Подготовка к практике, день 2

1. Разложите указанные функции по формуле Тейлора в окрестности указанной точки:

   1) $f(x) = (1 - x^2)\ln(x + \sqrt{1 + x^2})$, $x_0 = 0$, до $o(x^{2n})$ *(2008 - 2009, вариант 1)*;
   2) $f(x) = (x^2 - 2x + 4)\ln\sqrt[7]{x^2 - 2x + 2}$, $x_0 = 1$, до $o((x - x_0)^{2n+1})$ *(2014 - 2015, вариант 1)*;
   3) $f(x) = (x^2 + x + \frac{5}{4})\cos(2x + 1)$, $x_0 = -1/2$, до $o((x - x_0)^{2n+1})$ *(2000 - 2001, вариант 1)*.

   Указание. Для разложения функции $\ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ из *пункта 1* используйте теорему о дифференцировании формулы Тейлора. В *пункте 2*, прежде чем приступать к разложению, нужно упростить исходную функцию.

2. Вычислите пределы

   1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}\dfrac{2x}{1 + \cos x} - \dfrac{x}{\sqrt{1 + x^2}}}{x\ln(e^x - x)}$ *(1997 - 1998, вариант 1)*;
   2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - xe^{x^2}}{\sin\dfrac{2x}{2 + x} - \ln(1 + x)}$ *(1997 - 1998, вариант 2)*;
   3) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\dfrac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{1}{2}\arcsin(2\operatorname{tg} x)}{e^{x\cos x} - \dfrac{x}{1 - x} - \cos x}$ *(2003 - 2004, вариант 1)*.

3. Вычислите пределы

   1) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{e^{x^2} - (1 + x)^x}{e^{\operatorname{sh} x} - e^{\operatorname{arctg} x}}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$ *(2004 - 2005, вариант 1)*;
   2) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\sqrt{1 + \operatorname{th}\sin x} + e^{-\frac{x}{2}} - \sqrt{1 - x^3}\right)^{\frac{1}{\sin(2x) - \operatorname{th}(2x)}}$ *(2014 - 2015, вариант 1)*;
   3) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{x\sin(\sqrt[3]{1 - 3x} - \sqrt[3]{1 + 3x})}{\ln\cos(2x)}\right)^{\frac{16x}{\operatorname{th}(2x) - \operatorname{tg}(2x)}}$ *(2009 - 2010, вариант 1)*.

Общий комментарий. Обязательно повторите все основные разложения по формуле Тейлора!