

10.2. Indeterminaciones

Mathematica calcula límites en cualquier punto. En particular es capaz de resolver muchos tipos de indeterminaciones.

Ejercicios

Resuelve las siguientes indeterminaciones:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \right) \rightsquigarrow (\text{tipo } \infty/\infty)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n \rightsquigarrow (\text{tipo } 1^\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 16} \left(\frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4} \right) \rightsquigarrow (\text{tipo } 0/0)$$

10.3. Derivadas como límites

Las derivadas se pueden calcular con límites. Para calcular la derivada de una función f en un punto a debemos efectuar el límite:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Ejercicios

Calcula, utilizando límites, la derivada del coseno.

10.4. Continuidad

Para que una función sea continua, al menos, **deben existir los límites laterales y coincidir**. Si el valor de la función coincide con estos valores, la función es continua. Si el valor de la función no coincide con los límites entonces, redefiniendo la función, podemos hacerla continua. Se dice en este caso que la discontinuidad es evitable.

Ejercicios

Comprueba la continuidad en $x = 0$ de las funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$g(x) = (2 + x)^{\frac{1}{x}}$$

10.5. Asíntotas

Dada una función $f(x)$, decimos que $y = a$ es una **asíntota horizontal** (por la derecha) si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$. Una recta $x = a$ es una **asíntota vertical** si alguno de los límites laterales $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ es infinito. Finalmente, una recta $y = mx + n$ es una **asíntota oblicua** si $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (mx + n)) = 0$. En todos los casos, la gráfica de la función y la de la asíntota se acercan entre si.

Ejercicios

Calcula las asíntotas y dibuja la función.

$$\frac{2x^2 - 6x + 3}{x - 4}$$