

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	1/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

# Manual de Prácticas del Laboratorio de Mecánica de Materiales I

Elaborado por:	Revisado por:	Autorizado por:	Vigente desde:
Dra. Mabel Mendoza Pérez, M.I. Héctor J. Guzmán Olguín, M.I. Leonardo Flores Corona	<b>M.I. Miguel Ángel Zúñiga Bravo</b>	<b>M.I. Octavio García Domínguez</b>	<b>28 de julio de 2017</b>

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>		Código:	MADO-44
			Versión:	01
			Página	2/80
			Sección ISO	8.3
			Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada				



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	3/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			


## Índice de prácticas

**Práctica No. 1 Carga Axial**

**Práctica No. 2 Flexión**


**Práctica No. 3 Pandeo**

**Práctica No. 4 Cortante en Vigas**

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	4/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			


## Contenido

<b>Manual de Prácticas del Laboratorio de Mecánica de Materiales I.....</b>	<b>1</b>
<b>Índice de prácticas .....</b>	<b>3</b>
<b>PRÁCTICA No. 1 CARGA AXIAL. ....</b>	<b>6</b>
1.1 Objetivo: .....	7
1.2 Consideraciones teóricas.....	7
1.3 Materiales y equipo. ....	14
1.4 Desarrollo de la práctica: .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
1.5 Bibliografía: .....	18
<b>PRÁCTICA No. 2 FLEXIÓN. ....</b>	<b>21</b>
2.1 Objetivo: .....	21
2.2 Consideraciones teóricas.....	21
2.3 Materiales y equipo. ....	27
2.4 Desarrollo de la práctica: .....	30
2.5 Bibliografía: .....	41
<b>PRÁCTICA No. 3 PANDEO.....</b>	<b>44</b>
3.1 Objetivo: .....	44
3.2 Consideraciones teóricas.....	44
Tabla 3.1 Efecto de la carga y la condiciones de apoyo en la estabilidad lateral de vigas de sección transversal rectangular angosta. ....	52
3.3 Materiales y equipo. ....	59
3.4 Desarrollo de la práctica: .....	59
3.5 Bibliografía: .....	66

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	5/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			


**PRÁCTICA No. 4 CORTANTE EN VIGAS..... 68**

4.1 Objetivo: .....	68
4.2 Consideraciones teóricas.....	68
4.3 Materiales y equipo. ....	74
4.4 Desarrollo de la práctica: .....	75
4.5 Bibliografía: .....	80

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	6/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

# Práctica 1

## Carga Axial

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	7/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## PRÁCTICA No. 1 CARGA AXIAL.

### 1.1 Objetivo:


El alumno será capaz, al concluir esta práctica, de reconocer y definir el concepto de carga axial, comprenderá e interpretará el concepto de esfuerzo y deformación unitaria además de su obtención en materiales con comportamientos frágil y dúctil. Por otra parte establecerá la diferencia entre los conceptos de desplazamiento y deformación.

### 1.2 Consideraciones teóricas.

En muchas situaciones prácticas si la dirección del plano imaginario que corta a un miembro, se selecciona adecuadamente, los esfuerzos que actúan en la sección de corte serán particularmente significativos y de fácil determinación. Un caso importante de esta naturaleza se presenta en una barra recta cargada axialmente a tensión, pasando por el plano de corte perpendicularmente a su eje. El esfuerzo de tensión que actúa en la sección transversal, así determinada, es el máximo, ya que cualquier otra sección que no sea perpendicular al eje de la barra tendrá una superficie mayor para resistir la fuerza aplicada. El esfuerzo máximo es el de mayor significado, pues es el que tiende a producir la falla del material.

Para obtener una expresión algebraica de este esfuerzo máximo, considérese el caso que se ilustra en la Figura 2-1 (a). Si el peso de la barra se considera despreciable, se requieren dos fuerzas P iguales y opuestas, una en cada extremo, para mantener el equilibrio. Entonces puesto que el cuerpo en conjunto está en equilibrio, cualquier parte de él lo estará también. La parte de la barra a uno y otro lado de la sección b-b está en equilibrio. En la sección donde el área transversal de la barra es A, debe desarrollarse una fuerza equivalente a P, como se indica en la Figura 2-1 (b) y (c). Por lo tanto, de acuerdo con la definición de esfuerzo, el esfuerzo normal, o el esfuerzo que actúa perpendicularmente a la sección es:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \text{..... (1)}$$

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	8/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$P =$  Fuerza

$A =$  Área

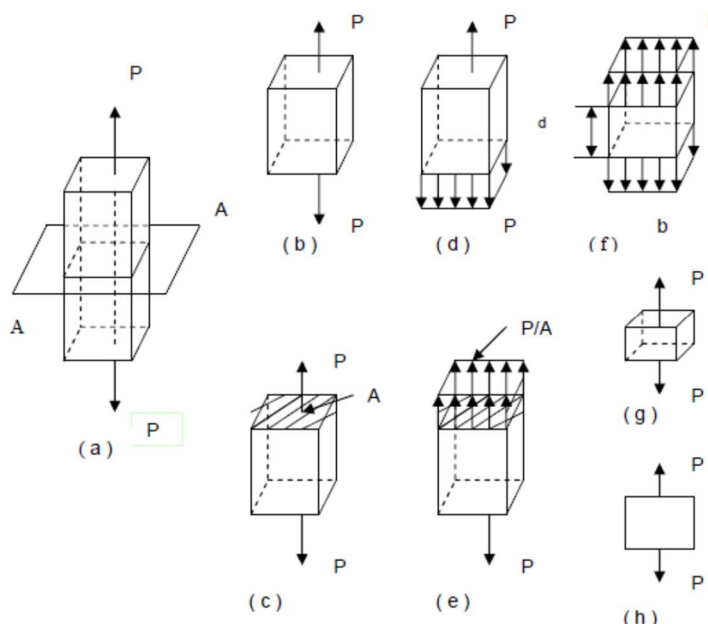


Fig. 1.1 Pasos sucesivos del análisis de esfuerzos en un cuerpo.

Este esfuerzo normal está uniformemente distribuido sobre el área transversal. La naturaleza de la cantidad calculada, por la ecuación 1 puede verse gráficamente en las figuras 1-1 (d) y (e). En general, la fuerza  $P$  es la resultante de un cierto número de fuerzas situadas a un lado u otro de la sección.

Si se hiciera un corte adicional paralelo al plano b-b de la Figura 1-1 (f) y después de varios cortes más tendría un cubo infinitesimal, como se indica en la Figura 1-1 (g). La única clase de esfuerzos que aparecen en este caso son los esfuerzos normales sobre dos caras del cubo, tal estado de esfuerzo en un elemento se denomina esfuerzo uniaxial. En la práctica rara vez se emplean vistas isométricas de un cubo como en la Figura 1-1(g), más bien se utilizan diagramas simplificados como los de la





	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	9/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Figura 1-1 (h). No obstante, el lector no debe perder de vista el aspecto tridimensional del problema que se considera.

En una sección transversal determinada por un corte, el sistema de esfuerzos de tensión expresados por la ecuación (1) proporciona una equilibrante a la fuerza exteriormente aplicada. Cuando estos esfuerzos normales se multiplican por las áreas infinitesimales correspondientes y se suman luego sobre el área total de la sección, la suma será igual a la fuerza aplicada  $P$ , por lo tanto, el sistema de esfuerzos es estáticamente equivalente a la fuerza  $P$ , además la resultante de esta suma debe actuar pasando por el centro de la sección. Recíprocamente, para tener una distribución uniforme de esfuerzos en una barra, la fuerza axial aplicada debe actuar pasando por el eje centroidal de la sección.

