

Đề thi và Lời giải

Olympic Vật lý Belarus năm 2025

Vòng Chung kết - Khối 11

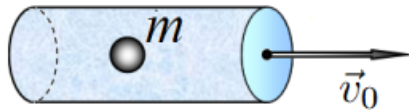
Câu 1: Sự mất mát năng lượng

1. Một động cơ vận hành một băng chuyền nằm ngang với tốc độ không đổi, không phụ thuộc vào việc có vật nào đặt trên băng hay không. Một đĩa nặng khối lượng m (ban đầu đứng yên) được đặt lên băng chuyền. Hệ số ma sát giữa đĩa và băng là μ .



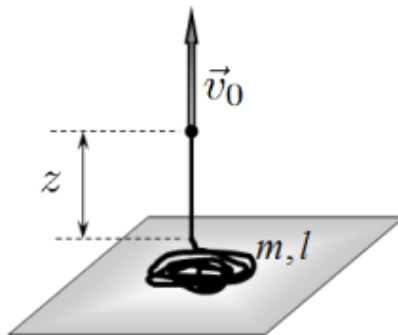
Tính lượng nhiệt tỏa ra trong quá trình đĩa tăng tốc từ trạng thái tĩnh đến tốc độ của băng chuyền.

2. Chất lỏng được bơm qua một ống nằm ngang với tốc độ không đổi. Một viên bi nhỏ khối lượng m rơi vào trong ống. Lực ma sát nhớt do chất lỏng tác dụng lên viên bi có độ lớn tỉ lệ với vận tốc của viên bi: $F = -kv_{\text{rel}}$ trong đó v_{rel} là vận tốc tương đối của viên bi so với chất lỏng. Bỏ qua lực cản từ thành ống.



Tính lượng nhiệt tỏa ra trong chất lỏng trong quá trình viên bi tăng tốc đến vận tốc của dòng chất lỏng.

3. Trên mặt phẳng ngang có một sợi xích mềm đang trong tình trạng chất đông. Chiều dài của xích là L , khối lượng của nó là M . Bắt đầu nâng xích theo phương thẳng đứng từ một đầu với vận tốc không đổi v .



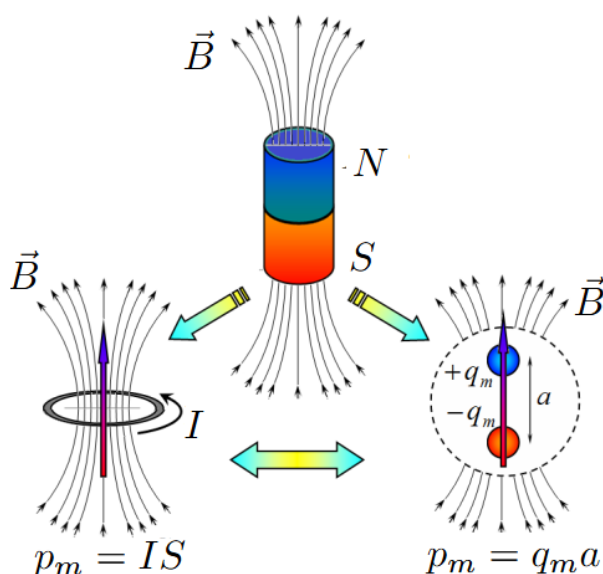
- (a) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực F tác dụng lên xích vào độ cao h của phần được nâng lên.
- (b) Tính lượng nhiệt tỏa ra cho đến thời điểm sợi xích bắt đầu rời khỏi mặt bàn.

Câu 2: Tương tác của các nam châm hình trụ



Mô tả từ trường và các tương tác từ là một bài toán phức tạp hơn so với mô tả các tương tác điện tĩnh. Điều này phần lớn liên quan đến việc không tồn tại các từ tích điểm, do đó nguồn điểm đơn giản nhất của từ trường là lưỡng cực từ. Tuy nhiên, trong nhiều bài toán, ta có thể đưa vào các từ tích điểm nhưng vẫn phải lưu ý rằng các nguồn thực sự của từ trường đều có tổng từ tích bằng 0. Cách tiếp cận này được sử dụng trong bài này để tính toán các từ trường do các nam châm vĩnh cửu tạo ra cũng như đặc điểm của sự tương tác giữa chúng.

Theo quan điểm hiện đại, từ trường của nam châm vĩnh cửu được tạo ra bởi các dòng điện từ hóa chạy dọc theo bề mặt của vật bị từ hóa (ý tưởng này ban đầu được A.M. Ampere đưa ra và thường được gọi là giả thuyết Ampere).



Theo đó, một nam châm hình trụ nhỏ có thể được xem như một vòng dây có dòng điện chạy qua. Đại lượng đặc trưng cho vòng dây này là moment từ, được xác định bởi:

$$p_m = IS$$

với I là cường độ dòng điện trong vòng dây và S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi vòng dây.

Một cách tiếp cận thay thế để mô tả từ trường của nam châm là xem xét trường của lưỡng cực từ - một hệ gồm hai từ tích điểm ($+q_m$ và $-q_m$) nằm cách nhau một khoảng a rất nhỏ. Moment từ trong trường hợp này có dạng:

$$p_m = q_m a$$

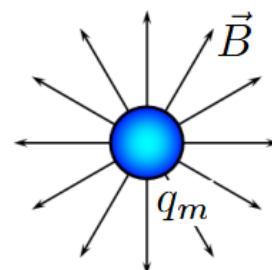
Lưu ý rằng cả hai cách mô tả từ trường chỉ đúng với các điểm cách xa nguồn (nam châm, vòng dây hoặc lưỡng cực từ) nhiều lần so với kích thước của nguồn. Giả sử điều kiện này được thỏa mãn trong bài toán hiện tại.

