

# 基于 WCSPH-SPIM 流固耦合模型的弹性体入水模拟

施书文<sup>1</sup>, 张桂勇<sup>1,2,3</sup>, 王双强<sup>1</sup>, 胡泰安<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学 船舶工程学院 辽宁省深海浮动结构工程实验室 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 工业装备与结构分析国家重点实验室 辽宁 大连 116024;

3. 高新船舶与深海开发装备协同创新中心 上海 200240)

**摘 要:** 对于入水砰击这类强非线性问题,运用网格方法不可避免会发生网格畸变、自由液面捕捉不准确等问题,而拉格朗日型无网格方法在处理该类问题时展现出很强的优越性。针对这一特点,采用两种无网格方法分别作为流体与固体求解器,建立流固耦合模型模拟入水问题;在通过刚性体入水问题对弱可压光滑粒子水动力法(WCSPH)进行验证之后,采用新提出的弱可压光滑粒子水动力与光滑点插值(SPIM)流固耦合方法(WCSPH-SPIM)分别对弹性体低速和高速入水问题进行了计算。结果显示关键点处变形与压力随时间的变化情况都与试验值或半解析解吻合良好,证明了该方法对模拟弹性体入水问题的有效性。

**关键词:** 弱可压光滑粒子水动力法(WCSPH);光滑点插值方法(SPIM);流固耦合(FSI);入水

中图分类号: O353.4

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2020.18.013

## Numerical simulation of the water entry of an elastomer by using the WCSPH-SPIM coupled method

SHI Shuwen<sup>1</sup>, ZHANG Guiyong<sup>1,2,3</sup>, WANG Shuangqiang<sup>1</sup>, HU Taian<sup>1</sup>

(1. Liaoning Engineering Laboratory for Deep-Sea Floating Structures, School of Naval Architecture, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 3. Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Considering the strong nonlinear characteristics of the water entry problem, the grid-based method will inevitably encounter the difficulties in grid distortion and inaccurate liquid surface capture. However, the Lagrangian meshless method has shown strong advantage when dealing with this type of problems. Making use of this merit, a fluid-structure interaction (FSI) model was built to simulate the water entry by using two meshless methods as the fluid and solid solver respectively. After verifying the effectiveness of the weakly compressible smoothed particle hydrodynamics (WCSPH) method to solve the water entry of a rigid body, the water entry problem of an elastomer with low and high speeds was studied using the newly proposed WCSPH integrated with the smoothed point interpolation method (WCSPH-SPIM). The calculation results show that the deformations at key points and the change of pressure with time are in good agreement with those of experiment or semi analytical solutions, which verifies the efficiency of the proposed method on the simulation of water entry.

**Key words:** weakly compressible smoothed particle hydrodynamics(WCSPH); smoothed point interpolation method (SPIM); fluid-structure interaction(FSI); water-entry

入水问题在船舶与海洋工程领域中广泛存在,如风浪中航行运行船体所受砰击力与砰击后变形的预

测、鱼雷弹体等入水后的运动的精确判断与追踪<sup>[1]</sup>。对于入水问题的研究无论是在民用还是军工方面都具有着重要的意义。

然而,由于入水问题常常会伴有流体的剧烈扰动与物体形变,且二者互相影响,给研究带来了一定的难度。一般而言,欧拉网格法和拉格朗日网格法由于难以准确捕捉流体自由液面的形态变化等问题而不适用于入水问题;任意拉格朗日—欧拉方法<sup>[2]</sup>(Arbitrary La-

基金项目: 国家自然科学基金(51579042);工信部高技术船舶科研项目(2017-614);中央高校基本科研业务费专项基金(DUT2017TB05)

