Nội.

Bài 4.23 Để nghiên cứu bệnh béo phì, người ta điều tra ngẫu nhiên 100 người có bố hoặc mẹ mắc bệnh béo phì thì thấy có 52 người mắc căn bệnh này. Với độ tin cậy 98% hãy ước lượng tỉ lệ người mắc bệnh béo phì tối thiểu khi có bố hoặc mẹ mắc căn bệnh này.

Bài 4.24 Điều tra ngẫu nhiên 500 bệnh nhân nhập viện thì thấy có 11 người là do dùng sai thuốc. Với độ tin cậy 0,95 hãy ước lượng tỉ lệ bệnh nhân phải nhập viện do dùng sai thuốc.

Bài 4.25 Để hoạch định chính sách kinh doanh trong những năm tới, công ty Toyota Việt Nam đã phỏng vấn 4000 người thì thấy có 120 người có ô tô, trong đó có 35 người có ô tô mang nhãn hiệu Toyota Việt Nam. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng số ô tô đang lưu hành trong toàn quốc. Biết công ty Toyota Việt Nam đã bán được tất cả là 380000 xe trên thị trường nội địa. Giả sử mỗi người chỉ có nhiều nhất là một xe ô tô.

Bài 4.26 Trong 100 xí nghiệp được điều tra thấy có 70 xí nghiệp nộp thuế đúng thời hạn. Nếu lấy mẫu trên để ước lượng tỉ lệ xí nghiệp nộp thuế đúng thời hạn với độ tin cậy 95% thì sai số gấp phải là bao nhiêu?

Bài 4.27 Phỏng vấn ngẫu nhiên 200 sinh viên năm cuối của một trường đại học thì thấy có 65 người đã hoặc đang học ở các trung tâm ngoại ngữ. Với độ tin cậy 0,99 hãy ước lượng số người tối thiểu đã hoặc đang theo học ở các trung tâm ngoại ngữ trong số các sinh viên năm cuối của trường. Biết số lượng sinh viên năm cuối của trường là 2570 người.

Bài 4.28 Biết tỉ lệ người nhiễm vi rút viêm gan B ở một vùng là 17%. Với độ tin cậy 99% hãy ước lượng số người tối thiểu nhiễm loại vi rút này có trong 200 người trong vùng được điều tra một cách ngẫu nhiên.

4.3 Kiểm định giả thuyết thống kê về tham số

Kiểm định giả thuyết về kì vọng toán

Bài 4.29 Trước khi thay đổi trang thiết bị, tiền lãi trung bình mỗi ngày của một cửa hàng là 20 triệu đồng. Sau khi thay đổi trang thiết bị, theo dõi 16 ngày liên tiếp thấy tiền lãi trung bình của mỗi ngày là 20,3 triệu đồng.

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể cho rằng sau khi thay đổi trang thiết bị tiền lãi trung bình đã thay đổi hay không?

Biết tiền lãi mỗi ngày của cửa hàng là một DLNN phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 0,6 triệu đồng.

Bài 4.30 Theo dõi 25 bệnh nhân mắc bệnh ung thư gan thấy thời gian trung bình từ khi phát hiện ra bệnh đến khi chết kéo dài 49 tháng.

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói rằng thời gian trung bình từ khi phát hiện ra bệnh đến khi chết kéo dài hơn 4 năm hay không?

Biết thời gian từ khi phát hiện ra bệnh ung thư gan đến khi chết của bệnh nhân là một DLNN phân phối chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 4 tháng.

Bài 4.31 Cân thử lượng ga trong 9 bình được kết quả: 11,8kg; 11,7kg; 11,6kg; 11,4kg; 11,5kg; 11,6kg; 11,8kg; 11,4kg; 11,5kg.

Với mức ý nghĩa 0,01 có thể kết luận rằng trọng lượng trung bình của mỗi bình ga là nhỏ hơn 12kg hay không? Biết trọng lượng ga trong mỗi bình là DLNN phân phối theo quy luật chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn là 0,15kg.

Bài 4.32 Trước khi thay đổi nhân viên phục vụ, trung bình mỗi khách hàng vào cửa hàng ăn uống A tiêu hết 80 nghìn đồng. Sau khi thay đổi nhân viên phục vụ, theo dõi 100 khách vào cửa hàng thấy mức tiêu trung bình của mỗi người là 78 nghìn đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh là 16 nghìn đồng. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói rằng do thay đổi nhân viên phục vụ nên số tiền chi tiêu trung bình của mỗi khách hàng một lần vào cửa hàng đã thay đổi hay không?

