



No.4 Heron's Fountain

重庆大学代表队

马祥芸



Problem 题目

Construct a Heron's fountain and explain how it works. Investigate how the relevant parameters affect the height of the water jet.

构造一个海伦喷泉并**解释**它怎样工作的，**研究相关参数**是如何影响水柱高度的。



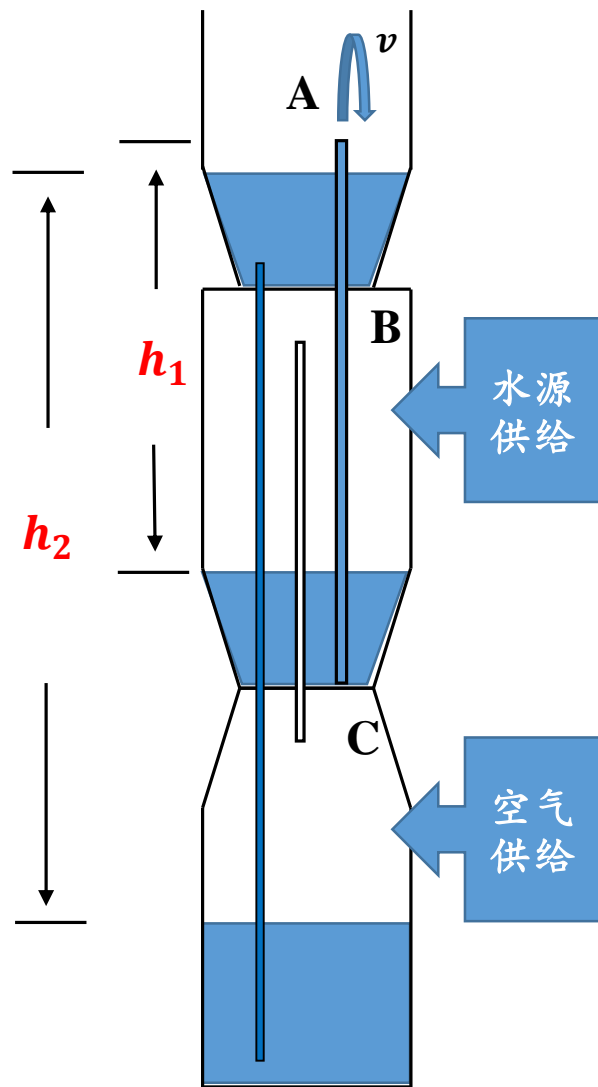
Theoretical Analysis

理论分析

- 抽象建模
- 伯努利方程
- 最大喷射高度求解



Abstract Model 物理模型



工作原理:

- 向喷泉中加水“注入”额外势能。
- 进入瓶C的水挤压空气进入瓶B。
- 瓶B中的水被挤压从导管喷出。

伯努利原理(Bernoulli's principle):

$$P_{atm} + \rho_w g(h_2 - h_1) = P_{atm} + \frac{\rho_w v^2}{2} + \Delta P_f + P_{loss}$$

$$\Delta P_f = \rho_w \left[\sum h_f \right]$$

管道总能量损失

滞粘阻力损耗

$$\sum h_f = [h_f] + [h_j]$$

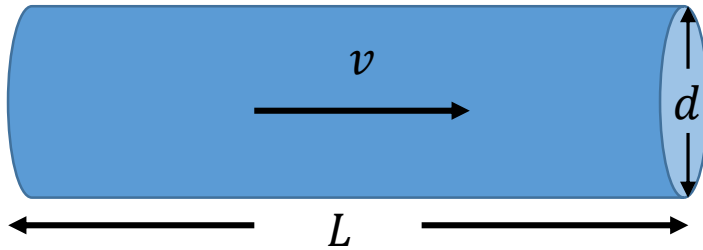
形体阻力损耗

- [1] 列夫·达维多维奇·朗道. 流体力学[M]. 第五版, 出版地: 北京: 高等教育出版社, 2012.10
- [2] Bernoulli's principle(Wiki)
- [3] Roman Ya. Kezerashvili and Alexander Sapozhnikov. Magic Fountain [Z].



Theoretical Analysis 理论分析

圆形直管的滞粘力损耗



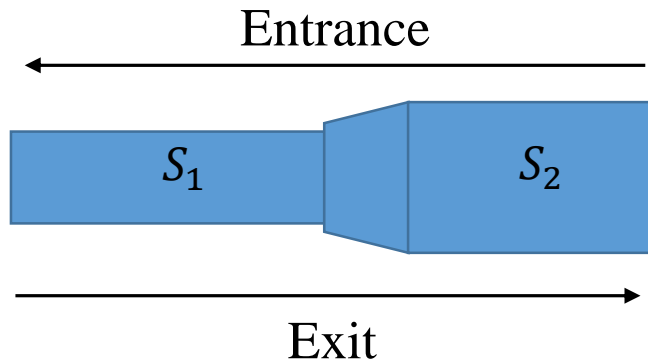
达西公式 (Darcy-Weisbach equation) :

$$h_f = \lambda_{(Re)} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2}$$

管内流场雷诺数:

$$Re = \frac{\rho_w d v}{\mu}$$

管道出入口的形体损耗



损耗形式:

$$h_j = \xi \cdot \frac{v^2}{2}$$

入口损失系数:

$$\xi_{out} = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2$$

$$\lim_{S_2 \rightarrow \infty} \xi_{out} = 1$$

出口损失系数:

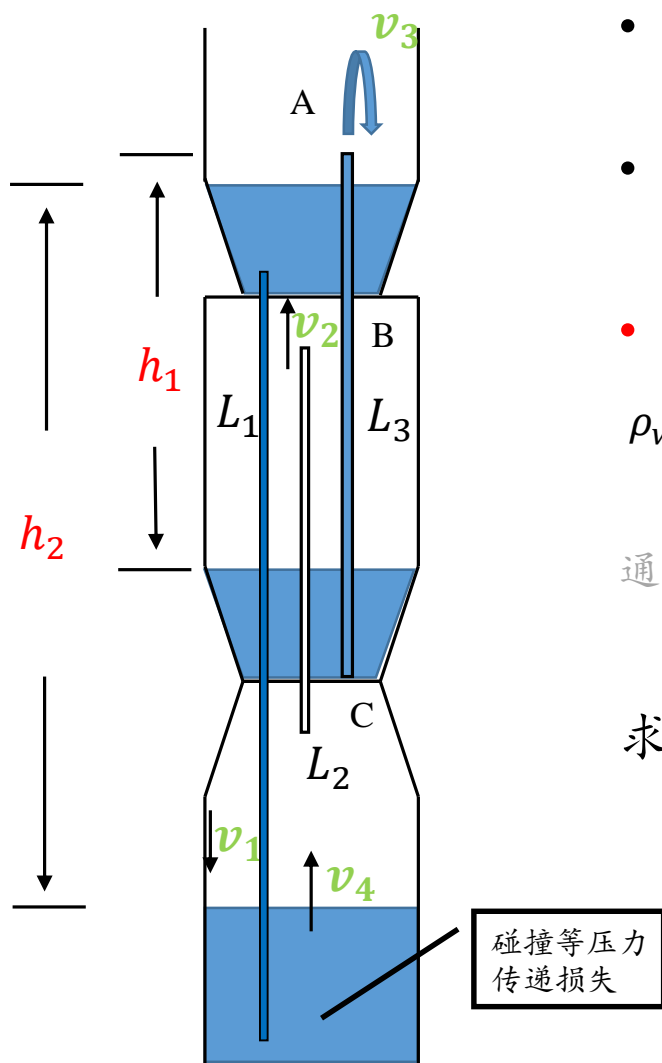
$$\xi_{in} = 0.5 \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)$$

$$\lim_{S_2 \rightarrow \infty} \xi_{in} = 0.5$$

[4] Darcy-Weisbach equation(Wiki)



Theoretical Analysis 理论分析



- 整个系统而言，满足**流量守恒**：

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_3 S_3 = v_4 S_4$$

- 热力学过程损耗极小，主要为碰撞压强损耗：

$$P_{loss} = \frac{1}{2} \rho_w v_1^2 - \frac{1}{2} \rho_w v_4^2 \quad (\text{包含出口损耗})$$

- 准静态过程**求解最大喷射高度：

$$\rho_w g (h_2 - h_1) = \rho_w \sum h_{f1} + \rho_a \sum h_{f2} + \rho_w \sum h_{f3} + P_{loss} + \frac{\rho_w v_3^2}{2}$$

通常情况下，这一项的空气流动损耗极小(空气密度约为水的0.001)

$$H_{out} = \frac{v_3^2}{2g}$$

求解得：

$$H_{outmax} = \frac{2(h_2 - h_1)_{max}}{5 + \frac{2\lambda L_1 d_3^4}{d_1^5} + \frac{3d_3^4}{d_1^4} + \frac{2fL_3}{d_3} - \frac{d_3^4}{d_1^2 d_4^2} - \frac{2d_3^4}{d_4^4} - \frac{d_3^2}{d_4^2}}$$

碰撞等压力
传递损失



Investigate Parameters

研究参数

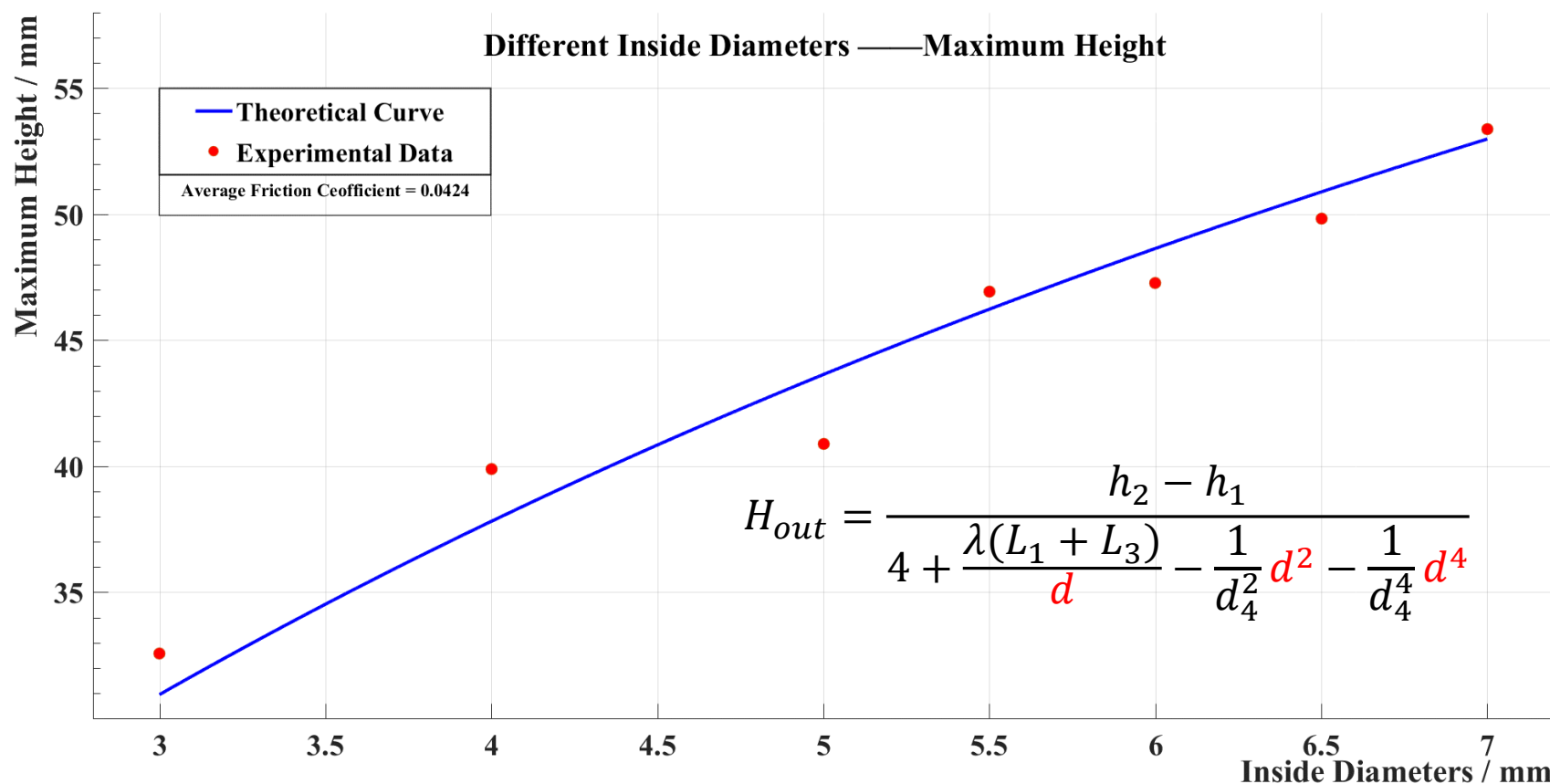
- 三根管道同时改变内径
- 最大高度差 $(h_2 - h_1)_{max}$





