

Fortgeschrittenenpraktikum Physik an der TU Dresden

HO – Holographie

Ausführliche Anleitung

Version 3.0 vom 27.10.2019

Kevin Krechan

Institut für Angewandte Photophysik (www.iapp.de)

TU Dresden, 01062 Dresden

Ort	Treff zur Vorbesprechung KRO S.05, Durchführung Labor KRO S.05
Zeit	Grundpraktikum 3: 8:00 bis 15:00 Uhr (mit 1h Pause) Fortgeschrittenenpraktikum: 8:00 bis ca. 16:00 Uhr (oder nach Absprache).
Vorbereitung	Arbeitsschutz: <ul style="list-style-type: none">• Keine reflektierenden Gegenstände (Ringe, Uhren, etc.) an Händen und Armen.• „Schäbige“ Kleidung für photographische Entwicklung, da die Flecken schwer bis• Eigenes Objekt kann mitgebracht werden (s. Anleitung).• Studium der Vorbereitungsfragen!
Betreuer	Kevin Krechan (kevin.krechan@tu-dresden.de) Vertretung: Kai Schmidt (schmidt@iapp.de)

Inhaltsverzeichnis

1	Überblick	3
2	Grundlagen	4
2.1	Das Grundprinzip der Holographie	4
2.2	Mathematische Grundlagen	5
2.3	Kohärenz und Kontrastfunktion	9
2.4	Einteilung von Hologrammen	22
2.5	Aufzeichnung und Rekonstruktion beim Weißlicht-Reflexionshologramm	26
3	Versuchsdurchführung	29
3.1	Aufbau eines Michelson-Inteferometers und Bestimmung der Kohärenzlänge	29
3.2	Aufzeichnung des Hologramms	30
3.3	Entwicklung	31
3.4	Rekonstruktion	33
4	Fragen zur Vorbereitung	35
5	Hinweise zum Protokoll	36
6	Geräte und Hilfsmittel	39
	Literaturverzeichnis	41

1 Überblick

Ziel des Versuches ist es, mit Komponenten und Arbeitstechniken in einem Laserlabor vertraut zu werden. Schwerpunkt ist das inhaltliche Verständnis und die experimentelle Untersuchung von Kohärenzeigenschaften des Laserlichtes. Der Versuchsablauf gliedert sich in:

1. Vorbesprechung
2. Gemeinsame Einweisung am Versuchsplatz
3. Aufbau eines Michelson-Interferometers, Untersuchung von Stabilität und Kohärenzlänge
4. Aufbau einer Holographie-Anordnung für Weißlicht-Reflexionshologramme
5. Aufzeichnung, Entwicklung und Untersuchung eines Hologramms

Die vorliegende Anleitung soll vor allem dazu dienen, die benötigten Grundlagen zusammenzustellen. Sie sollte **bei allgemeinem Vorwissen** über Elektrodynamik, Fourieranalyse und Grundprinzip des Lasers ohne weitere Hilfsmittel ausreichend zur Vorbereitung sein. Sollte dieses Vorwissen jedoch fehlen, sollte der Student an Hand der zahlreich vorgeschlagenen Literatur selbst für das nötige Basiswissen sorgen. Essentiell für die Vorbereitung zum Versuch sind alle in Standardschriftgröße gesetzten Abschnitte. Hintergrundinformationen sind in grau hinterlegten Textboxen dargestellt, sollten aber nicht einfach überlesen werden.

Als ergänzende allgemeine Literatur zu Kohärenz und Holographie kann [1, 2, 5] empfohlen werden. Das erforderliche Grundlagenwissen zu Aufbau und Funktion eines Lasers ist zum Beispiel in [1, 3, 4, 5] enthalten. Wichtig beim Laser ist insbesondere das Verständnis der Entstehung von Lasermode. Dies wird in einbändigen Physikwerken (z.B. „Gerthsen“) in der Regel nicht diskutiert! Gute Überblickswerke zur Holographie sind [6, 7, 8].

Zur Angabe von Frequenzen wird je nach Bedarf die normale Frequenz $\nu = 1/T$, mit T als Schwingungsdauer oder die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot \nu$ benutzt.

Vorbereitung zum Arbeitsschutz Reflektierende Gegenstände (Uhren, Ringe etc.) an Händen und Armen müssen beim Experimentieren abgelegt werden (Laserschutz). Bitte alte Kleidung für die photographische Entwicklung tragen. Kittel und Gummihandschuhe werden bereitgestellt.

2 Grundlagen

2.1 Das Grundprinzip der Holographie

Bei der klassischen Photographie wird das von einem dreidimensionalen Objekt ausgehende Licht durch optische Abbildung auf eine Ebene (den photographischen Film) projiziert. In dieser Ebene wird die Intensität des Lichtes aufgezeichnet und beim Betrachten als Intensitätsverteilung reproduziert. Da dieser Prozess dem eigentlichen Sehprozess im Auge entspricht, kann der Mensch die Photographie „erkennen“ und ohne Probleme auf das ursprüngliche Objekt rückschließen.

Bei der Holographie (im engeren Sinne der Bildaufzeichnung) wird stattdessen innerhalb einer Ebene (dem photographischen Film) die **vollständige Information** über das einfallende elektrische Feld aufgezeichnet. Das aufgezeichnete Hologramm sendet im Idealfall bei der Rekonstruktion das gleiche Lichtfeld aus, wie das Objekt bei der Aufzeichnung. Deshalb ist insbesondere ein „echter“ räumlicher Eindruck möglich, da die Ansicht des Objektes aus verschiedene Blickrichtungen originalgetreu rekonstruiert wird.

Welche Information muss das Hologramm aufzeichnen damit diese vollständig sind? Das einfallende elektrische Feld, die sogenannte Objektwelle $\vec{E}_{\text{obj}}(\vec{r}, t)$, kann als Überlagerung von ebenen Wellen dargestellt werden. Für **monochromatisches** Licht heißt das:

$$\vec{E}_{\text{obj}}(\vec{r}, t) = \sum_i \vec{a}_i \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t - \varphi_i). \quad (1)$$

Die vollständige Information über das Lichtfeld ist also durch die **Amplituden** \vec{a}_i und **Phasen** φ_i gegeben. Bei der klassischen Photographie geht die Phaseninformation verloren. Das **Grundprinzip der Holographie** besteht darin, das Lichtfeld eines Objektes mit einer Referenzwelle zu überlagern. Die Addition dieser zwei Felder liefert ein Interferenzmuster, das von der gegenseitigen Phasenlage abhängt. Dieses Interferenzmuster wird photographisch aufgezeichnet. Bei der Rekonstruktion wird das aufgezeichnete Interferenzmuster wieder mit einer Referenzwelle beleuchtet, und es entsteht eine rekonstruierte Welle, die in Amplitude und Phase der Originalwelle entspricht.

2.2 Mathematische Grundlagen

Definition der Intensität

Die momentan tatsächliche Energieflußdichte in einer elektromagnetischen Welle wird als **Intensität** I bezeichnet. Diese beschreibt die eingetroffene Energie E pro Fläche A und Zeitintervall Δt :

$$I = \frac{E}{A \cdot \Delta t} \quad (2)$$

Mittels des elektrischen Feldes \vec{E} einer elektromagnetischen Welle kann die Intensität I auch wie folgt beschrieben werden:

$$I(t) = \varepsilon_0 \cdot c \cdot \vec{E}^2(t) \quad (3)$$

Die Intensität $I(t)$ pulsiert mit der Kreisfrequenz ω des Lichtes. Bei einer praktischen Messung der Intensität, zum Beispiel durch einen Photodetektor, die Wahrnehmung im menschlichen Auge oder die Schwärzung einer Photoplatte, kann diese schnelle Schwankung nicht aufgezeichnet werden. Deshalb ist vor allem die mittlere Intensität I von Bedeutung, die sich durch Mittelung über einen Zeitraum T ergibt. Der Zeitraum T ist dabei um Größenordnungen größer als die Periodendauer $T_{\text{e.m.}}$ der elektromagnetischen Welle ($T \gg T_{\text{e.m.}}$).

Die gemittelte Intensität I ergibt sich daher aus:

$$\bar{I} := \langle I(t) \rangle_t := \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} I(t) dt \quad (4)$$

oder

$$\bar{I} = \varepsilon_0 c \langle \vec{E}^2 \rangle \quad (5)$$

Komplexe Schreibweise

Für die mathematische Behandlung ist die komplexe Schreibweise von elektromagnetischen Wellen oft vorteilhaft. Zur Vereinfachung betrachten wir im folgenden nur noch **linear polarisiertes** Licht. Damit kann die Vektorschreibweise entfallen.

Zunächst betrachten wir eine ebene harmonische Welle:

$$E_h(\vec{r}, t) = a \cdot \cos(\vec{k}\vec{r} - \Omega t) \quad (6)$$

Diese Welle lässt sich beschreiben durch ein komplexes¹ elektrisches Feld \hat{E} der Form

$$\hat{E}_h(\vec{r}, t) = a \cdot e^{i(\vec{k}\vec{r} - \Omega t)} \quad (7)$$

$$= a \left[\cos(\vec{k}\vec{r} - \Omega t) + i \sin(\vec{k}\vec{r} - \Omega t) \right] \quad (8)$$

so dass sich das reelle Feld \vec{E} als Realteil des komplexen Feldes \hat{E} ergibt:

$$E_h = \text{Re}(\hat{E}_h) \quad (9)$$

Diese Definition des komplexen Feldes ist verallgemeinerbar für Felder, die eine beliebige, nicht harmonische Zeitabhängigkeit haben (polychromatisches Licht). Auch dann kann eindeutig eine komplexe Feldstärke \hat{E} definiert werden, für die gilt:

$$E = \text{Re}(\hat{E}) \quad (10)$$

Der allgemeine Zugang zu Gleichung 10 erfolgt über die Fourierdarstellung und ist nicht trivial, vgl. [1, S.49ff], [9, S. 557ff]. Im Rahmen dieses allgemeinen Zusammenhanges lässt sich zeigen, dass die Intensität sich allgemein durch die gemittelte **komplexe** Feldstärke ausdrücken lässt als:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot \langle \hat{E} \hat{E}^* \rangle \quad (11)$$

Für harmonische Wellen ist dieser Zusammenhang leicht nachprüfbar.

Fourierdarstellung

In der Optik [9, S. 557ff] wird das Fourierspektrum des **reellen** elektrischen Feldes $E(t)$ definiert als:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt \quad \text{definiert für } \omega \geq 0. \quad (12)$$

¹In dieser Anleitung werden komplexe Größen immer mit einem Hut gekennzeichnet, Bsp.: \hat{a}

$H(\omega)$ ist formal auch für negative ω berechenbar, aber redundant. Deshalb muss dieses Spektrum nur für positive ω betrachtet werden. $|H(\omega)|^2$ entspricht der Gesamtenergie eines zeitlich begrenzten Wellenzuges innerhalb eines bestimmten Spektralbereiches (Energiespektrum). Für zeitlich kontinuierliche Strahlung ist die Gesamtenergie $\int |H(\omega)|^2 d\omega$ nicht mehr endlich, und es muss stattdessen eine mittlere Leistung benutzt werden. Dazu betrachtet man zunächst einen zeitlichen Ausschnitt E_T der Funktion $E(t)$:

$$E_T(t) = E(t) \quad \text{für} \quad -T/2 \leq t < +T/2 \quad (13)$$

$$E_T(t) = 0 \quad \text{sonst} \quad (14)$$

Für $E_T(t)$ läßt sich nach Gleichung 12 das Fourierspektrum $H_T(\omega)$ berechnen und damit die spektrale Leistungsdichte $S(\omega)$ als Grenzwert:

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|H_T(\omega)|^2}{T} \quad (15)$$

Damit läßt sich die mittlere Intensität als ein Integral über die spektrale Dichte schreiben:

$$I = \varepsilon_0 \cdot c \cdot \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (16)$$

$S(\omega)$ beschreibt anschaulich, aus welchen Frequenzen die Intensität des polychromatischen Lichtfeldes zusammengesetzt ist.