Bài 4.33 Theo dõi thời gian cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm cùng loại của 49 công nhân được kết quả:

Thời gian (phút)	13	14	15	16
Số công nhân	8	13	18	10

Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói rằng thời gian trung bình cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm là ít hơn 15 phút hay không?

Bài 4.34 Thống kê doanh thu 36 ngày liên tiếp của một cửa hàng và tính được doanh thu trung bình của một ngày là 63 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh là 9 triệu đồng. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói rằng doanh thu trung bình trong một ngày của cửa hàng là lớn hơn 60 triệu đồng hay không?

Bài 4.35 Năng suất của một giống lúa là một DLNN phân phối theo quy luật chuẩn. Thống kê năng suất lúa ở 9 thửa ruộng tính được năng suất trung bình là 61 tạ trên một hécta và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh là 1,6129 tạ.

Với mức ý nghĩa 0,05 hãy kiểm định giả thuyết $\begin{cases} H_0 : \mu = 60 \\ H_1 : \mu \neq 60 \end{cases}$

Bài 4.36 Điều tra giá bán lẻ thịt lợn ở 9 cửa hàng thấy giá trung bình 1 kg là 53500 đồng và độ lệch tiêu chuẩn mẫu điều chỉnh là 517,9558 đồng. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể kết luận rằng giá thịt lợn cao hơn so với cùng kì tháng trước hay không? Biết giá bán thịt lợn là một DLNN phân phối theo quy luật chuẩn và giá cùng kì tháng trước là 53000 đồng.

Bài 4.37 Kiểm tra 9 ngày liên tiếp lượng thịt lợn không qua kiểm dịch bán tại một chợ và tính được $x = 1,2$ tạ và $s' = 0,1$ tạ. Với mức ý nghĩa 0,1 có thể nói rằng lượng thịt lợn không qua kiểm dịch trung bình được bán tại chợ nhiều hơn 1 tạ hay không? Biết lượng thịt lợn không qua kiểm dịch được bán tại chợ là một DLNN phân phối theo quy luật chuẩn.

Kiểm định giả thuyết về tỉ lệ

Bài 4.38 Tình hình ô nhiễm môi trường ở các làng nghề ở nước ta đang ở mức báo động. Trong một bài báo đăng trong trang nhất của báo Hà Nội Mới ra ngày 21 tháng 04 năm 2009 có viết: Do ô nhiễm môi trường nên tuổi thọ trung bình của người dân ở các làng nghề bị giảm 10 năm so với tuổi thọ trung bình của người dân trong cả nước. Điều tra ngẫu nhiên 100 người ở các làng nghề trong cả nước được bảng số liệu:

Tuổi thọ (năm)	45 – 55	55 – 60	60 - 65	65 – 70	70 - 90
Số người	10	24	36	20	10

Dựa vào số liệu điều tra trên, với mức ý nghĩa 5% có thể nói tác giả của bài báo đã đánh giá vấn đề trầm trọng hơn sự thật hay không? Biết tuổi thọ trung bình của người dân trong cả nước là 70 tuổi.

Bài 4.39 Tuổi thọ trung bình của một loại sản phẩm theo thiết kế là 5 năm. Người ta cho rằng tuổi thọ trung bình của sản phẩm đã thay đổi. Điều tra 36 sản phẩm được kết quả:

Tuổi thọ (tháng)	57	58	59	60	61
Số sản phẩm	2	8	10	12	4

Với mức ý nghĩa 0,05 hãy cho kết luận về vấn đề trên. Biết tuổi thọ của sản phẩm là một ĐLNN phân phối chuẩn.

Bài 4.40 Tỉ lệ sản phẩm loại hai của một nhà máy theo quy định là 10%. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm của nhà máy thấy có 18 sản phẩm loại hai. Với mức ý nghĩa 0,05 hãy cho kết luận xem tỉ lệ quy định trên có còn phù hợp hay không?