Different Inside Diameters 不同管内直径

☆ 同时改变三根管的内直径



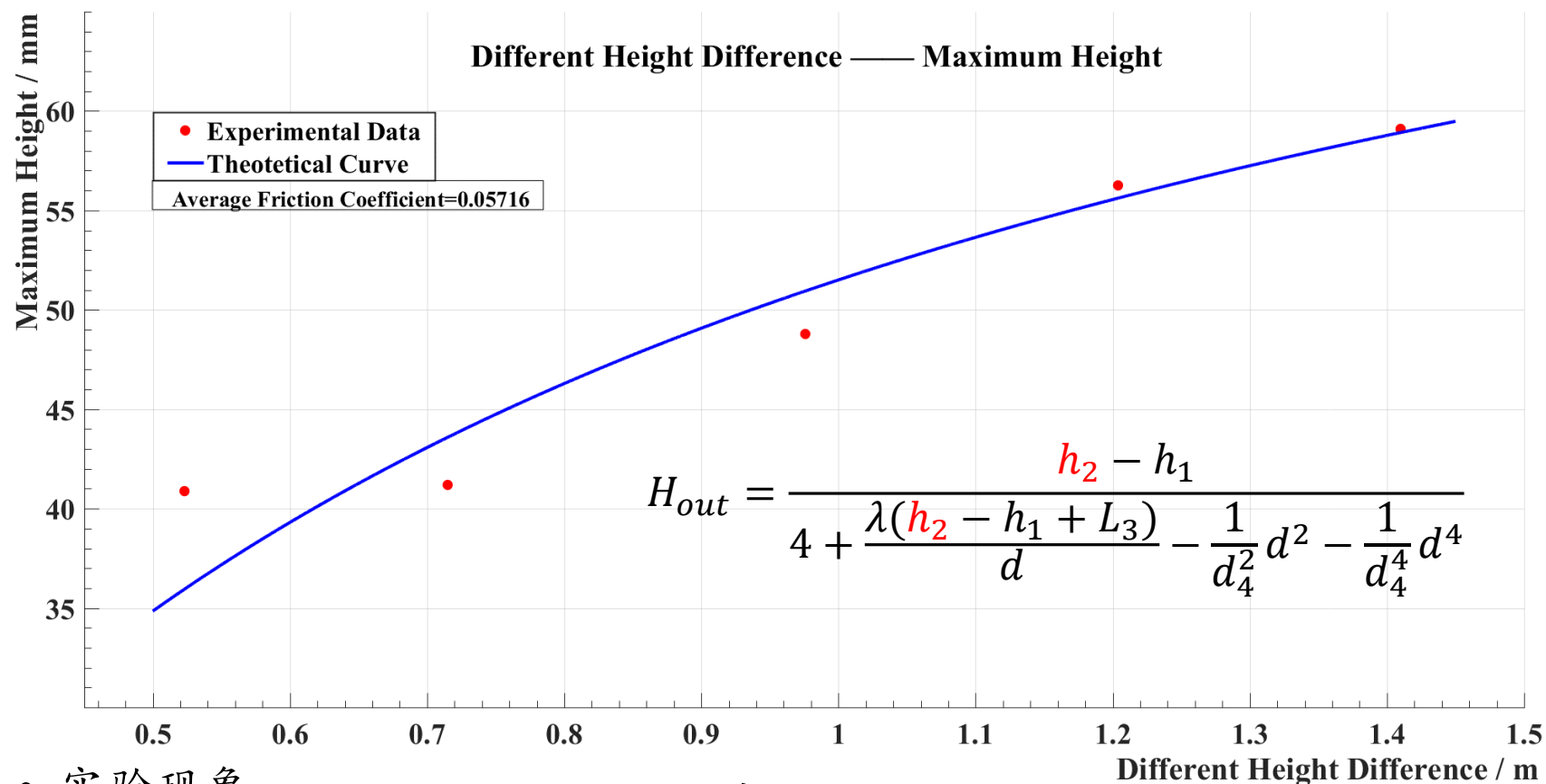
- 实验现象：
 - 随着管径增大
喷射高度增大

- 理论曲线：
 - 达西公式: $h_f = \lambda_{(Re)} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2}$



Different Height Difference 不同高度差

☆以5mm为三管直径，不断增加空气瓶的高度(即增加 h_2)



• 实验现象:

- 随着高度增加
喷射不显著

• 理论曲线:

- 在高度增加的同时
管一长度满足 $L_1 = h_2 - h_1$

损耗同时增加



Deep Analysis

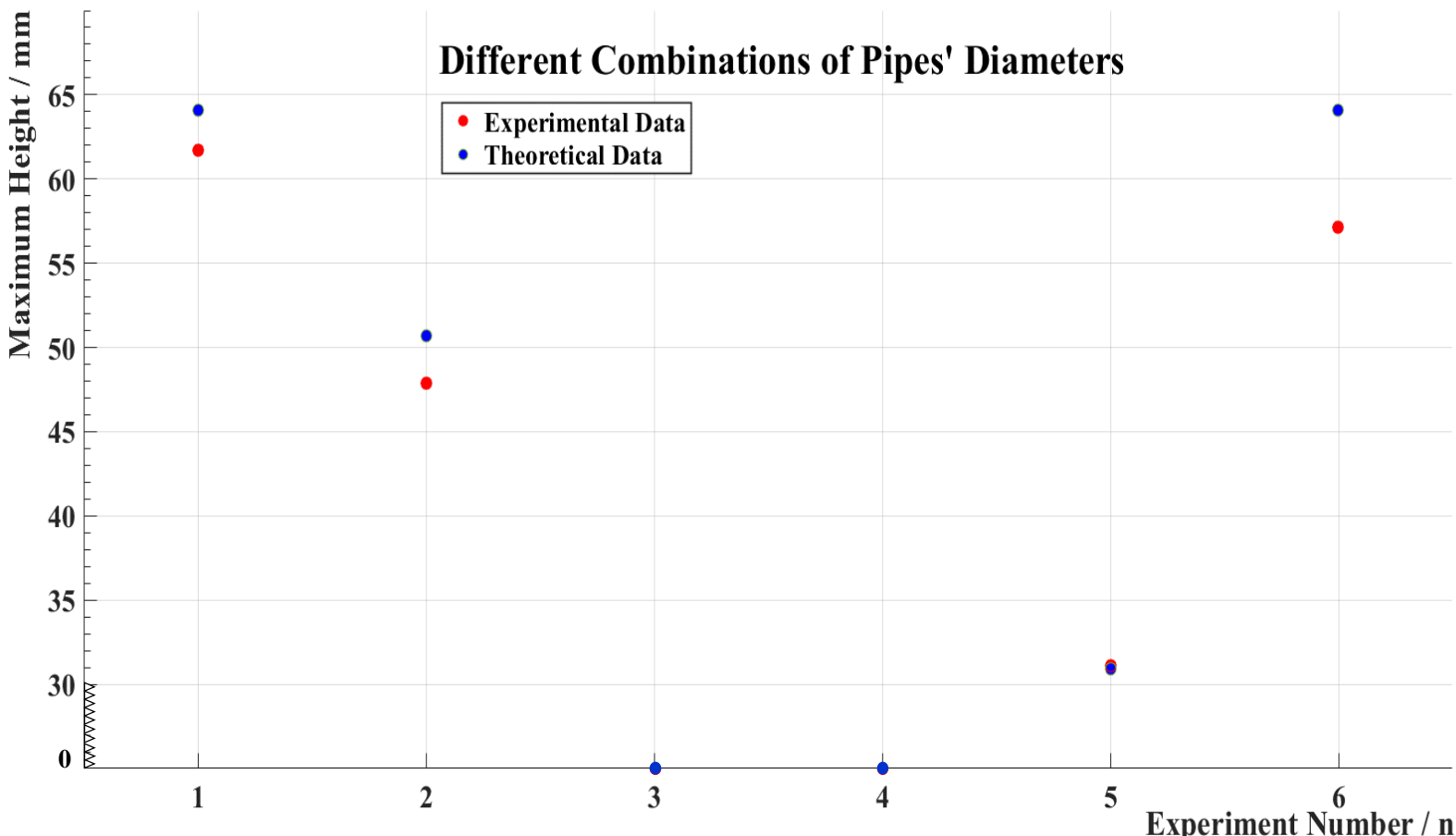
深入分析

- 探究三管道不同粗细组合
- 探究三管道损耗权重



Different Combinations of Pipes' Inside Diameter

☆ 3mm作为细管,6.5mm作为粗管。三管进行6种组合

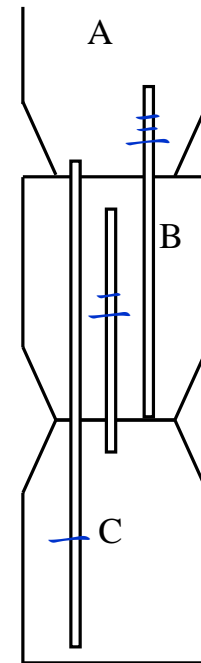
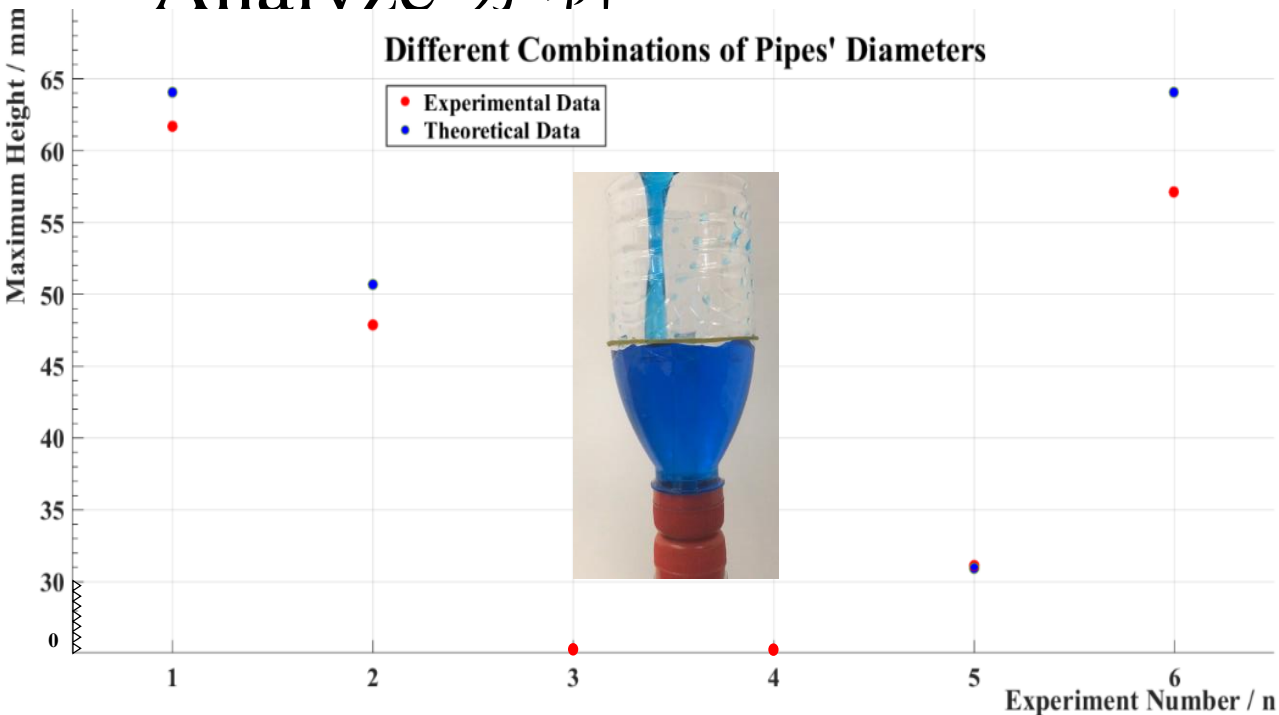


