Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Алесь Бинкевич

Дополнительные задачи

1. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A=(0,\pm1,\pm2)$.
2. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
3. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k}\to a\in\mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n\to a$.
4. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
5. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Сергей Бакуменко

Дополнительные задачи

1. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
2. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=n\cos\dfrac{\pi n}{n}$ 2) $y_n=n^{\sin\frac{\pi n}{2}}$
3. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A=(0,\pm1,\pm2)$.
4. Исследовать на сходимость с помощью критерия Коши $x_n=\dfrac{n\sin\pi n-1}{2n}$
5. Исследовать последовательность $x_n=n\cos\pi n$ на ограниченность, сходимость и фундаментальность по определению.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Кирилл Балбек

Дополнительные задачи

1. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A = (0, \pm 1, \pm 2)$.
2. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall \varepsilon \ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$
3. Пусть $y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$ сходится. Доказать, что $x_k \to 0$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$. (*Указание: использовать формулу бинома Ньютона.*)
5. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k} \to a \in \mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n \to a$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Валерия Ведерникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
2. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
3. Привести пример последовательности, у которой множество всех ее частичных пределов счетно.
4. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0, \forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
5. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Маргарита Голиус

Дополнительные задачи

1. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n \geq C > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
2. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A = (0, \pm 1, \pm 2)$.
3. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall \varepsilon \ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$. (*Указание: использовать формулу бинома Ньютона.*)
5. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k} \to a \in \mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n \to a$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Елизавета Гришкова

Дополнительные задачи

1. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.
2. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0, \forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
3. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
4. Доказать, что последовательность сходится если: $\begin{cases} x_{n+1}=x_n+\dfrac{(-1)^n}{n} \\ x_1=1 \end{cases}$

   (*Указание: Последовательность* $y_n=\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{1}{k!}$ сходится.)
5. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k}\to a\in\mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n\to a$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Александр Ермоленко

Дополнительные задачи

1. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=n\cos\dfrac{\pi n}{n}$ 2) $y_n=n^{\sin\frac{\pi n}{2}}$
2. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
3. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0, \forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
4. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
5. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Анастасия Захарова

Дополнительные задачи

1. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A=(0,\pm1,\pm2)$.
2. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to0$.
3. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
4. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0,\forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
5. Последовательность x_n такова, что $|x_{n+1}-x_n|\leq C\cdot\alpha^n,\forall n\in\mathbb{N}$, где $\alpha\in(0{,}1)$. Доказать, что x_n сходится.(*Указание: использовать формулу для суммы геометрической прогрессии.*)

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Михаил Клюкин

Дополнительные задачи

1. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \in \mathbb{R}$. Доказать, что $x_n = a + \alpha_n$, где α_n бесконечно малая функция.
2. Исследовать последовательность $x_n = n\cos\pi n$ на ограниченность, сходимость и фундаментальность по определению.
3. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A = (0, \pm 1, \pm 2)$.
4. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
5. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases}n, n=2k+1\\0, n=2k\end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Татьяна Коновалова

Дополнительные задачи

1. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.
2. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0, \forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
3. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
4. Доказать, что последовательность сходится если: $\begin{cases}x_{n+1}=x_n+\dfrac{(-1)^n}{n}\\x_1=1\end{cases}$

   (*Указание: Последовательность* $y_n=\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{1}{k!}$ сходится.)
5. Последовательность x_n такова, что $|x_{n+1}-x_n|\leq C\cdot\alpha^n, \forall n\in\mathbb{N}$, где $\alpha\in(0{,}1)$. Доказать, что x_n сходится.(*Указание: использовать формулу для суммы геометрической прогрессии.*)

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k \end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Михаил Кренгауз

Дополнительные задачи

1. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=n\cos\dfrac{\pi n}{n}$ 2) $y_n=n^{\sin\frac{\pi n}{2}}$
2. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.
3. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
4. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0,\forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
5. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Глеб Кузь

Дополнительные задачи

1. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
2. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n \geq C > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.
3. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A = (0, \pm 1, \pm 2)$.
4. Исследовать последовательность $x_n = n \cos \pi n$ на ограниченность, сходимость и фундаментальность по определению.
5. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow\ \forall \varepsilon\ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Анастасия Лазарева

Дополнительные задачи

1. Пусть $y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$ сходится. Доказать, что $x_k \to 0$.
2. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall \varepsilon\ \ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$. (*Указание: использовать формулу бинома Ньютона.*)
4. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k} \to a \in \mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n \to a$.
5. Привести пример последовательности, у которой множество всех ее частичных пределов счетно.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1\\ 0, n=2k\end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Екатерина Маркелова

