

Obtención de forma modal de vibración a partir de fotogrametría estroboscópica

Hugo E. Sosa¹

¹Div. Investigación Aplicada en Métodos No Destructivos - IAMEND
Laboratorio de óptica - ENDE, CNEA Centro Atómico Constituyentes
`hsosa@cnea.gov.ar`

21 de junio de 2022

1. Resumen

El presente trabajo busca explorar un método de bajo costo para la obtención de la forma modal de vibración de una estructura. Para esto se adquiere mediante fotogrametría estereoscópica, una nube de puntos láser proyectados sobre la pieza bajo estudio. Dicha nube de puntos es generada por un diodo láser que pasa a través de una red de difracción 2D comercial. De esta manera podría obtenerse la forma modal de una estructura utilizando cámaras de alta velocidad. Sin embargo, al agregar un obturador sobre el láser, de-sincronizado levemente con la frecuencia de excitación se podría prescindir de cámaras de alta velocidad y utilizar cámaras convencionales de un costo considerablemente mas bajo. El presente trabajo busca explorar las virtudes y desventajas en la implementación de esta ultima opción.

2. Modelo básico de fotogrametría estereoscópica

Las técnicas de fotogrametría son muy utilizadas en metrología dimensional gracias a su versatilidad y fácil implementación. Si bien la determinación de la posición espacial de un punto a través de esta técnica requiere de la posición y orientación relativa de al menos dos cámaras, en este trabajo se opta por la versión estereoscópica de dos cámaras que difieran solo en su posición relativa.

En este caso la orientación relativa de ambas cámaras coincide, por lo que la información acerca de la posición en el plano X e Y se obtiene por triangulación dependiendo de la diferencia de coordenadas en pixeles captadas por cada cámara. En la Figura 1 se muestra un diagrama que describe las características geométricas del problema.

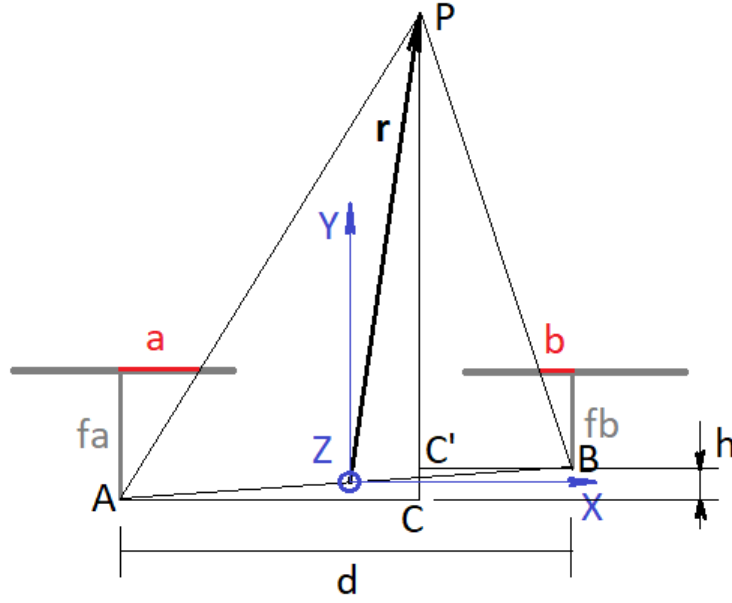


Figura 1: Método de triangulación de un punto en el plano XY.

En la Figura 1 puede verse una vista superior en la ubicación de instrumentos y el punto P a medir. Ambas cámaras se posicionan a una distancia d entre sus centros. Cada cámara tendrá una distancia focal f que será obtenida mediante una calibración previa.

