Студент: Маргарита Голиус

Материалы к воркшопу по матану

Тест

1. Укажите, какие из тождеств верны для любых матриц A, B и C:

   a) $\det A + \det B = \det(A + B)$
   b) $\det A \cdot \det B = \det(AB)$
   c) $AB = BA$
   d) $A + B = B + A$
   e) $\alpha(AB) = (\alpha A)B$

2. Укажите, какие выражения определены:

   a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$
   b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} =$
   c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} =$
   d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} =$
   e) $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$
   f) $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix} =$

3. Как изменяется детерминант матрицы при

   a) транспонировании
   b) умножении матрицы на число α
   c) сложении строк матрицы
   d) перестановке двух строк матрицы

4. Найти произведение матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} =$$

5. Транспонировать матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^T =$$

6. Вычислить детерминант:

$$\det \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

7. Вычислить:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} =$$

Базовые задачи

1. Вычислить линейные комбинации:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} =$$

2. Найти произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}^{10} =$$

3. Найдите транспонированные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \qquad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} \text{\Large 0} & & & \lambda_1 \\ & & \iddots & \\ & \lambda_{n-1} & & \\ \lambda_n & & \text{\Large 0} & \end{pmatrix}^T =$$

4. Вычислите детерминанты:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \qquad \det\begin{pmatrix} 8000 & 1 & -1 \\ -101 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

5. Решите систему линейных уравнений, пользуясь правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6. Вычислите:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad (A^3 - 4B) =$$

7. Используя свойства детерминанта, вычислите:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Дополнительные задачи

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$

2. Найдите количество решений системы линейных уравнений при различных α:

$$\begin{cases} \alpha x + 4y = 2 + \alpha \\ x + \alpha y = 2 \end{cases}$$

Студент: Александр Синькин

Материалы к воркшопу по матану

Тест

1. Укажите, какие из тождеств верны для любых матриц A, B и C:

   a) $\det A + \det B = \det(A+B)$
   b) $\det A \cdot \det B = \det(AB)$
   c) $AB = BA$
   d) $A + B = B + A$
   e) $\alpha(AB) = (\alpha A)B$

2. Укажите, какие выражения определены:

   a) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} =$
   b) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix} =$
   c) $\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix} =$
   d) $\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix} =$
   e) $\det \begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix} =$
   f) $\det \begin{pmatrix}1 & 3\end{pmatrix} =$

3. Как изменяется детерминант матрицы при

   a) транспонировании
   b) умножении матрицы на число α
   c) сложении строк матрицы
   d) перестановке двух строк матрицы

4. Найти произведение матриц:

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -1\end{pmatrix} =$$

5. Транспонировать матрицу:

$$\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^T =$$

6. Вычислить детерминант:

$$\det \begin{pmatrix}8 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix} =$$

7. Вычислить:

$$\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & 1\end{pmatrix} =$$

Базовые задачи

1. Вычислить линейные комбинации:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} =$$

2. Найти произведения матриц:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}^{10} =$$

3. Найдите транспонированные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \qquad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} \text{\Large 0} & & & \lambda_1 \\ & & \cdots & \\ & \lambda_{n-1} & & \\ \lambda_n & & & \text{\Large 0} \end{pmatrix}^T =$$

4. Вычислите детерминанты:

$$\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \qquad \det\begin{pmatrix} 8000 & 1 & -1 \\ -101 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

5. Решите систему линейных уравнений, пользуясь правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ 3x + y - 2z = 3 \\ x + z = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

6. Вычислите:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad (A^3 - 4B) =$$

7. Используя свойства детерминанта, вычислите:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Дополнительные задачи

1. Вычислите детерминант выражения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^3 - A^2B + ABA - AB^2) =$$