

03-28-2016, 01:39 PM #**1**

Digging into RSA Algorithm

အစကဘယ်လိုရေးရမှန်းမသိဘူးကိုဖြစ်နေတာ နောက်တေ့ာလည်း ရှိသမူဟာတွေလိုက်ဖတ် ကောင်းတဲ့ရှင်းထားတာလေးတွေမှတ်ထားကနေ ခုတေ့ာ ရေးလို့တောင်ပြီးသွားပါပြီ။ နည်းနည်းတေ့ာရှပ်မယ်။ ဒါပေမယ့်လို့ သေနာဖတ်ရင်တေ့ာ နားလည်သွားမှာပါ။ နားမလည်ဘူးဆိုလည်း ဂင်ဆွေးနွေးသွားနိုင်ပါတယ်။ မှားနေတာတစ်ခုခုကိုတွေ့တယ်ဆိုရင်လည်း အားမနာနဲ့ ဂင်ပြောသွားပါ။ မဟုတ်က ဟုတ်ကကြီးရေးထားမိရင် သာ ရှက်ရပါလိမ့်မယ် ‡ံံခြွံ •

What is RSA?

RSA ဆိုတာ publick-key ကိုအသုံးပြာာဲ့ Cryptosystem ဖြစ်ပါတယ်။ Crypto တွေကိုဘယ်နေရာမှာသုံးတာလဲဆိုတာတော့ ထွေထွေထူးထူးပြောနေဖို့ လိုတော့မယ်မထင်ပါဘူး။ ဆက်လေ့လာမယ်။ RSA ကို ၁၉၇၇ ခုနှစ်မှာ Ron Rivest , Adi Shamir , Leonard Adleman တို့က စတင်ဖော်ပြခဲ့ခြင်းဖြစ်ပါတယ်။ သူတို့ ၃ ယောက်နာမည်တွေကိုအစွဲပြပြီးတော့ RSA (Rivest-Shamir-Adleman) ဆိုပြီးဖြစ် လာခဲ့တယ်။ Publick Key Cryptography လို့ ခေါ် တယ်နောက်တစ်ခုက Asymmetric cryptography လို့လည်းခေါ် ပါတယ်။ ဒီနေရာမှာ Assymetric cryptography အကြောင်းပြောဖို့ လိုလာပြီ။ အရင်လေ့လာခဲ့တဲ့ cryptography တွေအကုန်လုံးက symmetric key ေတွဖြစ်ပါတယ်။ ဘာကွားခြားမှရှိသလဲဆိုရင် အရင် cryptography တွေမှာ key ကတစ်ခုတည်းပဲ။ Encrypt လုပ်လည်း ဒီ Key ပဲ Decrypt လုပ်မယ်ဆိုလည်းဒီ key ပဲ။ ဒါကိုမြန်မာလိုဆိုရင်တော့ ခေါက်ချိုးညီတယ်ပေ့ါ။ ဟုတ်ပြီ Asymmetric မှာတော့ာ ဒီလိုမဟုတ်တော့ဘူး ။ Encrypt လုပ်ဖို့ကို Key တစ်ခု Decrypt လုပ်ဖို့ကို Key တစ်ခု။ Encrypt ကို Public-Key နဲ့ လုပ်တယ်ဆို Decrypt လုပ်တဲ့အခါဂျာတော့ာ private-key ကို သုံးမှရမယ်။ ဒီလောက်နားလည်ထားရင်ရပါပြီ။



n = pq ကတေ့ာ RSA key ရဲ့ bit length ပဲဖြစ်ပါတယ်။ ဥပမာ 1024 bits RSA ဘာဘာညာညာပေ့ါ။ ဟုတ်ပြီနော။ Public Key မှာ modulus n နဲ့ public exponent e (ပုံမှန်အားဖြင့်တေ့ာ 65537) တို့ပါဂင်မယ်။ Private Key မှာကတေ့ာ modulus n နဲ့ private exponent d တို့ပါလင်ပါတယ်။ d တန်ဖိုးကိုတွက်တဲ့အခါမှာတေ့ာ Euler's Totient ကိုသုံးြ ပီးတွက်ရမှာဖြစ်ပါတယ်။

ဒါကို မြန်မာလိုဘယ်လိုခေါ် မလဲတေ့ာ ဂျာန်ောလည်း Maths သမားမဟုတ်တေ့ာမသိသေးဘူး။ အသိထဲမှာလည်း Maths သမားမရှိတေ့ာမသိ ဘူးဖြစ်နေတယ်။ ဆောရီးပါ။ ဒါပေမယ့်လို့ စိတ်မပူပါနဲ့ တွက်တဲ့အခါဂျာနားလည်အောင်ရှင်းပြပေးပါမယ်။ ခုဆို ဖတ်နေတဲ့သူတွေတောတောလေးကိုရုပ်ကုန်ပြီ။ မှတ်ပဲမှတ်ထားလိုက်ပါ။ Example လေးတွေလုပ်လိုက်ရင် နားလည်သွားမှာပါ။

