11. Derivadas

11.1. Cálculo de derivadas

Para derivar se utiliza el comando **D[f,x]**. Debemos escribir la función y como segundo argumento la variable. **Si la función tiene varias variables calcula las derivadas parciales**.

También se puede definir una nueva función y **utilizar la comilla simple** para calcular la derivada. Este método sirve únicamente para funciones con una sola variable.

Es importante que la variable que empleemos no tenga ningún valor asignado. Si lo tiene lo eliminamos con **Clear[var]**.

Ejercicios

Calcula la derivada de las funciones:

$a) 3x^2 + 8x \qquad b) 4y^5 - 6y^3 \qquad c) \cos(y \cdot x^2) \qquad d) x^n$

Grafica alguna de las derivadas anteriores, utilizando el comando **Evaluate[expr]** si es necesario.

Nuevas funciones

D, Evaluate, Clear.

11.2. Derivadas de orden superior

Para realizar derivadas de orden superior debemos escribir una lista, donde especificamos la variable y el orden de derivación. Se puede derivar de este modo sobre varias variables. También podemos escribir repetidamente la variable sobre la que queremos hacer la derivada de orden superior a 1.

Con la función **HoldForm[expr]** podemos ver en notación matemática lo que hemos tecleado, pero no le ejecuta.

Ejercicios

Calcula las siguientes derivadas:

$$a)\ \frac{\partial^5}{\partial x^5}\sin(6x) \qquad b)\ \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3}\sin(4x+6y)$$

Nuevas funciones

HoldForm.

11.3. Derivadas simbólicas

Mathematica puede calcular derivadas simbólicas. Si trabajamos con funciones que no tienen ninguna expresión asignada y operamos con ellas, Mathematica nos calcula la derivada aplicando las reglas de derivación.

Ejercicios

Calcular la derivada de un producto y de una división de funciones.

11.4. Cálculo de tangentes a curvas

La primera aplicación de las derivadas, y su origen histórico, está en el cálculo de tangentes a curvas. **Para calcular la tangente a una curva en un punto, debemos conocer la derivada de la función en dicho punto**. Esto nos da la pendiente de la recta y como conocemos el punto, podemos establecer la ecuación de la recta.

Ejercicios

Calcula la tangente a $f(x) = x^2+3x$ en el punto $x = 2$ y dibuja ambas gráficas.

11.5. Extremos y puntos de inflexión

Otra de las aplicaciones de la derivada consiste en el cálculo de extremos, así como de los puntos de inflexión de curvas. Para ello debemos realizar la primera o la segunda derivada, igualar a cero y resolver la ecuación. Los extremos y los puntos de inflexión se encuentran entre las soluciones.

Ejercicios

Encuentra los posibles extremos y los puntos de inflexión de:

$$x^3 - 6x + 7$$

Dibuja conjuntamente la función y su derivada, para comprobar los extremos.

11.6. Series de potencias

Toda función que sea suficientemente derivable en el entorno de un punto **admite un desarrollo en serie de Taylor**. Si la función es analítica, dicho polinomio converge (en un sentido apropiado) a la función, pero en todos los casos la gráfica de la función y del polinomio se «aproximan» en el entorno del punto.

Si queremos obtener el polinomio de Taylor empleamos la función **Series[f,{x, x_0, n}]** . En una lista debemos dar la variable, el punto y el orden del desarrollo.

Para eliminar el resto se utiliza la función **Normal[serie]**. Ya con el resto eliminado se puede definir una función.

Ejercicios

- Calcula desarrollos de distintos ordenes de las funciones:

$$a)\ \exp(x) \qquad b)\ \cos(x^2)$$

- Dibuja una función y su polinomio de Taylor en un entorno conveniente.

Nuevas funciones

Series, Normal