收稿日期: 2019-05-20 修改稿收到日期: 2019-07-10

第一作者 施书文 女 硕士生,1994年生

通信作者 张桂勇 男 教授 博士生导师,1978年生

grangian-Euler, ALE) 和耦合的欧拉-拉格朗日方法<sup>[3]</sup> (Coupled Euler-Lagrangian, CEL) 计算效果大幅度提升,但网格的生成和重构仍需要较多的时间成本。无网格类粒子法不需要背景网格,场的特性都赋给每个离散分布的粒子,在模拟流体的强非线性流动现象时显现出明显的优势。近年来一些学者运用粒子方法来模拟入水问题,其中运用的较多的方法有光滑粒子水动力法(Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH)和移动粒子半隐式方法(Moving Particle Semi-implicit, MPS)<sup>[4]</sup>。相对于不可压 SPH (Incompressible SPH, ISPH),本文采用弱可压光滑粒子水动力法(Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics, WC-SPH),虽早期被认为在稳定性与精度不足<sup>[5]</sup>,但经过一系列的修正后<sup>[6-7]</sup>,压力振荡大幅减少,能在使用较少时间与资源成本情况下获得相对精确的结果。

把无网格粒子方法引入冲击问题<sup>[8-10]</sup>是目前研究的热门方向。Fourey 等<sup>[11]</sup>把 SPH 方法与有限元耦合,运用接触方法计算流固耦合力,进行耦合求解了入水与有弹性挡板的溃坝问题;之后,Khayyer 等<sup>[12]</sup>采用基于完全的粒子类方法 MPS 模拟高速入水与有弹性挡板的溃坝问题;Falahaty 等<sup>[13]</sup>将不可压 SPH 与汉密尔顿 SPH 方法耦合,运用接触方法处理耦合界面,模拟高速入水、有弹性门溃坝、平板入水砰击后证明对于流固耦合问题的适用性。

Zhang 等<sup>[14]</sup>提出 SPH 方法与 SPIM(Smoothed Point Interpolation Method)流固耦合计算模型。采用光滑点插值法模拟固体变形,它是由 Liu 等<sup>[15]</sup>基于 G 空间理论与双重弱形式<sup>[16]</sup>开发。方法在计算带弹性门溃坝等强非线性问题上表现出了良好的计算效果。本文中则进一步将此耦合算法用于弹性体入水问题的数值模拟。

## 1 数值模拟方法

### 1.1 弱可压光滑粒子水动力法

WCSPH 是一种基于粒子的无网格方法。该方法完全不需要背景网格,粒子的运动不受网格的约束,能够有效地模拟自由液面的大变形、飞溅等现象。

SPH 法整个域以粒子划分,给粒子赋予流体运动定律使其运动。为每个粒子划分支持域,通过支持域内粒子的加权叠加得到每一个粒子的运动及其他特性。这个过程中参与加权叠加的近似狄拉克  $\delta$  函数就叫做核函数<sup>[17]</sup>,它需要满足归一化条件、狄拉克函数性质和紧支性条件。

#### 1.1.1 控制方程

SPH 方法通过核近似法和积分近似法两个步骤将动量方程和连续性方程离散成支持域内粒子对应变量

加权叠加的形式,并在此基础上加一些修正项以提高计算精度,离散后的方程为<sup>[18-19]</sup>

$$\frac{dv_a^f}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{p_a^f}{(\rho_a^f)^2} + \frac{p_b^f}{(\rho_b^f)^2} \right) \cdot \nabla W(r_a - r_b, h) + \Theta + g \quad (1)$$

$$\frac{d\rho_a^f}{dt} = \sum_b m_b (v_a^f - v_b^f) \cdot \nabla_a W(r_a - r_b, h) \quad (2)$$

式中:上标  $f$  为流体;下标  $a$  为中心粒子; $b$  为  $a$  支持域内的相邻粒子; $W(r_a - r_b, h)$  为核函数; $v$ 、 $p$ 、 $\rho$  和  $m$  分别为各点的速度、压力、密度和质量; $\Theta$  为耗散项,本文将使用人工黏性来减少粒子堆积。