Un razonamiento similar se aplica a miembros sometidos a compresión. El esfuerzo normal máximo de compresión se puede obtener de nuevo pasando una sección perpendicular al eje de un miembro y aplicando la ecuación (1); el esfuerzo que así se obtenga será de intensidad uniforme en tanto la resultante de las fuerzas aplicadas pase por el centroide del área transversal del corte. Sin embargo, se debe tener un cuidado adicional cuando se investigan miembros a compresión, pues pueden llegar a ser tan esbeltos que no se comporten en la forma esperada, por ejemplo, una regla de un metro sometida a una pequeña fuerza axial de compresión, tendrá tendencia a pandearse y romperse. La ecuación (1) es aplicable únicamente a miembros cargados axialmente a compresión que sean bastante gruesos, esto es, que tengan forma de miembros cortos. Como se verá más adelante, un miembro cuya dimensión mínima sea aproximadamente un décimo de su longitud, por lo común se puede considerar miembro corto, por ejemplo, un trozo de madera con sección transversal de 5 por 10 cm puede tener 50 cm de longitud y ser considerado todavía un miembro corto.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	10/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## EXPLICACIÓN DE LA CARGA AXIAL UTILIZANDO COMO RECURSO EL CONCEPTO DE LA FLEXOCOMPRESIÓN

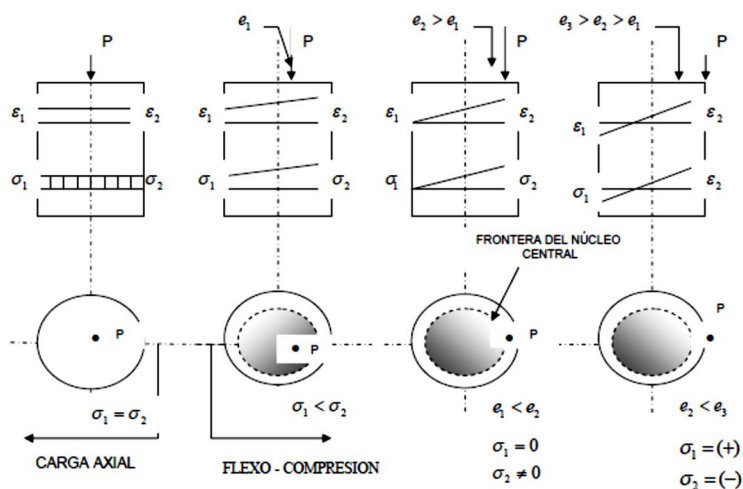



Fig. 1.2 Diagramas de esfuerzo y deformación unitaria para carga

axial y excéntrica. Posición del núcleo central.

Como se puede observar en la Fig. 1.2, el fenómeno de carga axial se puede considerar cierto, únicamente si la fuerza  $P$  aplicada al espécimen coincide con su eje centroidal, en cualquier otro caso no se considera carga axial, sino una combinación de carga axial y momento flexionante, fenómeno definido como flexocompresión o flexotensión.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	11/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

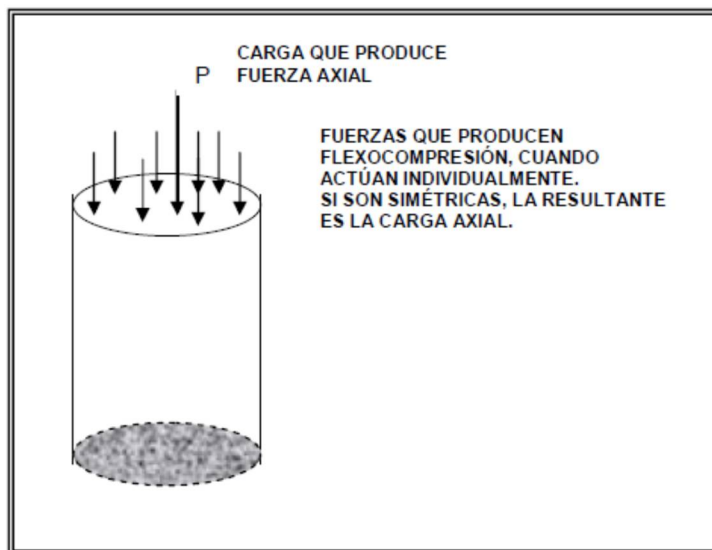



Fig. 1.3 Elemento sujeto a fuerzas normales.

De acuerdo con lo establecido por Hooke, el esfuerzo es proporcional a la deformación unitaria, lo que se indica cómo  $\sigma \propto \epsilon$ .

**Carga Axial.** Es la resultante de un sistema de cargas que aparece necesariamente en la línea de acción donde se aloja el eje centroidal del elemento estructural cargado y presenta las siguientes características:

Del sistema de cargas aplicadas al elemento, la resultante deberá pasar exactamente sobre el eje centroidal. Para lograr una falla por carga axial en compresión sin problemas de pandeo, es necesario que este elemento sea corto.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	12/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Como resultado de lo anterior, los esfuerzos normales pueden considerarse iguales en cualquier sección del espécimen, y las deformaciones en un plano perpendicular o paralelo a la aplicación de la fuerza, se consideran proporcionales a los esfuerzos.

Por otra parte podemos decir que a través de una gráfica esfuerzo-deformación unitaria se pueden identificar las características de un material, es decir, a partir de su comportamiento bajo carga axial.

Tomando en cuenta lo siguiente:

Deformación:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

Desplazamiento:

$$\delta = \frac{PL}{EA} \quad ; \quad \delta = L_f - L_o$$

Esfuerzo:

$$\sigma = E\varepsilon \quad ; \quad \sigma = \frac{P}{A}$$

Donde:


$\varepsilon$  = Deformación unitaria

L = Longitud Total

$\delta$  = Desplazamiento

F = Fuerza Aplicada

E = Módulo elástico

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	13/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$A = \text{Área}$

$\sigma = \text{Esfuerzo}$

$L_f = \text{Longitud final}$

$L_o = \text{Longitud Inicial}$

Por lo anterior una gráfica esfuerzo-deformación unitaria para un material elástico, será como la que se presenta, Fig. 1.4.

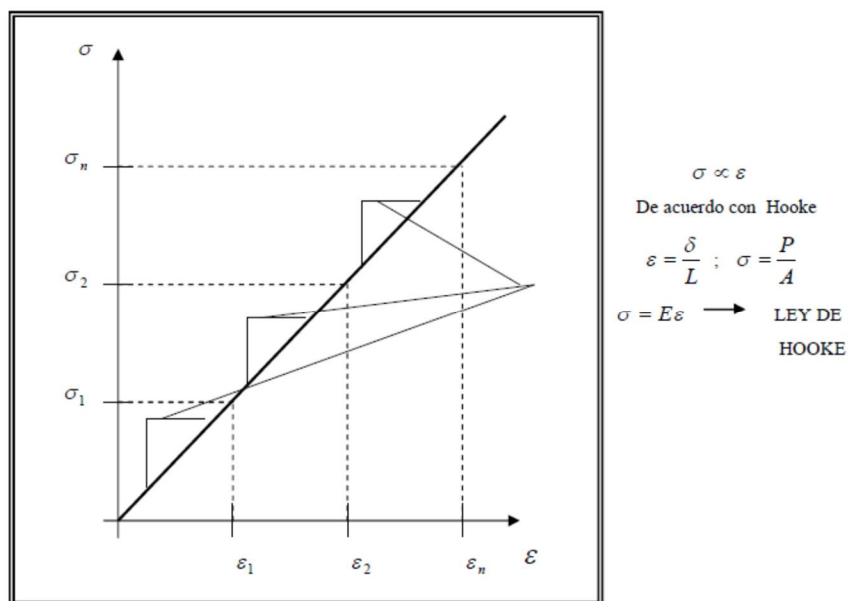



Fig. 1.4 Gráfica esfuerzo – deformación unitaria para un material elástico.

Donde es posible detectar la proporcionalidad y establecer la Ley de Hooke, con la constante de proporcionalidad definida como módulo elástico.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	14/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## LEY DE HOOKE

A partir del concepto anterior es posible caracterizar la respuesta de otros materiales teniendo como antecedente el comportamiento básico planteado por Hooke, figura 1.5.