Từ tích điểm q_m tạo ra một từ trường có vector cảm ứng từ được xác định bởi:

$$B = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2}$$

trong đó R là khoảng cách từ từ tích điểm đến điểm quan sát trường, và $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$ là độ từ thẩm trong chân không. Bên cạnh đó, lực từ tác dụng lên một đơn cực q_m nằm trong từ trường \vec{B} có dạng:

$$\vec{F} = q_m \vec{B}$$



Từ tính của một nam châm vĩnh cửu được đặc trưng bởi độ từ hóa dư M_R , được xác định bởi số moment từ trên một đơn vị thể tích:

$$M_R = \frac{p_m}{\Delta V}$$

Giá trị này thường được ghi trong thông số kỹ thuật của nam châm. Bên cạnh độ từ hóa dư, người ta còn sử dụng đại lượng:

$$B_R = \mu_0 M_R$$

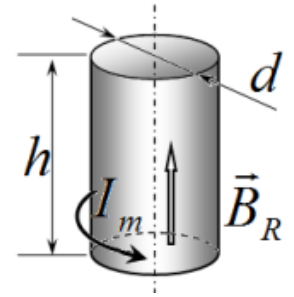
được gọi là cảm ứng từ dư (tức là cảm ứng từ trong lòng nam châm).

Lưu ý rằng, hiện tại ta vẫn chưa phát hiện các từ tích, vì vậy các đại lượng q_m không nên xuất hiện trong kết quả cuối cùng. Các kết quả phải được biểu diễn thông qua các đặc trưng thực tế của nam châm – moment từ p_m và độ từ hóa M_R .

Phần 1: Đặc trưng của nam châm

Trong bài toán này, xét một nam châm hình trụ làm từ vật liệu Neodymium với các đặc điểm sau:

- Đường kính nam châm: $d = 4,0$ mm;
- Chiều cao nam châm: $h = 10,0$ mm;
- Cảm ứng từ dư: $B_R = 1,4$ T và hướng dọc theo trục chính nam châm;
- Khối lượng riêng của vật liệu: $\rho_{Nd} = 7,6 \times 10^3$ kg/m³.

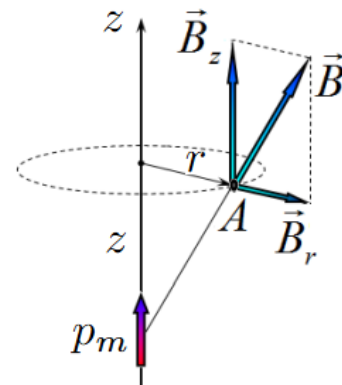
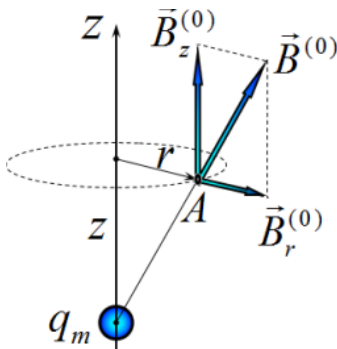


Thực hiện các yêu cầu sau:

1. Tính khối lượng m của nam châm.
2. Tính moment từ p_m của nam châm.
3. Xác định dòng điện từ hóa I_m chạy dọc theo mặt bên của nam châm.

Phần 2: Từ trường của nam châm

Xét từ trường do từ tích điểm q_m tạo ra. Từ tích này nằm tại gốc tọa độ trên trục z . Vị trí của một điểm bất kỳ được xác định bằng tọa độ z và khoảng cách r tới trục z . Trong trường hợp này, cảm ứng từ $\vec{B}^{(0)}$ có thể được phân tích thành hai thành phần: thành phần hướng dọc theo trục z : $\vec{B}_z^{(0)}(r, z)$ và thành phần xuyên tâm: $\vec{B}_r^{(0)}(r, z)$.



1. Thiết lập biểu thức cho $B_z^{(0)}(r, z)$ và $B_r^{(0)}(r, z)$ theo r và z .

Bây giờ bạn cần khảo sát từ trường do nam châm hình trụ đã mô tả ở trên tạo ra. Để tính toán trường này, ta có thể coi nó trùng với từ trường của một lưỡng cực từ.

2. Phác hoạ từ phổ của từ trường do lưỡng cực từ (nam châm hình trụ) tạo ra.

Giả sử tại gốc của trục z có một lưỡng cực từ với moment từ p_m , hướng dọc theo trục z . Vị trí của điểm A bất kỳ được xác định bởi tọa độ (r, z) .

3. Xác định thành phần trục $B_z(r, z)$ của cảm ứng từ do lưỡng cực từ tạo ra theo r và z .

4. Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần trục $B_z(r, z_0)$ theo r tại giá trị cố định $z_0 > 0$.

5. Xác định cảm ứng từ $B_z(z)$ trên trục z theo tọa độ z .

6. Xác định thành phần xuyên tâm $B_r(r, z)$ của cảm ứng từ do lưỡng cực từ tạo ra theo r và z .

7. Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần xuyên tâm $B_r(r_0, z)$ theo z tại giá trị cố định $r_0 > 0$.