Hintergrund

Als Beispiel kann man sich leicht überzeugen, dass das Fourierspektrum für die harmonische Welle aus Gleichung 6 gegeben ist durch

$$H_h(\omega) = a \cdot \pi \cdot \delta(\omega - \Omega) \quad (17)$$

Zur Berechnung der spektralen Dichte ist eine formale Anwendung von Gleichung 16 mathematisch nicht trivial (Quadrat einer Deltafunktion!). Allerdings lässt sich hier die mittlere Intensität gemäß Gleichung 4

einfach ausrechnen:

$$\begin{aligned}
I_h &= \varepsilon_0 c \cdot \langle E^2 \rangle_t \\
&= \varepsilon_0 c \cdot \left\langle \left(a \cdot \cos(\vec{k}\vec{r} - \Omega t) \right)^2 \right\rangle_t \\
&= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot a^2
\end{aligned}$$

Hier wurde der zeitliche Mittelwert der Cosinusfunktion $\langle \cos^2(\phi - \Omega t) \rangle = 1/2$ ausgenutzt. Vergleich mit der Darstellung (Gleichung 16) ergibt die spektrale Dichte der harmonischen Wellle als

$$S_h(\omega) = \frac{a^2}{2} \delta(\omega - \Omega) \quad (18)$$

Interferenz zweier Wellen

Jetzt betrachten wir den Fall zweier sich überlagernder harmonischer Wellen, einer Objektwelle

$$\hat{E}_{\text{obj}}(\vec{r}, t) = a_{\text{obj}} \cdot e^{i(\vec{k}_{\text{obj}}\vec{r} - \omega t - \varphi_{\text{obj}})} \quad (19)$$

und einer Referenzwelle mit gleicher Frequenz aber verschiedenem Wellenvektor \vec{k}_{ref} ²

$$\hat{E}_{\text{ref}}(\vec{r}, t) = a_{\text{ref}} \cdot e^{i(\vec{k}_{\text{ref}}\vec{r} - \omega t - \varphi_{\text{ref}})} \quad (20)$$

Die Situation ist in Gleichung 2.2 illustriert. Die gesamte Feldstärke ist ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
\hat{E}_{\text{tot}}(\vec{r}, t) &= \hat{E}_{\text{obj}}(\vec{r}, t) + \hat{E}_{\text{ref}}(\vec{r}, t) \\
&= e^{-i\omega t} \left(a_{\text{obj}} e^{i(\vec{k}_{\text{obj}}\vec{r} - \varphi_{\text{obj}})} + a_{\text{ref}} e^{i(\vec{k}_{\text{ref}}\vec{r} - \varphi_{\text{ref}})} \right) . \quad (21)
\end{aligned}$$

Die mittlere Intensität dieses Wellenfeldes ergibt sich nach Gleichung 11

²Diese Aussage klingt auf den ersten Blick etwas widersprüchlich. Durch die gleiche Frequenz ω ist auch die Wellenlänge λ gleich ($c = \lambda \cdot f$). Durch $k = \vec{k} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ sind auch die **Beträge** der Wellenvektoren von \vec{k}_{obj} und \vec{k}_{ref} **gleich**. Da die Wellenvektoren jedoch in **unterschiedliche** Richtungen zeigen, gilt $\vec{k}_{\text{obj}} \neq \vec{k}_{\text{ref}}$.

zu:

$$\begin{aligned}
I_{\text{tot}}(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot \langle \hat{E}_{\text{tot}}^2 \rangle \\
&= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot \langle \hat{E}_{\text{tot}} \hat{E}_{\text{tot}}^* \rangle \\
&= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot \left\langle e^{-i\omega t} \left(a_{\text{obj}} e^{i(\vec{k}_{\text{obj}} \vec{r} - \varphi_{\text{obj}})} + a_{\text{ref}} e^{i(\vec{k}_{\text{ref}} \vec{r} - \varphi_{\text{ref}})} \right) \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot e^{i\omega t} \left(a_{\text{obj}} e^{-i(\vec{k}_{\text{obj}} \vec{r} - \varphi_{\text{obj}})} + a_{\text{ref}} e^{-i(\vec{k}_{\text{ref}} \vec{r} - \varphi_{\text{ref}})} \right) \right\rangle \\
&= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot \left\langle a_{\text{obj}}^2 + a_{\text{obj}} a_{\text{ref}} e^{i[(\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}})]} + \right. \\
&\quad \left. + a_{\text{obj}} a_{\text{ref}} e^{-i[(\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}})]} + a_{\text{ref}}^2 \right\rangle \tag{22}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \cdot \left\langle a_{\text{obj}}^2 + 2a_{\text{obj}} a_{\text{ref}} \cos \left[(\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}}) \right] + a_{\text{ref}}^2 \right\rangle \\
&= I_{\text{obj}} + I_{\text{ref}} + \sqrt{I_{\text{obj}} I_{\text{ref}}} \cdot 2 \cos \left[(\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}}) \right] \\
&= I_{\text{obj}} + I_{\text{ref}} + \sqrt{I_{\text{obj}} I_{\text{ref}}} \cdot 2 \cos \Phi(\vec{r}) \tag{23}
\end{aligned}$$

$$\text{mit } \Phi(\vec{r}) = (\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}}) . \tag{24}$$

Die mittlere Intensität zeigt also eine ortsabhängige Variation. Der ortsabhängige Term $\Phi(\vec{r})$ entspricht der Ortsfunktion einer ebenen Welle mit Wellenvektor $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$ und Phase $\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}}$. Besonders anschaulich wird die Situation für die Überlagerung zweier gleich intensiver Wellen ($a_{\text{obj}} = a_{\text{ref}}$). Dann ist $I_{\text{obj}} = I_{\text{ref}}$ und die Gesamtintensität

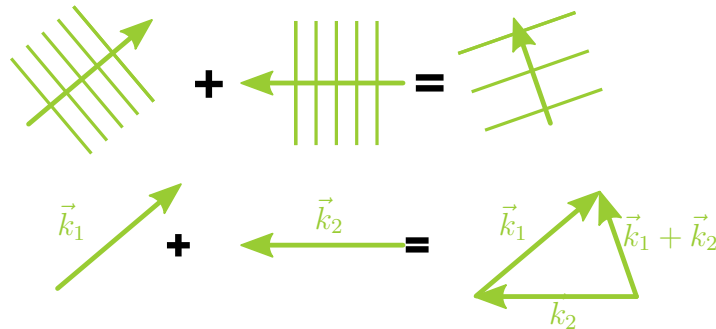
$$I_{\text{tot}}(\vec{r}) = 2I_{\text{obj}} \left(1 + \cos \left[(\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}) \vec{r} - (\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}}) \right] \right) \tag{25}$$

variiert entlang der Richtung $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$ zwischen Null und $4I_{\text{obj}}$. Die Orte maximaler Intensität bilden eine Schar von parallelen Ebenen. Wenn zur Beobachtung dieses Intensitätsmusters ein Schirm oder eine Photoplatte in das Wellenfeld gehalten wird, dann entsteht ein Muster aus parallelen Streifen – den wohlbekannten Interferenzstreifen.

2.3 Kohärenz und Kontrastfunktion

Anschauliche Interpretation der Kohärenzlänge

Die oben hergeleitete Ausbildung von Interferenzmustern bei der Überlagerung von zwei harmonischen Lichtwellen ist experimentell keine triviale



Erscheinung, da in praktischen Fällen niemals zwei solche ideale Wellen zur Verfügung stehen. In Gleichung 25 ist offensichtlich, dass die beiden Teilwellen eine zeitlich konstante Phasenbeziehung zueinander haben müssen ($\varphi_{\text{obj}} - \varphi_{\text{ref}} = \text{const}$). Dies wird fast immer dadurch realisiert, dass beide Wellen aus der gleichen Lichtquelle durch Strahlteilung abgeleitet werden. Doch auch das Licht einer Lichtquelle ist niemals eine zeitlich unbegrenzt andauernde harmonische Welle.

Anschaulich gesprochen besteht es aus einer Überlagerung von kurzen Wellenzügen. Jeder Wellenzug ist mit einem spontanen quantenmechanischen Emissionsereignis verknüpft. Zwischen Strahlteiler und Beobachtungsort laufen die geteilten Wellenzüge verschiedene Wege. Interferenz ist nur möglich, wenn jeder Wellenzug noch mit sich selbst überlagert wird, d.h., wenn der Weglängenunterschied kleiner als die Länge dieser Wellenzüge ist. Diese Größe wird anschaulich als Kohärenzlänge bezeichnet:

anschauliche Kohärenzlänge

= Länge der Wellenzüge

= maximaler Wegunterschied zur Ausbildung von Interferenzen

Hintergrund

Die Länge der Wellenzüge ist jedoch direkt mit der spektralen Dichtefunktion des Lichtes verknüpft. Wir betrachten einen Wellenzug mit

einer Zeitabhängigkeit der Form ^a

$$\hat{E}(t) = 0 \quad \text{für} \quad -\infty < t < -T/2 \quad (26)$$

$$\hat{E}(t) = \hat{A} \cdot e^{i\Omega t} \quad \text{für} \quad -T/2 \leq t \leq +T/2 \quad (27)$$

$$\hat{E}(t) = 0 \quad \text{für} \quad +T/2 < t < +\infty \quad (28)$$

Hier sind reelle Amplitude, Ortsabhängigkeit und Phase im komplexen Vorfaktor \hat{A} zusammengefasst. Der Realteil im Zeitintervall $-T/2 \leq t \leq +T/2$ ist

$$E = \frac{1}{2}(\hat{E} + \hat{E}^*) \quad (29)$$

Damit ergibt sich das Fourierspektrum dieses Wellenzuges gemäß Gleichung 12:

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{\hat{A}}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) e^{i\omega t} dt \\ &= \frac{\hat{A}}{2} \int_{-T/2}^{+T/2} (e^{i(\omega+\Omega)t} + e^{i(\omega-\Omega)t}) dt \\ &= \frac{\hat{A}}{2} \left[\frac{e^{i(\omega+\Omega)t}}{i(\omega+\Omega)} + \frac{e^{i(\omega-\Omega)t}}{i(\omega-\Omega)} \right]_{-T/2}^{+T/2} \\ &= \frac{\hat{A}}{2} \left(\frac{e^{i(\omega+\Omega)\frac{T}{2}} - e^{-i(\omega+\Omega)\frac{T}{2}}}{i(\omega+\Omega)} + \frac{e^{i(\omega-\Omega)\frac{T}{2}} - e^{-i(\omega-\Omega)\frac{T}{2}}}{i(\omega-\Omega)} \right) \\ &= \frac{\hat{A}}{2} \left(\frac{2i \sin((\omega+\Omega)\frac{T}{2})}{i(\omega+\Omega)} + \frac{2i \sin((\omega-\Omega)\frac{T}{2})}{i(\omega-\Omega)} \right) \end{aligned}$$

Hier taucht die Funktion $\sin(x)/x$ auf, die in ähnlichem Zusammenhang aus der Theorie des Beugungsgitters (s. z.B. [2, S. 221]) oder auch aus der zeitabhängigen Störungsrechnung in der Quantenmechanik bekannt ist. Sie hat einen ausgeprägten Peak der Höhe 1 bei $x = 0$, die erste Nullstelle bei $x = \pi$ und fällt für große x schnell auf Null ab. Deshalb kann man für positive ω den Beitrag des ersten Terms $(\omega + \Omega)$ vernachlässigen, und es bleibt im Fourierspektrum nur ein schmaler Peak nahe der Zentralwellenlänge Ω übrig:

$$H(\omega) = \hat{A} \cdot \frac{\sin\left((\omega - \Omega)\frac{T}{2}\right)}{\omega - \Omega} \quad (30)$$

Die spektrale Leistungsdichte $S(\omega)$ des endlichen Wellenzuges ist damit nach Gleichung 15: ^b

$$S(\omega) \propto |H(\omega)|^2 = |\hat{A}|^2 \left(\frac{\sin\left((\omega - \Omega)\frac{T}{2}\right)}{\omega - \Omega} \right)^2 \quad (31)$$

Diese Funktion beschreibt einen Peak mit dem Zentrum Ω , der bei $\omega = \Omega \pm 2\pi/T$ auf Null abfällt. Die charakteristische Frequenzbreite des Peaks (Breite des Spektrums) ist also:

$$\Delta\omega_{\text{sp}} = \frac{2\pi}{T}, \quad \Delta\nu_{\text{sp}} = \frac{1}{T} \quad (32)$$

^aAbschnitt in Anlehnung an [6, S. 26ff] und [9, S. 352ff]

^b Formal ist die spektrale Dichte (=Energie/Zeit) für einen einzigen, endlichen Wellenzug Null und es müßte ein Ensemble von Wellenzügen betrachtet werden. Zur Vereinfachung wird deshalb hier nur die spektrale Energiedichte $|H(\omega)|^2$ betrachtet.

