

Obtención del Modulo de Young de un material a través de métodos ópticos

Hugo Ernesto Sosa, Bautista Martín Bello

Laboratorio IV - Dto. de Física - Universidad de Buenos Aires

huguito.ernest@gmail.com, bautistamartinbello@gmail.com

Cuando las cargas aplicadas a un material están por debajo de los límites de fluencia o fractura, las deformaciones producidas tienen un comportamiento lineal con la carga aplicada en lo que se conoce como régimen elástico, descrito por la ley de Hook. Dicho régimen posee un papel central en ingeniería, principalmente en el área de ensayos no destructivos, ya que permite estudiar cuán cerca se encuentra una estructura de sufrir daños irreparables al ser sometido a vibraciones o cargas estáticas. En el presente trabajo se logró obtener el Modulo de Young de dos materiales distintos utilizando métodos ópticos muy precisos y fiables, tales como el análisis de un patrón de difracción durante mediciones estáticas o analizando de intensidad de luz en mediciones dinámicas.

1. Introducción

Si bien existen muchos métodos que permiten estimar el Modulo de Young de un material, la implementación de métodos ópticos con este fin, aporta una alta precisión en las mediciones a un costo experimental relativamente bajo.

En el presente trabajo se utilizaron dos métodos distintos para obtener el Modulo de Young. El primero de ellos utiliza un diseño experimental que permite medir la flexión de una barra empotrada en voladizo a partir del patrón de difracción generado por un diodo láser que pasa por una ranura solidaria a la barra. De esta manera se pudieron medir varios puntos de la curva de Hook.

En el segundo método, nos centramos en la medición de intensidad de la luz que atraviesa dicha ranura para medir su respuesta dinámica con un foto-detector. Como se expone mas adelante, en la sección ??, el modulo de elasticidad del material puede ser estimado analizando la composición en frecuencia de la intensidad de la luz que pasa por la ranura.

1.1. Fundamentos teóricos

La elasticidad de un material es un parámetro que puede ser medido tanto en regímenes de carga estática como en regímenes de carga dinámica, ya que la magnitud de dicho parámetro regula las características de respuesta del material en ambos casos.

En el presente trabajo se exponen dos métodos ópticos que permiten estimar de manera precisa el Modulo de Young, según sea el régimen de carga aplicado.

1.1.1. Método de difracción para régimen estático de carga

La distancia entre la ranura y la pantalla permite introducir las hipótesis necesarias para utilizar la aproximación de campo lejano de Fraunhofer. De esta manera, al asumir que sobre la pantalla incide un frente de ondas plano, podemos considerar también, que para ángulos θ pequeños $\sin(\theta) \approx \tan(\theta) = y_p/D$ con $y_p \ll D$ donde y_p y D son la coordenada y sobre la pantalla y la distancia ranura-pantalla respectivamente.

Escribiendo la intensidad de luz sobre la pantalla podemos obtener la posición de los mínimos de intensidad del patrón de la siguiente manera:

$$I = \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda} \sin(\theta)\right)}{\frac{2\pi h}{\lambda} \sin(\theta)} \right]^2 \quad (1)$$

$$\text{para } \theta \ll 1, \sin(\theta) \approx \tan(\theta) = \frac{y_p}{D}$$

$$\Rightarrow I = \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi h}{\lambda} \frac{y_p}{D}\right)}{\frac{2\pi h}{\lambda} \frac{y_p}{D}} \right]^2 \quad (2)$$

cuyos mínimos de intensidad se encuentran en y_p tales que:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi h y_p}{\lambda D} &= 2n\pi \\ \Rightarrow y_p(n) &= n \frac{\lambda D}{h} \end{aligned} \quad (3)$$

De esta ultima expresión y teniendo en cuenta que los mínimos se encuentran equi-espaciados desde cero en la pantalla, podemos deducir que la apertura de la ranura que origina el patrón de difracción viene dado por:

$$h = \frac{\lambda D}{\langle y_p(n) \rangle} \quad (4)$$

Donde $\langle y_p(n) \rangle$ es el promedio de las diferencias de distancia entre mínimos, tomando $y_p = 0$ como un mínimo más dentro de éste promedio.

Ahora bien, si la apertura de la ranura se encuentra ubicada a una distancia x del empotramiento de la barra, podemos estimar dicha apertura utilizando la solución de lo que se conoce como ecuación de la viga. Esto es:

$$Y(x) = \frac{32F}{\pi d^4 E} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (5)$$

$$Y(x) = \alpha F \quad (6)$$

$$\text{donde } \alpha = \frac{32}{\pi d^4 E} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right)$$

Donde x es la distancia de la ranura respecto del empotramiento, d es el diámetro de la barra, F es la fuerza aplicada, L es la longitud de la barra y E el Modulo de Young del material.

Observando la ecuación 6 y teniendo en cuenta que $Y(x)$ es igual a h a menos de una constante, podemos decir que existe una relación lineal de proporcionalidad entre la apertura h de la ranura

y la fuerza F aplicada sobre la barra para una dada distancia x . Esto nos permite relacionar, a través de la constante α , las mediciones de aperturas h obtenidas del patrón de difracción y las pesas utilizadas en cada medición. Por último, obteniendo experimentalmente esta constante α , podemos despejar el Modulo de Young como:

$$E = \frac{32}{\pi d^4 \alpha} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad (7)$$