8. Tìm tọa độ $z = b$ tại đó độ lớn của $B_z(r_0, z)$ đạt giá trị lớn nhất B_{\max} . Tìm giá trị cực đại này.

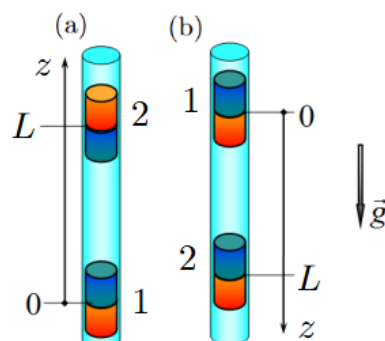
Gợi ý toán học:

$$F(z + a) \approx F(z) + F'(z) \cdot a \quad \text{với } a \ll z$$

$$(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x \quad \text{với } x \ll 1$$

Phần 3. Hút và đẩy

Hai nam châm hình trụ giống nhau được đặt trong một ống thủy tinh đứng. Nam châm 1 được cố định, nam châm 2 có thể di chuyển tự do dọc theo ống. Khoảng cách giữa các nam châm được rất lớn so với kích thước của chúng. Gia tốc rơi tự do là $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Trong các ý sau, hãy biểu diễn kết quả theo moment từ p_m và khối lượng m của nam châm.



1. Xác định lực tương tác từ giữa hai nam châm theo khoảng cách z giữa chúng.

2. Tìm khoảng cách L tại đó nam châm 2 cân bằng. Xét hai trường hợp (a) và (b) theo hướng từ hóa như trên hình.

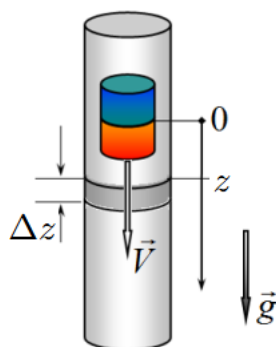
3. Chỉ ra trường hợp nào trong hai trường hợp (a) và (b) có thể được chứng minh bằng thực nghiệm.

4. Tính toán giá trị số của khoảng cách cân bằng L , dựa trên các thông số của nam châm từ Phần 1.

Phần 4. Độ nhót từ - Dòng Foucault

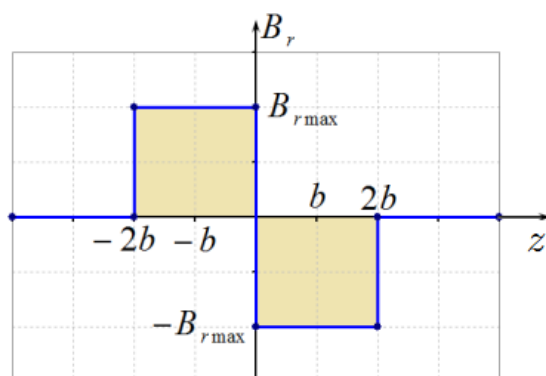
Một nam châm hình trụ được thả vào một ống nhôm mỏng dài nằm thẳng đứng. Bán kính trong của ống là $r_0 = 3,0 \text{ mm}$, độ dày thành ống là $h_0 = 0,30 \text{ mm}$. Điện trở suất của nhôm là $\rho = 2,8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Khối lượng và moment từ của nam châm là m và p_m đã biết.

Giả sử nam châm rơi với vận tốc không đổi V . Xét một vòng tròn mỏng có độ dày Δz tại khoảng cách z từ tâm nam châm. Tại các mục 4.1 – 4.4, hãy biểu diễn kết quả thông qua các tham số b và B_{\max} đã tìm được trong ý 2.8.



1. Xác định cường độ dòng điện cảm ứng ΔI chạy qua vòng Δz .
2. Xác định công suất nhiệt sinh ra trong ống khi nam châm chuyển động.
3. Xác định lực ma sát từ do dòng Foucault tác dụng lên nam châm đang chuyển động.
4. Xác định vận tốc rơi ổn định V của nam châm trong ống.
5. Tính toán giá trị số của vận tốc rơi, dựa trên các thông số của nam châm đã được giới thiệu trong Phần 1.

Chú thích: Sự phụ thuộc của thành phần xuyên tâm của từ trường tại thành ống có thể được xấp xỉ bằng hàm bậc thang như hình vẽ. Sử dụng các tham số b và B_{\max} từ mục 2.8. Nếu bạn chưa tìm được các đáp án từ 2.8, trong phần này có thể xem như chúng đã biết.



Câu 3: Bọt rượu Champagne



Tính chất của các đồ uống có ga (bao gồm cả rượu Champagne) phần lớn được xác định bởi khí CO_2 hoà tan trong đó.

Độ hoà tan của khí là lượng khí tối đa có thể hoà tan trong chất lỏng. Lượng khí (có thể được xác định bằng khối lượng, số mol, thể tích...) hoà tan trong một đơn vị thể tích chất lỏng được gọi là nồng độ khí hoà tan. Dung dịch chứa lượng khí tối đa có thể hoà tan được gọi là dung dịch bão hoà. Độ hoà tan có thể biểu diễn bằng nhiều đơn vị khác nhau như: g/l, mol/l, l/l,...

Khi áp suất không quá cao, độ hoà tan của khí được mô tả bằng định luật Henry: độ hoà tan tỉ lệ với áp suất riêng phần của khí trên bề mặt chất lỏng:

$$C = kP$$

Trong đó, C là nồng độ dung dịch bão hoà, P là áp suất riêng phần của khí trên bề mặt chất lỏng, k là hằng số Henry, phụ thuộc vào chất lỏng, khí và nhiệt độ.

Bạn có thể cần tới:

- Hằng số khí lý tưởng: $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$
- Quan hệ đơn vị áp suất: $1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Chuyển đổi nhiệt độ: $T = t^\circ\text{C} + 273 \text{ K}$
- Áp suất khí quyển: $P_0 = 1 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Khối lượng mol khí CO_2 : $M = 44,0 \text{ g/mol}$

Trong bài toán này, hãy sử dụng các giả thiết sau:

- Khí CO_2 ở pha khí là khí lý tưởng;
- Thể tích dung dịch không phụ thuộc vào nồng độ khí hoà tan;
- Bỏ qua áp suất hơi bão hoà của nước.