	管号		
实验编号	一	二	三
1	粗	粗	细
2	粗	细	粗
3	细	粗	粗
4	细	细	粗
5	细	粗	细
6	粗	细	细

- 理论公式在三根管不同的内直径情况下适用性也极强

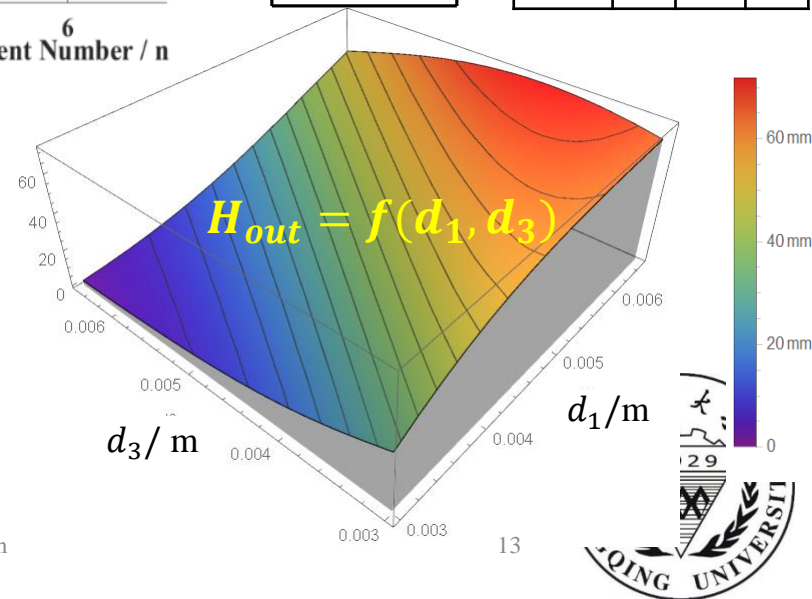


Analvze 分析



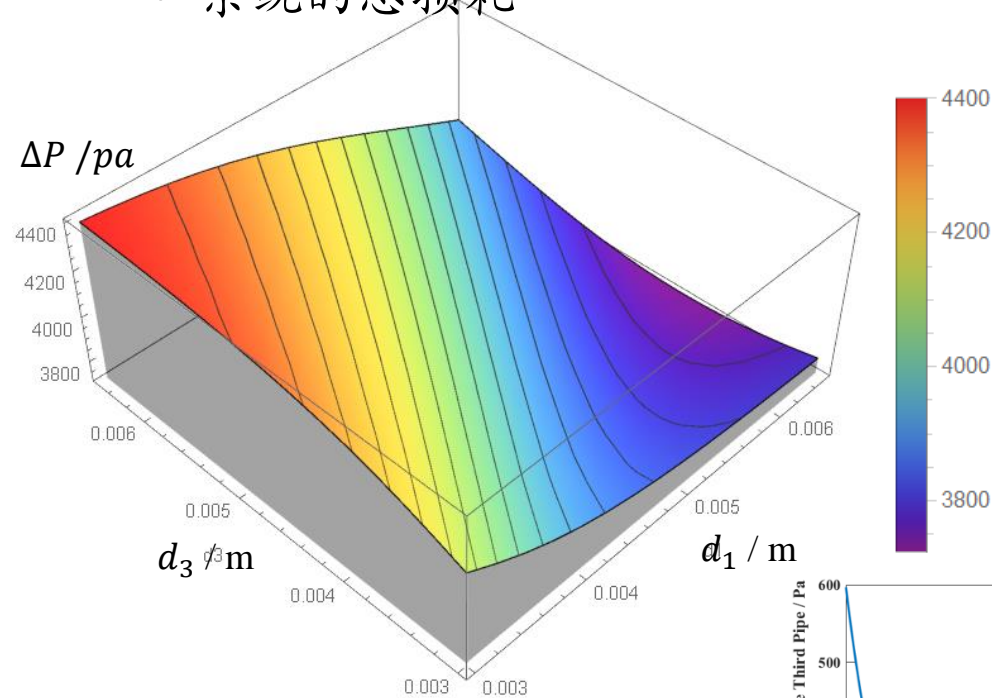
	管号		
实验编号	一	二	三
1	粗	粗	细
2	粗	细	粗
3	细	粗	粗
4	细	细	粗
5	细	粗	细
6	粗	细	细

- 实验现象:
 - 管二粗细
无影响 (25)
 - 管一越粗
喷得越高 (156)
 - 管三越粗
喷得越低 (34)
- 粗略结论:
 - 管二损耗在此实验条件下可以忽略
 - 喷射高度与管一直径呈正相关
 - 喷射高度与管三直径呈反相关



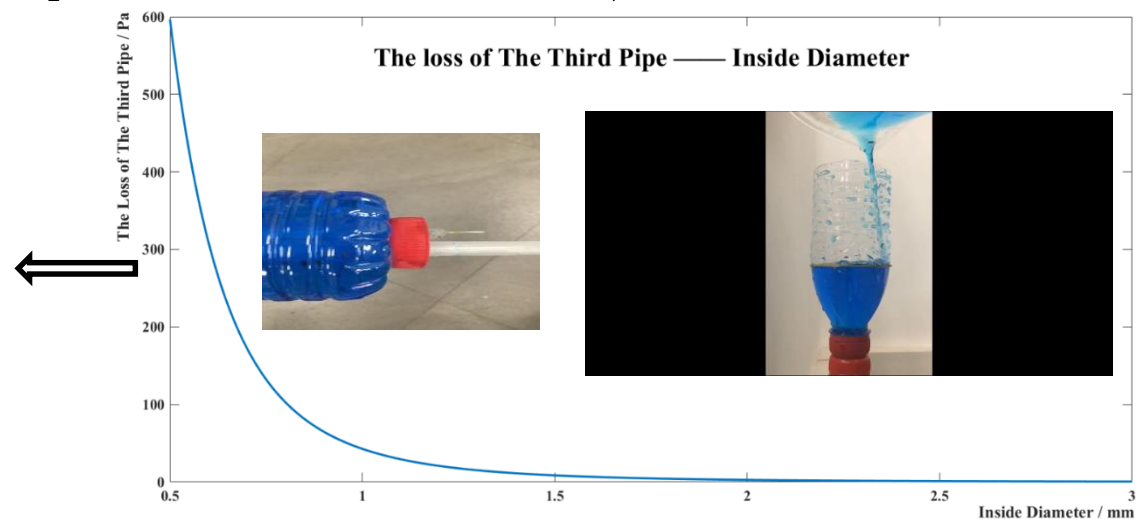
Weight of loss of each tube 各管损耗权重

- 系统的总损耗



- 系统损耗与 d_1 直径呈反相关
- 系统损耗与 d_3 直径呈正相关
 - d_3 管径增大, 损耗减少
但管内流速上升, 造成管一整体的损耗增加
- 结论:
 - 管一损耗的权重远大于管三
- 管二损耗

