

Tabelle 13.2: Ginzburg-Landau Parameter κ_∞ , Londonsche Eindringtiefe λ_L und kritische Felder B_{c1} bzw. B_{c2} einiger supraleitender Elemente und Verbindungen (aus *Springer Handbook of Condensed Matter and Materials Data*, W. Martienssen und H. Warlimont (Eds.), Springer, Berlin (2005)).

Element	Al	In	Nb	Pb	Sn	Ta	Tl	V
T_c [K]	1.19	3.408	9.25	7.196	3.722	4.47	2.38	5.46
B_{c1} [mT]	10.49	28.15	206	80.34	30.55	82.9	17.65	140
$\lambda_L(0)$ [nm]	50	65	32-45	40	50	35		40
κ_∞	0.03	0.06	~ 0.8	0.4	0.1	0.35	0.3	0.85
Verbindung	NbTi	Nb ₃ Sn	NbN	PbIn (2-30%)	PbIn (2-50%)	Nb ₃ Ge	V ₃ Si	YBa ₂ Cu ₃ O ₇ (ab-Ebene)
T_c [K]	≈ 10	≈ 18	≈ 16	≈ 7	≈ 8.3	23	16	92
B_{c2} [T]	≈ 10.5	$\approx 23-29$	≈ 15	$\approx 0.1-0.4$	$\approx 0.1-0.2$	38	20	160 ± 25
$\lambda_L(0)$ [nm]	≈ 300	≈ 80	≈ 200	≈ 150	≈ 200	90	60	$\approx 140 \pm 10$
κ_∞	≈ 75	$\approx 20-25$	≈ 40	$\approx 5-15$	$\approx 8-16$	30	20	$\approx 100 \pm 20$

von Legierungen auf die Fremdatomkonzentration null. Die κ_∞ -Werte einiger Supraleiter sind in Tabelle 13.2 angegeben.

13.4.5 Vertiefungsthema: Nukleation an Oberflächen

Im vorherigen Abschnitt haben wir die linearisierte GL-Gleichung für einen unendlich ausgedehnten Supraleiter gelöst. Falls wir nun einen Supraleiter betrachten, der nur den Halbraum $x \geq 0$ ausfüllt, so müssen wir an seiner Oberfläche bei der Lösung noch die Randbedingung (13.3.63) berücksichtigen, die sicherstellt, dass kein Strom senkrecht zur Oberfläche fließt. Führen wir die Rechnung durch, so stellen wir fest, dass das obere kritische Feld für diese Situation höher ist. Die Rechnung liefert¹⁰⁵

$$B_{c3} = 1.695 B_{c2} \quad (13.4.26)$$

Man bezeichnet B_{c3} als *Nukleationsfeld*.

Qualitativ können wir das höhere Nukleationsfeld an Oberflächen wie folgt verstehen. Wir können eine Eigenfunktion, die die Randbedingung (13.3.63) erfüllt und zu einem niedrigeren Eigenwert und damit höherem kritischen Feld führt, konstruieren, indem wir β so wählen, dass x_0 , die Position des Minimums der potenziellen Energie, gerade um etwa $\frac{1}{2}$ von der Oberfläche entfernt im Inneren des Supraleiters zu liegen kommt. Damit die Randbedingung $\partial\psi/\partial x = 0$ an der Oberfläche $x = 0$ erfüllt wird, muss $\psi(x)$ offensichtlich eine symmetrische Funktion sein. Das dazugehörige symmetrische Potenzial erhalten wir dadurch, dass wir dem Potenzial bei $x = x_0$ im Supraleiter ein Spiegelpotenzial bei $x = -x_0$ außerhalb des Supraleiters hinzufügen. Die neue Oberflächenenergiefunktion hat dann einen niedrigeren Eigenwert als solche weit im Inneren des Supraleiter, da sie zu einem Potenzial gehört, das niedriger ist und flacher verläuft als die einfachen Parabeln.

¹⁰⁵ siehe zum Beispiel *Introduction to Superconductivity*, M. Tinkham, McGraw-Hill, New York (1975).