Die **anschauliche Kohärenzlänge**, die der Länge $L_c = c \cdot T$ der Wellenzüge entspricht, ist damit direkt mit der Frequenzbreite $\Delta\nu_{\text{sp}}$ des Leistungsspektrums $S(\nu)$ verknüpft:

$$L_c \text{ (anschaulich)} = \frac{c}{\Delta\nu_{\text{sp}}} \quad (33)$$

Dieser Zusammenhang bleibt qualitativ auch bei einer genauen Definition der Kohärenzlänge erhalten. Je nach Art des Spektrums kommen lediglich numerische Faktoren in der Größenordnung 0.1 bis 1 hinzu. Prinzipiell gilt stets, dass die Kohärenzlänge unmittelbar mit der spektralen Bandbreite der Lichtquelle verknüpft ist. Nur exakt monochromatisches Licht hat eine unendliche Kohärenzlänge.

Wir betrachten zwei Beispiele. (I) Das “Weißlicht”, eines schwarzen Strahlers hat eine Frequenzbreite, die der Zentralfrequenz selbst entspricht. Mit $\Delta\nu_{\text{sp}} = \nu = c/\lambda$ ergibt sich $L_c = \lambda$. D.h., die Kohärenzlänge eines schwarzen Strahlers ist in der Größenordnung der Wellenlänge. Deshalb sind Interferenzen im Alltag so schwer zu beobachten.

(II) Im Helium-Neon-Laser wird die Emission der Neon-Atome bei 632,8 nm genutzt. Unter Normalbedingungen bei Raumtemperatur wird die spektrale

Breite $\Delta\nu_{\text{sp}}$ der spontanen Emission dieser Linie durch den Doppler-Effekt der bewegten Atome dominiert und beträgt etwa $\Delta\nu_{\text{sp}} = 1,3 \text{ GHz}$ (Gleichung 51). Nach Gleichung 33 ergibt sich eine Kohärenzlänge von 0,2 m. Das ist die typische Größenordnung, die mit klassischen Lichtquellen basierend auf spontaner Emission von Gasatomen (Niederdruck-Gasentladungslampen, sogenannte Spektrallampen) erreichbar ist.

Exakte Definition der Kohärenzlänge über die Kontrastfunktion

Die anschauliche Diskussion im vorangegangenen Abschnitt war nur qualitativ und nur für den speziellen Fall eines zeitlich begrenzten harmonischen Wellenzuges geeignet. Für eine exakte Definition wird das praktische Kriterium der Kohärenz herangezogen: Die Sichtbarkeit von Interferenzstreifen. Man betrachtet wiederum den Zeitverlauf des Signals $\hat{E}(t)$. Wird dieses Signal mit einem um τ zeitversetzten Teilstrahl zur Interferenz gebracht (z.B. im Michelson-Interferometer), dann ist das komplexe Signal $\hat{E}(t) + \hat{E}(t + \tau)$ und die beobachtbare Intensität gemäß Gleichung 11:

$$\begin{aligned}
 I(\tau) &= \varepsilon_0 c \cdot \left\langle \left(\hat{E}(t) + \hat{E}(t + \tau) \right) \cdot \left(\hat{E}(t) + \hat{E}(t + \tau) \right)^* \right\rangle \\
 &= \varepsilon_0 c \cdot \left(\underbrace{\langle \hat{E}(t) \hat{E}^*(t) \rangle}_{=I_1} + \langle \hat{E}(t) \hat{E}^*(t + \tau) \rangle + \langle \hat{E}(t + \tau) \hat{E}^*(t) \rangle + \underbrace{\langle \hat{E}(t + \tau) \hat{E}^*(t + \tau) \rangle}_{=I_1} \right) \\
 &= I_1 + \varepsilon_0 c \langle \hat{E}^*(t) \hat{E}(t + \tau) \rangle^* + \varepsilon_0 c \langle \hat{E}(t + \tau) \hat{E}^*(t) \rangle + I_1 \\
 &= 2I_1 + 2\varepsilon_0 c \cdot \text{Re} \left\{ \underbrace{\langle \hat{E}^*(t) \hat{E}(t + \tau) \rangle}_{\Gamma(\tau)} \right\}. \tag{34}
 \end{aligned}$$

Als wichtige Größe wird hier die **komplexe Selbstkohärenzfunktion** $\Gamma(\tau)$ eingeführt:

$$\Gamma(\tau) := \langle \hat{E}^*(t) \hat{E}(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \hat{E}^*(t) \hat{E}(t + \tau) dt \tag{35}$$

Zur Vereinfachung wird aus $\Gamma(\tau)$ noch die **normierte komplexe Selbstkohärenzfunktion** $\gamma(\tau)$ gebildet:

$$\gamma(\tau) := \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} \tag{36}$$

Damit lässt sich die Intensität der Interferenz schreiben als:

$$I(\tau) = 2I_1 \left(1 + \operatorname{Re}\{\gamma(\tau)\} \right) \quad (37)$$

$\gamma(\tau)$ beschreibt die relative Modulation der mittleren Intensität einer mit sich selbst um τ zeitversetzt überlagerten Welle.

Hintergrund

Als Beispiel betrachten wir wieder die zeitlich unbegrenzte harmonische Welle aus Gleichung 8, wobei die Ortsabhängigkeit wieder implizit im Vorfaktor \hat{A} geschrieben wurde:

$$\hat{E} = \hat{A} \cdot e^{-i\Omega t} \quad (38)$$

Die komplexe Selbstkohärenzfunktion ist

$$\begin{aligned} \Gamma(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \hat{A}^* e^{+i\Omega t} \cdot \hat{A} e^{-i\Omega(t+\tau)} dt \\ &= |\hat{A}|^2 \cdot e^{-i\Omega\tau} \end{aligned}$$

und die normierte Selbstkohärenzfunktion wird

$$\gamma(\tau) = e^{-i\Omega\tau} \quad (39)$$

Für die harmonische Welle beschreibt $\gamma(\tau)$ einen Einheitskreis in der komplexen Ebene. Die Schnittpunkte mit der positiven reellen Achse (bei $\Omega\tau = 2\pi \cdot n$) entsprechen den Maxima der Intensität (konstruktive Interferenz, $I(\tau) = 4I_{\text{obj}}$), die Schnittpunkte mit der negativen reellen Achse (bei $\Omega\tau = (2n + 1) \cdot \pi$) entsprechen den Minima (destruktive Interferenz, $I(\tau) = 0$).

Wir betrachten jetzt quasimonochromatisches Licht, d.h. Wellenzüge, deren Länge endlich, aber groß gegen die Wellenlänge ist. Solange die Laufzeitdifferenz τ nur wenigen Wellenlängen entspricht, wird $I(\tau)$ periodisch schwanken wie bei der harmonischen Welle. Bei großer Laufzeitdifferenz überlagern sich die Wellenzüge nur noch teilweise, und die Stärke der Interferenzmodulation wird abnehmen. Das heißt, die Intensität wird nicht mehr zwischen $4I_{\text{obj}}$ und 0 schwanken. Der Realteil von $\gamma(\tau)$ wird also nicht mehr die Extremwerte +1 und -1 erreichen und

die Schnittpunkte von $\gamma(\tau)$ mit der reellen Achse werden immer weiter an den Koordinatenursprung heranrücken. $\gamma(\tau)$ beschreibt damit in der komplexen Ebene eine Spirale, die sich langsam in den Ursprung hineinwindet.

Um den beobachtbaren Effekt der mit zunehmendem Laufzeitunterschied abnehmenden Interferenzmodulation quantitativ zu beschreiben, definiert man als Interferenzkontrast $K(\tau)$ (im Englischen: fringe visibility) den Kontrast zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maxima und Minima:

$$K(\tau) := \frac{I(\tau_{\max}) - I(\tau_{\min})}{I(\tau_{\max}) + I(\tau_{\min})} \quad (40)$$

Da sich für quasimonochromatisches Licht der Betrag von $\gamma(\tau)$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Extrema nur wenig ändert, lässt sich an den Extrema vereinfachen $\operatorname{Re}\{\gamma\} = \pm|\gamma|$ und Gleichung 37 ergibt:

$$\begin{aligned} I(\tau_{\max}) &= 2I_{\text{obj}}(1 + |\gamma(\tau)|) , \\ I(\tau_{\min}) &= 2I_{\text{obj}}(1 - |\gamma(\tau)|) , \end{aligned}$$

Es folgt

$$\begin{aligned} K(\tau) &= \frac{(1 + |\gamma(\tau)|) - (1 - |\gamma(\tau)|)}{(1 + |\gamma(\tau)|) + (1 - |\gamma(\tau)|)} \\ &= \frac{2|\gamma(\tau)|}{2} \end{aligned}$$

und schließlich

$$K(\tau) = |\gamma(\tau)| . \quad (41)$$

Hier ist die messbare Größe Interferenzkontrast $K(\tau)$ mit der bezüglich des Feldverlaufes $E(t)$ definierten normierten Selbstkohärenzfunktion $\gamma(\tau)$ verknüpft. Durch die Kontrastfunktion $K(\tau)$ kann die Interferenzfähigkeit und damit die Kohärenz des Lichtes quantitativ beschrieben werden. Die Kohärenzzeit wird definiert als der Laufzeitunterschied τ_c , für den der Kontrast auf $1/e$ abgefallen ist³:

³Diese Definition folgt Referenz [1, S. 36], in der Holographie wird auch oft der Abfall auf $1/\sqrt{2}$ benutzt [6, S. 143].

$$\tau_c : \quad K(\tau_c) = \frac{1}{e} \quad (42)$$

Daraus folgt die Kohärenzlänge

$$L_c = c \cdot \tau_c . \quad (43)$$

Für quasimonochromatisches Licht kann die Selbstkohärenzfunktion $\gamma(\tau)$ exakt mit dem Leistungsspektrum $S(\omega)$ (vgl. Gleichung 16) verknüpft werden ([9, S. 562], [6, S. 143]):

$$\gamma(\tau) = \frac{\int_0^\infty S(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega}{\int_0^\infty S(\omega) d\omega} \quad (44)$$

Hintergrund

Für den Fall von monochromatischem Licht $S(\omega) \propto \delta(\omega - \Omega)$ geht diese Gleichung offensichtlich wieder in Gleichung 39) über. Für das Licht einer Gasentladungslampe hat das Spektrum auf Grund der Dopplerverbreiterung die Form einer Gaußkurve

$$S(\omega) = S_0 e^{-4 \ln 2 \left(\frac{\omega - \Omega}{\Delta\Omega_{\text{sp}}} \right)^2} \quad (45)$$

mit Zentralkreisfrequenz Ω und spektraler Breite $\Delta\Omega_{\text{sp}}$. Die Breite ist hier als sogenannte Halbwertsbreite (FWHM = full width at half maximum) angegeben. Damit ergibt sich [6, S. 144]

$$\gamma(\tau) \text{ (Gauß)} = \underbrace{e^{-i\Omega\tau}}_{\text{Einheitskreis}} \cdot \underbrace{e^{-\frac{1}{16 \ln 2} (\Delta\Omega_{\text{sp}} \cdot \tau)^2}}_{\text{Radius} \hat{=} \text{Kontrast}} \quad (46)$$