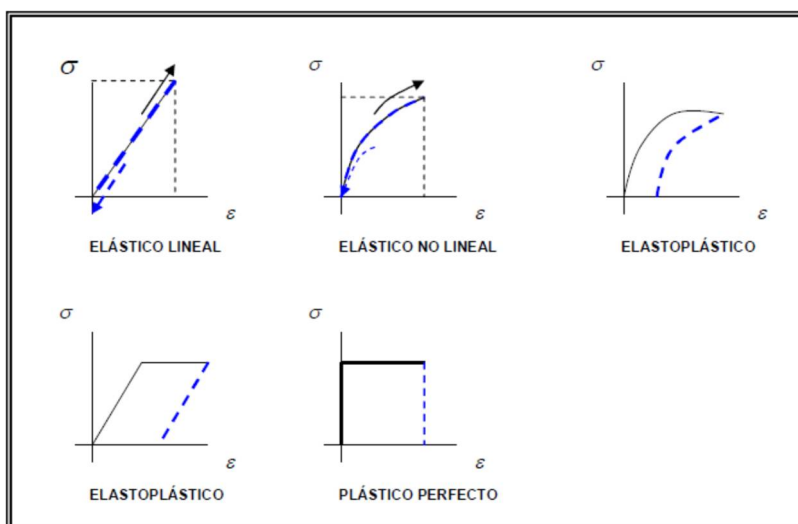


Fig. 1.5 Diagramas esfuerzo – deformación idealizados.


El ejercicio anterior posibilita el uso de términos técnicos en el área de materiales tales como fluencia, elasticidad, plasticidad, fragilidad, etc., en la interpretación de curvas esfuerzo-deformación.

### 1.3 Materiales y equipo.

Para la realización de esta práctica se requiere de lo siguiente:

Material:

Cilindro de concreto simple normalizado NMX-C-083-ONNCCE-2014.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	15/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Diámetro = 15 cm; Longitud,  $L = 30$  cm (0.30 m).

Probeta de acero estandarizada ASTM A36 / A36M – 19, ASTM A283 / A283M – 18, ASTM A689 - 97(2018) y ASTM A615 / A615M - 20.

Diámetro = 1.27 cm; Longitud de calibración,  $L_c = 5.0$  cm.

Equipo:

Máquina Universal INSTRON.

Deformímetro (LVDT) de longitud calibrada  $L_c = 5.0$  cm.

Deformímetros mecánicos.

Dispositivo para montaje de deformímetros mecánicos, con longitud calibrada  $L_c = 15.0$  cm.




	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	16/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Fig. 1.6 Equipo INSTRON con capacidad de 400 000 lb  
(1.78 MN) utilizado para pruebas de materiales.

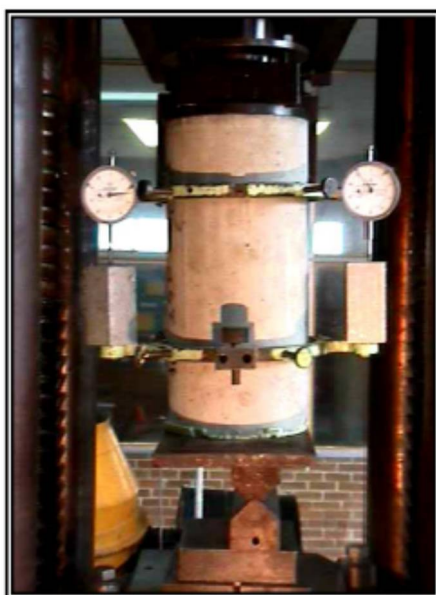


Fig. 1.7 Montaje de un cilindro estándar de concreto  
simple instrumentado para prueba de flexocompresión.

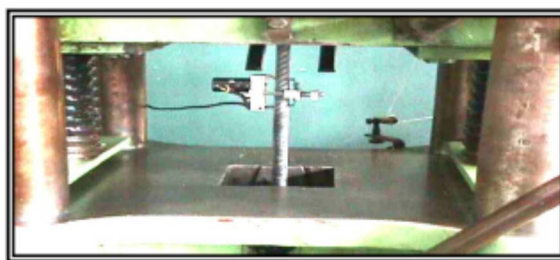
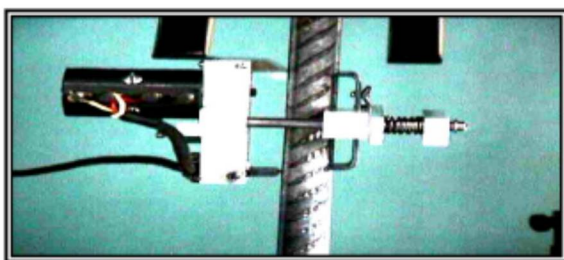



Fig. 1.8 Deformímetro LVDT utilizado para obtener



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	17/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			


deformaciones en el ensaye de acero.

#### 1.4 Desarrollo de la práctica:

En primera instancia se ensayará un cilindro de concreto simple de acuerdo con la norma ASTM C39/C39M - 20. Del ensaye se obtendrá la gráfica de esfuerzo - deformación, misma que los alumnos interpretarán de acuerdo a lo planeado en sus clases de teoría.

Tendrán la posibilidad de identificar el fenómeno de falla frágil y de realizar los cálculos correspondientes, utilizando las ecuaciones de la mecánica de materiales.

La segunda parte de la práctica consiste en realizar una prueba de tensión a una barra de acero, El alumno, a partir de la gráfica carga - desplazamiento, deberá construir e interpretar el comportamiento de la barra a partir de la gráfica de esfuerzo - deformación unitaria, y deberá identificar el tipo de falla.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	18/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## 1.5 Bibliografía:

TITULO: “INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS”

AUTOR: Egor P. Popov

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “MECANICA DE MATERIALES”

AUTOR: Robert W. Fitzgerald

EDITORIAL: Fondo Educativo Interamericano S.A. de C.V.

EDICION: Primera

TITULO: “RESISTENCIA DE MATERIALES”

AUTOR: Ferdinard L. Singer y Andrew Heredia

EDITORIAL: Harla

EDICION: Tercera


TITULO: “ESTRUCTURAS DE ACERO”

AUTOR: Oscar de Buen López de Heredia

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “PRIMERA REUNION NACIONAL DE PROFESORES DE INGENIERIA

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	19/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

ESTRUCTURAL.

AUTOR: “Memorias” (varios)

EDITORIAL: Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural.


EDICION: Abril 30, 1986

TITULO: “ENSAYE E INSPECCION DE LOS MATERIALES DE INGENIERIA


AUTOR: Hamer Earl Trokell, Clement W. Wiskocil

EDITORIAL: Compañía Editorial Continental, S.A.

EDICION: Quinta impresión.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	20/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

# Práctica 2 FLEXIÓN

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	21/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## PRÁCTICA No. 2 FLEXIÓN.


### 2.1 Objetivo:

Que el alumno sea capaz de comprender el fenómeno de la flexión, identificando las fuerzas que lo producen, registrando las deformaciones unitarias en secciones instrumentadas de una viga, calculando los esfuerzos normales y otros parámetros, como el módulo de elasticidad.

### 2.2 Consideraciones teóricas.

Cuando un miembro relativamente esbelto soporta cargas que están aplicadas perpendicularmente a su eje longitudinal, el miembro se denomina viga.

En la Fig. 2.1 se muestra una clasificación de vigas de acuerdo al número de reacciones en sus apoyos y de acuerdo al número de ecuaciones disponibles. La Fig. 2.2 muestra ejemplos de vigas con diferentes tipos de cargas y apoyos, formando vigas estáticamente determinadas o estáticamente indeterminadas.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	22/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

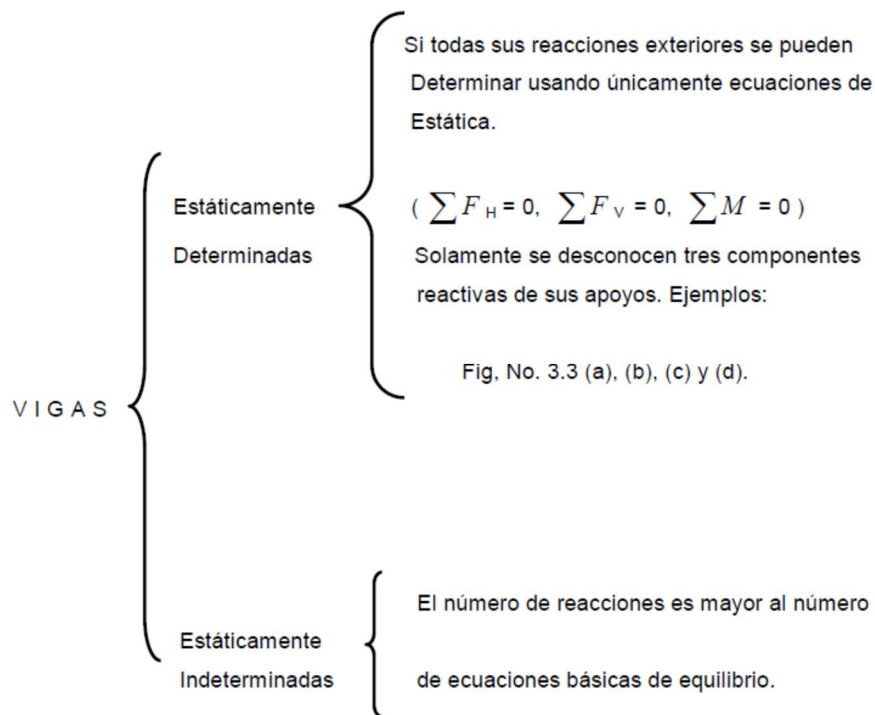



Fig. 2.1 Vigas estáticamente determinadas e indeterminadas.