通过离散的动量方程式(1)和连续性方程式(2)算得加速度与密度后,本文的 WCSPH 方法通过状态方程式(3)来求压力

$$p^f = c_s^2(\rho^f - \rho_0) \quad (3)$$

为保证流体弱可压缩性假设(流体密度的变化范围在 1% 以内), $c_s$  应大于预测速度的 10 倍; $\rho_0$  为参考密度。

#### 1.1.2 时间积分方案与边界条件

时间积分方案使用预测-校正算法,该算法一个时间步分三个步骤进行:①通过预测步计算变量中间值;②通过校正步进行修正;③更新变量。积分时间步的选取应依照 CFL 条件<sup>[20]</sup>

$$\Delta t = CFL \cdot \min \left( \frac{h_a}{c_s + |v_a|} \right) \quad (4)$$

式中, $CFL$  为取值在 0.0 ~ 1.0 的无量纲系数。

本文需要处理的边界条件有自由液面边界条件和固壁边界条件。其中,自由液面边界条件通过一个与核函数归一化相同形式的粒子密度数是否为 1 来判断是否是自由面粒子,如果是即给其施加大气压;由于计算过程中没有发生穿透,选择相对容易施加的虚粒子实现固壁边界条件<sup>[21]</sup>,即设置一系列与流体粒子性质相同的参与运算的粒子,但这些粒子会在流体粒子逐渐靠近时产生逐渐增大的斥力,来阻止流体粒子穿透虚粒子,达到约束流体粒子的目的。

#### 1.2 光滑点插值法

和传统有限元法相比,光滑点插值法(Smooth Point Interpolation Method, SPIM)能有效软化过硬的模型刚度、具备较强抗网格畸变能力,在处理复杂几何或大变形时使用三角形或四面体背景网格就能得到较高的计算精度和收敛率,尤其适于固体变形较大的情况。

其核心思想是运用点插值法得到基本的场量,再利用广义梯度光滑技术得到光滑后的变量梯度场,在双重弱形式的基础上得到系统的离散方程<sup>[22]</sup>。按照构造光滑域方法的不同把光滑点插值方法分为点基光滑点插值法、边基光滑点插值法(三维为面基点插值法)。

本文选用具有超收敛和超精度特点的边基光滑点插值法。

通过梯度光滑技术得到的光滑位移梯度  $\tilde{u}_{i,j}^s$  与光滑格林应变张量  $\tilde{E}$  为

$$\tilde{u}_{i,j}^s(x_L) = \sum_l \left( \frac{1}{A_{isd}} \int_{\Gamma_{isd}^{sd}} \Phi_l^s(x^s) n_j^{sd} d\Gamma \right) u_{li}^s = \sum_l \frac{1}{A_{isd}} \sum_n W_n(\Phi_l^s(x^s) n_j^{sd}) u_{li}^s \quad (5)$$

式中:  $\tilde{u}_{i,j}^s(x_L)$  为光滑位移梯度;  $A_{isd}$  为光滑域的面积;  $\Phi_l^s$  为点插值形函数;  $n_j^{sd}$  为光滑域边界  $\Gamma_{isd}^{sd}$  的外表面法向量;  $l$  为光滑域内节点的数量;  $n$  为高斯点数;  $W_n$  为权重系数。二维问题  $i, j = 1, 2$ 。

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} (\tilde{F}^T \tilde{F} - I) \quad (6)$$

式中:  $I$  为单位阵;  $\tilde{F}$  为光滑变形梯度。

### 1.3 耦合算法

本文采用引入虚粒子的思想来实现流体与固体之间的耦合。这种双向、流体固体分区的耦合方法充分考虑流体固体的相互影响,且通过耦合界面进行信息交换使得计算过程更加简单高效。在分别选用适当流体固体求解器后,可兼顾精度与效率。

具体耦合过程如图 1 所示。用 WCSPH 方法建立整个域的粒子,其中流体用流体粒子表示,以虚粒子模拟固壁,同时依照 SPIM 方法将弹性变形的固体离散为背景网格与节点。固体节点始终与虚粒子重合,即把用 SPIM 方法计算的固体的位移和速度赋给用 WCSPH 方法建立的边界虚粒子,实现固体到流体间信息传递;虚粒子的速度作为流体边界条件求解流体,得到流体粒子压力,运用密度正则化与状态方程求出虚粒子压力后赋给对应的固体节点,通过这种方式将流体信息传递给固体;传递的压力作为边界条件来求解固体的位移和速度,求得后将其作为下一时间步传递给流体虚粒子的值。以上述过程循环求解整个时间范围内流体固体特性。

