

Bitte tragen Sie zunächst in Druckschrift Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein. Benutzen Sie die zusammengehefteten Aufgabenzettel für Ihre Lösungen und schreiben Sie falls nötig auf den Rückseiten.

**Andere Zettel, die ggf. von Ihnen abgegeben werden, werden nicht bewertet!**

Als Hilfsmittel sind eigenhändig angefertigte handschriftliche Notizen erlaubt, und zwar maximal vier Seiten DIN A4, d.h. **zwei** Blätter, die beidseitig beschrieben sind. **Nicht** erlaubt sind elektronische Geräte jeglicher Art – Taschenrechner, Computer, Tablet-PCs, aber auch Mobiltelefone, MP3-Player, Spielekonsolen, usw. **Nicht** erlaubt sind außerdem gedruckte oder kopierte Unterlagen, insbesondere Bücher.

Formulieren Sie bei Aufgaben, bei denen Sie um eine Begründung gebeten werden, die Antwort verständlich, in ganzen Sätzen und unter Verwendung der korrekten Fachsprache.

Wenn Sie eine Aufgabe nicht verstanden haben oder sich nicht sicher sind, melden Sie sich bitte!

**Überprüfen Sie, dass Sie insgesamt 6 Seiten mit 11 Aufgaben bekommen haben.**

Name:		Vorname:	
Matrikelnummer:			

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	$\Sigma$
Punkte:												

**Aufgabe 1.** Kreuzen Sie von den folgenden Zahlen die an, die durch 8 teilbar sind. (Hinweis: Berechnen Sie zunächst  $3^4$ .)

☐  $3^{4000} + 15$

☐  $3^{4001} + 5$

☐  $3^{4000} + 5$

☐  $3^{400} + 15$

☐  $3^{400} + 7$

☐ Keine dieser Zahlen ist durch 8 teilbar.

**Aufgabe 2.** Geben Sie die *kleinste* positive Lösung  $x$  des folgenden Kongruenzsystems an:

$$x \equiv 1 \pmod{2}$$

$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{9}$$

**Aufgabe 3.** Geben Sie alle Lösungen der folgenden Gleichung in  $\mathbb{C}$  an:

$$x^4 - x^3 + 7x^2 - 9x - 18 = 0$$

(Hinweis: Die ganzzahligen Lösungen sind *nicht* durch 3 teilbar.)

**Aufgabe 4.** Geben Sie das Polynom zweiten Grades an, das durch die folgenden Punkte geht:

$$P_0 = (-1, 9) \quad P_1 = (1, -1) \quad P_2 = (2, 3)$$

**Aufgabe 5.** Gegeben sei die folgende Permutation:

$$\sigma = (1\ 8\ 4\ 2)\ (3\ 5\ 6)\ (7\ 9\ 10)$$

Geben Sie  $\sigma^{13}$  in Zykelschreibweise an.

**Aufgabe 6.** Geben Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems über  $\mathbb{Z}_5$  an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 7.** Berechnen Sie die Inverse der folgenden Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 8.** Welchen Wert muss man für  $a$  einsetzen, damit die Matrix  $\mathbf{M}$  die Determinante 0 hat?

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & i \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

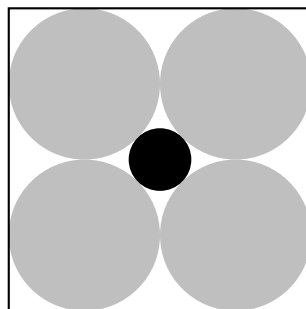
**Aufgabe 9.** Geben Sie das Ergebnis (inklusive Rest, falls es einen gibt) der folgenden Division an:

$$(4x^6 + 8x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 10x^2 + x) : (2x^2 - 1)$$

**Aufgabe 10.** Geben Sie den Grenzwert dieser Folge an:

$$\left( \frac{(n+1)^{n+2}}{n^{n-1}} \cdot \frac{5}{n^3} + \frac{5}{n^3} \right)$$

**Aufgabe 11.** In der Skizze unten sehen Sie ein Quadrat der Seitenlänge 4, in dem vier gleich große (graue) Kreise liegen. Jeder dieser Kreise berührt zwei der anderen grauen Kreise und zwei Seiten des Quadrats in jeweils genau einem Punkt. Der kleine (schwarze) Kreis in der Mitte berührt jeden der vier großen Kreise in genau einem Punkt. Welchen Radius hat der kleine Kreis?



(Hinweis: Betrachten Sie ein Viertel des Quadrates.)