El objeto principal del estudio de las vigas es la determinación de los esfuerzos y las deformaciones causadas por cargas aplicadas.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	23/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

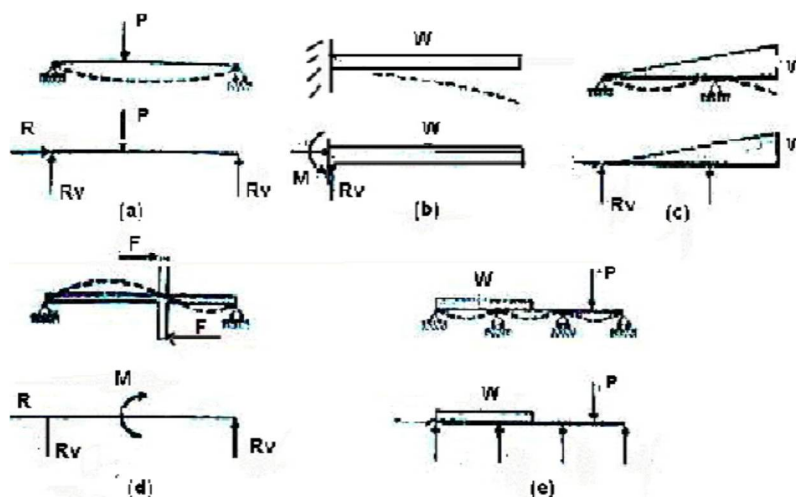



Fig. 2.2 Vigas con diferentes tipos de cargas y apoyos.

## FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE

Una de las leyes fundamentales de la estática dice que si un cuerpo está en equilibrio, cualquier parte del cuerpo también está en equilibrio; esta es la base de la solución de problemas de estática mediante el diagrama de cuerpo libre.

Considérese la viga mostrada en la Fig. 2.3. Se puede cortar esta viga en cualquier sección, tal como la a-a, y trazar un diagrama de cuerpo libre, indicando las fuerzas que actúan sobre ella.

El diagrama de cuerpo libre de la porción izquierda se muestra en la Fig. 2.3 (b). Ya que la fuerza exterior  $R_1$  actúa verticalmente hacia arriba y  $\sum F_v = 0$  debe haber una fuerza vertical que actúa hacia abajo sobre la cara del corte. Esta fuerza vertical  $V$  se llama cortante en la viga. En el caso particular de la Fig. 2.3 (b),  $V=R_1$ , y estas fuerzas forman un par que tiende a hacer girar al cuerpo libre en sentido de las manecillas del reloj.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	24/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Como  $\Sigma M = 0$ , sobre el cuerpo libre y en la sección del corte debe actuar un par de sentido contrario al de las manecillas del reloj, y de la misma magnitud. Este par se llama Momento Flexionante Interno, o simplemente momento en la viga.

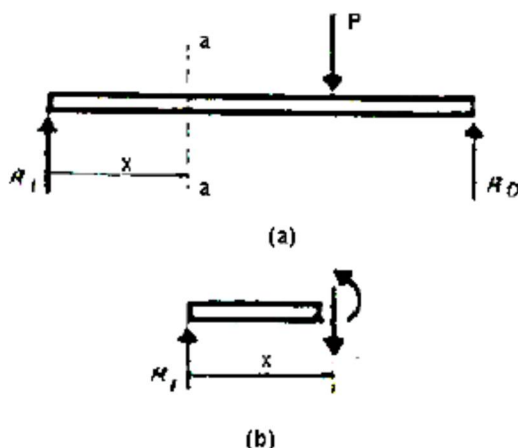



Fig. 2.3 Diagrama de cuerpo libre de viga.

Considérese este momento interno con mayor detalle. La fuerza aplicada  $P$  hace que la viga se flexione, como se indica en la Fig. 2.4 (a). Se supone que la viga está compuesta de un número infinito de pequeñas fibras longitudinales. La flexión de la viga tiende a acortar las fibras superiores y a alargar las fibras inferiores. La deformación de las fibras está asociada a un esfuerzo. El esfuerzo multiplicado por el área sobre la cual actúa, define la fuerza axial correspondiente.

Un par es la resistencia rotacional de dos fuerzas, de igual magnitud, de sentidos contrarios, y actuando a cierta distancia de separación; el momento interno de una viga es la acción colectiva de muchos pares, producido cada uno por las fuerzas de tensión y compresión en las fibras de la viga. La Fig. 2.4 (b) ilustra un par, y la Fig. 2.4 (c) indica las fuerzas resultantes de tensión y de compresión que forman el momento total interno.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	25/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

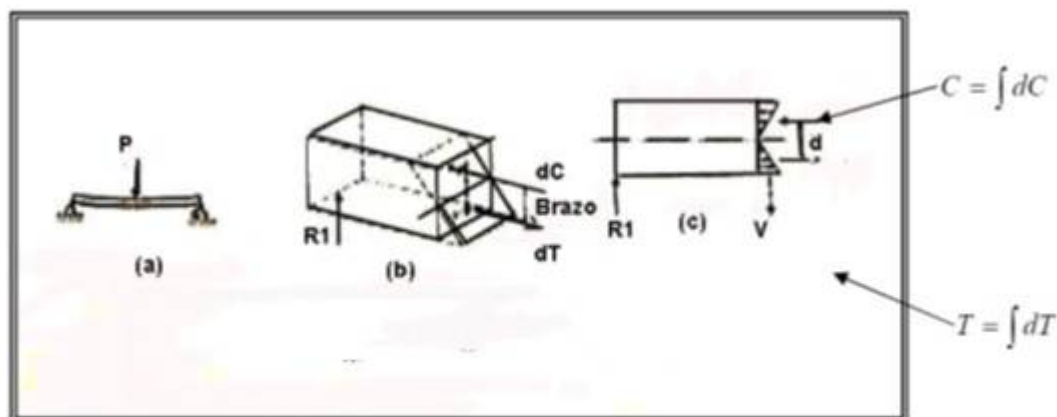



Fig. 2.4 Viga sometida a flexión.

## DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES

Un diagrama de fuerzas cortantes o de momentos flexionantes es una gráfica que muestra la variación de la magnitud de estos elementos mecánicos a largo de la viga. Existen varios métodos mediante los cuales se pueden trazar estas gráficas. Utilizando un enfoque básico de la estática, este procedimiento consiste en cortar la viga en varias secciones, calcular V y M en cada uno de estos lugares, y trazar una gráfica de las magnitudes calculadas contra la longitud de la viga.

Este método es más laborioso y existen otros más simplificados, sin embargo es importante conocerlo, ya que es la base para encontrar las relaciones entre la carga, la fuerza cortante y el momento flexionante.

