Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа е.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Алесь Бинкевич

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
4. При каких $a \geq 1$ последовательность $x_n = \sqrt{an^2 + bn + 2} - n$ имеет конечный предел?
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n})$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Сергей Бакуменко

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.
4. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
5. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.
   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.
   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon.$

2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.

3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.

4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.

5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.

6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.

7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$

8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Кирилл Балбек

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
5. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9 + \dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Валерия Ведерникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
5. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9 + \dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin\dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Маргарита Голиус

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. Исследовать на сходимость $x_n = n + (-1)^n$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon.$
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0.$
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Елизавета Гришкова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n})$.
4. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $\forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа е.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2 + 10n + 17}}$.

Студент: Александр Ермоленко

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2-1} - \sqrt{n})$.
4. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Анастасия Захарова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
4. Найти $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{n})$.
5. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
6. Найти предел последовательности $x_n = \dfrac{n}{2^n}$. (*Указание: использовать, что* $2^n = (1+1)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k$)

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0\ \forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon.$
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0.$
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Михаил Клюкин

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Исследовать на сходимость $x_n = n + (-1)^n$.
4. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
5. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.
   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.
   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Татьяна Коновалова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \; \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $x_{n+1} = x_n^2 + 3x_n + 1$ и $x_1 = -3/2$. (*Указание: использовать то, что если $x_n \to a$, то и $x_{n+1} \to a$*)

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Михаил Кренгауз

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
5. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n})$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Глеб Кузь

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Анастасия Лазарева

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
5. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $x_{n+1} = x_n^2 + 3x_n + 1$ и $x_1 = -3/2$. (*Указание: использовать то, что если $x_n \to a$, то и $x_{n+1} \to a$*)

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Екатерина Маркелова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа е.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Александр Синькин

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$
4. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} \left(9+\dfrac{1}{n}\right)^{1/2}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n/2}$.
5. Привести пример когда:
   1) $x_n < y_n \forall n \in \mathbb{N}$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
   2) $x_n > y_n \forall n \leq 1000$, но $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \lim\limits_{n\to\infty} y_n$.
6. При каких $a \geq 1$ последовательность $x_n = \sqrt{an^2 + bn + 2} - n$ имеет конечный предел?

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2+10n+17}}$.

Студент: Галина Ступникова

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. 1) Найти предел $x_n = \dfrac{2^n - 3^n \cdot 10}{2^n + 3^n \cdot 5}$.

   2) Показать, что предел последовательности $x_n = \dfrac{\cos^2 n}{n^3}$ равен нулю.

   3) Найти предел $x_n = (\dfrac{n}{1+n})^{-n}$.
4. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a \ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
5. Пусть $x_n \to x > 0$ и $y_n \to \infty$. Доказать, что $x_n \cdot y_n \to +\infty$.
6. Найти $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n})$.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность имеет предел равный $+\infty$.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа е.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что:
   1)если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$ $n \in \mathbb{N} x_n > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$
   2)если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin n}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = 2^n - 100n$ и $y_n = n \cdot \sin \dfrac{\pi n}{2}$ расходятся.
5. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
6. Доказать теорему о предельном переходе в неравенстве.
7. Доказать, что:
   1) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$, где $p \in \mathbb{N}$
   2) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a^n}{n!} = 0$
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n + 5}{6n^2 + 3n + 8}$
   2)$x_n = \sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}$
   3)$x_n = \dfrac{2n + \sin n + 100}{\sqrt{9n^2 + 10n + 17}}$.

Студент: Андрей Тышевич

Дополнительные задачи

1. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
2. Доказать, что $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a\ \forall n \in \mathbb{N} x_n > 0, a > 0$, то $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{x_n} = \sqrt[3]{a}$.
4. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1$, где $a > 1$.
5. Найти предел последовательности $x_n = \dfrac{n}{2^n}$. (*Указание: использовать, что* $2^n = (1+1)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k$)
6. Доказать, что x_n сходится и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если $x_{n+1} = x_n^2 + 3x_n + 1$ и $x_1 = -3/2$. (*Указание: использовать то, что если* $x_n \to a$, *то и* $x_{n+1} \to a$)