Hier ist sehr schön zu sehen, wie die Verlauf von $\gamma(\tau)$ im Vergleich zum monochromatischen Licht aus Gleichung 39 durch die endliche Frequenzbreite $\Delta\Omega$ modifiziert wird: Der erste Faktor, der den Einheitskreis beschreibt, bleibt erhalten. Der zweite Faktor zieht den Kreis zu einer Spirale zusammen. Der Kontrast $K(\tau)$ gemäß Gleichung 41 ist

$$K(\tau) \text{ (Gauß)} = e^{-\frac{1}{16 \ln 2} (\Delta\Omega_{\text{sp}} \cdot \tau)^2} \quad (47)$$

Die 1/e-Kohärenzzeit ergibt sich als

$$e^{-1} = K(\tau_c) = e^{-\frac{1}{16 \ln 2} (\Delta\Omega_{\text{sp}} \cdot \tau_c)^2}, \quad (48)$$

$$\tau_c = \frac{4\sqrt{\ln 2}}{\Delta\Omega_{\text{sp}}} = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi \Delta\nu_{\text{sp}}} \quad \text{mit } \Delta\Omega_{\text{sp}} = 2\pi \Delta\nu_{\text{sp}}, \quad (49)$$

und es folgt die **1/e-Kohärenzlänge für Gaußförmige Spektrallinien**:

$$L_c (\text{Gauß}) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi} \cdot \frac{c}{\Delta\nu_{\text{sp}}} = 0.53 \cdot \frac{c}{\Delta\nu_{\text{sp}}} \quad (50)$$

Die hier exakt gewonnene Formel stimmt bemerkenswert gut mit der anschaulich hergeleiteten Gleichung 33 überein! Für andere Spektralformen gelten ähnliche Zusammenhänge, wenn das Spektrum die Form eines Peaks hat. Für den Fall eines Multimoden-Lasers im folgenden Abschnitt treten jedoch qualitativ neue Effekte auf!

Kontrastfunktion und Kohärenz eines Multimoden-Lasers

Das Prinzip des Lasers beruht darauf, dass ein zunächst spontan emittiertes Photon durch stimulierte Emission extrem vervielfacht wird. Alle stimulierte emittierten Photonen sind in Frequenz und Phase mit dem ursprünglich spontan erzeugten Photon identisch und bilden – im Sinne der anschaulichen Diskussion in Abschnitt 2.3 – einen einzigen langen Wellenzug. Daraus resultiert die zumindest prinzipiell extrem große Kohärenzlänge (oder auch Frequenzschärfe) von Laserlicht, die theoretisch in der Größenordnung von 10^{11} m liegen könnte. Praktisch wird die erreichbare Kohärenzlänge durch die Stabilität des Resonators limitiert. Bei einfach aufgebauten HeNe-Lasern (wie dem Praktikumlaser) liegt die erreichbare Kohärenzlänge im Meterbereich, während sich mit aufwändigen aktiven Stabilisierungsmethoden derzeit Kohärenzlängen bis zu 3000 km erreichen lassen [10, S. 243]. Für die Detektion der Gravitationswellen am LIGO im Jahr 2015 wurde auch ein Interferometer verwendet. Durch Mehrfachreflexion wird dort eine effektive Lauflänge des Lichtes von 1120 km erreicht [14].

Die hohe Verstärkung durch stimulierte Emission ist nur dann möglich, wenn die emittierten Photonen das aktive Lasermedium vielfach durchlaufen können. Dies wird durch den Resonator erreicht. Alle Photonen, die den

stehenden Wellen im Resonator (Resonatormoden) entsprechen, laufen im geometrischen Sinne auf geschlossenen Bahnen endlos durch den Resonator. Laseremission tritt für alle die Moden auf, für die pro Umlauf im Resonator die Gewinne durch stimulierte Emission größer als die Verluste durch Störabsorption und Auskopplung am Endspiegel sind.

Der Gewinn (gain) pro Umlauf ergibt sich aus der Dichte der angeregten Atome und dem Wirkungsquerschnitt für stimulierte Emission. Seine spektrale Abhängigkeit entspricht deshalb direkt der Form des Emissionsspektrums. Das Emissionsspektrum der hier benutzten Ne-Emissionslinie bei 632,8 nm wird vor allem durch den optischen Dopplereffekt bestimmt. Die Atome im Gas bewegen sich mit zufälliger thermischer Geschwindigkeit, und für den feststehenden Beobachter ergibt sich daraus eine zufällige Abweichung von der mittleren Frequenz. Das beobachtbare Spektrum ist deshalb eine Gaußkurve mit einer Halbwertsbreite $\Delta\nu_{\text{gain}}$ von [10, S. 39]:

$$\Delta\nu_{\text{gain}} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{Mc^2}} . \quad (51)$$

Mit der Atommasse M von Neon und einer Temperatur von $T = 300$ K ergibt sich $\Delta\nu_{\text{gain}} = 1,3$ GHz. Diese Frequenzunschärfe entspricht einer Wellenlängenunschärfe von 0,0017 nm.

Die erlaubten Lasermoden ergeben sich aus der Forderung für eine stehende Welle in einem Resonator der Länge L_{res} zu $n \cdot \frac{\lambda}{2} = L_{\text{res}}$, wobei der ganzzahlige Index n hier in der Größendordnung von $2L_{\text{res}}/\lambda = 10^6$ liegt. Diese Moden werden als longitudinale Moden bezeichnet — im Unterschied zu den hier nicht wesentlichen transversalen Moden, die durch die Form des elektrischen Feldes quer zur Resonatorrichtung beschrieben werden. Der Frequenzabstand der longitudinalen Resonatormoden ist

$$\Delta\nu_{\text{mod}} = \frac{c}{2L_{\text{res}}} . \quad (52)$$

Der im Praktikum verwendete Laser hat eine Resonatorlänge von $L_{\text{res}} = 46,87$ cm und damit einen longitudinalen Modenabstand von $\Delta\nu_{\text{mod}} = 320$ MHz. Der Vergleich mit der Breite der Gewinnkurve $\Delta\nu_{\text{gain}} = 1,3$ GHz zeigt, dass der Laser prinzipiell in mehreren longitudinalen Moden emittieren kann.

Für die hier verwendeten HeNe-Laser wurde das Emissionsspektrum experimentell ermittelt. Die konkreten Verhältnisse sind in Abbildung 2.3 dargestellt. Bezüglich der normierten Gewinnkurve $g(\nu)$ liegt die Laserschwelle

g_0 (Gleichheit von Gewinn und Verlusten) bei $g_0 = 0.4$. Die absolute Frequenz der Resonatormoden bezüglich des Emissionsmaximums bei ν_0 hängt von der genauen Länge des Resonators ab und ist bezüglich des hier dargestellten, sehr kleinen Frequenzbereichs zufällig. Nur der Abstand der Resonatormoden $\Delta\nu_{\text{mod}}$ ist fest. In der Abbildung ist eine spezielle Lage der Moden durch senkrechte Linien angedeutet. Aus Lage der Resonatormoden, Gainkurve und Laserschwelle folgt das eingezeichnete Emissionsspektrum des Lasers (fette senkrechte Linien). Bemerkenswert ist, dass das reale Laserspektrum tatsächlich aus mehreren Linien besteht. Die Gesamtbreite dieser Linien­schar ist durch die Breite des Gainspektrums (Dopplerbreite) bestimmt. Die Frequenzbreite der einzelnen Linien (Moden) ist sehr viel kleiner. Mit der Annahme einer Kohärenzlänge der einzelnen Mode von 100 m ergibt sich dafür nach Gleichung 50 ein Wert von 1,6 MHz.

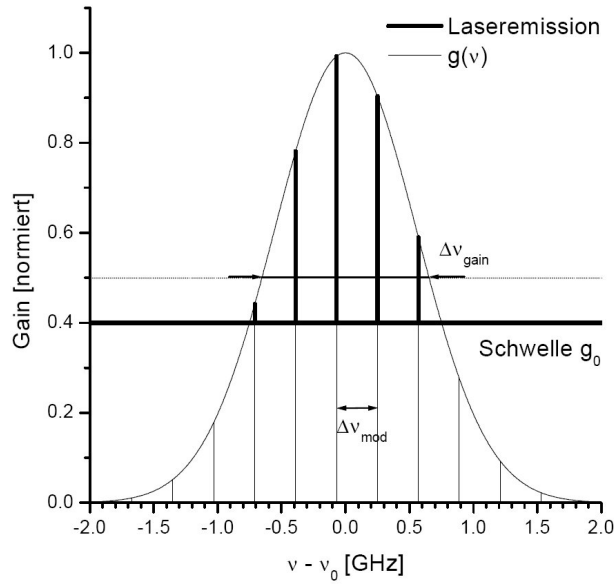


Abbildung 1: Entstehung des Emissionsspektrums beim HeNe-Laser. Die Gewinnkurve $g(\nu)$ hat die Halbwertsbreite $\Delta g_{\text{gain}} = 1,3 \text{ GHz}$. Die Laserschwelle liegt bei g_0 . Die longitudinalen Resonatormoden mit dem Frequenzabstand $\Delta\nu_{\text{mod}} = 320 \text{ MHz}$ sind mit einer bezüglich ν_0 willkürlichen Lage eingezeichnet.

Die Kontrastfunktion eines Multimoden-Laserspektrums wie in Abbildung 2.3 kann mit Gleichung 44 berechnet werden. Zur Vereinfachung be-

trachten wir jetzt den Fall von N Moden mit gleicher Intensität.⁴

Der Kreisfrequenzabstand der Moden ist $\Delta\vartheta = 2\pi\Delta\nu_{\text{mod}}$, die erste Mode habe die Kreisfrequenz Ω und $\Delta\Omega_{\text{sp}} = (N-1)\Delta\vartheta$ sei die gesamte Kreisfrequenzbreite des Laserspektrums.

Hintergrund

Damit lässt sich die spektrale Leistungsdichte $S(\omega)$ schreiben als

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{S_0}{N} \left(\delta(\omega - \Omega) + \delta(\omega - \Omega - \Delta\vartheta) + \delta(\omega - \Omega - 2\Delta\vartheta) + \dots \right) \\ &= \frac{S_0}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \delta(\omega - \Omega - n\Delta\vartheta) \end{aligned}$$

Die Normierung ist hier so gewählt, dass sich die Gesamtintensität $I_0 = \varepsilon_0 c S_0$ gemäß Gleichung 16 ergibt. Einsetzen in Gleichung 44 und Anwendung der Summenformel für die geometrische Reihe liefert

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) &= \int_0^\infty \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \delta(\omega - \Omega - n\Delta\vartheta) e^{-i\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i(\Omega + n\Delta\vartheta)\tau} \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{N} \cdot e^{-i\Omega\tau} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} e^{-in\Delta\vartheta\tau} \\ &= \frac{1}{N} \cdot e^{-i\Omega\tau} \cdot \frac{e^{-iN\Delta\vartheta\tau} - 1}{e^{-i\Delta\vartheta\tau} - 1} . \end{aligned} \tag{54}$$

⁴Behandlung des N-Moden-Lasers übernommen aus [6, S. 148ff]

Der Kontrast $K(\tau) = |\gamma(\tau)|$ läßt sich noch deutlich vereinfachen:

$$\begin{aligned}
K(\tau) &= \left| \frac{1}{N} \cdot e^{-i\Omega\tau} \cdot \frac{e^{-iN\Delta\vartheta\tau} - 1}{e^{-i\Delta\vartheta\tau} - 1} \right| \\
&= \frac{1}{N} \cdot \frac{|e^{-iN\Delta\vartheta\tau} - 1|}{|e^{-i\Delta\vartheta\tau} - 1|} \\
&= \frac{1}{N} \cdot \frac{|\cos(N\Delta\vartheta\tau) - i\sin(N\Delta\vartheta\tau) - 1|}{|\cos(\Delta\vartheta\tau) - i\sin(\Delta\vartheta\tau) - 1|} \\
&= \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\frac{(\cos(N\Delta\vartheta\tau) - 1)^2 + \sin^2(N\Delta\vartheta\tau)}{(\cos(\Delta\vartheta\tau) - 1)^2 + \sin^2(\Delta\vartheta\tau)}} \\
&= \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos(N\Delta\vartheta\tau)}{1 - \cos(\Delta\vartheta\tau)}} \\
&= \frac{1}{N} \cdot \sqrt{\frac{2\sin^2(N\frac{1}{2}\Delta\vartheta\tau)}{2\sin^2(\frac{1}{2}\Delta\vartheta\tau)}} \\
&= \frac{1}{N} \cdot \left| \frac{\sin(N\frac{1}{2}\Delta\vartheta\tau)}{\sin(\frac{1}{2}\Delta\vartheta\tau)} \right|.
\end{aligned}$$

Zum Vergleich mit der Formel (47) für einen Gauß-förmigen Peak wird in der Endformel wieder die gesamte Kreisfrequenzbreite des Spektrums $\Delta\Omega_{\text{sp}} = (N - 1)\Delta\vartheta$ eingeführt.

