8. Números complejos

8.1. La unidad imaginaria

La unidad imaginaria se denota por **I** (mayúscula). Para introducir un número complejo lo hacemos en la forma binómica **a+b*I** o bien empleando la función **Complex[a,b]**. Muchas veces podemos suprimir el asterisco que separa al número de la unidad imaginaria. En la salida, la unidad imaginaria se escribe en minúscula y con una tipografía especial.

Ejercicios

- Calcula la raíz cuadrada de -1.
- Resuelve la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
- Calcula distintas potencias de la unidad imaginaria.

Nuevas funciones

I , Complex.

8.2. Operaciones

Las operaciones algebraicas se realizan con los operadores de siempre.

Para calcular el módulo de un número complejo empleamos **Abs[z]**, para obtener el argumento (en radianes) **Arg[z]**, para el conjugado **Conjugate[z]**, y para las partes real e imaginaria **Re[z]** e **Im[z]**.

Ejercicios

- Dados los números complejos $z = 3 + 5i$ y $w = 3 - 2i$, calcula su suma, su resta, multiplicación, división, inverso y potencias.
- Calcula el módulo, el argumento, el conjugado, la parte real e imaginaria de w.

Nuevas funciones

Abs, Arg, Conjugate, Re, Im.

8.3. Forma polar

Si un número complejo z tiene módulo m y argumento θ (en radianes), entonces, **según la fórmula de Euler**, el número se puede escribir como $z = m \cdot \exp(i\theta)$. También se puede escribir como $z = m\cos(\theta) + im\sin(\theta)$.

Si tenemos un número complejo en forma polar y lo queremos en forma binómica, utilizamos la función **ComplexExpand**.

Ejercicios

Utilizando la fórmula de Euler, construye el número complejo 5_{30^0} y calcula el conjugado, la parte real, la imaginaria y el módulo.

Nuevas funciones

ComplexExpand.

8.4. Funciones con argumento complejo

Un número entero z tiene siempre n raíces de orden n. Para encontrar todas las raíces de dicho orden debemos resolver la ecuación $x^n - z = 0$. Si nosotros elevamos el número z a la potencia $1/n$ **únicamente obtenemos una de las posibles raíces**.

Muchas de las funciones elementales se pueden aplicar sobre argumentos complejos. En general dichas funciones son multivaluadas (en realidad dan lugar a superficies de Riemann) y Mathematica generalmente nos devuelve un único valor.

Ejercicios

- Calcula distintas raíces del número $3+5i$.
- Calcular la raíz cúbica de -8.
- Realiza los siguientes cálculos, dando el resultado en forma binómica:

$$a)\, e^{\pi i} \quad b)\, \log(4+5i) \quad c)\, \arcsin(3) \quad d)\, \exp(ix)$$

9. Gráficas de funciones

9.1. Gráfica de una o más funciones

Para dibujar funciones usamos **Plot[f[x],{x,min,max}]**. Debemos escribir una función con una única variable, y en una lista debemos dar la variable, el valor mínimo y el valor máximo del eje horizontal. El tamaño del eje vertical se adapta a la función que estemos dibujando.

Para dibujar **más de una gráfica en los mismos ejes**, debemos utilizar la misma variable para las dos funciones y escribirla como primer argumento en una lista.

Las gráficas se pueden **redimensionar y guardar en multitud de formatos**, utilizando el botón derecho del ratón.

Ejercicios

Dibujar la siguientes funciones individualmente, variando el dominio. Dibujar ambas funciones en los mismos ejes:

$$f(x) = \sin(x) \qquad g(x) = x^2 - 3x$$

Nuevas funciones

Plot.