

## 14. Matrices

### 14.1. Introducción de matrices

Para introducir una matriz escribimos unas llaves y dentro, separados por comas, escribimos cada uno de los vectores fila. Como las filas son vectores deben ir entre llaves también. En realidad **una matriz es una lista de listas**. Mathematica siempre nos presenta la salida de una matriz en la forma anterior. Si queremos ver los resultados con la presentación habitual debemos utilizar **MatrixForm[A]**. En el caso de los vectores estos se representan como vectores columna.

#### Ejercicios

Escribe las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 8 \\ -3 & 4 & 2 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

#### Nuevas funciones

**MatrixForm.**

## 14.2. Operaciones matriciales

Los operadores habituales realizan las **operaciones componentes a componente**. En el caso de la suma y la resta corresponden a la estructura de espacio vectorial del conjunto de matrices de un determinado orden. Sin embargo debemos tener en cuenta que **el asterisco no proporciona el producto matricial, ni el circunflejo la potencia matricial**. Para el **producto matricial se emplea el punto** (o también la función **Dot[m,n]**) y para la potencia **MatrixPower[A,n]**.

### Ejercicios

Con las matrices anteriores realiza las operaciones:

- $a) A + B$       $b) A - B$       $c) A * B$       $d) A.B$
- $a) B.A$       $b) 3A + 5B$       $c) A^5$       $d) A^{-1}$

### Nuevas funciones

**Dot, MatrixPower.**

## 14.3. Inversas, determinantes y transpuestas

La inversa de una matriz se puede calcular elevando a  $-1$  la matriz o más cómodamente con el comando **Inverse[A]**. El determinante con **Det[A]**, la traza con **Tr[A]** y la transpuesta con **Transpose[A]**.

### Ejercicios

- Calcula los comandos anteriores sobre las matrices  $A$  y  $B$ .
- Comprueba la propiedad  $u \cdot (v \times w) = \det(u, v, w)$ .

### Nuevas funciones

**Inverse, Det, Tr, Transpose.**

## 14.4. Rango y reducción por filas

El rango se calcula con **MatrixRank[A]**. Este es el número de filas linealmente independientes. Podemos también reducir por filas la matriz con la orden **RowReduce[A]** y contar el número de filas no nulas.

### Ejercicios

Calcula el rango y la reducción por filas de las matrices anteriores.

### Nuevas funciones

**MatrixRank, RowReduce.**

## 14.5. Matrices y vectores

Si tenemos un vector, con las dimensiones adecuadas, **se puede multiplicar por la derecha o por la izquierda por una matriz**. El caso de multiplicar por ambos lados se obtiene, desde el punto de vista algebraico una forma cuadrática, y desde el punto de vista geométrico el producto escalar asociado a la matriz en cuestión.

### Ejercicios

Dada la matriz  $A$  y el vector  $v = (3, 6, -1)$  calcula:

$$a) A \cdot v$$

$$b) v \cdot A$$

$$c) v \cdot A \cdot v$$

## 14.6. Construcción de matrices especiales

Mathematica tiene algunas funciones que nos permiten construir algunas matrices especiales:

- **IdentityMatrix[n]**  $\Rightarrow$  matriz identidad de orden  $n$ .
- **DiagonalMatrix[v]**  $\Rightarrow$  matriz cuadrada con el vector  $v$  en la diagonal.
- **ConstantArray[a,{m,n}]**  $\Rightarrow$  matriz  $m \times n$  constante.
- **RandomInteger[a,{m,n}]**  $\Rightarrow$  matriz  $m \times n$  formada por números aleatorios entre 1 y  $a$ .

### Ejercicios

- Construye la matriz identidad de orden 4.
- Una matriz cuadrada con la diagonal (4,7,9).
- Utilizar el segundo argumento de **DiagonalMatrix**.
- La matriz nula de tamaño  $3 \times 4$ .
- Crea una matriz aleatoria.

### Nuevas funciones

**IdentityMatrix, DiagonalMatrix, ConstantArray, RandomInteger.**

## 14.7. Submatrices

Introduciremos con ejemplos, la manera de extraer submatrices de una matriz. Para ello debemos emplear el doble corchete o las funciones **Take[m]** o **Drop[m]**:

- **A[[2,3]]** extrae el elemento  $a_{23}$  de la matriz.
- **A[[4]]** extrae la cuarta fila de la matriz.
- **A[[All, 2]]** nos devuelve la segunda columna.
- **A[[{1,2,4},All]]** extrae las filas 1, 2 y 4.
- **Take[A,{2,6},{3,5}]** submatriz con las filas de la 2 a la 6 y con las columnas de la 3 a la 10
- **Drop[A,{2,6},{3,5}]** submatriz que se obtiene al borrar las filas de la 2 a la 6 y borrar las columnas de la 3 a 10.

### Ejercicios

Construye una matriz aleatoria y extrae diversas submatrices con los comandos anteriores.

### Nuevas funciones

**Take, Drop.**

## 14.8. Miscelanea de matrices

He aquí una recopilación de funciones aplicables a matrices:

- **\$Post:=If[MatrixQ[#], MatrixForm[#],#]&**  $\Rightarrow$  todas las matrices se muestran en formato matemático.
- **Dimensions[m]**  $\Rightarrow$  tamaño de la matriz.
- **HermitianMatrixQ[m]**  $\Rightarrow$  True si  $A = A^*$ .
- **OrthogonalMatrixQ[m]**  $\Rightarrow$  True si  $A \cdot A^t = \text{Id}$ .
- **PositiveDefiniteMatrixQ[m]**  $\Rightarrow$  True si es definida positiva.
- **SymmetricMatrixQ[m]**  $\Rightarrow$  si  $A = A^t$ .
- **Diagonal[m]**  $\Rightarrow$  extrae la diagonal de  $m$ .