A Simple . worked example

ဟုတ်ပြီ ။ ဂျာနေ်ာ Thin Ba Shane က RSA key တစ်ခုကို generate လုပ်မယ်ဆိုပါတေ့ာဗူာ။ Prime Number 2 ခုကို p & q အတွက်ရွေးခု ယ်လိုက်ပြီ။

p=11 , T=13 ။ ဒီတေ့ာ modulus n = 143 ဖြစ်သွားပြီ။ Totient Function ကိုသုံးရမယ်။ ဒီတေ့ာကာ

 $n\phi(n)=(p-1)x(q-1)=(11-1)x(13-1)=120$ II

နောက်ပြီးတေ့ာဂျာနောတို့ public key အတွက် e တန်ဖိုးကို 7 လို့ရွေးလိုက်မယ်။ ဘာကြောင့် 7 ကိုရွေးရတာလဲဆိုတာပြောပါမယ်။ public key အတွက် e တန်ဖိုးကိုရွေးတဲ့အခါမှာ

Greatest Common Divisor (gcd) ကို ϕ (n) တန်ဖိုးနဲ့ အနည်းဆုံး 1 ရှိတာကိုတေ့ာရွေးခုယ်ဖို့လိုပါတယ်။ 3 , 5 စတဲ့ Prime Number တစ်ခုခုကိုရွေးလိုက်တယ်ဆိုရင် ϕ (n) တန်ဖိုးဖြစ်တဲ့ 120 နဲ့ gcd 1 မရှိဘူး။ ဒါကြောင့်ရွေးလို့မရလို့ 7 ကိုရွေးလိုက်ရတာဖြစ်တယ်။ ဟုတ်ပြီ ။ ဒါဆိုရင် ဂျာန်ောတို့ e တန်ဖိုးကို 7 ကိုရပြီဆိုပါတေ့ာ ။ private key အတွက် d တန်ဖိုးကို တွက်ရမယ်။ ဘယ်လိုတွက်ရမလဲဆိုတေ့ာ 7 ရဲ့ inverse တန်ဖိုးကို ϕ (n) နဲ့ တွက်ရမယ်။ တွက်ရမယ့် formula က n-1 = m (mod

p) ဖြစ်တယ်။ n = 7 , p=120 ဆိုပြီးတွက်ရမှာပေ့ါ။ ဒါပေမယ့် နားလည်ထားရင်ရပါပြီ။

ကူနောကတော

Code:

http://www.cs.princeton.edu/~dsri/modular-inversion-answer.php?n=7&p=120

ဟောဒီမှာသွားတွက်လိုက်တယ်မှာ။ Manual နားလည်တယ်ဆိုပေမယ့် အကုန်လိုက်လုပ်နေရရင်လည်းသေရခူည်ရဲ့ပေ့ါ ။ ကူနော်တို့ ရလာတဲ့ d တန်ဖိုး 103 မှန်မမှန်ကို e.d = 1 mod $\phi(n)$ ဆိုတဲ့ Formula လေးသုံးပြီးပြန်စစ်ကြည့်မယ် $\parallel 7.103 = 721 = 1$ mod 120 အိုကေပြီ။

ဟုတ်ပြီ။ ဒါဆိုရင် 9 ဆိုတဲ့ plain text လေးနဲ့ encrypt / decrypt လုပ်ကြည့်ကြမယ်။ formula အရ 9 ဟာ m တန်ဖိုးဖြစ်တယ်ဆိုတာသိထား ရပါမယ် ။

Encryption (using public key e,n = 7,143)

Me mod $n = 97 \mod 143 = 48 = C$

Decryption (using private key $d_n = 103,143$)

 $C_d \mod n = 48_{103} \mod 143 = 9 = M$

အောက်ဂျာနေတဲ့ d တို့ e တို့က to the power ကိုပြောတာပါ အပေါ် တင်မရဘူးဖြစ်နေလို့ 🏄 🚉 🔭