- 管二的损耗在一定内径尺度下几乎可以忽略不计
- 在小尺度下(接近0.5mm时), 管二的损耗极大



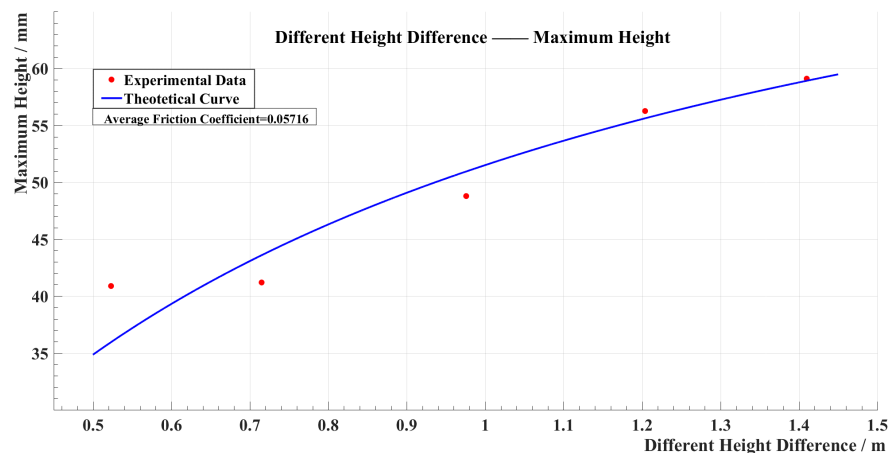
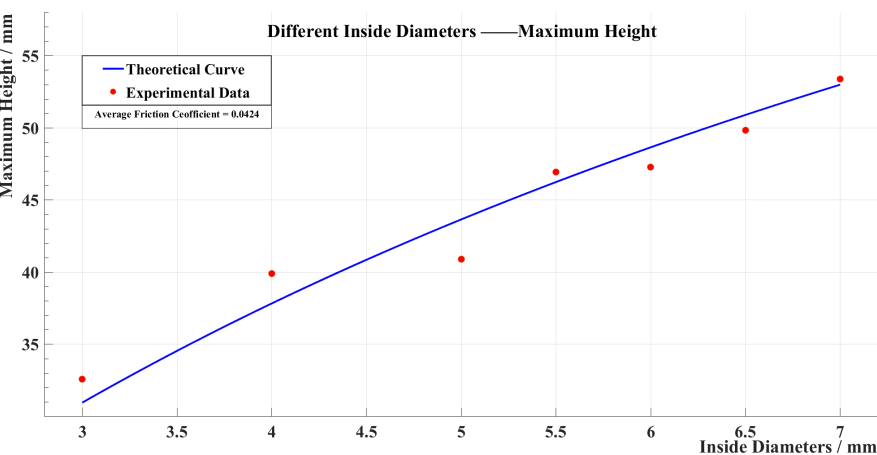
总结

注入初始势能
维持运作并耗散能量
的喷泉装置

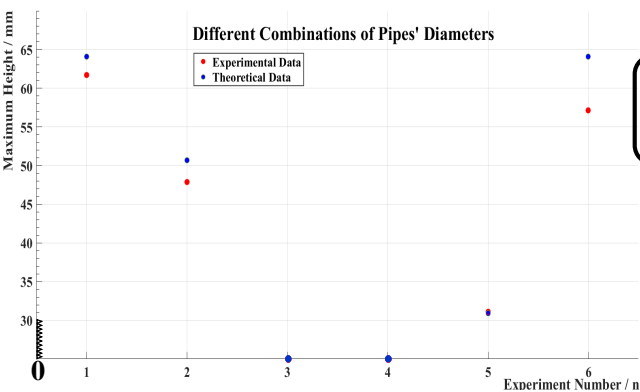
- 通过在伯努利原理中加入损耗项求解了最大喷射高度函数

$$H_{outmax} = \frac{2(h_2 - h_1)_{max}}{5 + \frac{2\lambda L_1 d_3^4}{d_1^5} + \frac{3d_3^4}{d_1^4} + \frac{2fL_3}{d_3} - \frac{d_3^4}{d_1^2 d_4^2} - \frac{2d_3^4}{d_4^4} - \frac{d_3^2}{d_4^2}}$$

- 探究了如下两个基本参量

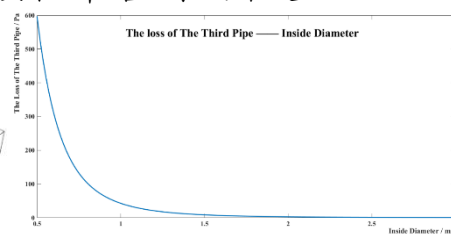
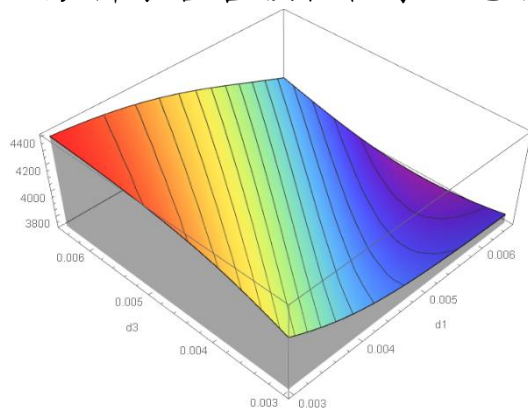