Bài 4.41 Theo báo cáo của một tỉnh thì 6% số người bị nhiễm chất độc màu da cam được hưởng trợ cấp của nhà nước. Nghi ngờ tỉ lệ báo cáo trên cao hơn so với thực tế. Điều tra ngẫu nhiên 200 người thì thấy có 10 người được hưởng trợ cấp của nhà nước. Với mức ý nghĩa 1% hãy cho kết luận về điều nghi ngờ trên.

Bài 4.42 Theo báo cáo của cơ quan vệ sinh dịch tễ thì 20% cơ sở sản xuất nước khoáng không đảm bảo chất lượng sản phẩm. Có ý kiến cho rằng tỉ lệ trên thấp hơn so với thực tế. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 cơ sở sản xuất nước khoáng thì thấy có 30 cơ sở chưa đảm bảo chất lượng sản phẩm. Với mức ý nghĩa 5% hãy kết luận xem ý kiến trên có xác đáng hay không?

Bài 4.43 Theo báo cáo của cơ quan y tế thì sau khi cai nghiện ma túy có tới 95% số người tái nghiện. Để kiểm tra lại, người ta theo dõi 250 người sau khi cai nghiện thấy có 238 người tái nghiện. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói con số trong báo cáo trên là hợp lý hay không?

Bài 4.44 Điều tra 300 học sinh phổ thông trung học ở Hà Nội thấy có 66 em bị cận thị. Với mức ý nghĩa 1% có thể nói rằng tỉ lệ học sinh phổ thông trung học cơ sở ở Hà Nội bị cận thị nhỏ hơn 25% hay không?

Bài 4.45 Tỉ lệ sản phẩm loại II của một lô hàng theo thông báo là 15%. Nghi ngờ tỉ lệ này có khả năng cao hơn. Kiểm tra ngẫu nhiên 100 sản phẩm thấy có 25 sản phẩm loại II. Với mức ý nghĩa 0,01 hãy cho kết luận về điều nghi ngờ trên.

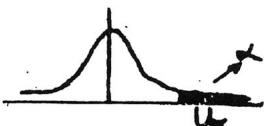
Bài 4.46 Theo báo cáo của cơ quan Y tế thì tỉ lệ người bị mắc bệnh về mắt ở một địa phương là 8%. Để kiểm tra lại, người ta điều tra ngẫu nhiên 250 người ở địa phương nói trên và thấy có 22 người mắc bệnh về mắt. Với mức ý nghĩa 1% có thể nói con số đưa ra của cơ quan Y tế là chính xác hay không?

Bài 4.47 Điều tra 150 hộ dân ở một địa phương thấy có 18 hộ thuộc diện nghèo. Với mức ý nghĩa 0,05 có thể nói tỉ lệ hộ nghèo ở địa phương nói trên là lớn hơn 10% hay không?

Bảng 3. Giá trị hàm Laplace $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0.1	03983	04380	04772	05176	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0.2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0.3	11791	12172	12556	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0.4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0.5	19146	19497	19847	20194	2054	20884	21226	21566	21904	22240
0.6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0.7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0.8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0.9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1.0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1.1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1.2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1.3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1.4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1.5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1.6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1.7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1.8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1.9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2.0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2.1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2.2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2.3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2.4	49180	49202	49224	49245	49266	49285	49305	49324	49343	49361
2.5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2.6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2.7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2.8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2.9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3.0	0.49865		3.1	49903	3.2	49931	3.3	49952	3.4	49966
3.5	49977		3.6	49984	3.7	49989	3.8	49993	3.9	49995
4.0	499968									
4.5	499997									
5.0	49999997									

Bảng 4 Giá trị phân vị chuẩn U_α



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.10	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.20	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.30	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.40	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.50	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
					$\alpha = 0.2946 \Leftrightarrow \alpha = 0.54$					
0.60	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.70	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.80	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.90	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.00	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.10	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.20	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.30	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.40	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.50	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.60	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.70	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.80	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.90	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.00	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.10	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.20	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.30	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.40	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.50	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.60	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.70	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.80	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.90	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.00	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010

Bảng 6 Giá trị phân vị $t_{\alpha}^{(n)}$ của phân phối Student



n	$\alpha = .1$	$\alpha = .05$	$\alpha = .025$	$\alpha = .01$	$\alpha = .005$	$\alpha = .001$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.309
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.713
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
240	1.285	1.651	1.970	2.342	2.596	3.125
$+\infty$	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