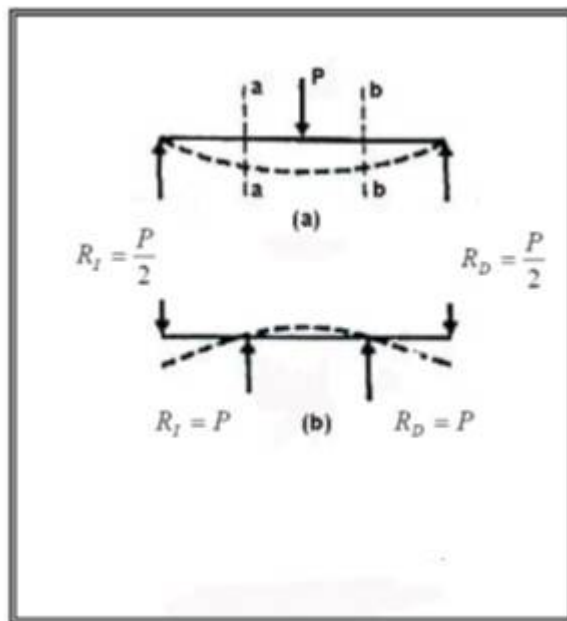
## CONVENCIÓN DE SIGNOS

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	26/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			


La Fig. 2.5 ilustra la convención de signos que se usa comúnmente al trazar los valores positivos y negativos sobre las gráficas de fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

Si se corta una viga en una sección y se permite el movimiento solamente en la dirección vertical, la fuerza cortante es positiva, si la sección de la izquierda tiende a moverse hacia arriba con respecto a la sección de la derecha.

La convención de signos para el momento flexionante estipula que el momento es positivo cuando las fibras superiores están en compresión. Figuras. 2.5 y 2.6.



Figs. 2.5 Flexión positiva (a) y negativa (b) en una viga.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	27/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

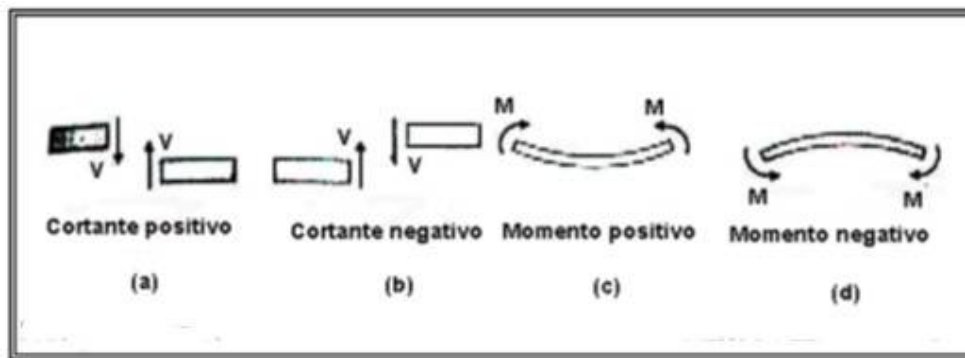


Fig 2.6 Convención de signos para la fuerza cortante y el momento flexionante.

## 2.3 Materiales y equipo.

### Material:

- Viga de concreto sin refuerzo, fabricada de acuerdo a NMX-C-191-ONNCCE-2015.
- Las dimensiones de la viga son: 15.0 x 15.0 x 60.0 cm ( 0,15 x 0,15 x 0,60 m )
- Viga de aluminio instrumentada con strain gauges,
- Las dimensiones de la viga son: ¼ x 1 x 12 ½ in (0,00635 x 0,0254 x 0,3175 m).

### Equipo:

- Máquina Universal de Pruebas (Equipo INSTRON).
- Dispositivo para el montaje de vigas de concreto.
- Flexor (Dispositivo para el montaje de la viga de aluminio instrumentada).
- Arreglo electrónico para obtener deformaciones unitarias (puente de Wheatstone).
- Unidad de switch y balance.
- Deformímetro mecánico de Whittemore.


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	28/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Fig. 2.7 Especímenes de concreto simple dentro del cuarto de curado.

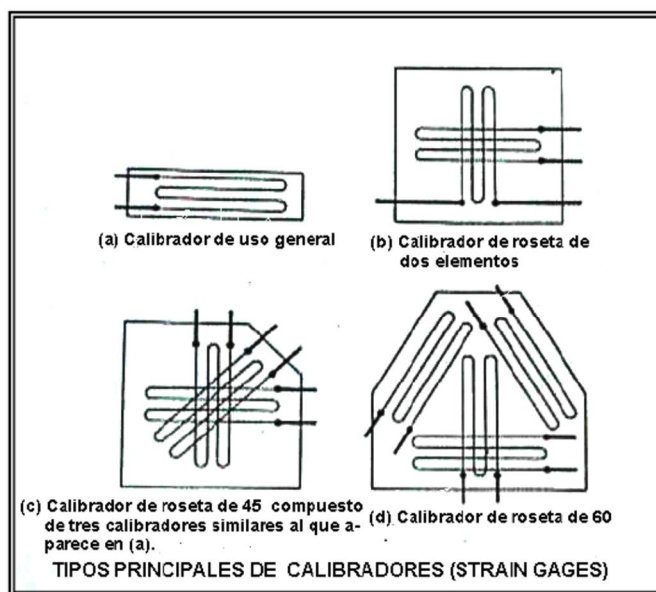



Fig. 2.8 Tipos principales de calibradores con alambre de resistencia eléctrico (strain gage)

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	29/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

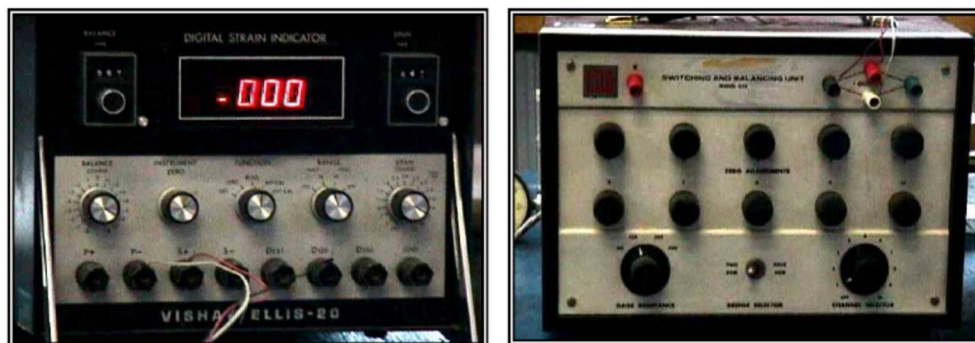


Fig. 2.9 Equipo electrónico para cuantificar la información (Punto de Wheatstone).

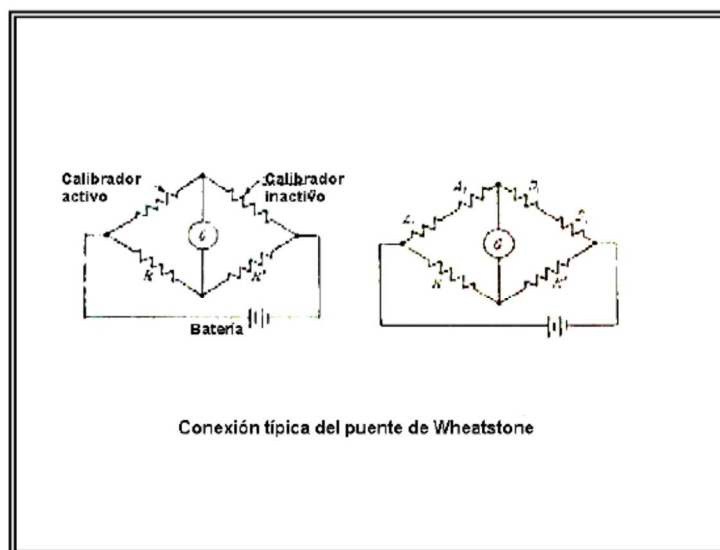



Fig. 2.10 Conexión típica del puente de Wheatstone.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	30/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

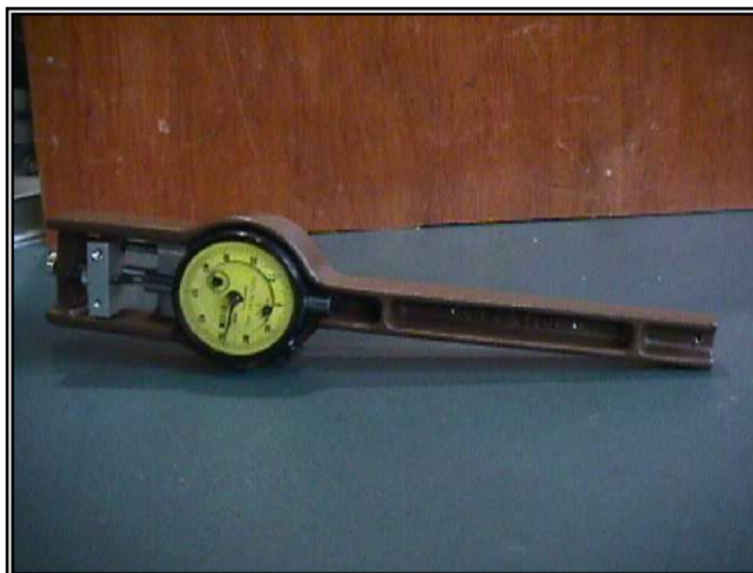



Fig. 2.11 Micrómetro mecánico para medir desplazamientos.