La posición del punto P, es decir las coordenadas X e Y del vector \vec{r} pueden obtenerse por semejanza de triángulos resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\frac{AC}{CP} = \frac{r_x - (-\frac{d}{2})}{r_y + \frac{h}{2}} = \frac{a}{f_a}$$

$$\frac{BC'}{C'P} = \frac{r_x - \frac{d}{2}}{r_y - \frac{h}{2}} = \frac{b}{f_b}$$

Escrito de manera matricial nos queda:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{a}{f_a} \\ 1 & -\frac{b}{f_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{ah}{f_a^2} - \frac{d}{2} \\ -\frac{bh}{f_b^2} + \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \frac{1}{\frac{a}{f_a} - \frac{b}{f_b}} \begin{pmatrix} -\frac{b}{f_b} & \frac{a}{f_a} \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{ah}{f_a^2} - \frac{d}{2} \\ -\frac{bh}{f_b^2} + \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

Notar que si $h = 0$, es decir las cámaras poseen la misma distancia focal, el modulo de \vec{r} solo depende inversamente de la diferencia $a - b$.

$$\text{si } h = 0 \longrightarrow f_a = f_b = f$$

$$\vec{r} = \frac{f}{a - b} \begin{pmatrix} -\frac{b}{f} & \frac{a}{f} \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{d}{2} \\ \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

Como las cámaras poseen la misma orientación, la altura en Z puede calcularse por triangulación con cualquiera de las dos cámaras. Con el objeto de aprovechar toda la información disponible, se promedian ambas triangulaciones en la obtención de la coordenada Z.

$$\frac{b_z}{\sqrt{b^2 + f_b^2}} = \frac{r_z}{\sqrt{(r_x - \frac{d}{2})^2 + (r_y - \frac{h}{2})^2}}$$

$$\frac{a_z}{\sqrt{a^2 + f_a^2}} = \frac{r_z}{\sqrt{(r_x + \frac{d}{2})^2 + (r_y + \frac{h}{2})^2}}$$

Despejando r_z de ambas ecuaciones y promediando nos queda:

$$r_z = \frac{1}{2} \left[a_z \sqrt{\frac{(r_x + \frac{d}{2})^2 + (r_y + \frac{h}{2})^2}{a^2 + f_a^2}} + b_z \sqrt{\frac{(r_x - \frac{d}{2})^2 + (r_y - \frac{h}{2})^2}{b^2 + f_b^2}} \right]$$

3. Sintonización temporal

La pieza que estemos estudiando será sometida a vibraciones con una frecuencia de extinción conocida f_e mediante un excitador electrodinámico de vibraciones EEV. A su vez, sobre la pieza se proyectará un patrón periódico de puntos generados por la difracción del haz de un diodo láser a través de una red de difracción bidimensional. Al obturar dicho haz mediante una rueda ranurada tipo encodder como se muestra en la Figura 2 podemos conseguir que la frecuencia en que se proyectan los puntos sobre la pieza difiera levemente de la frecuencia de extinción f_e . Esto genera que los puntos sobre la pieza oscilen con una frecuencia f_b igual a la semi-diferencia de frecuencias, es decir $f_b = \frac{f_e - f_o}{2}$ donde f_o es la frecuencia de obturación del haz.

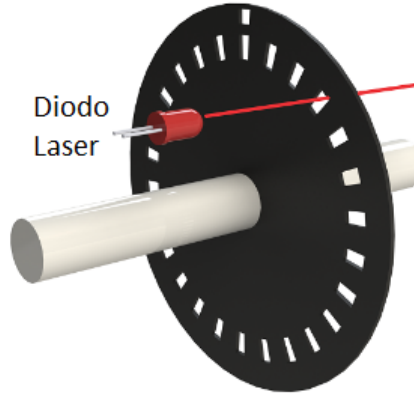


Figura 2: Obturación del haz emisor para la sintonización temporal.

Si dicha frecuencia f_b es mucho menor que los FPS con los que adquieren las cámaras, se podrá registrar la evolución temporal de cada punto en el espacio. Como la frecuencia f_b es una función de la frecuencia f_o , depende de que tan bien podamos controlar la frecuencia de obturación f_o para lograr que $f_b < \text{FPS}$.