Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность расходится.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon.$
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+b}{n} = 1$; $\forall b \in \mathbb{R}$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = (-1)^n n$ и $y_n = n$ расходятся.
5. Исследовать на сходимость последовательности:
   1)$x_n = \dfrac{3n+4}{n+2}$
   2)$x_n = 2^n - 100n$
6. Доказать теорему о трех последовательностях.
7. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$.
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$; 2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$.

Студент: Кирилл Балбек

Дополнительные задачи

1. Доказать, что при $0 \leq q < 1 \hookrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^n = 0$.(*Указание: использовать неравенство Бернулли*)
2. Доказать, что если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность расходится.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа e.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+b}{n} = 1$; $\forall b \in \mathbb{R}$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = (-1)^n n$ и $y_n = n$ расходятся.
5. Исследовать на сходимость последовательности:
   1)$x_n = \dfrac{3n+4}{n+2}$
   2)$x_n = 2^n - 100n$
6. Доказать теорему о трех последовательностях.
7. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$.
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$; 2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$.

Студент: Маргарита Голиус

Дополнительные задачи

1. Доказать, что при $0 \leq q < 1 \hookrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^n = 0$.(*Указание: использовать неравенство Бернулли*)
2. Доказать, что если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
4. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
5. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)

Тест

1. Написать определение предела числовой последовательности.
2. Может ли последовательность иметь два различных конечных предела?
3. Написать в кванторах определение того, что последовательность расходится.
4. Сходится ли последовательность $x_n = 1$? Ответ обосновать.
5. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
6. Определение числа е.
7. Сформулируйте теорему о трёх последовательностях.
8. Сформулируйте свойство предела частного двух числовых последовательностей.
9. Пусть x_n сходится к $a \in \mathbb{R}$ и $x_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Верно ли, что $a > 0$? Ответ обосновать.
10. Привести пример двух последовательностей x_n и y_n таких, что x_n и $x_n \cdot y_n$ сходятся, а y_n – расходится.

Базовые задачи

1. Доказать, что x_n сходится к $a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$
   1)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| < C\varepsilon; C > 0$
   2)$\forall \varepsilon > 0 \exists N : \forall n \geqslant N \hookrightarrow |x_n - a| \leq \varepsilon$.
2. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n+b}{n} = 1$; $\forall b \in \mathbb{R}$.
3. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$.
4. Доказать, что последовательности $x_n = (-1)^n n$ и $y_n = n$ расходятся.
5. Исследовать на сходимость последовательности:
   1)$x_n = \dfrac{3n+4}{n+2}$
   2)$x_n = 2^n - 100n$
6. Доказать теорему о трех последовательностях.
7. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n^p} = 0$.
8. Найти предел последовательности: 1)$x_n = \dfrac{3n+5}{6n^2+3n+8}$; 2)$x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$.

Студент: Александр Синькин

Дополнительные задачи

1. Доказать, что при $0 \leq q < 1 \hookrightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^n = 0$.(*Указание: использовать неравенство Бернулли*)
2. Доказать, что если $x_n \to a$, то $|x_n| \to |a|$.
3. Доказать, что если $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, то у x_n не существует конечного предела.
4. Доказать, что если x_n возрастает и неограничена, то у нее существует предел равный $+\infty$.
5. Доказать, что $x_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$ монотонна.(*Замечание: в силу теоремы Вейерштрасса это означает, что x_n сходится.*)
6. Пусть $\exists N : \forall n \geq N \hookrightarrow a_n \leq b_n$. Доказать, что если $a_n \to +\infty$, то $b_n \to +\infty$