Zusammengefasst ergibt sich aus der Herleitung die Kontrastfunktion für einen Laser mit N gleich intensiven Moden zu

$$K(\tau) \text{ (N - Moden - Laser)} = \frac{1}{N} \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{N}{2(N-1)}\Delta\Omega_{\text{sp}}\tau\right)}{\sin\left(\frac{1}{2(N-1)}\Delta\Omega_{\text{sp}}\tau\right)} \right|. \quad (55)$$

Der Verlauf dieser Funktion ist für $N = 2, 3, 4, 5, 10$ in Abbildung 2.3 dargestellt. Die erste Nullstelle liegt bei der ersten Nullstelle des Zählers:

$$\frac{N}{2(N-1)} \cdot \Delta\Omega_{\text{sp}} \cdot \tau = \pi. \quad (56)$$

Wenn wir diese erste Nullstelle mit der Kohärenzzeit τ_c identifizieren,

ergibt sich:

$$\tau_c = \frac{N-1}{N} \cdot \frac{2\pi}{\Delta\Omega_{\text{sp}}} = \frac{N-1}{N} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_{\text{sp}}} , \quad (57)$$

und die zugehörige Kohärenzlänge ist:

$$L_c \text{ (N – Moden – Laser)} = \frac{N-1}{N} \cdot \frac{c}{\Delta\nu_{\text{sp}}} . \quad (58)$$

Diese Formel stimmt qualitativ gut mit der Kohärenzlänge eines Gauß-verbreiterten Peaks in Gleichung 50 überein. Es sei daran erinnert, dass im Fall eines Multimoden-Lasers die gesamte Frequenzbreite $\Delta\nu_{\text{sp}}$ vor allem durch die Frequenzbreite der zugehörigen spontanen Emissionslinie des Lasermaterials gegeben ist. Bei einfachen HeNe-Lasern im Multimoden-Betrieb wird ein großer Bereich des spontanen Emissionsspektrums tatsächlich zur Laseremission gebracht und damit **keine** signifikante Vergrößerung der Kohärenzlänge gegenüber der spontanen Emission erreicht. Allerdings ist praktische Holographie trotzdem erst durch den Laser möglich, denn mit einer Niederdruck-Spektrallampe könnte man – insbesondere unter Einhaltung der räumlichen Kohärenzforderungen (kleine Blende) – nicht die erforderlichen Bestrahlungsleistungen erreichen. Die leistungsstarken Gasentladungslampen (z.B. Hg-Dampf-Lampen für Straßenbeleuchtung) sind stets Hochdrucklampen und haben keine hinreichend scharfen Emissionslinien mehr.

Bemerkenswert am Kontrastverlauf des Multimoden-Lasers ist weiterhin, dass die periodische Wiederkehr des hohen Kontrastes mit wachsendem N erst bei immer größer werdenden Laufzeitdifferenzen auftritt. Hier ist der Übergang zum kontinuierlichen Spektrum anschaulich sichtbar: Bei unendlich dicht liegenden Moden wandert die Kontrastwiederkehr nach $\tau \rightarrow \infty$ und ist damit nicht mehr beobachtbar – man erreicht den Grenzfall von klassischem Licht mit einer kontinuierlichen spektralen Verteilung und streng monoton abfallendem Interferenzkontrast.

2.4 Einteilung von Hologrammen

Zur Umsetzung des holographischen Grundprinzips gibt es zahlreiche verschiedene Varianten. Eine grobe Kenntnis der Unterschiede ist insbesondere für die Einordnung von Literatur wichtig. Aus didaktischen Gründen wird in einführenden Beschreibungen zur Holographie in der Regel das Flächen-Amplituden-Transmissions-Hologramm behandelt. Dagegen werden in den

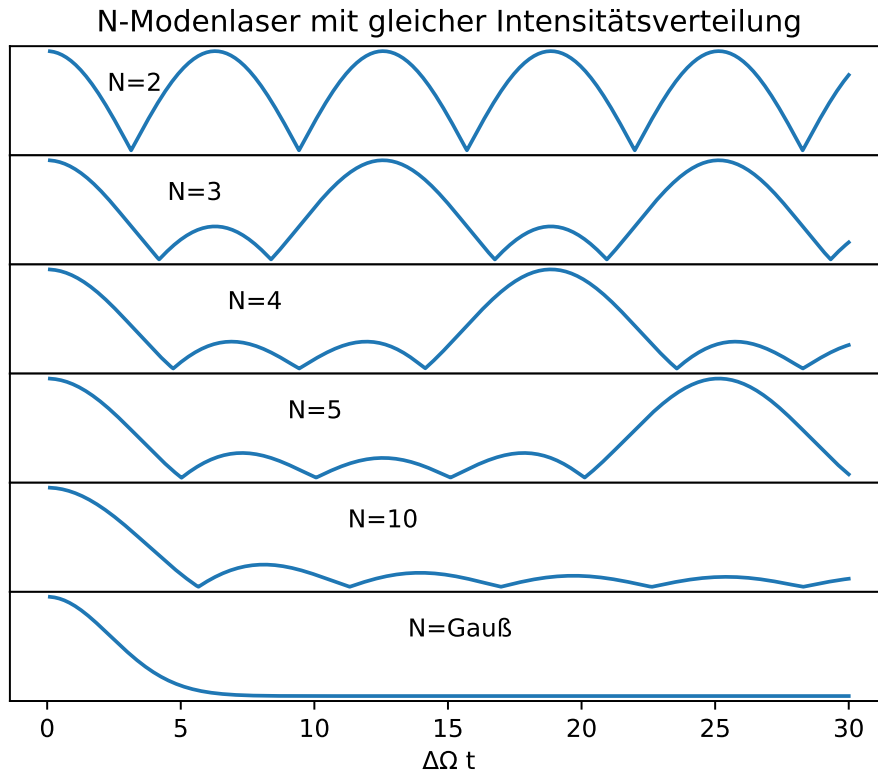


Abbildung 2: Verlauf der Kontrastfunktion $K(\Delta\Omega_{\text{sp}}\tau)$ in Bezug auf die gesamte Kreisfrequenzbreite $\Delta\Omega_{\text{sp}}$ des Spektrums und den Laufzeitunterschied τ . Graph (a) bis (e) für einen N -Moden-Laser nach Gleichung 55, Graph (f) für ein Gauß-Spektrum nach Gleichung 47.

meisten praktischen Fällen und im HO-Praktikum Volumen-Phasen-Reflexions-Hologramme benutzt. D.h., die hier wichtige Praxis beruht in allen Hauptkriterien auf Prinzipien, welche sich *wesentlich von den typischen Lehrbuchkapiteln unterscheiden* (z.B. [1, 2, 5]).

Hintergrund

Am physikalisch weitreichendsten ist die Unterscheidung zwischen Flächenhologrammen^a und Volumenhologrammen:

- **Flächenhologramm**

Das Interferenzmuster wird in einer photographischen Schicht aufgezeichnet, die praktisch zweidimensional ist. Das heißt, die Dicke der Schicht ist klein gegenüber der Wellenlänge und die Rekonstruktion kann als Beugung an einer zweidimensionalen Struktur beschrieben werden. Im einfachsten Fall ist das zum Beispiel die Beugung an einem Strichgitter.

- **Volumenhologramm**

Das Interferenzmuster wird dreidimensional in einer gegenüber der Wellenlänge dicken photographischen Schicht aufgezeichnet. Die Rekonstruktion muss als Beugung an einer dreidimensionalen Struktur beschrieben werden. Im einfachsten Fall entspricht sie der Beugung von Röntgenstrahlen an einem Kristallgitter.

In der Lehrbuchliteratur (z.B. [1, 2, 5]) wird in der Regel das didaktisch einfachere Flächenhologramm ausführlich behandelt und das Volumen-hologramm nur grob vereinfacht beschrieben. Für die Anwendung zur möglichst originalgetreuen Bildaufzeichnung werden praktisch allerdings immer Volumenhologramme eingesetzt: Zum einen haben sie eine höhere Beugungseffizienz. Zum anderen können sie auch in normalem weißen Licht (Halogenlampe) betrachtet werden (s.u.). Deshalb werden sie auch als Weißlichthologramme bezeichnet. Im Praktikumsversuch wird ein Volumenhologramm hergestellt.

Ein weiteres wichtiges Unterscheidungsmerkmal ist die Art der photographisch aufgezeichneten Information. Danach werden Amplituden- und Phasenhologramme unterschieden:

- **Amplitudenhologramm**

Das Interferenzmuster wird in der photographischen Schicht als Schwärzungsmuster aufgezeichnet. Bei der Rekonstruktion wird die Referenzwelle proportional zur lokalen Schwärzung absorbiert (Verringerung der Amplitude). Im einfachsten Fall sieht ein

Flächen-Amplituden-Hologramm dann tatsächlich wie ein Strichgitter (bestehend aus schwarzen Stäben) aus und kann als solches behandelt werden.

- **Phasenhologramm**

Im typischen Phasenhologramm wird das Interferenzmuster in der photographischen Schicht als Brechungsindexmuster aufgezeichnet. Bei der Rekonstruktion erfährt die Referenzwelle eine Phasenverschiebung proportional zum lokalen Brechungsindex. Andere Arten des Phasenhologramms nutzen Variationen von Schichtdicken oder Oberflächenreliefs, um Phasenunterschiede in der Referenzwelle zu erzeugen.

Praktische Anwendungen nutzen in der Regel Phasenhologramme, da diese wegen der fehlenden Absorption lichtstärker sind. Das im Praktikumsversuch hergestellte Hologramm ist ebenfalls ein Phasenhologramm.

Als drittes Kriterium wird zwischen Transmissions- und Reflexionshologrammen unterschieden:

- **Transmissionshologramm**

Die Aufzeichnung erfolgt so, dass bei der Rekonstruktion das Hologramm in Transmission betrachtet wird. D.h., die Referenzwelle fällt (vom Betrachter gesehen) von hinten auf das Hologramm und strahlt durch das Hologramm hindurch.

- **Reflexionshologramm**

Die Aufzeichnung erfolgt so, dass bei der Rekonstruktion das Hologramm in Reflexion betrachtet wird. Die Referenzwelle fällt von der Betrachterseite auf das Hologramm.

Wenn das Hologramm als „Bild an der Wand“ verwendet werden soll, ist die Reflexionsgeometrie wesentlich praktischer. Außerdem funktioniert beim Volumenhologramm die Rekonstruktion mit weißem Licht besonders gut in Reflexionsgeometrie. Deshalb sind die populärsten Hologramme, die man zum Beispiel auf Ausstellungen sieht, Volumen-Phasen-Reflexions-Hologramme. Sie werden oft nur als Weißlichthologramme oder Weißlicht-Reflexionshologramme bezeichnet. Ein sol-

ches Weißlicht-Reflexionshologramm wird im Praktikumsversuch hergestellt.