## 2.4 Desarrollo de la práctica:

En el desarrollo de la práctica de flexión, se pretende que el alumno observe la evidencia del concepto de desplazamiento y deformación. Para lograrlo se utilizan dos tipos de dispositivos de medición: uno mecánico y el otro electrónico en los que es posible detectar la calidad de la información que proporciona cada uno de ellos. A partir de esta información será posible establecer la validez de las ecuaciones 1 y 2.

$$\sigma = \frac{M}{I} c \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\sigma = E\varepsilon \quad \dots\dots\dots (2)$$

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	31/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## ENSAYO No. 1


**VIGA DE CONCRETO SIMPLE** – Viga simplemente apoyada, con carga concentrada a los tercios del claro.

En el caso particular del concreto simple, se sabe que éste trabaja eficientemente en compresión; sin embargo, existen casos en que su trabajo lo desarrolla en tensión. Por ejemplo, en el caso de las superficies de rodamiento donde la descarga del peso de las aeronaves se da prácticamente por el neumático que pasa por el eje centroidal de la aeronave, ocasionando mecanismos de flexión; de manera similar se presenta la flexión en las carpetas de autopistas. En el diseño del concreto presforzado es muy útil conocer la capacidad del concreto en las zonas donde trabajará bajo esfuerzos de tensión, para verificar que dichos esfuerzos no van a superar la resistencia del concreto y así evitar la ocurrencia de fisuras.

Por lo anterior, es necesario conocer la capacidad del concreto en tensión. Una prueba que permite conocer este índice de resistencia, es la determinación del módulo de ruptura en una viga de concreto simple, sometida a flexión pura. La experiencia ha demostrado que la capacidad del concreto a la tensión está entre un 10% y un 15% de su capacidad a compresión.

La gráfica que representa el comportamiento esfuerzo-deformación del concreto simple, es la que se muestra en la figura 2.12.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	32/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

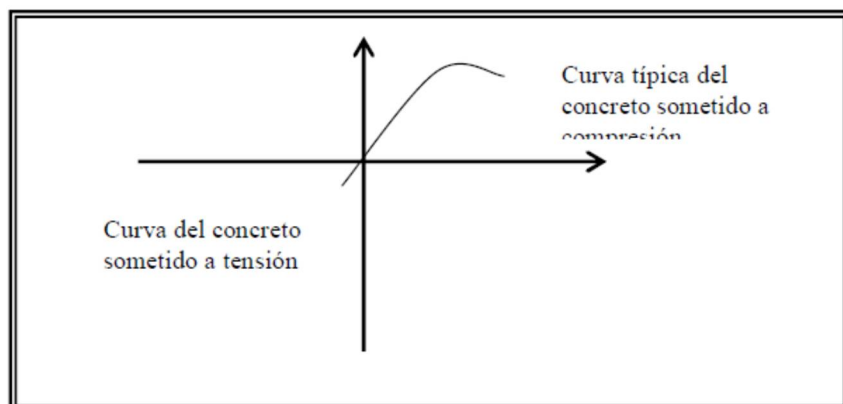


Fig. 2.12 Gráfica esfuerzo – deformación del concreto simple.

Para la prueba del módulo de ruptura las condiciones de apoyo y de carga son las siguientes:

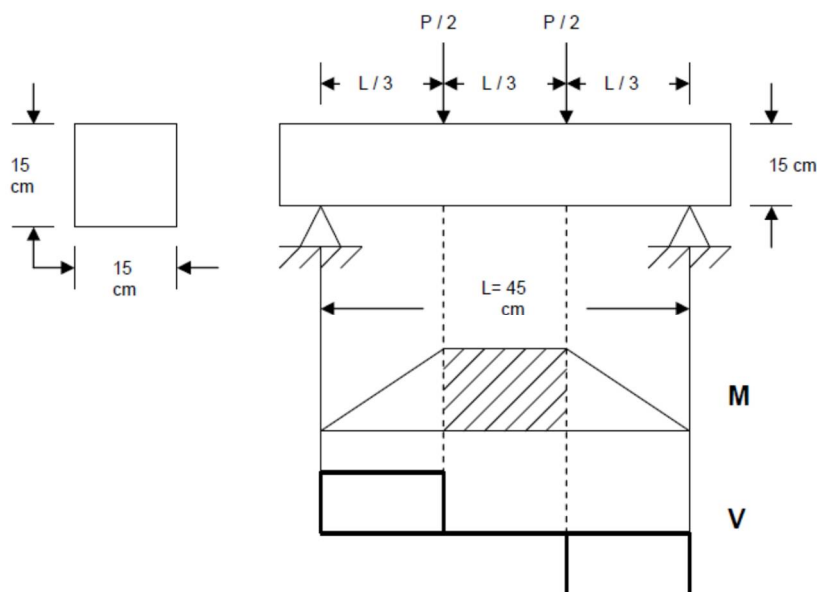



Fig. 2.13 Obtención del módulo de ruptura.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	33/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

De lo anterior y retomando la ecuación 1 tenemos que:

$$M_R = \frac{M}{I} y \quad ; \quad M_R = \frac{\frac{P L}{2}}{\frac{(15)^4}{12}} \left( \frac{15}{2} \right)$$

$$\therefore M_R = P(2.96) \times 10^{-4}$$


En donde  $M_R$  (módulo de ruptura) está en función de la carga  $P$  que soporta el material.

## ENSAYO No. 2

### VIGA DE ALUMINIO EN VOLADIZO (CANTILEVER )

Este ensayo se basa en el Boletín E – 105 “FLEXIÓN DE VIGAS EN VOLADIZO” – Serie de Experimentos en Mecánica, de la División de Educación de Measurements Group.


La viga en voladizo es un elemento estructural ampliamente usado. Entre los ejemplos se tiene: ala de aviones, apoyos para techos colgantes, dientes de engrane, resortes de hoja de puerta, y los ejes de las ruedas de la parte delantera de los automóviles

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	34/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

En esta práctica se estudiará la viga en cantilever en su forma más simple y pura – que es una viga de lados paralelos o sección transversal constante, rígidamente sujeta en su extremo fijo y curvada por una carga puntual única en la línea central de la viga cerca del extremo libre.

En la Figura 2.14 se muestra el diagrama esquemático de la viga en voladizo, junto con los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante asociados.