Phần 1. Chuẩn bị

Để đơn giản hóa quá trình tính toán, bạn nên sử dụng hệ đơn vị GLA, trong đó:

- Đơn vị khối lượng: gram;
- Đơn vị thể tích: lít;
- Đơn vị áp suất: atm.

1. Tìm giá trị số và đơn vị của hằng số khí lý tưởng R trong hệ đơn vị GLA đã được giới thiệu.

Ở nhiệt độ $t_0 = 0,00^\circ\text{C}$ và áp suất riêng phần $P_0 = 1,00 \text{ atm}$, độ hoà tan của CO_2 trong nước là $k_v = 1,71 \text{ lít khí/lít nước}$ (tức là 1 lít nước hoà tan được 1,71 lít khí ở nhiệt độ và áp suất đã cho). Trong các bước sau, ta sẽ biểu diễn nồng độ theo đơn vị gam/lít (khối lượng khí hoà tan trong 1 lít nước).

2. Xác định hệ số k_m trong định luật Henry nếu nồng độ được tính bằng gam/lít và áp suất bằng atm. Tính giá trị số của hệ số này.

Để sản xuất nước có gas mạnh, người ta bão hoà nước với khí CO_2 ở áp suất $P = 3,0 \text{ atm}$ và nhiệt độ $t = 0,0^\circ\text{C}$.

3. Tính khối lượng khí CO_2 chứa trong chai 2 lít nước có gas mạnh ($V = 2,0 \text{ lít}$).

Sự phụ thuộc của hệ số Henry vào nhiệt độ được cho bởi:

$$k_m(t) = \frac{k_0}{1 + \alpha t}$$

trong đó, $k_0 = 3,4 \text{ g}/(1 \cdot \text{atm})$, $\alpha = 5,5 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1}$, t là nhiệt độ tính theo $^\circ\text{C}$.

Phần 2. Mở chai rượu

Một chai rượu vang có thể tích $V_0 = 0,75$ lít được đóng kín ở nhiệt độ $t_0 = 20^\circ C$. Trong đó còn $v = 0,15$ lít khí (không có CO_2 hoà tan), phần còn lại chứa dung dịch rượu với khí hoà tan. Bỏ qua thể tích khí hoà tan trong pha khí. Sau quá trình lên men, mỗi chai sinh ra khoảng $m_0 = 7,5$ g khí CO_2 .

1. Tìm sự phụ thuộc của áp suất trong chai vào nhiệt độ (trong khoảng $0^\circ C - 30^\circ C$). Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc đó.

Một người trẻ thiếu kinh nghiệm mở chai ở nhiệt độ $t_0 = 25^\circ C$. Khi đó nút chai bị bật ra và rượu Champagne phun mạnh khỏi chai.

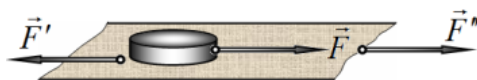
2. Ước lượng khối lượng rượu Champagne bị phun ra sau khi mở chai.

Giả sử khi nút chai bị bật, áp suất khí trong chai giảm đột ngột về áp suất khí quyển, và khí CO_2 dư chuyển từ pha hoà tan sang pha khí cho đến khi đạt cân bằng bão hoà với dung dịch.

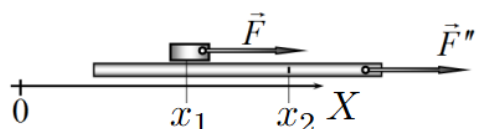
LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1: Sự mất mát năng lượng

1.



Đĩa được tăng tốc bởi lực ma sát F từ băng tải đang chuyển động. Theo định luật III Newton, một lực có độ lớn tương tự F' cũng tác dụng ngược lại lên băng tải. Vì vậy, để băng tải tiếp tục chuyển động với tốc độ không đổi, lực kéo F'' phải tăng thêm một lượng đúng bằng lực F' tác động lên băng tải. Công của lực F này cung cấp động năng cho đĩa, đồng thời gây ra sự toả nhiệt.



Trong hệ quy chiếu gắn với băng tải:

$$F = \mu mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \mu g$$

Thời gian để đĩa tăng tốc từ trạng thái tĩnh đến vận tốc v_0 của băng tải:

$$\tau = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g}$$

Trong thời gian này, băng tải đã dịch chuyển đoạn:

$$x_2 = v_0 \tau = \frac{v_0^2}{\mu g}$$

Công của lực F :

$$A = F x_2 = \mu mg \cdot \frac{v_0^2}{\mu g} = m v_0^2$$

Công này bằng 2 lần động năng mà đĩa nhận được:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Do đó, lượng nhiệt toả ra là:

$$Q = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Công của lực ma sát F , tác dụng lên đĩa bằng với độ biến thiên động năng của đĩa. Trong khi đó, công của ngoại lực F'' , có độ lớn bằng F , sẽ gấp 2 lần vì trong khoảng thời gian đang xét, băng tải dịch chuyển một đoạn đường gấp đôi.