## 2 刚性楔形体入水

为了对 WCSPH 程序的可靠性进行验证,建立与 Zhao 等<sup>[23]</sup>论文中一致的底升角为  $30^\circ$  的楔形体与水箱模型,楔形体的总质量为 241 kg,具体尺寸如图 2 所示。该楔形体以 6.15 m/s 的初速度垂直下落,时间步长选取  $2.5 \times 10^{-6}$  s,粒子间距为 0.005 m。记录其在下落过程中受到的总压力,如图 3 所示。从图 3 可知,楔形体受到的总压力先以一个近似线性的速度增长,在  $1.5 \times 10^{-2}$  s 附近时达到峰值,然后快速下降,在峰值之后模拟值略大于试验值,可能是由于 SPH 方法本身的

不稳定性,总体来说与试验值吻合的较好。该方法的可用性得以验证。

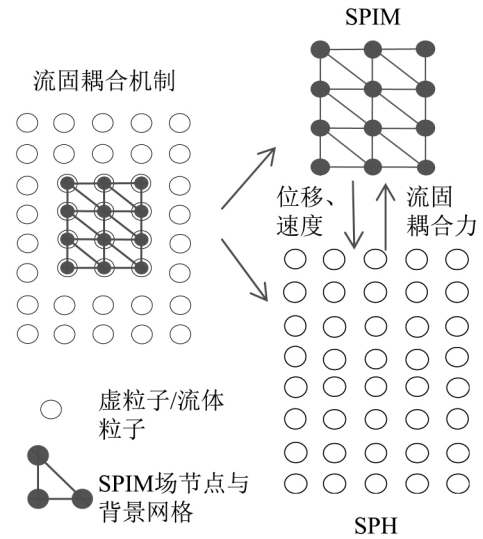


图 1 WCSPH-SPIM 方法耦合机制

Fig. 1 Coupling mechanism of WCSPH-SPIM

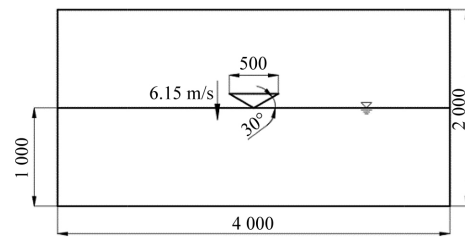


图 2 刚性计算模型参数设置

Fig. 2 Parameter settings of rigid computation model

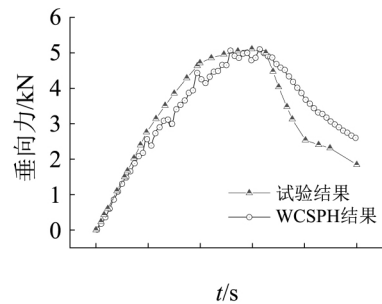


图 3 楔形体垂向力试验值与模拟值对比

Fig. 3 Comparison of experimental and simulated values of vertical wedge force

## 3 弹性体入水

在通过 WCSPH 计算刚性体入水问题基础上,采用 WCSPH-SPIM 耦合方法来计算弹性体入水问题弹性体,具体选取小底升角的低速斜板与高速楔形体入水两类问题。

### 3.1 斜板低速入水

#### 3.1.1 模型尺寸与参数设置

斜板入水的几何与参数设置如图 4 所示。斜板的倾斜角度为  $10^\circ$ ,初始入水速度为 4 m/s,时间步长  $5 \times 10^{-7}$  s,粒子间距取斜板厚度的 1/4 为 0.002 375 m。

固体材料参照 Stenius 等<sup>[24]</sup> 试验中的实心玻璃纤维设置,其密度为  $\rho_s = 1\,956.03\text{ kg/m}^3$ ,杨氏模量为  $E_s = 20.78\text{ GPa}$ ,泊松比为  $\nu_s = 0.259$ 。