El equilibrio estático requiere que la fuerza cortante vertical en cualquier sección,  $x$ , de la viga sea igual a la carga  $P$ . Así, el diagrama de cortante es de altura constante, desde el punto de aplicación de la carga al extremo fijo de la viga: El momento flexionante en cualquier sección,  $x$ , es el producto de la fuerza cortante por el brazo de momento  $M = P \bullet x$

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	35/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

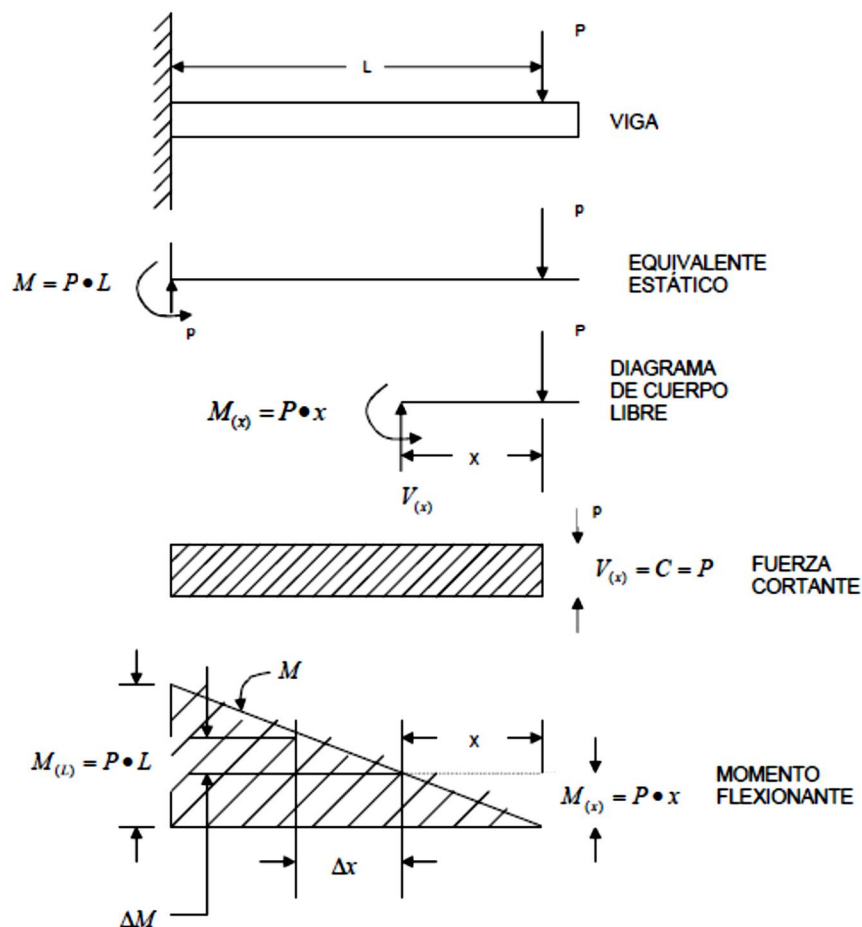



Fig. 2.14 Viga en cantilever y diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.

El momento flexionante varía linealmente desde cero en el punto de aplicación de la carga a  $P \cdot L$  en el extremo fijo.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	36/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Las formas de los diagramas son consistentes con el hecho de que la fuerza cortante en cada sección es igual a la derivada del momento flexionante (la pendiente del diagrama de momento): Esto es;

$$V = \frac{dM}{dx} \dots\dots\dots (3)$$

Dónde:  $V$  = fuerza cortante.

$M$  = Momento flexionante.

$x$  = Distancia de la sección desde el punto  
de aplicación de la carga.

El esfuerzo de la superficie en cualquier sección X, a lo largo del eje de la viga puede ser calculado de:


$$\sigma_{(x)} = \frac{M_{(x)}}{I} \bullet c = \frac{M_{(x)}}{z}$$

$$z = \frac{I}{c} = \frac{\frac{bt^3}{12}}{\frac{t}{2}} = \frac{2bt^3}{12t} = \frac{bt^2}{6}$$

$$\sigma_{(x)} = \frac{6Px}{bt^2} \dots\dots\dots (4)$$

Dónde:  $\sigma_{(x)}$  = Esfuerzo normal en la superficie de la viga en la sección x.

$c$  = Distancia desde el eje neutro a la fibra

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>		Código:	MADO-44
			Versión:	01
			Página	37/80
			Sección ISO	8.3
			Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada				

extrema de la superficie de la viga.

$I =$  Momento de inercia de la sección transversal de la viga.

$P =$  Carga

$b =$  Ancho de la viga

$t =$  Espesor de la viga

$z =$  Módulo de sección de la viga

Para el estado de esfuerzo uniaxial, la ley de Hooke puede ser expresada como:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \dots\dots\dots (5)$$


Dónde:  $\varepsilon =$  deformación normal unitaria

$E =$  Módulo de elasticidad

y la deformación longitudinal en cualquier sección X, es por lo tanto

$$\varepsilon = \frac{6Px}{Ebt^2} = \frac{6M_{(x)}}{Ebt^2} = \frac{M_{(x)}}{Ez} \dots\dots\dots (6)$$

La ecuación (6) formula que la deformación axial varía linealmente a lo largo de la viga, desde cero en el punto de carga hasta un máximo teórico de  $\frac{6PL}{Ebt^2}$  en el extremo fijo.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	38/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

El propósito de este experimento es para determinar la fuerza cortante y la carga desde las mediciones de la deformación, o para determinar la deformación unitaria en secciones instrumentadas de la viga para las cargas aplicadas.

Verificar la linealidad de la deformación a lo largo del eje de la viga, y

Confirmar la relación entre fuerza cortante y momento, comparando dos diferentes determinaciones de esfuerzo.

## PROCEDIMIENTO:

El experimento se lleva a cabo usando una viga con tres strain gauges instalados a intervalos uniformes a lo largo del eje de la viga, como se muestra en el diagrama de instalación de los dispositivos strain gauges, Fig. 2.15.

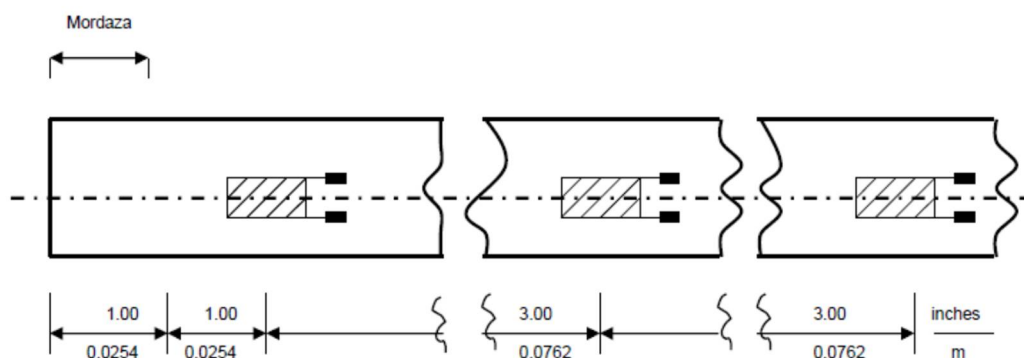



Fig 2.15 Barra de aluminio instrumentada con strain gauges.

Ya que la distribución de deformación a lo largo de la viga se supone que es lineal, la ecuación ( 3 ) puede escribirse como:

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	39/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x} \dots\dots\dots (7)$$

Dónde  $\Delta M$  es el cambio en el momento flexionante sobre un incremento de longitud, definido por el correspondiente cambio en distancia  $\Delta x$ .

Resolviendo la ecuación ( 6 ) y sustituyendo en la ecuación ( 7 )


$$V = \frac{Ebt^2}{6} \frac{\Delta \epsilon}{\Delta x} \dots\dots\dots (8)$$

De la ecuación ( 8 ), la fuerza cortante puede obtenerse de la diferencia en las indicaciones de la deformación de cualquier par de gauges, dividida por la distancia entre los gauges

$$V_{1-2} = \frac{Ebt^2}{6} \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{(x_1 - x_2)} \dots\dots\dots (9)$$

$$V_{2-3} = \frac{Ebt^2}{6} \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_3)}{(x_2 - x_3)} \dots\dots\dots (10)$$

Cualquiera de las dos ecuaciones, la 9 ó la 10 da la fuerza cortante y de esta manera la carga aplicada a la viga.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>		Código:	MADO-44
			Versión:	01
			Página	40/80
			Sección ISO	8.3
			Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada				

La linealidad de la distribución de deformación puede verificarse trazando las tres indicaciones de deformación individual en una hoja de gráfica.

Después de dibujar la mejor línea recta por medio de los datos, la pendiente de la línea  $\Delta\varepsilon / \Delta x$ , puede usarse para confirmar la carga previamente calculada.

Con la carga conocida, desde cualquiera de las mediciones anteriores, el esfuerzo en la Estación 1 puede ser calculado con la fórmula:

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{I} c = \frac{6Px_1}{bt^2} \dots\dots\dots (11)$$


donde:  $P$  = Carga determinada de la pendiente de la distribución.