Neben diesen Klassifizierungen gibt es Sonderformen (z.B. Regenbogenhologramme), auf die hier nicht eingegangen wird.

^a Die Namensgebung ist hier nicht einheitlich. Oft wird auch von Oberflächenhologrammen (surface holograms) oder von dünnen Hologrammen (thin holograms) gesprochen.

2.5 Aufzeichnung und Rekonstruktion beim Weißlicht-Reflexionshologramm

Für die Diskussion der Holographie nutzt man das Superpositionsprinzip in Gleichung 1 aus und behandelt jeweils nur einzelne ebene Wellen. Weiterhin soll nur eine feste Polarisationsrichtung betrachtet werden. Beim Weißlicht-Reflexionshologramm erfolgt die Aufzeichnung so, dass die Objektwelle $E_{\text{obj}}(\vec{r}, t)$ und die Referenzwelle $E_{\text{ref}}(\vec{r}, t)$ von unterschiedlichen Seiten auf die Photoplatte treffen. Wir nehmen vereinfacht an, beide Wellen haben die gleiche Intensität. Dann bildet sich im Überlagerungsgebiet ein Interferenzmuster aus, wie es im Abschnitt 2.2 beschrieben wurde. Dies ist in Gleichung 2.2 schematisch dargestellt. Die Ebenen maximaler Intensität sind als gestrichelte Linien senkrecht zum Wellenvektor $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$ eingezeichnet.

Bei der Aufzeichnung des Hologramms wird das photographische Material entsprechend der Intensität belichtet. Durch den Entwicklungsprozess wird das Belichtungsprofil in ein Brechungsindexprofil umgewandelt. Im hier diskutierten Fall von zwei ebenen Wellen ist dies die Schar von Ebenen mit dem Wellenvektor $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$. Diese Ebenen sind in Abbildung 3 noch einmal dargestellt.

Bei der Rekonstruktion wird das Hologramm wieder mit dem Referenzlicht beleuchtet, in Abbildung 3 ist das die ebene Welle mit Wellenvektor \vec{k}_{ref} . Diese Welle wird an den Ebenen des Brechungsindexkontrastes teilweise reflektiert. Wie in Abbildung 3 schematisch dargestellt, hat die reflektierte Welle \vec{k}_{bild} notwendigerweise die gleiche Richtung wie die Objektwelle \vec{k}_{obj} bei der Aufzeichnung des Hologramms. Damit ist für den einfachsten Fall einer ebenen Welle gezeigt, dass das Hologramm ein vom Objekt ausgehendes Wellenfeld rekonstruiert.

Wesentlich für die Effizienz des Hologramms und für das Prinzip der

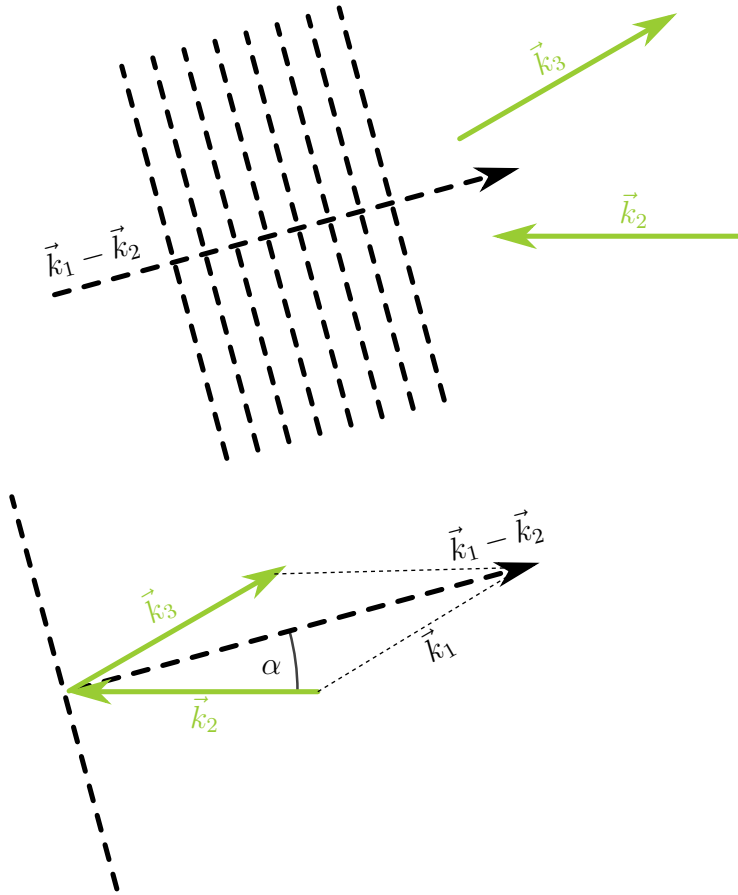


Abbildung 3: Rekonstruktion bei Einfall der Referenzwelle \vec{k}_{ref} , die als $\vec{k}_{\text{bild}} = -\vec{k}_{\text{obj}}$ reflektiert wird.

Weißlichtholographie ist die Tatsache, dass bei der Rekonstruktion die Reflexion der Referenzwelle an einer ganzen Schar von Ebenen erfolgt. Eine in der Summe starke Reflexion kann nur erfolgen, wenn sich die einzelnen Beiträge konstruktiv überlagern. Das Problem ist analog zur Reflexion von Röntgenwellen an den Gitterebenen eines Kristalls. Die Bedingung für konstruktive Interferenz wird durch die Bragg-Gleichung geliefert (hier geschrieben für die erste Ordnung):

$$2d \cdot \cos \alpha = \lambda, \quad (59)$$

wobei α der Einfallswinkel (zwischen $-\vec{k}_{\text{ref}}$ und $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$) und d der Ebe-

nenabstand ist.⁵ Aus der Konstruktion läßt sich $\cos \alpha$ ablesen als

$$\cos \alpha = \frac{\frac{1}{2}|\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}|}{|\vec{k}_{\text{ref}}|} . \quad (60)$$

Der Ebenenabstand d entspricht dem Wellenvektor $\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}$

$$d = \frac{2\pi}{|\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}|} . \quad (61)$$

Damit wird die Bragg-Bedingung erfüllt für

$$2d \cos \alpha = 2 \cdot \frac{2\pi}{|\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}|} \cdot \frac{\frac{1}{2}|\vec{k}_{\text{obj}} - \vec{k}_{\text{ref}}|}{|\vec{k}_{\text{ref}}|} = \frac{2\pi}{|\vec{k}_{\text{ref}}|} = \lambda_{\text{ref}} , \quad (62)$$

also genau für die Wellenlänge des bei der Hologramm-Aufzeichnung verwendeten Lichts. Für dieses Licht addieren sich alle reflektierten Teilwellen konstruktiv und es ist theoretisch möglich, eine nahezu vollständige Reflexion zu erreichen. Dieser Effekt ist die Grundlage der hohen Beugungseffizienz von Volumenhologrammen. Wenn bei der Rekonstruktion Licht einer anderen Wellenlänge benutzt wird, ist die Bragg-Bedingung nicht erfüllt und es kommt zu keiner Reflexion. Deshalb kann das Hologramm auch in weißem Licht betrachtet werden — denn nur der Anteil, der der Aufzeichnungswellenlänge entspricht, trägt zur Wiedergabe bei.

⁵ Achtung: In der Festkörperphysik wird üblicherweise nicht der Einfallswinkel α aus der Optik, sondern der Winkel $\alpha' = 90^\circ - \alpha$ benutzt. Dann steht statt $\cos \alpha$ ein $\sin \alpha'$ in der Bragg-Gleichung.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Aufbau eines Michelson-Interferometers und Bestimmung der Kohärenzlänge

Auf dem zunächst leeren optischen Tisch soll mit Hilfe von Standardkomponenten ein Michelsoninterferometer wie in Abbildung 4 aufgebaut werden. Damit wird geprüft, welche Stabilitätsanforderungen (z.B. Luftbewegungen) für die spätere Hologramaufzeichnung erfüllt werden müssen. Ausserdem wird geprüft, ob die theoretischen Erwartungen an die Kohärenzeigenschaften des Lasers erfüllt werden.

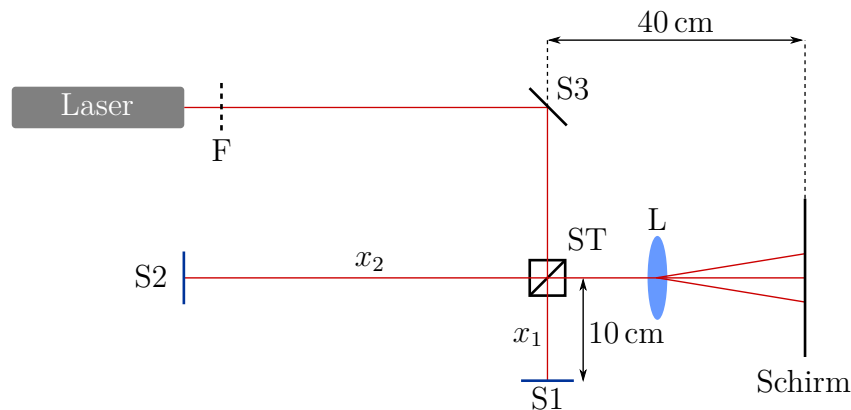


Abbildung 4: Aufbau des Michelson-Interferometers. F = Filter, S1, S2, S3 = Spiegel, ST = Strahlteiler, L = Sammellinse.

Der Aufbau erfolgt in den Schritten:

1. Baue den Filter F (Transmission 10 %) direkt vor dem Laser ein. Achte darauf, dass die Reflexion des Laserstrahls vom Filter **nicht** in den Laser zurückgeworfen wird.
Durch den Transmissionsfilter wird der Laserstrahl auf $\leq 1 \text{ mW}$ abgeschwächt um weiteres Arbeiten ohne Schutzvorkehrungen ermöglichen.
2. Baue nun den Spiegel S3 ein. Achte darauf, dass der Strahl nicht auf den Rand oder eine Verschmutzung auf dem Spiegel trifft. Der Verlauf des Strahls soll möglichst rechtwinklig verlaufen. Für die grobe Aus-

richtung per Augenmaß kann man sich an den Löchern im optischen Tisch orientieren.

3. Der Strahlteiler ST wird so eingebaut, dass die erste Reflexion auf den Spiegel S2 geht.
4. Der Spiegel S1 wird mit einem Abstand von $x_1 = 10\text{ cm}$ von dem Strahlteiler ST aufgebaut.
5. Der letzte Spiegel S2 wird zuerst mit der selben Armlänge wie der Spiegel S1 eingebaut ($x_2 = x_1$).
Mit den Feingewindeschrauben am Spiegel S2 wird dieser so eingestellt, dass der Reflex von S2 auf dem Schirm den Reflex von S1 trifft.
6. Damit das Interferenzmuster auch gut mit dem Auge sichtbar ist, wird eine Linse L zur Strahlaufweitung zwischen Strahlteiler und Schirm aufgebaut.
7. Um das Interferenzmuster in gewünschter Form zu erhalten, müssen die Spiegel S1 und S2 noch feinjustiert werden.
8. Qualitative Analyse von Form und Stabilität des Interferenzmusters. Machen Sie sich insbesondere an Hand der Überlegungen in Abschnitt 2.2 qualitativ klar, wie sich die Orientierung und der Abstand der Interferenzstreifen durch Justierung der Teilstrahlen (am Spiegel S1 oder S2) beeinflussen lässt!
9. Variiere schrittweise den Abstand von x_2 . Nach jeder Änderung der Strecke x_2 muss der Spiegel S2 vermutlich neu justiert werden um das Interferenzmuster zu sehen. Untersuche insbesondere die Werte von x_2 , die beim theoretischen Kontrastverlauf eines 3-Moden-Lasers ($N = 3$) in Abbildung 2.3 dem ersten Minimum und der ersten Wiederkehr des Interferenzkontrastes entsprechen.