ဒီလောက်ဆို ဂျာန်ော Friend တွေ RSA သဘောတရားကိုနားလည်ပြီလို့ယူဆပါတယ်။ ဂျာန်ောပြောခဲ့တာလေးတွေကိုပြန်ပြီး တစ်ခုခုင်းစမ်းသ ပ်မယ်ဆို ပိုပြီးနားလည်လာမှာသေနှာတယ်။ ဒီတေ့ာ ဘယ်လိုစမ်းမှာလဲ ခုတွက်စရာမလိုပါဘူး။ အောက်ကပေးထားတဲ့ Link မှာသွားတွက်ကြ ည်ပါ။ တစ်ဆင့်ခုင်းကိုတွက်ကြည့်လို့ ရုပါတယ်။

Code:

http://logos.cs.uic.edu/340%20notes/rsa.html

Real World Example

Real world အနေနဲ့ ဂျာန်ောတို့ "attack at dawn" ဆိုတဲ့ plain text ကိုစမ်းကြည့်ရမယ်။ ဟုတ်ပြီ။ ပထမဆုံးဘာစလုပ်ရမလဲဆိုတော ဂျာနောတို့ "attack at dawn" က Ascii format တွေဖြစ်နေတယ်မလား။ ဒါကိုအရင်ဆုံး
Numeric တွေပြောင်းပြစ်ရမယ်။ ဒါမှ encrypt လုပ်လို့ရမှာနော။ အပေါ် မှာ 9 ကိုလုပ်ပြထားတာမှတ်မိသေးပါတယ်။ string ကနေ bit array တန်ဖိုးတွေပြောင်းလိုက်မယ်ဆိုရင်တေ့ာ Numeric တွေရပြီပေ့ါ။ 1976620216402300889624482718775150 ဖြစ်သွားမယ်။ အောက်မှာ Converter Link ပေးထားပါတယ်။

Code:

https://gist.github.com/barrysteyn/4184435#file_convert_text_to_decimal.py

Key Generation လုပ်ဖို့အတွက် p & q တန်ဖိုးကို Prime Number တွေ generate လုပ်ရမယ်။ ဟိုဥပမာတုန်းကလို 11 13 တွေမရတောဘူး ။ ဒီတေ့ာ Rabin-Miller primality tests ကိုသုံးပြီး generate လုပ်ကြမယ်။ အောက်ကဟာလေးသုံးကြည့်။ ကိုယ့်ဖာသာလည်း ကြိုက်ရာရှာကြည့်လို့ရတယ်။

Code:

http://www.javascripter.net/math/primes/millerrabinprimalitytest.htm

р

Code:

1213107243921127189732367153161244042847242763370141092563454931230196437304208561932419736532241686654 1017057361365214171711713797974299334871062829803541

q

Code:

1202752425547874888595622079373451212873338780368207543365389998395517985098879789986914690080913161115 3346817050832096022160146366346391812470987105415233

 $p \not \hat{\mathbf{a}}_{,} q \eta \hat{\mathbf{c}}_{,} \hat{\mathbf{d}}_{,} \hat{\mathbf{d}}$

n

Code:

 $1459067680075833232301869393490706352924018723753571643995818710198734387990053589383695714026701498021\\2181808629246742282815702292207674690654340122488967247240792696998710058129010319931785875366371086235\\7656510507883714297115637342788911463535102712032765166518411726859837988672111837205085526346618740053$

φ(n)

Code:

1459067680075833232301869393490706352924018723753571643995818710198734387990053589383695714026701498021 2181808629246742282815702292207674690654340122488964831381123227996631730139777785236530154784827347887 1297222058587457152891606459269718119268971163555070802643999529549644116811947516513938184296683521280

e - the public key 65537 ကိုသုံးရမယ် ဒါကိုပဲသုံးကြတယ်လို့အပေါ် မှာပြောခဲ့တယ်။ ပြီးတေ့ာ gcd of 1 with $\phi(n)$ ရှိရမယ်လေ။ d - the private key

Code:

8948942500927444436822854592177309391966958606588425744549785445648767483962981839093494197326287961679
7970608917283679875499331574161113854088813275488110588247193077582527278437906504015680623423550067240
042466665654232383502922215493623289472138866445818789127946123407807725702626644091036502372545139713

Encryption

1976620216402300889624482718775150e mod n

Code:

3505211133867302669021242393705332851188076081157998162064280234668581062310985023594304908097338624111 3784040794704193978215378499765413083646438784740952306932534945195080183861574225226218879827232453912 820596886440377536082465681750074417459151485407445862511023472235560823053497791518928820272257787786

Decryption

35052111338673026690212423937053328511880760811579981620642802346685810623109 85023594304908097338624111378404079470419397821537849976541308364643878474095 23069325349451950801838615742252262188798272324539128205968864403775360824656 81750074417459151485407445862511023472235560823053497791518928820272257787786

Code:

1976620216402300889624482718775150 (which is our plaintext "attack at dawn")