Cách 2: Xét chuyển động của đĩa trong hệ quy chiếu quán tính gắn với băng tải. Trong hệ này, ban đầu đĩa có vận tốc v_0 , và sau đó dừng lại do ma sát. Do đó, toàn bộ động năng ban đầu của đĩa đã được chuyển hoá thành nhiệt:

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2$$

2. Gọi lực tác dụng lên hạt nhỏ là F . Lực này cần được tác dụng để duy trì chuyển động đều của hạt trong chất lỏng. Công của lực này có thể được tính như sau: chia chuyển động của hạt thành nhiều đoạn nhỏ Δx_k với lực tác dụng tương ứng trên đoạn thứ k là F_k . Khi đó, công của lực là tổng:

$$A_1 = \sum_k F_k \Delta x_{1k}$$

Định luật II Newton:

$$F_k = m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t}$$

Với Δv_k là độ biến thiên vận tốc của hạt trong khoảng thời gian Δt . Biến đổi ta được:

$$A_1 = \sum_k \left(m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t} \right) \Delta x_{1k} = \sum_k m \Delta v_{1k} \frac{\Delta x_{1k}}{\Delta t} = \sum_k \left(m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t} \right) \Delta x_{1k} = \sum_k m \Delta \left(\frac{v_{1k}^2}{2} \right) = \frac{1}{2}mv_0^2$$

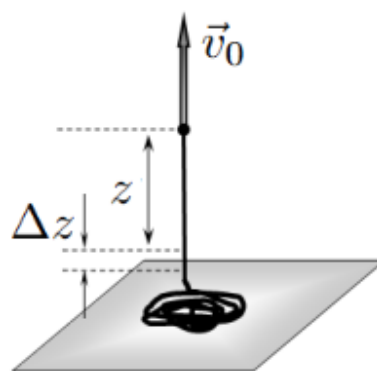
Ta thu được kết quả quen thuộc: công của lực đúng bằng độ biến thiên động năng của hạt. Thực hiện tương tự để tìm công của lực làm chuyển động nước:

$$A_2 = \sum_k F_k \Delta x_{0k} = \sum_k m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t} v_0 \Delta t = \sum_k m v_0 \Delta v_{1k} = m v_0^2$$

Công của ngoại lực tác dụng lên chất lỏng gấp 2 lần độ biến thiên động năng của hạt, vì vậy phần dư ra chính là nhiệt lượng toả ra do ma sát. Tức nhiệt lượng bằng với động năng thu được của hạt.

3a. Vì dây xích được nâng lên với vận tốc không đổi nên tại mọi thời điểm, tổng các lực tác dụng lên phần dây đang được nâng bằng 0. Khi dây được nâng lên một đoạn nhỏ Δz , phần dưới của đoạn này cần được gia tốc nhanh từ 0 đến vận tốc v_0 . Gia tốc này chỉ có thể có được nhờ lực căng bổ sung trong dây. Lực này có thể được xác định thông qua tốc độ thay đổi xung lượng:

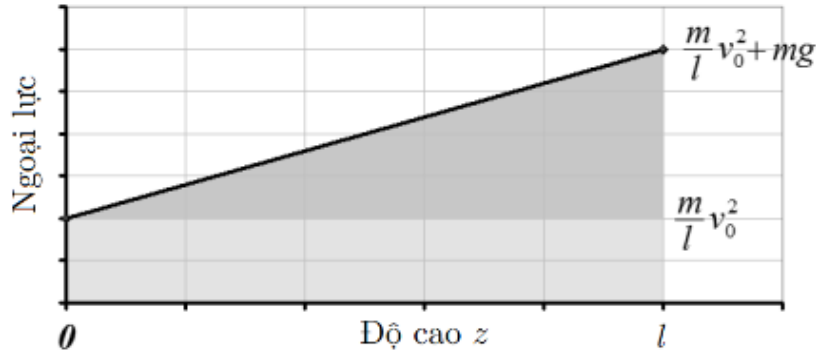
$$F' = \frac{\Delta p}{\Delta t} = v_0 \frac{\Delta m}{\Delta t} = v_0 \frac{m}{l} \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{m v_0^2}{l}$$



Trong đó $\Delta m = \frac{m}{l} \Delta z = \frac{m}{l} v_0 \Delta t$ là khối lượng của phần dây được nâng lên khỏi bàn trong khoảng thời gian ngắn Δt . Khi đó, lực kéo dây lên với vận tốc không đổi sẽ bằng tổng của trọng lực tác dụng lên phần dây đã được nâng $m'g = \frac{m}{l} z g$ và lực F' đã tính ở trên:

$$F = \frac{m}{l} z g + \frac{m}{l} v_0^2$$

3b.



Công của lực vừa tìm được bằng diện tích bên dưới đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực theo độ dịch chuyển:

$$A = \left(\frac{mv_0^2}{l} \right) l + \frac{1}{2} mgl = mv_0^2 + \frac{1}{2} mgl$$

Năng lượng cung cấp cho dây xích dùng để tăng động năng của dây lên một lượng $\frac{1}{2}mv_0^2$, tăng thế năng lên một lượng $\frac{1}{2}mgl$, và một phần chuyển thành nhiệt năng Q . Do đó:

$$A = mv_0^2 + \frac{1}{2} mgl = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mgl + Q$$

Do đó, nhiệt lượng toả ra là:

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Câu 2: Tương tác của các nam châm hình trụ

1.1

$$m = \rho V = \rho \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot h \right) = 9,6 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

1.2 Moment từ của nam châm có thể được tính thông qua định nghĩa của độ từ hóa:

$$M_R = \frac{p_m}{V} \implies p_m = M_R V$$

Sử dụng mối liên hệ đã cho giữa độ từ hóa và cảm ứng từ dư $B_R = \mu_0 M_R$, ta thu được:

$$p_m = \frac{B_R}{\mu_0} \cdot \left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot h \right) = 0,14 \text{ Am}^2$$

