RS 班希望について

数学・物理学教務係より

本 PDF は、第 28 回数物セミナー合同合宿におけるリレーセミナー班の候補となる分野と必要な前提知識およびその難易度の目安(☆の数が多いほど比較的難しい)、教科書の候補などを紹介します。前提知識の把握や参加者のセミナーに期待する内容の大きなずれを避けるなどのためにご参照ください。

リレーセミナーの意義は、さまざまな興味を持った参加者の間で交流を深め、これまで学習してこなかった数学や物理学に対して教養を得ることにあります。自らの専門とする分野の理解を深めたいと思う参加者もいらっしゃるとは思いますが、是非数学、物理学を問わず知らない分野に手を伸ばしてみることをご検討ください。新たな発見があるかもしれません。

参加申し込みフォームには各希望分野ごとに自由記述欄があります。自由記述欄では、リレーセミナーで扱いたい内容をなるべく詳細にお書きください。同じ班に似たような興味を持つ方を可能な限り集めるために参考にする場合があります。班の決定後、同じ班のメンバーと相談して教科書やリレーセミナーで取り扱う範囲を決めていただきます。教科書は本 PDF 内でいくつか提案していますが、あくまで一例です。班のメンバーの興味に合わせて適切な教科書を選ぶことを推奨します。また、リレーセミナーの時間はおよそ 14時間となり、一冊を通読することは難しいと思われます。そのため、興味の内容に合わせて適切な範囲設定をすることをお勧めします。そのほか、前提知識についてはオンラインにて参加者同士で合宿前までに学ぶことも可能です。

末筆ではございますが、ご参加をお待ちしております.

数学

各分野の概要及び主な教科書,前提知識と難易度を紹介します。教科書については基礎的なものから発展的なものまで幅広く紹介していますので,参加者の前提知識に合わせて班のメンバー全員が無理なく学習できるものを選択してください。なお,分野を大きく逸脱しないものであればここで紹介されている教科書以外を読むことも可能です。また各分野の中でもさまざまなトピックがあり,1分野の中で複数の班を立てる場合があります。ミスマッチを避けるため希望するレベルや扱いたいトピック,教科書などを募集フォームの自由記述欄になるべく具体的に書いていただくようお願いします。前提知識のうち括弧がついているものは必ずしも必要ではないが,あったら学習しやすい,もしくは発展的な内容が学べるものを表しています。

数学教務係

複素解析学

概要 複素平面上で定義された1変数複素関数論を学ぶ.複素積分にまつわる種々の定理 は非常に強力であり、特に留数定理を用いることでエレガントに実積分を計算でき る場合がある.留数定理やリュービルの定理などを目標にするとよい.

難易度 ☆

主な前提知識 微分積分学、線形代数学

主な教科書

高橋礼司「複素解析」 アールフォルス「複素解析」 野口潤次郎「複素解析概論」

関数解析学

概要 実関数や複素関数のうち良い性質を持ったものを考えると、ノルムを備えた線形空間になる場合がある。このような関数空間とその間の線形作用素についての様々な性質とを考察するのが話題のひとつである。量子力学の厳密な定式化との関係が深いことが知られており、数理物理学的な内容に触れることも可能である。

難易度 ☆☆

主な前提知識 位相空間論,線形代数学

主な教科書

泉正己「数理科学のための関数解析学」 黒田成俊「関数解析」

J. B. Conway, A Course in Functional Analysis

微分方程式論

概要 未知関数の導関数を含む方程式である,常微分方程式や偏微分方程式の性質について学ぶ.また,時間発展する系について調べる力学系という分野もあるが,今回はここに含まれるものとする.(自由記述欄にどれをやりたいか書いていただくようお願いします.)

難易度 ☆☆~☆☆☆

主な前提知識 微分積分学,線形代数学(,関数解析学)

主な教科書

ポントリャーギン「常微分方程式」 金子晃「偏微分方程式入門」 熊ノ郷準「偏微分方程式」 スメール他「力学系入門」 千葉逸人「解くための微分方程式と力学系理論」

ルベーグ積分

概要 「大きさ」の概念を抽象化した測度論および、測度を用いて幅広いクラスの積分を 考察する積分論を学ぶ.積分と極限との交換について良い性質を多く導くことがで き、フーリエ解析や微分方程式、関数解析などの基礎となる分野である.