13.4.6 Ve

Wir haben bereits hohe Magnetfelder-Gleichung e wir bereits gezeigt angelegten Magnetfeld der Form

$$\psi_B = \exp(i\mathbf{r} \cdot \mathbf{A})$$

besitzt, wobei die gleiche hierzu a die Wellenfunktion $\omega_c = q_s B_z / \hbar$

$$x_0 = \frac{\hbar \beta}{q_s B_z}$$

befindet und der ϵ Periodische Lösung bei Δy die Periode dann $x_m = m\Phi_0 / \hbar$

$$\Delta x \Delta y B_z =$$

jede Flächeneinheit es gemäß der Flussdichten Probenfläche

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{S}{\Delta x \Delta y}$$

Diese Gleichung e Niveaus.¹⁰⁶ In uns können. Die Lösung tendenden Elektronen i tet, dass die von der eines Flussquants er Gleichung (13.4.27) besitzt die Form

$$\psi_L = \sum_m C_m \psi_m$$

¹⁰⁶ Für einzelne Elek von (9.7.17) ein zus

Der elektrische Widerstand vieler Metalle und Legierungen verschwindet schlagartig, wenn die Probe auf eine ausreichend tiefe, oft im Temperaturbereich des flüssigen Heliums liegende Temperatur abgekühlt wird. Diese Erscheinung wurde im Jahr 1911 von Kamerlingh Onnes¹ in Leiden entdeckt, drei Jahre nachdem ihm erstmals die Verflüssigung von Helium geglückt war. Bei einer kritischen Temperatur T_c erfolgt in der Probe ein Phasenübergang von einem Zustand normaler elektrischer Leitfähigkeit zu einem supraleitenden Zustand (Bild 1).

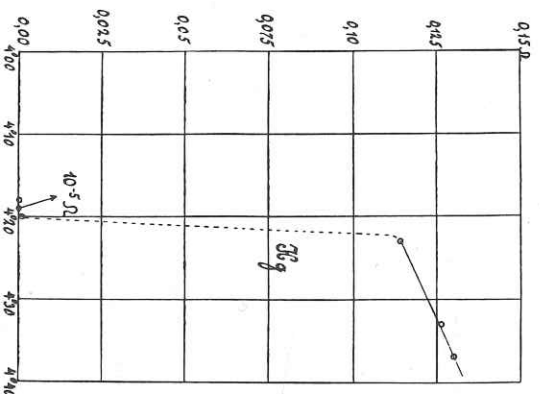


Bild 1 Widerstand (in Ohm) einer Quecksilberprobe in Abhängigkeit von der absoluten Temperatur. Dieses Diagramm von Kamerlingh Onnes kennzeichnet die Entdeckung der Supraleitung.

¹ H. Kamerlingh Onnes, Akad. van Wetenschappen (Amsterdam) 14, 113, 818 (1911): „Der Wert des verwendeten Quecksilberwiderstands betrug im flüssigen Zustand bei 0° C 172,7 Ohm; die Extrapolation vom Schmelzpunkt bis 0° C mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten von festem Quecksilber liefert dort für den Festkörper einen entsprechenden Widerstand von 39,7 Ohm. Bei 4,3° K war dieser auf 0,084 Ohm gesunken, er betrug also das 0,0021-fache des Widerstandes, den Quecksilber bei 0° C besitzen würde. Bei 3° K war der Widerstand unter $3 \cdot 10^{-6}$ Ohm gefallen, d.h. bis zu einem Zehnmillionstel seines Wertes bei 0° C. Dieser Wert stellte die obere Grenze des Widerstandes dar, als die Temperatur weiter bis auf 1,5° K sank.“ Hinweise auf historisch interessante Literaturstellen findet man bei C. J. Gorter, Rev. Mod. Phys. Jürg. 36, 1 (1964).

Experimentel

Im supraleitenden liegt so nahe bei N tet werden konnten Jahr ohne Abschwä gen von Suprast rischen Kernreson gnetfeld bestimmte weniger als 100 000 ten abschätzen. In chen, die für suprat Abklingzeiten auf, Flusses im Materi

Die magnetischen I wert wie ihre elekt ten lassen sich nicht Zustand lediglich d rakterisiert sei. E Supraleiter in eine verhält, die magne man eine Probe in gangstemperatur fü sprünglich vorhand zeichnet dies als N Die einzigartigen m grundlegender Wich standes.