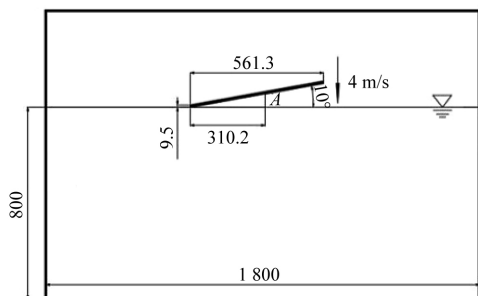


图4 弹性斜板入水计算模型参数设置

Fig. 4 Parameter setting of elastic inclined marine panel

### 3.1.2 数值结果

模拟后测点 A 的弹性变形结果如图 5 所示。与 Stenius 等试验结果对比发现,通过耦合模拟的结果与试验值在趋势上较为接近,都是形变值变化先快后慢的增加,在约 0.02 s 达到一个极值后减小;模拟的峰值略低于试验结果。由图 6 部分时刻的压力云图也可知,整个域的压力变化也是均匀的,并且每一时刻的最大压力值随着板的移动始终处于初接触水位置附近,当板变形弯曲后面部分完全与水接触后整个后半部分范围内有较大的压力。A 点变形的趋势也与云图(见图 6) 的压力变化与斜板的形态相符。图 6 同时显示流

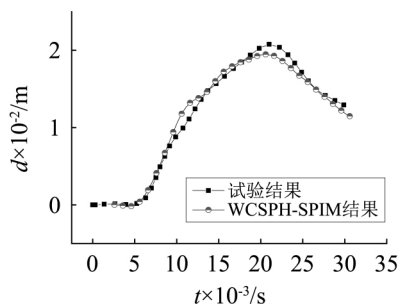


图5 低速入水斜板中点 A 的形变曲线

Fig. 5 Deformation curve of midpoint A in inclined marine panel in low velocity water entry

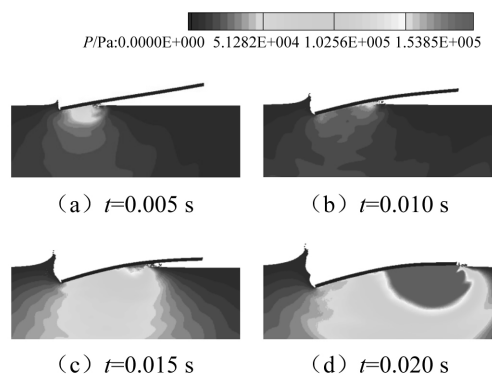


图6 斜板入水不同时刻压力与自由液面演变

Fig. 6 Pressure diagram and free surface change of water entry of inclined marine panel at different times

体自由液面的演变情况,在受到挤压后,斜板左侧流体向上挤出形成高出静水面的尖点;而斜板左侧与下侧的流体的部分水质点因斜板的持续挤压获得较大速度溅出,这些现象都可用本文方法实现模拟。WCSPH 与 SPIM 耦合求解弹性体也能够得到较为满意的结果。

### 3.2 楔形体高速入水

#### 3.2.1 模型尺寸与参数设置

入水楔形体的几何模型及各参数设置如图 7 所示。楔形体以 30 m/s 的恒定垂向速度从水面自由下落。该模型的建立是参照 Scolan<sup>[25]</sup> 的弹性体入水半解析求解的模型,设置 A、B、C 三个监测点。这里的数值声速取 1 500 m/s,黏性系数取 0.08,时间步选取  $dt = 2 \times 10^{-7}$ 。弹性体的材料为铝,密度为  $\rho^s = 2\,700\text{ kg/m}^3$ ,杨氏模量为  $E^s = 67.5\text{ GPa}$ ,泊松比  $\nu_s = 0.34$ 。