難易度 ☆☆

主な前提知識 微分積分学, 位相空間論の基礎, 素朴集合論

主な教科書

吉田伸生「ルベーグ積分入門」 伊藤清三「ルベーグ積分入門」

確率論

概要 確率の概念を測度論を用いて定式化し、その性質について調べる分野である. 数理 統計学、経済学などへの応用がある. 参加者の興味に合わせて、確率過程や確率微 分方程式について学んでもよい.

難易度 ☆☆~☆☆☆

主な前提知識 ルベーグ積分(, 関数解析学)

主な教科書

清水泰隆「統計学への確率論」 舟木直久「確率論」 伊藤清「確率論」 釜江哲朗「確率解析入門」

群論

概要 整数と加法,正則行列と積など,集合に一つの演算が付随した群という抽象的な代数対象について学ぶ.対称性を表現する際に群は都合の良いもので,図形の回転やあみだくじなどを表現することができる.準同型定理やシローの定理を理解することをひとつの目的とするとよい.

難易度 ☆~☆☆

主な前提知識 なし

主な教科書

雪江明彦「代数学1 群論入門」 松坂和夫「代数系入門」 桂利行「代数学 I 群と環」 佐藤降夫「群の表示」

可換代数

概要 整数の代数的性質を抽象化した可換環や、ベクトル空間の概念を一般化した環上の 加群について主に学ぶ. それ自体興味深い内容でありながら現代数学においても 様々な分野の基礎となっており、例えば代数幾何学や数論への応用がある. また、 ホモロジー代数について学んでもよい.

難易度 ☆☆

主な前提知識群,環,体に関する基礎知識

主な教科書

雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」 アティヤ、マクドナルド「可換代数入門」 松村英之「可換環論」 渡部敬一、後藤四郎「可換環論」 志甫淳「層とホモロジー代数」

ガロア理論

概要 体論の基礎と、体の構造や方程式の構造を群を用いて調べるガロア理論とについて 学ぶ. 方程式の可解性や正多角形の作図可能性を調べることや、数論への応用など がある. 発展的な内容である無限次ガロア拡大について学んでもよい.

難易度 ☆☆

主な前提知識 群論、環論

主な教科書

雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」 桂利行「代数学III 体とガロア理論」 永田雅宣「可換体論」

表現論

概要 数学における様々な対象をベクトル空間への作用を用いて調べる分野である. 有限 群の表現は有限群の構造を調べる際に有用な手法である. リー群は群構造を持つ多様体で,表現論で扱われる対象の1つである. 物理学への応用や, 関数空間の表現, 調和解析など解析学とのつながりもある. 表現論と一口に言っても多岐にわたるため,参加者の興味に合わせて題材を選ぶとよい.

難易度 ☆☆~☆☆☆

主な前提知識 線形代数学, 群論

主な教科書

池田岳「テンソル代数と表現論 線型代数続論」 永尾汎「有限群の表現」 J.P. セール「有限群の線型表現」 小林俊行,大島利雄「リー群と表現論」 高瀬幸一「群の表現論序説」

圏論

概要 数学的対象の間の関係性を統一的に扱う分野である. 圏論的定式化により, 内部の 構造に言及しない関係性や, 別の数学的対象との関係などを高い視点で見ることが できる.

難易度 ☆☆

主な前提知識 なし(代数トポロジーなどの具体例を知っていると理解がしやすい.) **主な教科書**

T. レンスター「ベーシック圏論 普遍性からの速習コース」 alg-d「全ての概念は Kan 拡張である」S. マックレーン「圏論の基礎」

Emily Riehl, Category Theory in Context

整数論

概要 初等整数論,整数を拡張した代数的整数などの代数的対象の性質を調べる代数的整数論,数論的関数について解析的手法を用いて整数(特に素数)の性質を調べる解析的整数論の3つに大別される.(それぞれ趣が異なる分野であるため,自由記述欄にどの分野を希望するかなるべく具体的に書いていただくようお願いします.)