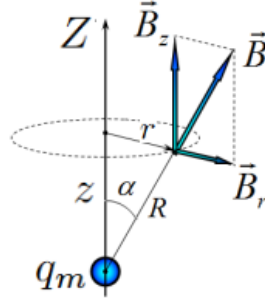
1.3 Cường độ dòng điện từ hoá có thể được tính theo công thức moment từ:

$$p_m = I_m S \implies I_m = \frac{p_m}{S} = \left(\frac{B_R}{\mu_0} \right) \cdot \left(\frac{V}{S} \right) = \frac{B_R}{\mu_0} h = 1,1 \times 10^4 \text{ A}$$

2.1 Các thành phần của cảm ứng từ do từ tích điểm gây ra được xác định từ công thức:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_m}{R^2}$$

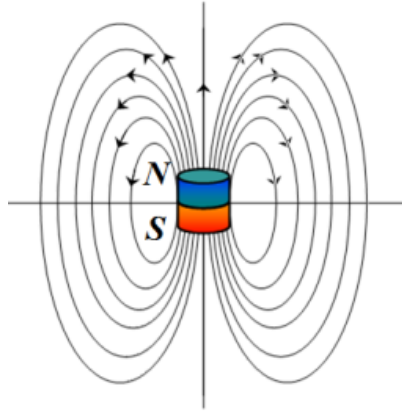
kết hợp với hình vẽ ta được:



$$B_z^{(0)}(r, z) = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2} \cos \alpha = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi} \frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B_r^{(0)}(r, z) = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2} \sin \alpha = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

2.2

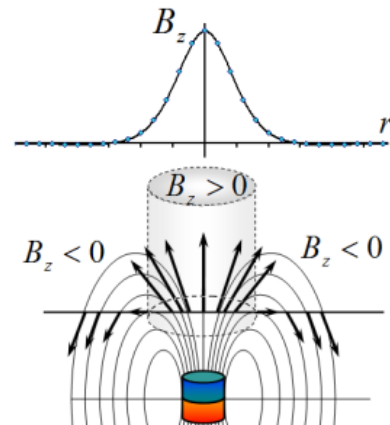
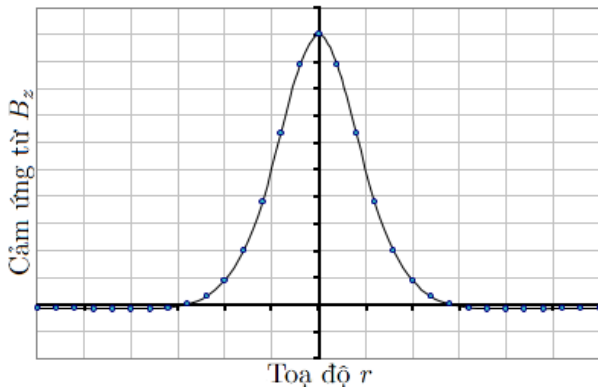


2.3 Để giải phần này, ta có thể dùng gợi ý trong đề. Cách thứ hai là dùng nguyên lý chồng chất, viết biểu thức chính xác cho cảm ứng từ và khai triển theo tham số nhỏ a . Ở đây, ta sẽ sử dụng cách ngắn gọn hơn:

$$B_z(r, z) = B_z^{(0)}(r, z) - B_z^{(0)}(r, z + a) \approx - (B_z^{(0)}(r, z))' \cdot a$$

$$B_z(r, z) = -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \cdot \frac{d}{dz} \left[\frac{z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right] = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{2z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

2.4 Đồ thị định tính của hàm này có thể được vẽ thông qua các phân tích định tính: hàm là chẵn, bằng 0 tại $r = \pm\sqrt{2}z$, có các đoạn đơn điệu rõ ràng, tiệm cận về 0 khi $z \rightarrow \pm\infty$.



2.5 Với $r = 0$ ta có:

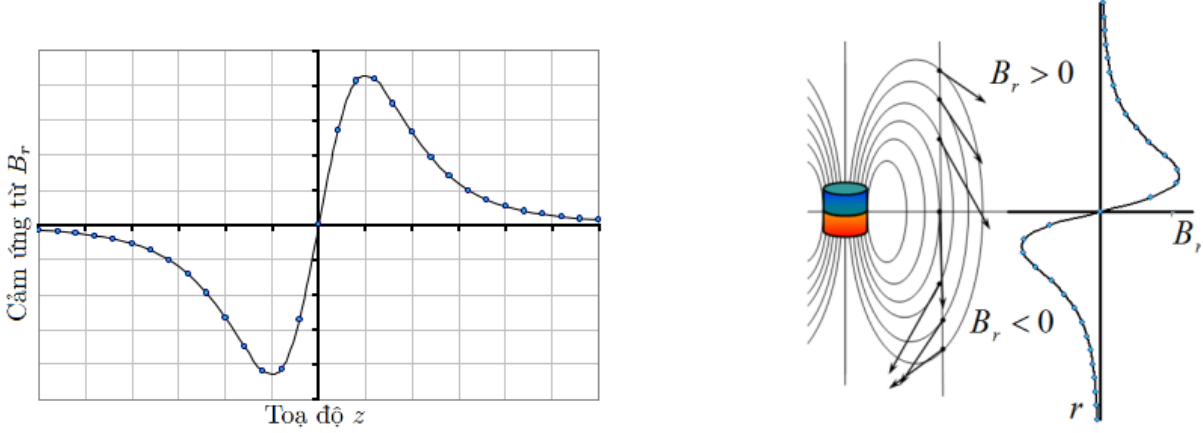
$$B_z(z) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{2z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \Big|_{r=0} = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3}$$

2.6 Thực hiện tương tự:

$$B_r(r, z) = B_r^{(0)}(r, z) - B_r^{(0)}(r, z + a) = - (B_r^{(0)}(r, z))' \cdot a$$

$$B_r(r, z) = -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \left[\frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \right]' = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{3rz}{(r^2 + z^2)^{5/2}}$$

2.7 Đồ thị của hàm này có thể được xây dựng trên cơ sở các phân tích định tính: hàm là lẻ, bằng 0 tại $z = 0$; có xu hướng cận về 0 khi $z \rightarrow \pm\infty$.