Bild 2 Meißner-Effekt in abgekühlt wird; t linien aus der Ku

² J. File und R. G. Mills,

Tabelle 2 Supraleitung einiger ausgewählter Verbindungen

Verbindung	T_c , in K	Verbindung	T_c , in K
Nb ₃ Sn	18,05	V ₃ Ga	16,5
Nb ₃ Ge	23,2	V ₃ Si	17,1
Nb ₃ Al	17,5	Pb ₁ Mo _{0,1} S ₆	14,4
NbN	16,0	Ti ₂ Co	3,44
(SN) _x polymer	0,26	La ₃ In	10,4

Zerstörung der Supraleitung durch Magnetfelder

Ein genügend starkes Magnetfeld zerstört die Supraleitung. Der Schwellwert oder auch der kritische Wert des Magnetfeldes, bei dem die Zerstörung der Supraleitung erfolgt, wird mit $H_c(T)$ bezeichnet; er ist eine Funktion der Temperatur. Bei der Sprungtemperatur ist die kritische Feldstärke Null: $H_c(T_s) = 0$. Die Änderung der kritischen Feldstärke mit der Temperatur ist in Bild 3 für verschiedene supraleitende Elemente gezeigt. Die Schwellwertkurven trennen den supraleitenden Zustand links unten in der Abbildung vom Normalzustand rechts oben. Hinweis: Wir sollten den kritischen Wert des angelegten Magnetfeldes eigentlich B_{ac} nennen; diese Bezeichnung ist jedoch bei den Physikern, die auf dem Gebiet der Supraleitung arbeiten, nicht üblich. Man sollte also daran denken, daß im CGS-System $H_c \equiv B_{ac}$ und im SI-System $H_c \equiv B_{ac}/\mu_0$ gilt; B_a bezeichnet immer ein von außen angelegtes Magnetfeld.

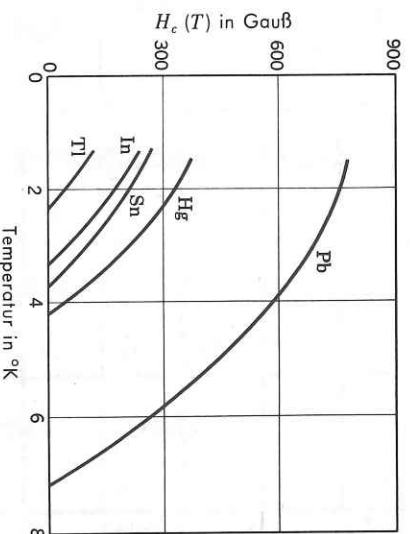


Bild 3 Schwellwert des kritischen Feldes $H_c(T)$ in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen Supraleitern. Oberhalb der Kurve ist die Probe normalleitend, darunter supraleitend.

Meißner-Effekt

Meißner und Ochsenfeld leiten in einem Magnetischen Induktionsfeld (Bild 2). Dies ist ein kompakter Supraleitender Magnetfeld B_a so, als wir erhalten eine besser uns auf lange dünne Probe ist; dann ist der Beitrag (13) vernachlässigbar

$$(CGS) \quad B = B_a + 4$$

(1)

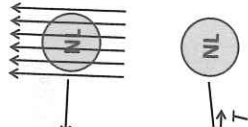
$$(SI) \quad B = B_a + \mu$$

Dieses Ergebnis kann als ein Medium mit dem Ohmschen Gesetz gegen Null strebender Maxwell-Gleichung ist dem Widerstand aus der Abkühlung unter der Feldstärke widerspricht diesem Magnetismus eine wesentliche Es ist noch ein weiterer vollkommenen Leiter finiert wird, in dem k nämlich einen idealen Leitung aus dauernd fließend daß das Feld mit einer dringt.⁵

Die Magnetisierungskurven des Meißner-O

⁴ Der Diamagnetismus, die Teil 14 definiert. Der Betrag praleten liegt sehr viel höher M die Magnetisierung, die