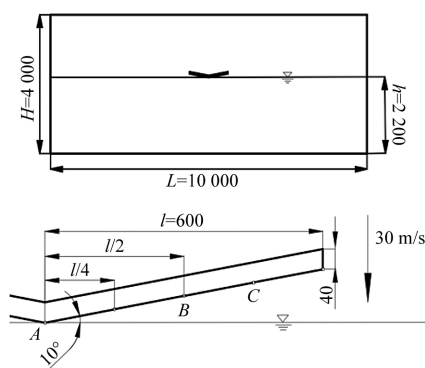


图7 弹性楔形体高速入水模型参数设置

Fig. 7 Parameter setting of elastic wedge body in high speed water entry

#### 3.2.2 粒子间距收敛性分析与数值结果

为探究粒子间距对于计算结果的影响以选取合适的粒子间距,使  $dx_1 = 0.02\text{ m}$ ,  $dx_2 = 0.01\text{ m}$ ,  $dx_3 = 0.005\text{ m}$ ,其他条件不变。不同间距的中点 B 弹性变形与 C 点压力变化情况结果如图 8 所示。从图 8 可知,  $dx_3$  不论是弹性变形还是压力的模拟都明显比其他两个间距更接近半解析解,故选取间距  $dx_3$ 。

通过“1.3”节所述耦合算法实现流体固体间的传递,得到全域部分时刻的压力分布云图及局部点的形变值与压力图,如图 9 所示。图 9 给出局部 A 点和 C 点的压力变化曲线。对于楔形体尖点 A,从图 9(a) 可知,本文的结果在入水初期压力稍有波动,随后呈现平稳下降继而缓慢波动上升的趋势,总体上不管是在开始时刻峰值还是在其后时刻的演变上都与半解析解吻合较好。从图 9(b) 可知,本文 C 点的碰击压力峰值低于并略提前于半解析解,可能的原因是流体的冲击压力在向虚粒子传递时流体粒子与虚粒子有一定距离而导致粒子近似过程对于峰值有一定的削弱。总体来看,在各点刚接触水时会产生较强的碰击,尖点处的最大压力远小于 C 点。

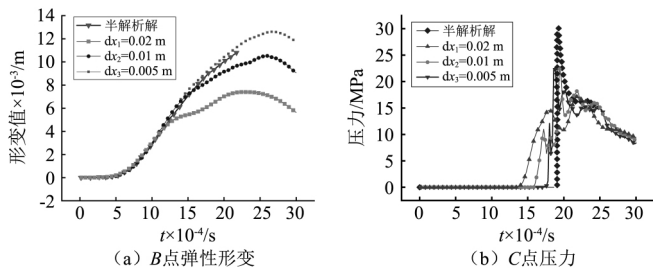


图 8 不同粒子间距的关键点弹性形变与压力曲线

Fig. 8 Elastic deformation and slamming pressure curve at key points of different particle intervals

图 10 给出局部点  $B$  的弹性变形的曲线图。弹性变形的增幅都是先快后慢。与 Oger 等<sup>[26]</sup>和 Khayyer 等的模拟结果相比更加接近半解析解,故由  $B$  点弹性位移对比也可以更进一步得到模拟可靠的结论。

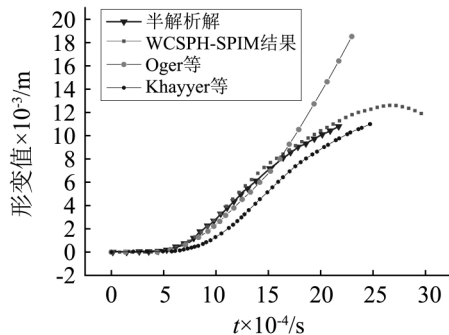
图 10 弹性楔形体  $B$  点弹性变形曲线

Fig. 10 Elastic deformation curve of Point B in elastic wedge

结构入水砰击在不同时刻的压力分布与自由液面演变情况如图 11 所示。从图 11 可知,前期楔形体底部所受砰击压力随着楔形体与水面的接触面积增大而增大并后移,可以看出压力的峰值总处于刚与水接触的部分,而弹性变形也以较快速度增大,该过程在楔形体下只有小部分流体粒子翻卷溅出;在充分接触之后,压力又均匀分布于楔形体底部,并逐渐变小,弹性变形增加的速度也开始减缓,流体粒子受楔形体边缘砰击力向上逃逸,尖点处流体溅出。该方法可在模拟压力变化均匀平缓的同时很好地捕捉自由液面的挤出与飞溅现象。