3.2 Aufzeichnung des Hologramms

Es soll ein Weißlicht-Reflexionshologramm in der Einstrahl-Geometrie nach Denisjuk aufgezeichnet werden (vgl. [8, S.38], [11, S. 183ff]). Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 skizziert. Charakteristisch für die Einstrahl-Geometrie ist, dass das Objekt durch die Photoplatte hindurch beleuchtet wird.

Der Raumfilter ist eine montierte Baugruppe und besteht aus einer Sammellinse ($f = 8 \text{ mm}$) zur Strahlaufweitung und einer Lochblende ($d = 15 \mu\text{m}$) zum Ausblenden von räumlichen Intensitätsmodulationen. Solche Modulationen entstehen durch die Interferenzen von Streuwellen, die von Störungen (z.B. Staubpartikel auf der Linse) ausgehen. Die Lochblende lässt nur das parallele Licht des Lasers passieren. Zur Justierung kann die Linse entlang der optischen Achse (z-Richtung) und die Blende senkrecht dazu (x- und y-Richtung) durch Feinschrauben bewegt werden.

Der Spiegel faltet den Strahlengang und ermöglicht einen platzsparenden Aufbau sowie die Justierung des Beleuchtungsstrahles auf die Photoplatte. Photoplatte und Objekt sollen so angeordnet werden, wie es für das spätere Betrachten („Blickrichtung“ ist eingezeichnet) optimal ist. Die Schichtseite der Photoplatte zeigt zum Objekt, damit beim späteren Betrachten die unempfindliche Glasseite vorn liegt.

Die Bestrahlungsstärke wird am Ort der Photoplatte mit einem Messgerät bestimmt und daraus die notwendige Belichtungszeit ermittelt (Richtwerte werden vom Betreuer genannt, Größenordnung 1-20 s). Die Belichtung erfolgt unter Dunkelkammerbedingungen, der Strahl wird dazu manuell mit einem Strahlblocker freigegeben.

3.3 Entwicklung

Im Versuch wird der Prozess „CW-C2-Entwicklung mit PBU-Amidol Bleichung“ eingesetzt. Die Verarbeitung erfolgt in folgenden Schritten, davon bis Schritt 3 unter Dunkelkammerbedingungen:

Technische Details zum Photoplattematerial PFG-01 und der Verarbeitung sind unter www.slavich.com \Rightarrow Emulsions for Holography verfügbar.

Hintergrund

Die holographische Emulsion ähnelt einem klassischen photographischen Film. Als Trägermatrix dient eine Gelatineschicht. Darin eingebettet sind transparente Silberhalogenidkristallite (Ag^+X^- , $\text{X} = \text{Br}, \text{Cl}, \text{I}$), die an der Oberfläche durch Farbstoffe sensibilisiert sind. Die Lichtabsorption der Silberhalogenidkristalle kann weitgehend im klassischen Halbleitermodell behandelt werden. Bei der Belichtung werden durch Photonen frei bewegliche Ladungsträger erzeugt. An speziellen

Tabelle 1: Einzelne Arbeitsschritte zur Entwicklung der Photoplatten. Die grau hinterlegten Schritten werden unter Dunkelkammerbedingungen durchgeführt.

Nr.	Dauer	Arbeitsgang	Chemikalie
1.	2 min	Entwickeln	Entwickler „CW-C2“
2.	ca. 1 min	Wasserbad	deionisiertes Wasser
3.	5 min	Bleichen	Bleichbad „PBU-Amidol“
4.	ca. 1 min	Wasserbad	deionisiertes Wasser
5.	ca. 15 min	Spülen	fließendes Leitungswasser
6.	tauchen	Netzmittel	deionisiertes Wasser mit Netzmittel
7.	ca. 15 min	Trocknen	

Gitterbaufehlern werden diese Ladungsträger eingefangen und reduzieren die Silberionen zu elementarem Silber ($\text{Ag}^+ + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}$). Drei weitere Elektronen ermöglichen die Bildung eines stabilen Silberaggregates aus vier Silberatomen, ein sogenannter Latentkeim. Diese Latentkeime wirken als Katalysator für den Entwicklungsschritt. Ein geeignetes Reduktionsmittel (Entwickler) kann ausgehend von einem vorhandenen Latentkeim den gesamten Kristallit zu elementarem Silber reduzieren. Wenn kein Latentkeim vorhanden ist, reicht das chemische Potential des Entwicklers jedoch nicht, um die kritische Keimbildungsenergie aufzubringen, und der Kristallit wird nicht entwickelt. Als Ergebnis der Entwicklung liegt an den belichteten Stellen metallisches Silber vor (Schwärzung). Bis hierher ist der Prozess analog zum Herstellen des Negativs bei der Schwarzweiß-Photographie (vgl. z.B. [12]). Bemerkenswert ist der hohe Verstärkungsgrad (bis 10^9) dieses Verfahrens, da 4-5 Photonen ausreichen, um nach der Entwicklung einen ganzen Kristallit in metallisches Silber umzuwandeln.

Beim Bleichen wird das Schwärzungsprofil in ein absorptionsfreies Brechungsindexprofil umgewandelt. Beim hier verwendeten Prozess handelt es sich um ein fixierfreies, rehalogenierendes Bleichen („fixation-free rehalogenating bleach“, vgl. [13]).^a Dabei wird das metallische Silber in den belichteten Bereichen durch ein Oxidationsmittel wieder oxidiert ($\text{Ag} \rightarrow \text{Ag}^+ + \text{e}^-$) und die Silberionen können sich mit Halogenid-Ionen (auch im Bleichbad geliefert) zu Silberhaloge-

nidkristallen verbinden. Durch geschickt gewählte Chemikalien und Konzentrations-Verhältnisse findet während des Bleichens ein Diffusionsprozess statt, so dass die Silberionen aus den belichteten Bereichen zu den Ag^+X^- -Kristallen in den unbelichteten Bereichen diffundieren und vorzugsweise dort zum Anwachsen der Ag^+X^- -Kristalle führen. Im Ergebnis schrumpfen die Kristallite in den belichteten Bereichen, und in den unbelichteten Bereichen wachsen große Silberhalogenidkristalle. Dies führt zur gewünschten Variation des Brechungsindex. Die Netzmittelbehandlung in Schritt 5 unterstützt das rückstandsfreie Abtropfen und Trocknen der Photoplatten.

^a Der Name „PBU-Amidol“ ist von den Erfindern des Verfahrens („Phillips-Bjelkhagen-Ultimate“) und dem chemischen Namen der wichtigsten Substanz Amidol abgeleitet.

3.4 Rekonstruktion

Das fertige Hologramm soll mit einer Halogenlampe und mit dem originalen Laser-Referenzlicht untersucht werden. Beobachten Sie bei Betrachtung im Halogenlicht genau, wie das Objekt dargestellt wird:

- Abhängigkeit von der Beobachtungsseite (Schichtseite oder Substratseite)
- Abhängigkeit vom Einfallswinkel der Beleuchtung
- Farbe des rekonstruierten Bildes

Wie kann das Verhalten im Laserlicht aus den Beobachtungen im Halogenlicht erklärt werden?

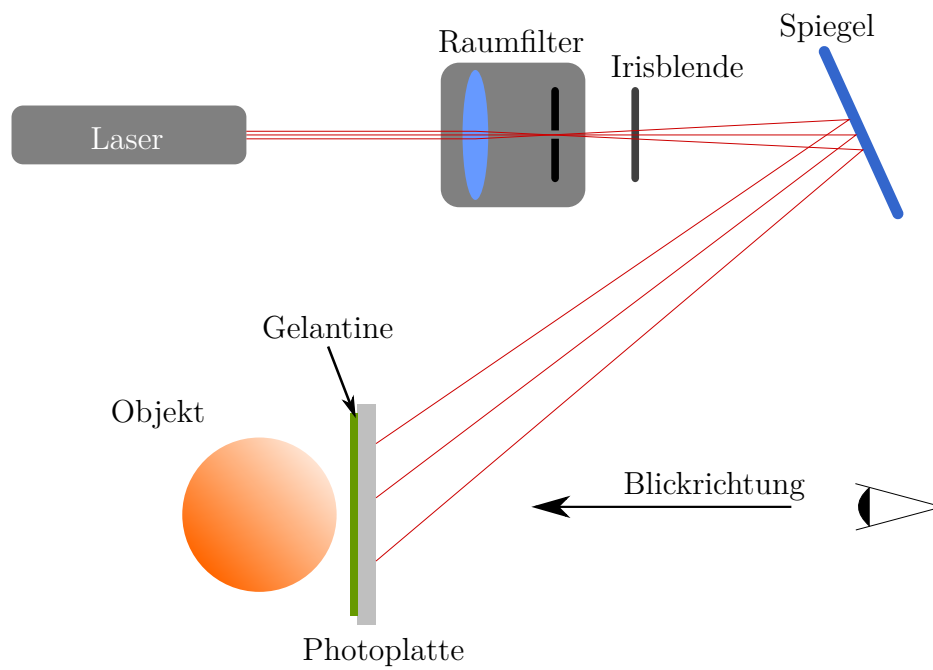


Abbildung 5: Aufbau zur Aufzeichnung eines Hologramms in der Einstrahl-Reflexionsgeometrie nach Denisyuk.

4 Fragen zur Vorbereitung

1. Warum wird für die Holographie kohärentes Licht benötigt? Wie groß muss die Kohärenzlänge sein?
2. Wie können Kohärenzlänge und Kontrastfunktion mit dem Michelson-Interferometer bestimmt werden?
3. Welcher Zusammenhang besteht zwischen Kohärenzlänge und Form des Spektrums? Verdeutlichen Sie sich vor allem den anschaulichen Zusammenhang aus Abschnitt 2.3!
4. Wie sieht die Kontrastfunktion für einen Laser mit 3 Moden gleicher Intensität und Modenabstand $\Delta\nu_{\text{mod}} = 320 \text{ MHz}$ aus? *Stellen Sie den Kontrast als Funktion des Armlängenunterschieds $\Delta x/\text{cm}$ im Michelson-Interferometer dar!* Bei welchen Werten Δx hat der Kontrast sein erstes Minimum und seine erste Wiederkehr?
5. Für die spätere Diskussion im Protokoll und den Vergleich zwischen Messergebnissen und Theorie: Wie sieht die Kontrastfunktion für einen Laser mit 3 Moden ungleicher Intensität (beste 3-Moden-Näherung für die Intensitätsverteilung beim Praktikumlaser: 1 : 1.4 : 1) aus? Wie sieht die Kontrastfunktion bei der Annahme von 4 Moden mit gleicher Intensität oder mit dem Intensitätsverhältnis 0.28 : 0.56 : 0.56 : 0.28 (= beste 4-Moden-Näherung) aus? (Wo kommen die angegebenen Zahlen für die Intensitätsverteilung der Moden her?) Die Herleitung der Kontrastfunktion verläuft analog zur Herleitung der Kontrastfunktion für isointensive Moden in der Anleitung, wo die Moden jeweils mit 1 gewichtet wurden.
6. Wie funktioniert ein HeNe-Laser (schematischer Aufbau, keine Details zu Energieniveaus)?
7. Machen Sie sich die Aufzeichnung und Rekonstruktion beim Weißlicht-Reflexionshologramm klar!
8. Welche Farbe und Oberflächenstruktur sollte ein attraktives Objekt für die Weißlichtholographie haben? Sie können ein eigenes Objekt zum Versuch mitbringen (Größe 3 – 5 cm).