難易度 ☆~☆☆

主な前提知識 代数学の基礎

主な教科書

雪江明彦「整数論 1・2・3」 高木貞治「初等整数論講義」 J. ノイキルヒ「代数的整数論」 シルヴァーマン、テイト「楕円曲線論入門」 加藤和也、黒川重信、斉藤毅「数論 I・II」

位相空間論

概要 集合に位相という構造を入れることによって定まる位相空間において、同相写像で保存される位相的性質について調べることが1つの大きなテーマである。コンパクト性や連結性といった位相的性質や距離空間の完備化などについて学ぶとよい。

難易度 ☆

主な前提知識 なし

主な教科書

内田伏一「集合と位相」 松坂和夫「集合・位相入門」 小山晃「位相空間論」 斎藤毅「集合と位相」

多様体論

概要 多様体は局所的にユークリッド空間と同相な位相空間であり、ユークリッド空間の自然な拡張となっている。多様体自体の性質や、多様体上に一般化された微分や積分などについて調べる。

難易度 ☆☆

主な前提知識 微分積分学, 位相空間論

主な教科書

松本幸夫「多様体の基礎」 坪井俊「幾何学 I 多様体入門」 トゥー「多様体」

微分幾何学

概要 曲線や曲面,一般に可微分多様体の構造を微積分を用いて調べる.情報幾何学について学んでもよい.

難易度 ☆~☆☆☆

主な前提知識 微分積分学,多様体論

主な教科書

小林昭七「曲線と曲面の微分幾何」

梅原雅顕,山田光太郎「曲線と曲面 微分幾何的アプローチ」

坪井俊「幾何学 III 微分形式」

今野宏「微分幾何学」

小林昭七「接続の微分幾何とゲージ理論」

藤原彰夫「情報幾何学の基礎」

藤岡敦「入門 情報幾何」

リーマン幾何学

概要 リーマン計量や擬リーマン計量といった,距離を一般化した構造を持つ多様体を扱う.一般相対性理論とも密接に関わっている.

難易度 ☆☆~☆☆☆

主な前提知識 多様体論

主な教科書

加須栄篤「リーマン幾何学」

Juergen Jost, Riemannian Geometry and Geometric Analysis

酒井隆「リーマン幾何学」

代数トポロジー

概要 位相空間の持つ特徴をうまく抽出した(コ)ホモロジー群,基本群などの代数的対象を用いて,位相空間について調べる分野である。連結成分の数やオイラー数といった位相不変量に注目することが多い。

難易度 ☆☆

主な前提知識 位相空間論

主な教科書

増田幹也「代数的トポロジー」

河澄響矢「トポロジーの基礎」

坪井俊「幾何学 II ホモロジー入門」

代数幾何学

概要 多項式の零点から構成される代数多様体について調べる学問である. 古典的な理論 と, グロタンディークが創始したスキーム論を基礎とする理論とがある. 古典的代数幾何学では多項式の零点集合を可換環論を用いて調べる. スキームは, 古典的代数幾何で扱う対象を圏論を用いて一般化した概念であり, 数論への応用もある. 参加者の興味により選択するとよい.

難易度 ☆☆~☆☆☆

主な前提知識 可換環論(, 圏論)

主な教科書

今野一宏「平面代数曲線の話」 永井保成「代数幾何学入門」 上野健爾「代数幾何入門」 宮西正宣「代数幾何学」

数学基礎論

概要 現代数学の形式化について学ぶ. 述語論理の上に展開される集合論は数学の公理的な基礎付けを与え, 数学的な対象を形式的に構築することを可能にする. 代表的な分野の例として, 数理論理学と公理的集合論とがある. 数理論理学は数学の基礎をなす論理について考察する分野である. 形式的体系の表現力や形式的証明系の演繹の能力などを調べる. 公理的集合論は, 集合と呼ばれる数学的対象を扱う理論である. 数学の形式体系であるツェルメロ・フレンケル集合論の上に公理として何を仮定するとどんな体系が得られるか, といった研究が活発に行われている. いずれをリレーセミナーのテーマにしてもよい.