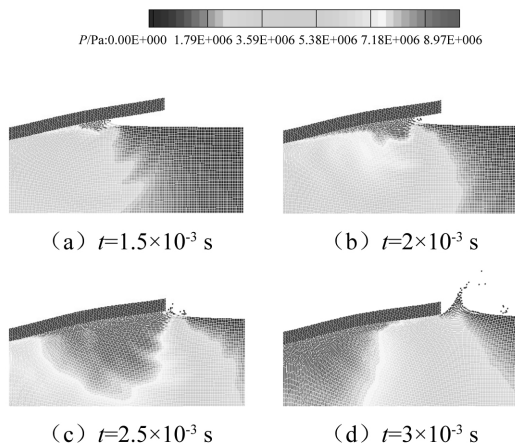


图 11 弹性楔形体高速入水不同时刻的压力与自由液面演变

Fig. 11 Pressure diagram and free surface changes of elastic wedge at different times in high speed water entry

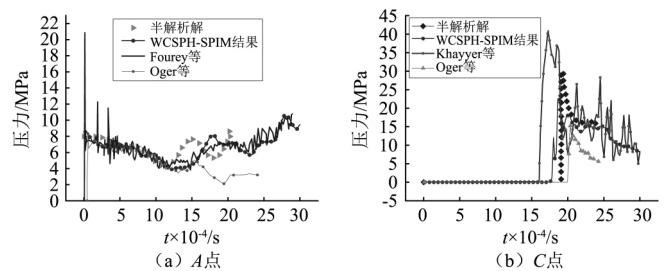


图 9 弹性楔形体关键点撞击压力曲线

Fig. 9 Slamming pressure curve of key points of elastic wedges

## 4 结 论

WCSPH 方法用于刚体的模拟与试验值吻合良好,得到 WCSPH 可以用于入水问题模拟的结论。进而将 WCSPH 方法与 SPIM 方法耦合运用到弹性斜板低速与楔形体高速入水后发现,局部点的压力与弹性变形都与试验或半解析解吻合良好,较其他学者模拟的结果有明显优势。并且能真实地捕捉自由液面的变化,固体附近流域的压力变化均匀平缓,与各局部点压力的演变相对应。

## 参 考 文 献

- [1] 卢焯华,何友声. 二维弹性结构入水冲击工程中的流固耦合效应[J]. 力学学报, 2000, 32(2): 129-140.  
LU Chihua, HE Yousheng. Fluid-solid coupling effect of two-dimensional elastic structure in water impact engineering[J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 32(2): 129-140.
- [2] NOH B W F. CEL: a time dependent two space-dimensional, coupled Eulerian Lagrangian code [C]//Methods of Computational Physics. [S.l.]: MCP, 1964.
- [3] SHIN Y S, CHISUM J E. Modeling and simulation of underwater shock problems using a coupled lagrangian-eulerian analysis approach[J]. Shock and Vibration, 1997, 4(1): 1-10.
- [4] KOSHIZUKA S, OKA Y. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid[J]. Nuclear Science and Engineering, 1996, 123(3): 421-434.
- [5] LEE E S, MOULINEC C, XU R, et al. Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the SPH mesh free particle method [J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(18): 8417-8436.
- [6] SHADLOO M S, ZAINALI A, YILDIZ M, et al. A robust weakly compressible SPH method and its comparison with an incompressible SPH [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2012, 89(8): 939-956.
- [7] 陈臻. SPH 算法改进及在晃荡与入水中的应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2014.
- [8] 沈雁鸣, 何琨, 陈坚强, 等. SPH 统一算法对自由流体冲击弹性结构体问题模拟[J]. 振动与冲击, 2015, 34(16): 60-65.  
SHEN Yanming, HE Kun, CHEN Jianqiang, et al. Numerical simulation of free surface flow impacting