2.8 Cảm ứng từ theo phương r là cực đại khi:

$$(B_r(r, z))'_z = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} 3r \left(\frac{z}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \right)' = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} 3r \frac{r^2 - 4z^2}{(r^2 + z^2)^{7/2}} = 0$$

Từ phương trình trên suy ra vị trí cực trị là $z^* = \pm \frac{r}{2}$. Giá trị cực đại là:

$$B_{r\max}(r, z) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{3rz}{(z^2 + r^2)^{5/2}} \Big|_{z=r/2} = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{5} \right)^{5/2} \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} = C \frac{\mu_0 p_m}{r^3}$$

Trong đó:

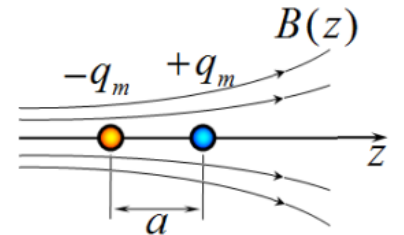
$$C = \frac{3}{8\pi} \left(\frac{4}{5} \right)^{5/2} \approx 0,068$$

3.1 Xét một lưỡng cực từ nằm trong một từ trường không đều $B(z)$. Hướng của moment lưỡng cực song song với hướng của trường từ. Khi đó, tổng lực tác dụng lên lưỡng cực từ là:

$$F = -q_m B(z) + q_m B(z + a)$$

Vì $a \ll z$, biểu thức có thể viết lại dưới dạng:

$$F \approx q_m a \cdot \frac{B(z + a) - B(z)}{a} = p_m B'(z)$$



Trong đó $B'(z)$ là đạo hàm của cảm ứng từ theo z . Ta có:

$$F = p_m \cdot \frac{d}{dz} \left(\frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3} \right) = -\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi z^4}$$

3.2 Với cách sắp xếp nam châm như trong hình a), lực từ cân bằng với trọng lực:

$$\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi L^4} = mg$$

Từ đó suy ra khoảng cách cần tìm:

$$L = \left(\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi mg} \right)^{1/4}$$

3.3 Chỉ có thể thực hiện thí nghiệm với phương án a), vì trạng thái cân bằng trong trường hợp này là bền. Cân bằng trong trường hợp b) là không bền.

3.4 Thay giá trị số ta thu được:

$$L = 3,3 \text{ cm}$$

4.1 Khi nam châm chuyển động, từ trường tại mỗi điểm trên thành ống sẽ biến thiên, từ đó sinh ra dòng điện cảm ứng, còn gọi là dòng Foucault.

Để thuận tiện cho việc tính toán, ta sẽ sử dụng hệ quy chiếu gắn với nam châm. Trong hệ quy chiếu này, ống nhôm chuyển động trong từ trường. Nguồn của suất điện động (EMF) là lực Lorentz tác dụng lên điện tích dưới ảnh hưởng của thành phần xuyên tâm B_r của cảm ứng từ. Lực Lorentz có phương này tiếp tuyến với thành ống và có độ lớn:

$$F_L = qVB_r$$

Suất điện động xuất hiện trong vòng dây ôm lấy ống là:

$$\varepsilon = \frac{1}{q} F_L \cdot 2\pi r_0 = 2\pi r_0 B_r V$$

Áp dụng định luật Ohm ta có:

$$\Delta I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{B_r V h_0 \Delta z}{\rho}$$

Cuối cùng:

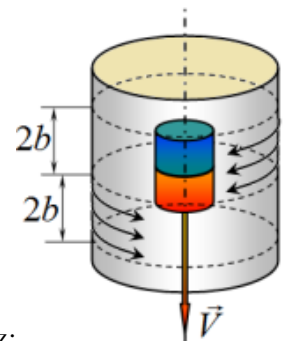
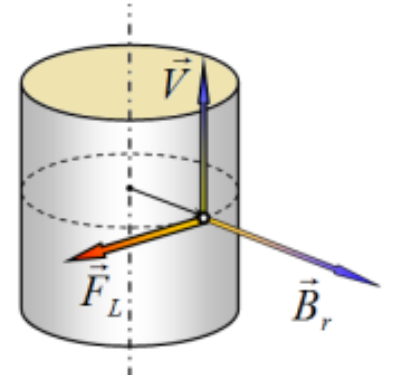
$$\Delta I = \frac{B_{r,\max} V h_0 \Delta z}{\rho}$$

4.2 Dòng điện xuất hiện ở tất cả các phần của ống nơi tồn tại từ trường xuyên tâm. Trong mô hình gần đúng “bậc thang”, thành phần xuyên tâm tồn tại trong một vùng có chiều rộng $4b$. Hướng của dòng điện không quan trọng vì công suất nhiệt không phụ thuộc vào hướng dòng. Vì vậy, ta có thể dùng biểu thức cho cường độ dòng điện hiệu dụng:

$$I = \frac{B_{r,\max} V h_0}{\rho} \cdot 4b$$

Công suất tỏa nhiệt có thể được xác định thông qua định luật Joule–Lenz:

$$P = I^2 R$$



Trong đó $R = \rho \cdot \frac{2\pi r_0}{4bh_0}$ là điện trở phần thành ống nơi dòng điện chạy qua. Như vậy:

$$P = \left(\frac{B_{r,\max} V h_0}{\rho} \cdot ab \right)^2 \cdot \frac{2\pi r_0}{4bh_0} = \left(\frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} \right) B_{r,\max}^2 V^2$$

