

6. Fracciones algebraicas

6.1. Simplificación

Los cocientes de polinomios son las fracciones algebraicas. Si queremos simplificar una fracción podemos **descomponer en factores** tanto el numerador como el denominador y «tachar» los factores repetidos. Otro método para simplificar consiste en dividir tanto el numerador como el denominador **entre el máximo común divisor de ambos polinomios**. Mathematica simplifica las fracciones con el comando **Cancel[p]** o también **Simplify[p]**.

Para acceder al numerador de una fracción tenemos **Numerator[p]** y para el denominador **Denominator[p]**.

Ejercicios

Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$$

$$b) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$$

Nuevas funciones

Cancel, Numerator, Denominator.

6.2. Desarrollar fracciones

El comando **Expand[p]** que nos servía para polinomios sigue funcionando con fracciones algebraicas. Sin embargo es probable que el resultado que nos devuelve no sea del agrado de los ojos de un matemático, a pesar de ser correcto.

En una fracción podemos desarrollar el numerador, el denominador o ambas partes. Los comandos son **ExpandNumerator[p]**, **ExpandDenominator[p]** y **ExpandAll[p]**.

Ejercicios

Desarrolla de distintos modos la fracción algebraica:

$$\frac{3x + (x + 4)^3}{(1 + 2x)^2}$$

Nuevas funciones

ExpandNumerator, ExpandDenominator, ExpandAll.

6.3. Operaciones

Si intentamos realizar operaciones con fracciones algebraicas, Mathematica nos da un resultado correcto, pero no se parece a lo que estamos acostumbrados en matemáticas. Si queremos obtener el resultado como una única fracción empleamos el comando **Together[p]**.

Ejercicios

Realiza la siguiente operación con fracciones algebraicas:

$$\frac{3+x}{2x+5} + \frac{5+x^2}{x^2+1} \cdot \frac{3}{x^2-2x+2}$$

Nuevas funciones

Together.

6.4. Factorización

Con **Factor[p]** también podemos factorizar fracciones algebraicas. Si algún factor está repetido se elimina tanto en el numerador como en el denominador.

Ejercicios

Factoriza las fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \qquad b) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

6.5. Descomposición en fracciones simples

Una fracción simple tiene en el denominador un polinomio de grado uno elevado a una potencia o bien un polinomio de segundo grado, irreducible, y que puede estar elevado a cualquier potencia. El numerador puede ser una constante o un polinomio de segundo grado si en denominador existe (una potencia) un polinomio de segundo grado irreducible. Es conocido que **cualquier fracción algebraica se puede escribir como la suma de un polinomio y una serie de fracciones simples**. Esta descomposición es única. El comando que nos facilita la descomposición en fracciones simples es **Apart[p]**.

Ejercicios

Descomponer en fracciones simples:

$$a) \frac{7x+3}{x^2+3x-4} \qquad b) \frac{2x^2-x+4}{x^3+4x}$$

Nuevas funciones

Apart.