Дополнительные задачи

1. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=n\cos\dfrac{\pi n}{n}$ 2) $y_n=n^{\sin\frac{\pi n}{2}}$
2. Исследовать последовательность $x_n=n\cos\pi n$ на ограниченность, сходимость и фундаментальность по определению.
3. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to 0$.
4. Исследовать на сходимость с помощью критерия Коши $x_n=\dfrac{n\sin\pi n-1}{2n}$
5. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A=(0,\pm1,\pm2)$.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Александр Синькин

Дополнительные задачи

1. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A = (0, \pm 1, \pm 2)$.
2. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall \varepsilon\ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$
3. Исследовать на сходимость с помощью критерия Коши $x_n = \dfrac{n \sin \pi n - 1}{2n}$
4. Пусть $y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$ сходится. Доказать, что $x_k \to 0$.
5. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n \geq C > 0, \forall n \in \mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+b}{n^3}=1$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n^2+10}=0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n=\dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n=\begin{cases} n, n=2k+1 \\ 0, n=2k\end{cases}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$ 4) $x_n=(-1)^n\cdot\cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n=n^2\cdot\sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n=n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a\in\mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n\cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Галина Ступникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что у фундаментальной последовательности любая ее подпоследовательность фундаментальна.
2. Привести пример последовательности со следующим множеством частичных пределов $A=(0,\pm1,\pm2)$.
3. Пусть $y_n=\sum\limits_{k=1}^{n}x_k$ сходится. Доказать, что $x_k\to0$.
4. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall\varepsilon\ \ \exists N:\forall n\geq N\hookrightarrow|x_n-x_N|<\varepsilon$
5. Пусть последовательности x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что если $y_n\geq C>0,\forall n\in\mathbb{N}$, то $\dfrac{x_n}{y_n}$ фундаментальна.

Тест

1. Сформулируйте теорему Кантора о вложенных отрезках.
2. Может ли последовательность вложенных отрезков иметь более одной общей точки?
3. Сформулируйте определение подпоследовательности.
4. Напишите определение верхнего предела последовательности.
5. Сформулируйте теорему Больцано-Вейерштрасса.
6. Приведите пример последовательности, не имеющей конечного частичного предела.
7. Напишите определение того, что последовательность является фундаментальной.
8. Может ли фундаментальная последовательность быть неограниченной?
9. Сформулируйте критерий Коши для числовых последовательностей.
10. Приведите пример последовательности, которая имеет предел, но не является фундаментальной.

Базовые задачи

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+b}{n^3} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n^2+10} = 0$ по определению.
2. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n^2-10}{n}$ расходится.
3. Найти все частичные пределы последовательностей:
   1) $x_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$ 2) $x_n = \begin{cases} n, n = 2k+1 \\ 0, n = 2k \end{cases}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$ 4) $x_n = (-1)^n \cdot \cos\dfrac{\pi n}{4}$
4. Используя критерий Коши, исследовать последовательности на сходимость:
   1) $x_n = n^2 \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ 2) $x_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\cos k}{2^k}$ 3) $x_n = n^{(-1)^n}$
5. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$. Доказать, что a - единственный частичный предел x_n.
6. Доказать, что у неограниченной сверху последовательности существует частичный предел, равный $+\infty$. Пользуясь этим фактом, сформулировать обобщение теоремы Больцано-Вейерштрасса на произвольные последовательности.
7. Пусть x_n и y_n фундаментальны. Доказать, что $x_n \cdot y_n$ фундаментальна.

Студент: Андрей Тышевич

Дополнительные задачи

1. Пусть $y_n = \sum\limits_{k=1}^{n} x_k$ сходится. Доказать, что $x_k \to 0$.
2. Доказать, что x_n фундаментальна $\Leftrightarrow$ $\forall \varepsilon \ \exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow |x_n - x_N| < \varepsilon$
3. Пусть x_n монотонна, $x_{n_k} \to a \in \mathbb{R}$ – ее сходящаяся подпоследовательность. Доказать, что $x_n \to a$.
4. Привести пример последовательности, у которой множество всех ее частичных пределов счетно.
5. Доказать, что последовательность сходится если: $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + \dfrac{(-1)^n}{n} \\ x_1 = 1 \end{cases}$

   (*Указание: Последовательность* $y_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{1}{k!}$ сходится.)