⁵ A. B. Pippard, *Dynamics of*



ingezeichnet sind zwei We-
n supraleitenden Zustand B

ßt, es gilt stets $B_i = 0$ un-
tand als Gleichgewichts-
schicht gilt, in der
Wir werden weiter unten
im Bereich von 100 nm

t, dass die Supraleitung
der Fall, so müsste der
feldverdrängungsarbeit
hören wir $\mu_0 H_{\text{ext}}$, so
, so bricht die Abschir-
nden Zustand, in dem
es ist in Abb. 13.7a ge-
Supraleiters, so nimmt

(b)
 $\mu_0 H_{\text{ext}}$

nenen eines Supraleiter
lds.

diese gemäß $-\mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}} - \mathbf{B}_i$ wegen $\mathbf{B}_i = 0$ zunächst linear mit dem angelegten Ma-
gnetfeld \mathbf{H}_{ext} zu. Wird das kritische Feld erreicht, so nimmt die Magnetisierung schlagartig
auf den sehr kleinen Wert im normalleitenden Bereich ab, da jetzt $\mathbf{B}_i = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}}$ (die Pau-
lische Spin-Suszeptibilität χ_{Pauli} eines normalleitenden Metalls beträgt nur etwa 10^{-5} , so
dass $\mathbf{B}_i = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{ext}}$ eine sehr gute Näherung ist). Wir wollen abschließend noch darauf hin-
weisen, dass das in Abb. 13.7 gezeigte Verhalten nur für so genannte Typ-I Supraleiter gilt.
Den genauen Unterschied zwischen Typ-I und Typ-II Supraleitern werden wir aber erst spä-
ter in Abschnitt 13.3.3 diskutieren.

Nehmen wir an, dass der Unterschied der freien Enthalpiedichte zwischen normalleitendem
und supraleitendem Zustand bei einer bestimmten Temperatur $\Delta g(T) = g_n(T) - g_s(T)$ be-
trägt, so gilt für das thermodynamisch kritische Magnetfeld

$$\frac{B_{\text{cth}}^2(T)}{2\mu_0} = g_n(T) - g_s(T), \quad (13.1.8)$$

da der Supraleiter ja nicht mehr Energie für die Feldverdrängung aufwenden kann, als
er durch den Übergang in den supraleitenden Zustand gewonnen hat. Die Enthalpiedif-
ferenz $\Delta g(T) = g_n(T) - g_s(T)$ nennen wir auch *Kondensationsenergie*, da sie aus der
Kondensation der Leitungselektronen in den supraleitenden Zustand resultiert (eine genaue
Diskussion der thermodynamischen Eigenschaften von Supraleitern folgt in Abschnitt 13.2
und Anhang F). Die Temperaturabhängigkeit von B_{cth} hängt von den Details der mikro-
skopischen Theorie ab, die wir erst später diskutieren werden. Empirisch lässt sich die
experimentell gefundene Abhängigkeit sehr gut durch (siehe hierzu Abb. 13.8)

$$B_{\text{cth}}(T) = B_{\text{cth}}(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (13.1.9)$$

beschreiben. Typische Werte für $B_{\text{cth}}(0)$ betragen für elementare Supraleiter einige 10 mT.
Wir werden später in Abschnitt 13.4 sehen, dass wir das Verhalten von so genannten Typ-II
Supraleitern mit zwei kritischen Feldern B_{c1} und B_{c2} charakterisieren müssen.

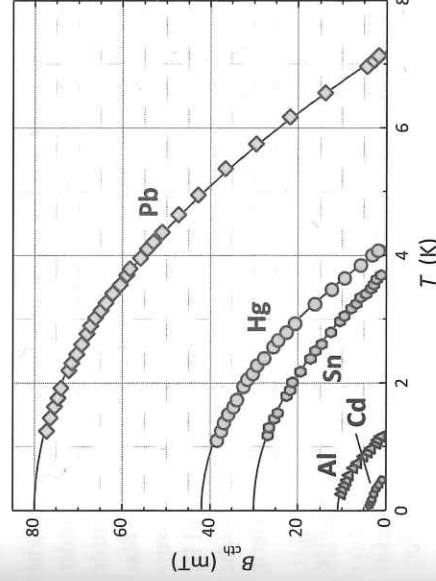


Abb. 13.8: Temperaturabhängigkeit
des thermodynamisch kritischen Fel-
des von Typ-I Supraleitern. Die Linien
geben die nach (13.1.8) erwarteten
Temperaturabhängigkeit wieder.