5 Hinweise zum Protokoll

Zum Protokoll-Inhalt (die Kästchen sind zum Abhaken gedacht):

- ☐ Prinzipiell sollte auf alle Fragen, die in der Anleitung gestellt werden, auch im Protokoll eingegangen werden (z.B. “Fragen zur Vorbereitung” oder “Rekonstruktion des Hologramms”)
- ☐ Die Grundlagen müssen alle für den Versuch relevanten Themen enthalten und in vernünftigem Ausmaß erläutern. Es sollte daraus ersichtlich werden, dass der Student die physikalischen Hintergründe verstanden hat. Die Anleitung soll natürlich keiner abschreiben. Besser ist es, die theoretischen Grundlagen in eigenen Worten wiederzugeben, **ohne** den Sinn zu verfälschen.
- ☐ Versuchsdurchführung: Der Aufbau und die verwendeten Bauteile werden kurz erklärt. **Vorgehensweise und Besonderheiten** bei der Durchführung werden aufgeführt. Skizzen sind dabei sehr hilfreich und können aus der Anleitung übernommen werden (Quellenangabe!)
- ☐ Auswertung: Die Messergebnisse (mit Fehlergrenzen) werden präsentiert und diskutiert:
 - ☐ Untersuchung der Sensibilität der Michelson-Interferometrie-Anordnung (Kap. 3.1, Punkt 8 und 9)
 - ☐ Vergleich der Kontrastfunktionsmessung mit der theoretischen Vorhersage für verschiedene Modenanordnungen (siehe “Fragen zur Vorbereitung”, Punkt 5)
 - ☐ Darstellung der Messwerte im Vergleich zum theoretischen Kurvenverlauf (Messwertetabelle ist nicht nötig, evtl. im Anhang)
 - ☐ Diskussion der Ergebnisse der Michelson-Interferometrie mit Blick auf Konsequenzen für die Holographie
 - ☐ Darstellung und Erklärung der Beobachtungen bei der Rekonstruktion des Hologramms nach Kap. 3.4
 - ☐ Schwierigkeiten bei der Aufnahme/Rekonstruktion des Hologramms aufführen
- ☐ Physikalische Diskussion der beobachteten Phänomene

- ☐ Zusammenfassung/Fazit
- ☐ Literaturangabe
- ☐ Zwingend ins Protokoll gehören alle **tatsächlich benutzten** Formeln oder eigene Herleitungen. Wenn man Formeln verwendet, die nicht im Protokoll vorkommen, sollte angegeben werden, wo man nachlesen kann (z.B. Praktikumsanleitung!) Dazu stets eindeutige Erklärung der Symbole. Bei Berechnungen vollständige und genaue Angaben der eingesetzten Werte! (Typisches Problembeispiel: Ist ein “ Δl ” in irgendeiner Formel ein optischer Wegunterschied oder die Differenz der Michelson-Armlängen?)

Weitere wichtige Tipps:

- Auf sinnvolle Positionierung der Abbildungen achten!
- Bildunterschriften müssen aussagekräftig sein! Als (überspitzte) Faustformel gilt, dass man alleine aus der Bildunterschrift verstehen muss, was in der Abbildung dargestellt ist.
- Wenn Abbildungen verwendet werden, sind sie meistens so wichtig, dass man auch im Text auf sie verweisen sollte.
- Ordentliche und vollständige Quellenangaben. Autor und Titel reicht meist nicht. Bei Internetseiten sollte auch das Datum mit angegeben werden.

Zur Einreichung/Abholung:

- Elektronische Einreichung der Protokolle ist möglich per Email an den Betreuer. Dateiformat: Ausschließlich **pdf**!
Emails werden in der Regel nur per “Reply to All” an den Absender beantwortet. Wenn der Gruppenpartner gleich mit informiert werden soll, dann bitte auch die Email schon als cc an den Partner schicken oder im Email-Text die Email-Adresse des Partners mit angeben.
- Angabe von Email oder sonstiger Kontaktadresse aller Autoren! Sie dient ausschließlich einer eventuellen direkten Kommunikation vom Versuchsbetreuer zum Studenten.

Sonstige Hinweise zur Ausführung:

- ☐ Seitenzahlen sind zwingend erforderlich!
- ☐ Das Datum des Versuches ist als solches anzugeben (Problembeispiel:
Im Titel steht ein Datum, aber es ist nicht klar, ob das Datum des
Versuchs oder der Protokollanfertigung gemeint ist)!
- ☐ Direkte Kopien (Text oder Abbildungen) sind unmittelbar am Ort der
Verwendung durch eindeutige Quellenangaben kenntlich zu machen.

6 Geräte und Hilfsmittel

Individuell an jedem Versuchsplatz:

- 1 HeNe-Laser mit Netzteil
(Uniphase, Modell 1135P, $P_{\text{nominell}} = 10 \text{ mW}$, longitudinaler Modenabstand $\Delta\nu_{\text{mod}} = 320 \text{ MHz}$, linear polarisiert)
- 1 Neutralgraufilter (Transmission 10%)
- 3 Spiegel, montiert
- 1 Prismen-Strahlteiler, montiert
- 1 Oberflächenspiegel $10 \text{ cm} \times 13 \text{ cm}$ mit justierbarer Halterung
- 1 Raumfilter System
(Single-Objektiv, $f = 8 \text{ mm}$, Edmund Art. no W45-045, Pinhole, $d = 15 \mu\text{m}$, Edmund Art. no W38-540, Verschiebebühne, Edmund Art. no W39-976)
- 1 Irisblende
- 1 Kugelschraubendreher für M6
- 1 Lineal 30 cm
- 1 Gliedermaßstab
- 1 Strahlblocker schmal
- 1 Abschirmblech, gewinkelt
- 1 Plattenhalter
- Holographische Platten, Typ PFG-01 (Slavich, Lithuania)

Gemeinsam für alle Plätze:

- 1 Optischer Tisch mit Schwingungsisoliersystem

- 1 Laserleistungsmeßgerät (Newport, Modell 1815-C) mit Halbleiterdetektor (Newport, Modell 818-UV, Serial No. 1792, aktive Detektorfläche 1,00 cm²) und abnehmbarem Filter (Attenuator, OD3, Serial No. 1792)
- 1 Halogen-Schreibtischlampe
- 2 Arbeitsschutzkittel, Gummihandschuhe
- Photochemie-Arbeitsplatz, Entwickler CW-C2, Bleichbad PBU-Amidol
- Objekte
- Stativmaterial für Objekt-Halterung

Literatur

- [1] Werner Lauterborn, Thomas Kurz, M. Wiesenfeldt, *Kohärente Optik*, Springer Verlag, Berlin, 1993.
Didaktisch sehr schöne Behandlung von Kohärenz und Oberflächenhologrammen. Nicht immer exakt und nicht allein ausreichend für die Grundlagen zum Versuch. Empfehlenswert auch für weitergehende Fragen, z.B. zum Phänomen der Speckle-Bildung.
Verfügbarkeit:
2 Exemplare: SLUB Zentralbibliothek, Freihand, UH 5680 L389
1 Exemplar: Handapparat Professur Photophysik.
1 Exemplar: Englische Ausgabe 2003: SLUB Zentralbibliothek, Freihand, UH 5700 L389(2).
- [2] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik. Band 2. Elektrizität und Optik*, Springer Verlag, Berlin 1999.
Allgemeines Experimentalphysiklehrbuch. Band 2 geeignet für Kurzüberblick zu Interferenz und Holographie.
Verfügbarkeit:
1 Exemplar Präsenz: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UC 194 D389-2, viele weitere Exemplare.
- [3] Wolfgang Demtröder, *Experimentalphysik. Band 3. Atome, Moleküle und Festkörper*, Springer Verlag, Berlin 2000.
Allgemeines Experimentalphysiklehrbuch. Band 3 geeignet für Kurzüberblick zu Lasern, insbesondere zur Diskussion des Verstärkungsspektrums und der Modenstruktur.
Verfügbarkeit:
1 Exemplar Präsenz: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UC 194 D389-3(2), viele weitere Exemplare.
- [4] Wolfgang Demtröder, *Laserspektroskopie*, Springer Verlag, Berlin 2007.
Demtröders Spezialbuch zu Lasern. Nicht zu schwer geschrieben und übersichtlich.
Verfügbarkeit:
2 Exemplar Präsenz: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UH 5710 D389 D4(5), viele weitere Exemplare älterer Auflagen.
- [5] Heinz Niedrig (Herausgeber), *Lehrbuch der Experimentalphysik von L. Bergmann und Cl. Schaefer, Band 3. Optik*, de Gruyter Verlag, Berlin,

1993.

Allgemeines Experimentalphysiklehrbuch. Geeignet für Kurzüberblick zu Interferenz, Holographie und HeNe-Laser.

viele Exemplare: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UC 100 B499-3(9).

- [6] Robert J. Collier, Christoph B. Burckhardt, Lawrence H. Lin, *Optical Holography*, Academic Press, New York, 1971.

Umfassende Darstellung aller für den Versuch benötigten Grundlagen zur Holographie, einschliesslich Volumenholgramme und genaue Diskussion der Kohärenzlänge von Multi-Mode Lasern. Technisch anspruchsvoll und schlecht verfügbar.

Verfügbarkeit: SLUB nur im Außenmagazin, Privatkopie bei C. Körner zum Einsehen verfügbar.

- [7] Parameswaran Hariharan, *Optical holography: Principles, techniques, and applications*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1996.

Sehr guter und umfassender Überblick einschliesslich Volumenholgramme und kurzer Diskussion des Multimoden Lasers.

Verfügbarkeit:

1 Exemplar: SLUB Bereichsbibliothek DrePunct, Freihand UH 5450 H281(2).

- [8] Jürgen Eichler, Gerhard Ackermann, *Holographie*, Springer-Verlag, Berlin 1993.

Sehr guter Überblick einschliesslich Volumenholgramme, aber keine Diskussion des Multimoden-Lasers. Nicht allein ausreichend für die Grundlagen zum Versuch.

Verfügbarkeit:

1 Exemplar: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UH 5450 E34

2 Exemplare: SLUB Bereichsbibliothek DrePunct UH 5450 E34

Spezielle Literatur:

- [9] Max Born, Emil Wolf, *Principles of optics*, Cambridge University Press, 1999.

Klassisches Werk und Standardreferenz zur Optik. Umfassende und sehr exakte Darstellung der komplexen Schreibweise und der Kohärenz. Technisch anspruchsvoll.

Verfügbarkeit:

1 Exemplar (Ausgabe 1993) Präsenz: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UH 5000 B736(6), viele weitere Exemplare.

- [10] O. Svelto and D. C. Hanna, *Principles of Lasers*, Plenum Press, New York, 1989.

Weitreichendes Grundlagenlehrbuch zu Lasern.
Verfügbarkeit: Handapparat Professur Photophysik

- [11] Fred Unterseher, Jeannene Hansen, Bob Schlesinger, *Handbuch der Holographie — Wie mache ich Hologramme selber?* Popa Verlag, München, 1991. Originalausgabe: Holography Handbook — Making Holograms the Easy Way, Ross Books, Berkeley 1987.
Gute praktische Anleitungen für den Hobby-Holographen, keine physikalischen Grundlagen.
Verfügbarkeit:
3 Exemplare: SLUB Bereichsbibliothek DrePunct UH 5450 U61
1 Exemplar: Handapparat Professur Photophysik
- [12] Horst Böttcher, Joachim Epperlein, *Moderne photographische Systeme*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1988.
Guter Überblick zu photographischen Methoden, speziell auch zur Silberhalogenid-Photographie.
Verfügbarkeit:
1 Exemplar Präsenz: SLUB Zentralbibliothek, Freihand AP 96000 B673(2), weitere Exemplare
- [13] H. Bjelkhagen, *Silver Halide Recording Materials for Holography and their Processing*, Springer Verlag, Berlin 1993.
Umfassende Darstellung der photochemischen Aspekte, schwer lesbar für Einsteiger.
Verfügbarkeit: 1 Exemplar: SLUB Zentralbibliothek, Freihand UH 5100 M113-66.
- [14] <https://de.wikipedia.org/wiki/LIGO>, vom 04.12.2019, 13:23 Uhr.