4.3 Công suất nhiệt tính được ở trên chính là công do lực ma sát từ sinh ra:

$$P = F \cdot V$$

Do đó, lực ma sát từ có độ lớn:

$$F = \left(\frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} \right) B_{r,\max}^2 V$$

4.4 Vận tốc của nam châm ổn định khi lực ma sát từ bằng với trọng lượng của nam châm:

$$\left(\frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} \right) B_{r,\max}^2 V = mg \implies V = \frac{mg\rho}{8\pi r_0 b h_0 B_{r,\max}^2}$$

4.5

$$B_{r,\max} = C \frac{\mu_0 p_m}{r_0^3} \approx 0,45 \text{ T}$$

$$V = \frac{mg\rho}{8\pi r_0 b h_0 B_{r,\max}^2} \approx 3,9 \text{ cm/s}$$

Câu 3: Bọt rượu Champagne

1.1 Phương trình trạng thái khí lý tưởng:

$$PV = \nu RT \implies R = \frac{PV}{\nu T} = 8,31 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 / (\text{mol} \cdot \text{K})$$

Thay các đơn vị đo tương ứng, ta được giá trị của hằng số khí lý tưởng trong hệ GLA:

$$R = 8,23 \times 10^{-2} \text{ atm} \cdot \text{l} / (\text{mol} \cdot \text{K})$$

1.2 Ở nhiệt độ $t_0 = 0^\circ\text{C}$ và áp suất $P = 1,00 \text{ atm}$, 1 lít nước hoà tan được $k_v = 1,71$ lít thể tích CO_2 . Khối lượng của khí này theo phương trình trạng thái Mendeleev-Clapeyron:

$$PV = \frac{m}{M} RT \implies m = \frac{MPV}{RT} = 3,35 \text{ g}$$

Vậy hằng số Henry ở nhiệt độ 0°C là:

$$k_m = 3,35 \text{ g} / (\text{l} \cdot \text{atm})$$

Khối lượng khí hoà tan theo định luật Henry:

$$m = k_m PV = 20 \text{ g}$$

2.1 Theo định luật Dalton, tổng áp suất bằng tổng các áp suất riêng phần. Áp suất trong chai bằng tổng áp suất của hỗn hợp khí (không khí và khí CO_2 sinh ra). Vì thể tích phần chứa khí trong chai không đổi, áp suất không khí tỉ lệ thuận với nhiệt độ:

$$\frac{P_e}{T} = \frac{P_0}{T_0} \implies P_e = \left(\frac{T}{T_0} \right) P_0$$

Khối lượng khí CO₂ trong chai phụ thuộc vào nhiệt độ và được tính bởi:

$$m = m_0 - k_m PV_0$$

Áp dụng phương trình khí lý tưởng:

$$PV = \frac{m}{M}RT = \frac{m_0 - k_m PV_0}{M}RT$$

$$\Rightarrow P = \frac{m_0 - k_m PV_0}{MV}RT = \frac{m_0 RT}{MV} \left(1 - \frac{k_m V_0}{m_0} P \right) = \tilde{P} \left(1 - \frac{k_m}{C_0} P \right)$$

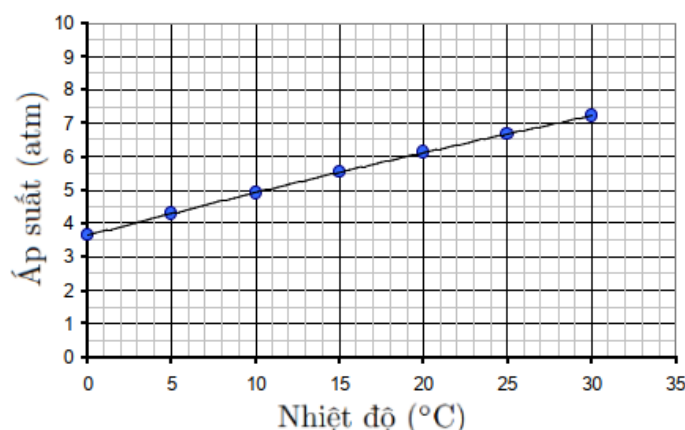
Trong đó:

$$\frac{m_0 RT}{MV} = \tilde{P} = \tilde{P}_0 \cdot \frac{T}{T_0}, \quad C_0 = \frac{m_0}{V_0}$$

Từ đó suy ra biểu thức cho áp suất riêng phần của CO₂:

$$P = \frac{\tilde{P}}{1 + \frac{k_m(t)}{C_0} \tilde{P}}$$

Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất trong chai vào nhiệt độ:



2.2 Khối lượng khí hoà tan còn lại sau khi mở chai:

$$m_1 = \frac{k_0}{1 + \alpha t} P_0 V_0 = 1,07 \text{ g}$$

Vậy khối lượng khí CO₂ thoát ra là:

$$m = m_0 - m_1 = 6,43 \text{ g}$$

Thể tích khí này được tính theo phương trình trạng thái khí lý:

$$V_1 = \frac{mRT}{MP} \approx 3,58 \text{ l}$$

Thể tích bọt hình thành là:

$$V = V_0 + V_1 = 4,33 \text{ l}$$

Tỉ lệ phần bọt còn lại trong chai là:

$$\eta = \frac{V_0}{V_0 + V_1} = 0,21$$

Do đó, thể tích rượu còn lại trong chai là:

$$V' = \eta V_0 = 0,16 \text{ l}$$