難易度 ☆~☆☆☆

主な前提知識 なし (素朴集合論)

主な教科書

キューネン「集合論ー独立性証明への案内」

キューネン「数学基礎論講義」

鹿島亮「数理論理学」

Thomas Jech, Set Theory: The Third Millenium Edition

数理統計学

概要 統計データの解析や推測を行うための数学的基礎付けを行う. データ分析,機械学習,経済学など現実の問題に対し幅広く応用されており,現在人気の高い分野の1つである.

難易度 ☆~☆☆

主な前提知識 微分積分学,線形代数学,確率論

主な教科書

竹村彰通「現代数理統計学」 久保川達也「現代数理統計学の基礎」

組合せ論

概要 順列や組み合わせといったモノの数え上げから組合せ論は発展してきた. 現代では数え上げに限らず,可算な集合の構造や最大,最小を扱う組合せデザインや極値組合せ論,対象が持つ代数的構造に着目する代数的組合せ論といった様々な分野に派生している. グラフ理論は密接に関わることから組合せ論の1つの分野とされることが多い.参加者の興味に合わせてテーマを決めるとよい.

難易度 ☆~☆☆

主な前提知識 なし(可換代数,代数幾何,表現論などを扱う教科書,分野に合わせて代数 学の知識があるとよい.)

主な教科書

ヴァン・リント,ウィルソン「組合せ論」 G. ポリア「組合せ論入門」 成嶋弘「数え上げ組合せ論入門」 日比孝之「可換代数と組合せ論」

物理学

分野紹介の構成として、「概要」にはその分野の簡単な紹介を書きました。「難易度」はあくまで目安の一つとして考えていただきたいです。「主な前提知識」はその分野を学ぶ上で必要になる・知っておいた方がいいことを書いていますが、扱う教科書等にも依存すると思うので、班が決定した後に柔軟に対応していただきたいです。「主な教科書」は、班決定後にリレーセミナーで使う教科書を決める際の参考にしてください。人気な分野では、一つの分野に複数の班が作られることもあります。そのような際に班決めの参考にするために、希望分野の中でも、学びたいレベルや扱いたいトピック、書籍等を、参加申し込みフォームに具体的に書いていただけると助かります。より深い内容を集中的に学習したい方やその分野のことをほとんど知らない初学者の方も大歓迎です。その際には、初学である旨や、応用的な内容に取り組みたい旨を明記してください。最後になりますが、ぜひ一緒に物理を楽しみましょう。

物理教務係

解析力学

概要 最小作用の原理をもとに描かれる体系を取り扱う. Newton 力学の再編としての役割に始まったものではあるが、ここで学ぶことになるラグランジュ形式やハミルトン形式での記述は、今日物理学の様々な理論体系に遍く通じている. 以下の難易度や教科書の紹介は基本的な解析力学のゼミをする班向けに書いてあるが、場の解析力学など応用的な内容に取り組むのも面白い.

難易度 ☆

主な前提知識 なし

主な教科書

畑浩之「基幹講座物理学 解析力学」 近藤慶一「解析力学講義」 須藤靖「解析力学・量子論」 渡辺悠樹「解析力学」

電磁気学

概要 電磁気について扱う分野である.マクスウェル方程式は一見電磁場を記述するただの4本の方程式系に見えるが、学べば学ぶほどその奥深さに触れることになるだろう.ベクトル解析の規則による考察からゲージというものについて、方程式のローレンツ変換に対する不変性から特殊相対性理論についての話題を取り上げることもでき、それらを中心に扱うのも面白いだろう.

難易度 ☆

主な前提知識 ベクトル解析

主な教科書

小宮山進、竹川敦「マクスウェル方程式から始める電磁気学」

長岡洋介「電磁気学 I, II」

砂川重信「理論電磁気学」

常定芳基「電磁気学基礎論」

流体力学

概要 空間的に広がりをもった物質を扱う連続体力学の中で、液体や気体といった流体を扱う分野である. ベクトル解析や複素解析を使った議論で、身の回りにあふれている「流れ」という現象について記述する能力は非常に強力である. 地球科学などだけでなく、宇宙理論などへの応用もある.

