Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1)x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2)x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2)y_n=\begin{cases} n, n=2k+1\\ 0, n=2k\end{cases}$
   $3)z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2)y_n=n$; $3)x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1)x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2)y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Алесь Бинкевич

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Привести пример когда:
   1) $x_n<y_n\forall n\in\mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$.
   2) $x_n>y_n\forall n\leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$.
4. При каких $a\geq 1$ последовательность $x_n=\sqrt{an^2+bn+2}-n$ имеет конечный предел?

5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.

6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n})$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; 2)$x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$
   3)$z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n=n$; 3)$x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; 2)$y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Сергей Бакуменко

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.
4. Привести пример когда:
   1) $x_n<y_n\forall n\in\mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$.
   2) $x_n>y_n\forall n\le 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$.

5. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.

6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1)x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2)x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2)y_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$
   $3)z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2)y_n=n$; $3)x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1)x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2)y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Кирилл Балбек

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$, $\forall n\in\mathbb{N}x_n>0, a>0$, то $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{x_n}=\sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$, где $a>1$.
5. Пусть $\exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow a_n\leq b_n$. Доказать, что если $a_n\to+\infty$, то $b_n\to+\infty$
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1) x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2) x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2) y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   $3) z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; $2) y_n = n$; $3) x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1) x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2) y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Валерия Ведерникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
5. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Маргарита Голиус

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.

5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. Исследовать на сходимость $x_n = n + (-1)^n$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Елизавета Гришкова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n})$.
4. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Александр Ермоленко

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n})$.
4. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1) x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2) x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1) x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2) y_n=\begin{cases} n, n=2k+1\\ 0, n=2k\end{cases}$
   $3) z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1) x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2) y_n=n$; $3) x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1) x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2) y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Анастасия Захарова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $\exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow a_n\leq b_n$. Доказать, что если $a_n\to+\infty$, то $b_n\to+\infty$
4. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n})$.
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a, \forall n\in\mathbb{N}x_n>0, a>0$, то $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{x_n}=\sqrt[3]{a}$.

6. Найти предел последовательности $x_n = \dfrac{n}{2^n}$. (*Указание: использовать, что* $2^n = (1+1)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k$)

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1) x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2) x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2) y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   $3) z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; $2) y_n = n$; $3) x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1) x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2) y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Михаил Клюкин

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Исследовать на сходимость $x_n = n + (-1)^n$.
4. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

5. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.

6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9 + \dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1) x_n = \cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2) x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2) y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   $3) z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1) x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$; $2) y_n = n$; $3) x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1) x_n = \sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2) y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Татьяна Коновалова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $x_{n+1} = x_n^2 + 3x_n + 1$ и $x_1 = -3/2$. (*Указание: использовать то, что если $x_n \to a$, то и $x_{n+1} \to a$*)

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1) x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2) x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1) x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2) y_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$
   $3) z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1) x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2) y_n=n$; $3) x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1) x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2) y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Михаил Кренгауз

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a, \forall n\in\mathbb{N} x_n>0, a>0$, то $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{x_n}=\sqrt[3]{a}$.
4. Пусть $x_n\to x>0$ и $y_n\to\infty$. Доказать, что $x_n\cdot y_n\to+\infty$.
5. Пусть $\exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow a_n\leq b_n$. Доказать, что если $a_n\to+\infty$, то $b_n\to+\infty$
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n})$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1)x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2)x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2)y_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\ 0, n=2k\end{cases}$
   $3)z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2)y_n=n$; $3)x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1)x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2)y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Глеб Кузь

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n=\dfrac{2^n-3^n\cdot 10}{2^n+3^n\cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n=\dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n=(\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.

4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.

5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; 2)$x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$
   3)$z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n=n$; 3)$x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; 2)$y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Анастасия Лазарева

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$, $\forall n\in\mathbb{N} x_n>0, a>0$, то $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{x_n}=\sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$, где $a>1$.
5. Пусть $x_n\to x>0$ и $y_n\to\infty$. Доказать, что $x_n\cdot y_n\to+\infty$.
6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$, если $x_{n+1}=x_n^2+3x_n+1$ и $x_1=-3/2$. (*Указание: использовать то, что если $x_n\to a$, то и $x_{n+1}\to a$*)

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\frac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\frac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\frac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Екатерина Маркелова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n = \frac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \frac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\frac{n}{1+n})^{-n}$.

4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a, \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\frac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\frac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\frac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Александр Синькин

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
4. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9+\frac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n/2}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.

6. При каких $a \geq 1$ последовательность $x_n = \sqrt{an^2 + bn + 2} - n$ имеет конечный предел?

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   1)$x_n = \cos\frac{\pi n}{4}$; 2)$x_n = (-1)^n \cdot \cos\frac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$
   2)$y_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$
   3)$z_n = n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   1)$x_n = \frac{(-1)^n}{n}$; 2)$y_n = n$; 3)$x_n = (-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1)$x_n = \sin\frac{\pi n}{2}$; 2)$y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Галина Ступникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что* x_n *сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n = \frac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \frac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\frac{n}{1+n})^{-n}$.

4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n})$.

Тест

1. Сформулируйте определение подпоследовательности.
2. Найти все частичные пределы последовательности $x_n = (-1)^n$.
3. Напишите определение верхнего предела последовательности.
4. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
5. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
6. Может ли сходящаяся последовательность иметь более одного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей и доказать, что других частичных пределов нет:
   $1)x_n=\cos\dfrac{\pi n}{4}$; $2)x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$;
4. Найти все частичные пределы последовательностей:
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$
   $2)y_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$
   $3)z_n=n^{(-1)^n}$
5. Для каждой последовательности выяснить, является ли она фундаментальной, сходящейся, ограниченной (по определению):
   $1)x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$; $2)y_n=n$; $3)x_n=(-1)^n n$.
6. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   $1)x_n=\sin\dfrac{\pi n}{2}$; $2)y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$
7. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a единственный частичный предел x_n.
8. Доказать, что у возрастающей и неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$.
9. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Андрей Тышевич

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=+\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a, \forall n\in\mathbb{N}x_n>0, a>0$, то $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{x_n}=\sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1$, где $a>1$.
5. Найти предел последовательности $x_n=\dfrac{n}{2^n}$. (*Указание: использовать, что* $2^n=(1+1)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k$)

6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $x_{n+1} = x_n^2 + 3x_n + 1$ и $x_1 = -3/2$.
(*Указание: использовать то, что если* $x_n \to a$, *то и* $x_{n+1} \to a$)