- 深入探究了不同管径组合下的喷射高度



理论均高
度吻合

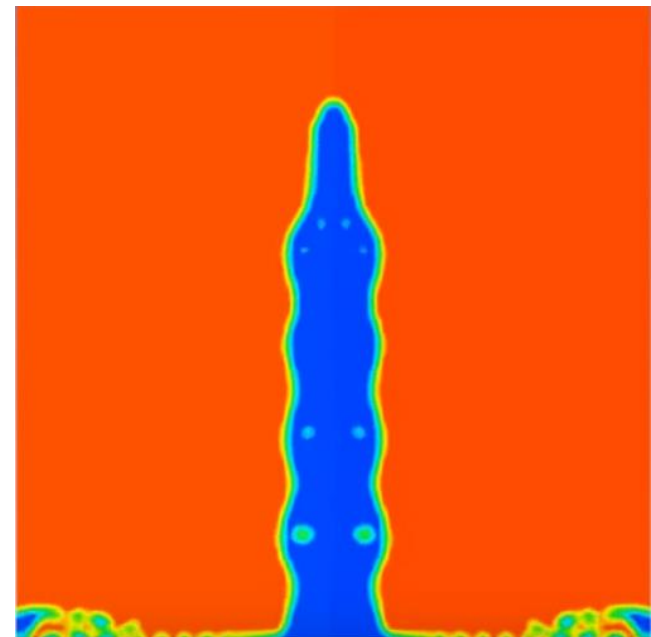
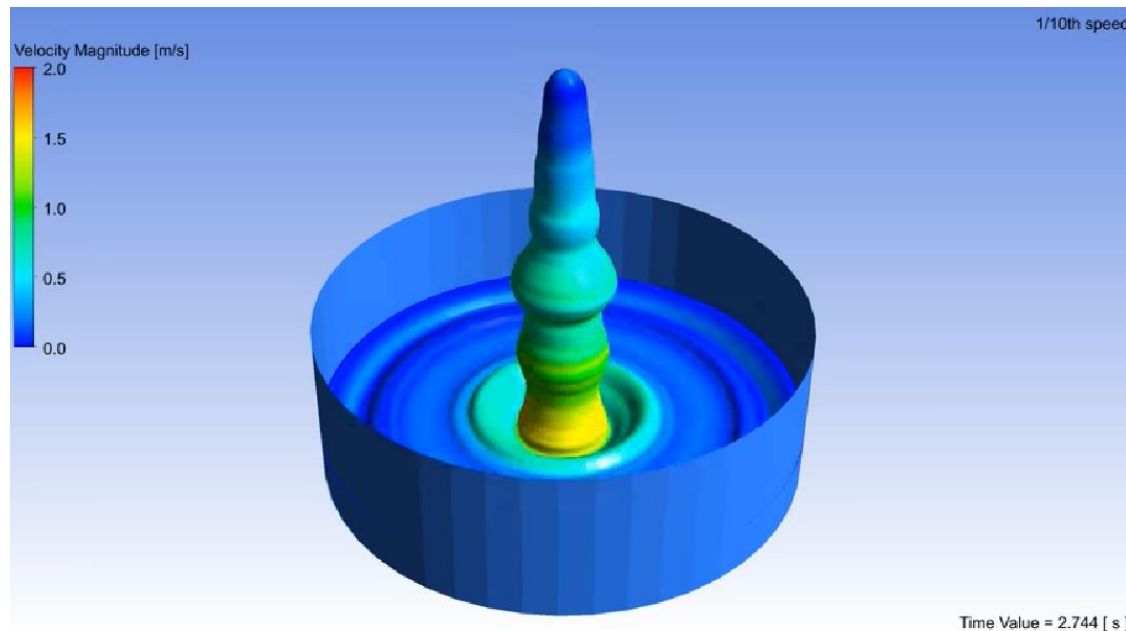
- 分析了各管损耗在系统总损耗中各自的权重



Thanks For Listening !



Simulation of a Fountain



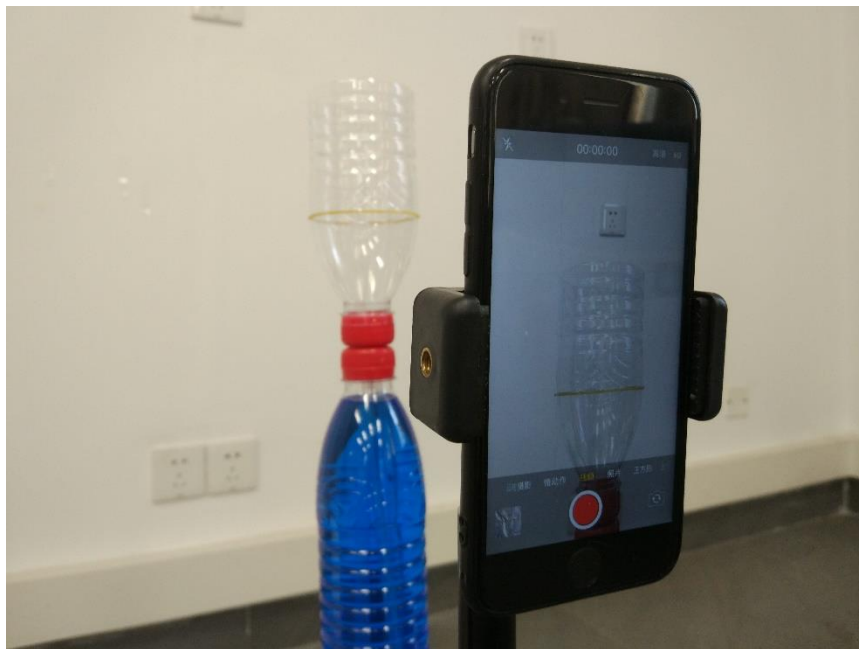
Simulation of a fountain

在反向水流中，在周围会形成波状，并有波节，会形成周期性的变化，解释喷泉高度的变化与不稳定性。

通常倾斜角越大，更容易以抛物线喷出，反向水流影响较小

[5] [Simulation of a Fountain](#)