- elasticstructure with SPH uniform method [J]. Journal of Vibration and Shock ,2015 ,34( 16) : 60 – 65.
- [9] 许庆新,沈荣瀛,周海亭. SPH 方法在剪切式碰撞能量吸收器中的应用[J]. 振动与冲击,2007,26(9): 108 – 111.  
XU Qingxin, SHEN Rongying, ZHOU Haiting. Applying SPH method to shearing energy absorbers [J]. Journal of Vibration and Shock ,2007,26(9): 108 – 111.
- [10] 胡廷勋,胡德安. 含预制孔容器内爆问题的 FEM-SPH 耦合算法模拟[J]. 振动与冲击,2018,37(3): 210 – 216.  
HU Tingxun, HU Dean. Simulation for dynamic response of a vessel with a preformed hole under internal explosion using FEM-SPH coupled algorithm [J]. Journal of Vibration and Shock ,2018,37(3): 210 – 216.
- [11] FOUREY G, OGER G, LE TOUZÉD, et al. Violent fluid-structure interaction simulations using a coupled SPH/FEM method [J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering ,2010,10(1): 012041.
- [12] KHAYYER A, GOTOH H, PARK J C, et al. An enhanced fully lagrangian coupled MPS-based solver for fluid-structure interactions [J]. Proceedings of the Civil Engineering Society B2 (Coastal Engineering), 2015,71(2): 1883 – 1888.
- [13] FALAHATY H, KHAYYER A, GOTOH H. A coupled incompressible SPH-hamiltonian SPH for fluid-structure interactions [C]//The 28th International Ocean and Polar Engineering Conference. Sapporo: ISOPE, 2018.
- [14] ZHANG G, WANG S, SUI Z, et al. Coupling of SPH with smoothed point interpolation method for violent fluid-structure interaction problems [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements ,2019,103: 1 – 10.
- [15] LIU G R, ZHANG G Y. A normed G space and weakened weak (W2) formulation of a cell-based smoothed point interpolation method [J]. International Journal of Computational Methods ,2009,6(1): 147 – 179.
- [16] LIU G R, ZHANG G Y. Smoothed point interpolation methods: G space theory and weakened weak forms [M]. Singapore: World Scientific, 2013.
- [17] LIU G R. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method [M]. Singapore: World Scientific, 2003.
- [18] MONAGHAN J J. Smoothed particle hydrodynamics [J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics ,1992,30(1): 543 – 574.
- [19] MONAGHAN J J. Simulating free surface flows with SPH [J]. Journal of Computational Physics ,1994,110(2): 399 – 406.
- [20] GONG K, SHAO S, LIU H, et al. Two-phase SPH simulation of fluid-structure interactions [J]. Journal of Fluids and Structures ,2016,65: 155 – 179.
- [21] VIOLEAU D, ROGERS B D. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: past, present and future [J]. Journal of Hydraulic Research ,2016,54(1): 1 – 26.
- [22] 鲁欢. 基于光滑点插值法的船舶结构动力分析 [D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
- [23] ZHAO R, FALTINSEN O, AARSNES J. Water entry of arbitrary two-dimensional sections with and without flow separation [C]//Proceedings of the 21st Symposium on Naval Hydrodynamics. Washington, D. C.: National Academy Press, 1996.
- [24] STENIUS I, ROSÉN A, BATTLE M, et al. Experimental hydroelastic characterization of slamming loaded marine panels [J]. Ocean Engineering ,2013,74: 1 – 15.
- [25] SCOLAN Y M. Hydroelastic behaviour of a conical shell impacting on a quiescent-free surface of an incompressible liquid [J]. Journal of Sound and Vibration ,2004,277(1/2): 163 – 203.
- [26] OGER G, GUICHER P M, JACQUIN E, et al. Simulations of hydro-elastic impacts using a parallel SPH model [J]. International Journal of Offshore and Polar Engineering ,2010,20(3): 181 – 189.