難易度 ☆

主な前提知識 ベクトル解析, 複素解析

主な教科書

巽友正「流体力学」

今井功「流体力学」

今井功「流体力学(前編)」

量子力学

概要 物理量の値が一意に得られる古典論とは違い、量子論ではその確率分布のみを得る. いくらかの要請から導かれる様々な性質は、古典論的直観では非自明な結果を多く

もたらしてくれる.解析力学で触れた対称性と保存則や変換とその生成子の関係についてここでもう一段階深い理解も得られる. 摂動や散乱の理論に触れるのも面白いだろう.

難易度 ☆☆

主な前提知識 線形代数,解析力学

主な教科書

J.J. サクライ「現代の量子力学 (上),(下)」

堀田昌寛「入門 現代の量子力学」

近藤慶一「量子力学講義 I, II」

清水明「量子論の基礎」

猪木慶治,川合光「量子力学 I, II」

佐藤博彦「初歩から学ぶ量子力学」

R. P. Feynman, A. R. Hibbs「量子力学と経路積分」

量子情報

概要 量子論を情報理論的な観点から理解しようとする分野. 測定という操作の影響を明示的に考えることが重要となるとともに, ベルの不等式の破れを引き起こすエンタングルメントが中心的な話題となっている. また, 量子コンピュータへの応用が非常に盛んに研究されている.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 量子力学

主な教科書

近藤慶一「量子力学講義 II」

堀田昌寛「量子情報と時空の物理」

石坂智 他「量子情報科学入門」

細谷曉夫「量子と情報」

沙川貴大, 上田正仁「量子測定と量子制御」

古澤明、武田俊太郎「量子光学と量子情報科学」

M. A. Nielsen, I. L. Chuang「量子コンピュータと量子通信」

場の量子論

概要 時空の各点で値をとる場という物理量についての量子論である. ポアンカレ変換対 称性と内部対称性による理論で,一言で場の量子論と言ってもその理論の展開や応 用先は多岐にわたり,現代物理の要と言えるだろう.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 解析力学,量子力学,特殊相対性理論,複素解析

主な教科書

坂本眞人「場の量子論, 場の量子論 II」 九後汰一郎「ゲージ場の量子論 I, II」 柏太郎「新版 演習場の量子論」

M. E. Peskin, D. V. Schroeder \[An Introduction to Quantum Field Theory \]

熱力学

概要 マクロな系を記述する学問である. 平衡状態において, いくらかのマクロ変数の組 をパラメーターとする完全な熱力学関数から系の情報はすべて与えられる. 普遍性 の高いシンプルな記述から強い結果が得られるなんとも美しい学問である.

難易度 ☆

主な前提知識 なし

主な教科書

清水明「熱力学の基礎 I, II」 田崎晴明「熱力学」 佐々真一「熱力学入門」

統計力学

概要 ミクロの世界とマクロの世界をつなぐ学問である. 熱力学との整合性については 保ったまま,系の構成粒子のエネルギー状態に着目することで量子力学の理論を用 い,熱力学のみでは記述できなかった部分を補う. 物性物理方面への応用も面白い が,それだけでなく,ここで定義される分配関数は数学的にも物理的にも興味深い 対象である. 確率論などで一般化され,また結び目理論などとの関わりも深く,場 の量子論でも活躍する.

難易度 ☆☆

主な前提知識 熱力学,量子力学(,あるとうれしい:確率論)

主な教科書

田崎晴明「統計力学 I, II」 高橋和孝「熱力学・統計力学」 清水明「統計力学の基礎 I」 久保亮五「大学演習 熱学・統計力学」

一般相対性理論

概要 特殊相対性理論ではローレンツ変換に対する不変性を考察したが、ここではもっと 広く一般座標変換に対する不変性を考える. 重力を時空の性質に織り込み、その下 での物理を記述する. いわゆるテンソル計算とよばれる壁を乗り越えてアインシュ タイン方程式を様々な条件の下で解くことにより、時空の特徴を具体的に検討できる. 重力波などの面白いトピックも多い.