喷射高度测量



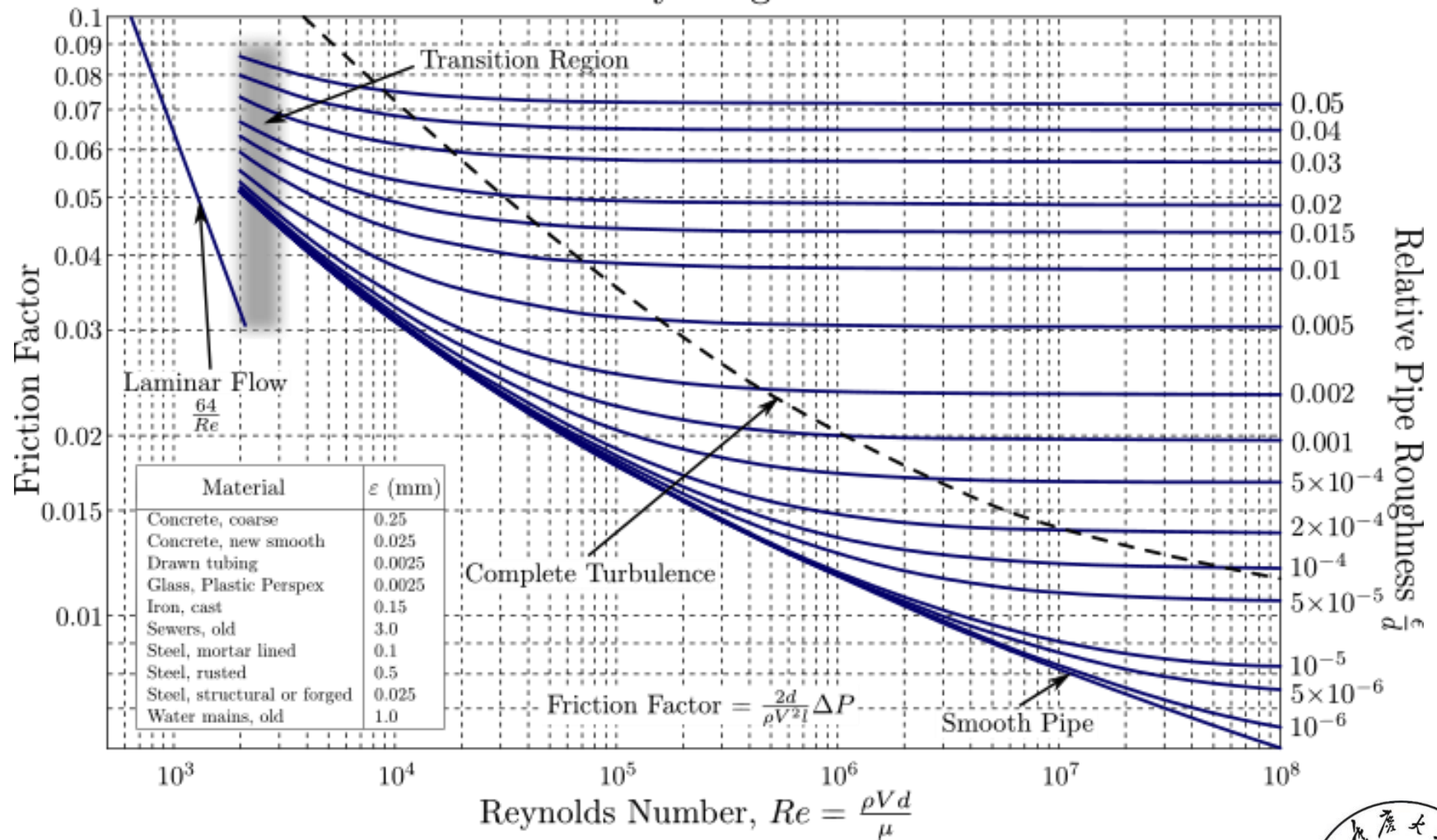
- 管三伸出长度和基准面几乎一致

倾斜角度修正

$$H_{out} = \frac{H_{测}}{\sin(\theta)^2}$$



Moody Diagram



空气的黏度为 $0.018\text{mPa}\cdot\text{s}$ (10^{-5}),
汽油为 $0.65\text{mPa}\cdot\text{s}$, 水为 $1\text{mPa}\cdot\text{s}$

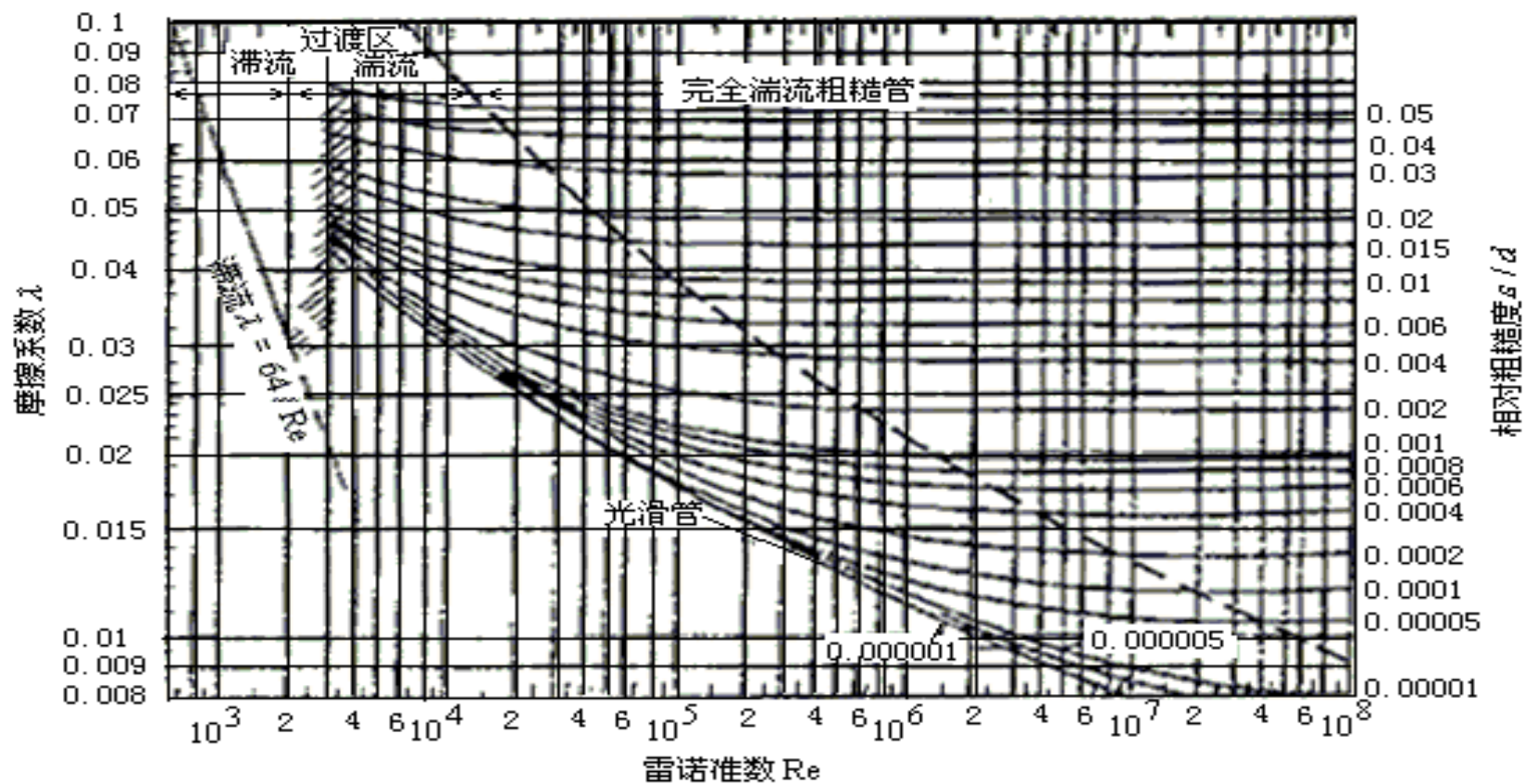


图1-39 摩擦系数 λ 与雷诺准数 Re 及相对粗糙度 s/d 的关系