難易度 ☆☆

主な前提知識 特殊相対性理論(, あるとうれしい: 微分幾何学)

主な教科書

須藤靖「一般相対性理論入門」

- B. Schutz「相対論入門」
- C. W. Misner 他「重力理論」

素粒子論

概要 この世界を形作る素となる素粒子やその素粒子同士の相互作用の性質を幾何学,表現論などのさまざまな数学や対称性を用いて調べる分野. 超対称性理論・弦理論などが挙げられる.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識解析力学,特殊相対論,量子力学,場の量子論 (,あるとうれしい:一般相対性理論)

主な教科書

J. Wess, J. Bagger「超対称性と超重力」 坂本眞人「量子力学から超対称性へ」

K. Becker 「String Theory and M-Theory: A Modern Introduction」

Zwiebach「初級講座弦理論(基礎編),(発展編)」

細道和夫「弦とブレーン」

J. Polchinski 「String TheoryI, II」

宇宙物理

概要 恒星やブラックホール, さらには宇宙そのものまで, 宇宙に存在する様々な階層でおこる現象を物理学を用いて調べる分野である. 基礎的な物理学の成果の多くを利用する総合的な分野であり, 様々な理論が活かせるのも魅力である.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 電磁気学, 一般相対性理論, 統計力学, 流体力学など, 内容による **主な教科書**

松原隆彦「宇宙論の物理 (上), (下)」 福江純 他「宇宙流体力学の基礎」 小嶌康史 他「ブラックホール宇宙物理の基礎」

数理物理

概要 物理学の理論体系を数学を用いてより厳密に整理する学問. 微分幾何学とゲージ理論,接触幾何学と熱力学,シンプレクティック幾何学と解析力学,函数解析学と量子力学などの関係はとりわけ目立っているが,それにとどまらず様々な分野を現代の数学を用いて定式化する取り組みが見られる. 場の量子論であれば,近年では圏論を用いた定式化や代数学に基づく定式化も興味深いトピックである.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 気になった物理と定式化に用いたい数学の基礎

主な教科書

佐古彰史「ゲージ理論・一般相対性理論のための微分幾何学入門」 小池直之「理論物理に潜む部分多様体幾何」 新井朝雄, 江沢洋「量子力学の数学的構造 I, II」 新井朝雄「量子現象の数理」 前田吉昭,佐古彰史「幾何学の量子化」 C. Heunen「圏論的量子力学」

物性物理

概要 固体を中心とした物質の性質を物理学を用いて調べる分野. 超伝導や磁性などの現象を, 主に量子多体系としての観点から理解することを目指している. トポロジカル物性といった数理的な側面に特に注目した理論を学ぶこともできる.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 統計力学,量子力学など内容による

主な教科書

加藤岳生「物性物理学講義」

浅野健一「固体電子の量子論」

安藤陽一「トポロジカル絶縁体入門」

生物物理

概要 生物物理学とは, 生体を構成する物質の動的メカニズムを明らかにし, さらに, それらで構成された生体組織の各階層間をつなぐ原理原則を見出すことによって生命を理解しようという学問分野である. 相転移やソフトマターなどの観点から細胞で起こる現象を考えるほか, 力学系などを用いて生命システムの普遍的性質を探ることもできる.

難易度 ☆☆☆

主な前提知識 電磁気学, 熱力学, 統計力学, 力学系など内容による **主な教科書**

> 鳥谷部祥一 他「生物物理学」 金子邦彦「普遍生物学」 望月 敦史「理論生物学概論」

機械学習

概要 機械学習とは、データから規則やパターンを学び、それをもとに予測や分類を行うアルゴリズムの集合である。その理論は線形代数や確率統計を基盤とし、一言で機械学習と言っても、その応用範囲は画像認識や自然言語処理、物性物理のデータ解析にまで広がっており、現代科学技術の中核をなしている。機械学習技術の数学的な基礎理論、実用的なアルゴリズム、それらの活用法などについて学ぶ。

難易度 ☆☆

主な教科書

C. Bishop [Pattern Recognition and Machine Learning]

岡谷貴之「深層学習」

金森敬文「統計的学習理論」

橋本幸士「学習物理学入門」