Sin embargo, el esfuerzo en la Estación 1 puede también calcularse directamente de la deformación medida en ese punto con la ley de Hooke para esfuerzo uniaxial. De esta manera

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 \dots\dots\dots (12)$$

Los esfuerzos calculados con las ecuaciones 11 y 12 pueden compararse como verificación de las relaciones fundamentales de la viga usada en este experimento.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	41/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## 2.5 Bibliografía:

TITULO: “INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS”

AUTOR: Egor P. Popov

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “MECANICA DE MATERIALES”

AUTOR: Robert W. Fitzgerald

EDITORIAL: Fondo Educativo Interamericano S.A. de C.V.

EDICION: Primera

TITULO: “ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO”

AUTOR: R. Park y T. Paulay

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “RESISTENCIA DE MATERIALES”


AUTOR: Ferdinard L. Singer y Andrew Heredia

EDITORIAL: Harla

EDICION: Tercera

TITULO: “CONCRETO REFORZADO”

AUTOR: Edward G. Nawy

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	42/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

EDITORIAL: Prentice-Hall Hispano Americana


EDICION: Primera

TITULO: “ENSAYE E INSPECCION DE LOS MATERIALES DE INGENIERIA


AUTOR: Hamer Earl Trokell, Clement W. Wiskocil

EDITORIAL: Compañía Editorial Continental, S.A.

EDICION: Quinta impresión.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	43/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

# Práctica 3 PANDEO

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	44/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## PRÁCTICA No. 3 PANDEO.

### 5.1 Objetivo:

El alumno(a) comprenderá el fenómeno de pandeo general en barras sometidas a compresión, calculará y comprobará la carga crítica de pandeo de una barra aislada y la carga máxima que se puede aplicar a un sistema antes del pandeo de una de sus piezas.


Identificará el fenómeno de pandeo lateral, calculará y comprobará la carga que lo genera en una barra de armadura.

### 5.2 Consideraciones teóricas.

#### Pandeo.

Como un ejemplo intuitivo sencillo de este problema consideremos una barra de diámetro  $D$  sometida a una fuerza axial de compresión. Si tal barra, actuando como columna, fuera de longitud  $D$ , no surgiría ninguna cuestión acerca de la inestabilidad y este miembro corto podría soportar una fuerza considerable. Por otra parte, si la misma barra tuviera una longitud de varios diámetros, al ser sometida a una fuerza axial aún menor que la que puede soportar la pieza corta, podría llegar a ser lateralmente inestable, presentándose en ella pandeo lateral y podría fallar. Una regla delgada ordinaria si se somete a compresión axial, fallará de esta manera. La consideración de la sola resistencia del material no es suficiente para predecir el comportamiento de tal miembro.

En esta práctica se trata el problema de la columna, utilizándolo como ejemplo, sin embargo, se ponen de relieve las características esenciales del fenómeno de pandeo y algunos procedimientos básicos para su análisis. Este se llevará a cabo investigando primero el comportamiento de barras delgadas cargadas axialmente y sometidas simultáneamente a flexión. Tales miembros se llaman vigas-columnas. Los problemas de vigas-columnas, además de tener un significado propio, permiten determinar las magnitudes de cargas axiales críticas a las que ocurre el pandeo.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>		Código:	MADO-44
			Versión:	01
			Página	45/80
			Sección ISO	8.3
			Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada				

A continuación se tratará el pandeo de columnas ideales cargadas concéntricamente. Esto conduce al examen de los valores característicos (o eigenvalores) de las ecuaciones diferenciales apropiadas (las eigen funciones) correspondientes a formas de pandeo de tales columnas.

**Naturaleza del problema de la viga-columna:** el comportamiento de vigas columnas reales se puede entender mejor considerando primero un ejemplo idealizado, que se muestra en la Fig. 3.1. (a). Aquí para simplificar, una barra perfectamente rígida de longitud  $L$  se mantiene inicialmente en posición vertical por medio de un resorte en A que tiene una rigidez a la torsión  $K$ . Luego una fuerza vertical  $P$  y una horizontal  $F$  se aplican en la parte superior de la barra. A diferencia del procedimiento seguido en todos los problemas anteriores, se deben escribir ahora las ecuaciones de equilibrio para la condición deformada. Teniendo presente que  $K\theta$  es el momento resistente que desarrolla el resorte en A, se obtiene:


$$\Sigma M_A = 0, \quad \curvearrowright \quad +, \quad PL \sin \theta + FL \cos \theta - K\theta = 0$$

O sea

$$P = \frac{K\theta - FL \cos \theta}{L \sin \theta} \quad (3.1)$$

El aspecto cualitativo de este resultado se muestra en la Fig. 3.1 (b) y la curva correspondiente se ha marcado como la solución exacta. Es interesante observar que cuando  $\theta = \pi$ , siempre que el resorte continúe funcionando, el sistema puede soportar una fuerza muy grande  $P$ . Para una fuerza aplicada verticalmente hacia arriba, indicada con sentido contrario en la figura, el ángulo  $\theta$  disminuirá cuando  $P$  aumente.

La solución expresada por la ecuación 3.1 es para deformaciones arbitrariamente grandes. En problemas complejos es muy difícil alcanzar soluciones de tal generalidad. Además, en la mayoría de las aplicaciones no se pueden tolerar deformaciones de gran magnitud. Por consiguiente, de ordinario es posible limitar la investigación del comportamiento de sistemas al caso de deformaciones pequeñas a moderadamente grandes. En este problema lo anterior se puede realizar haciendo ( $\sin \theta \approx \theta$  y  $\cos \theta \approx 1$ ). En esta forma la ecuación 3.1 se simplifica en:

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	46/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$P = \frac{K\theta - FL}{L\theta} \quad \text{o} \quad \theta = \frac{FL}{K - PL} \quad (3.2)$$

Para valores pequeños de  $\theta$ , esta solución es completamente aceptable; en cambio, a medida que  $\theta$  aumenta, la discrepancia entre esta solución linealizada y la solución exacta llega a ser muy grande.

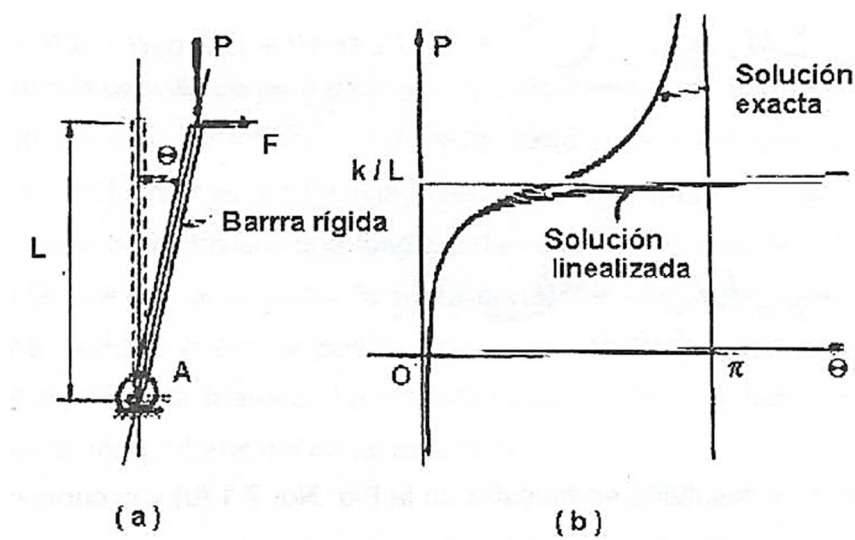



Fig. 3.1 Barra rígida con apoyo de resorte con rigidez al giro, sujeta a cargas lateral y vertical.

Para cierta combinación crítica de los parámetros  $K$ ,  $P$  y  $L$ , el denominador  $(K - PL)$  en el último término de la ecuación 3.2 sería cero y presumiblemente daría lugar a una rotación  $\theta$  infinita. Esto es completamente irreal y resulta de una formalización matemática impropia del problema. No obstante, tal solución proporciona una buena guía acerca del valor de la magnitud de la fuerza axial  $P$  a la que las deflexiones llegan a ser intolerablemente grandes. La asíntota correspondiente a esta solución, obtenida por la igualdad  $(K - PL) = 0$ , define la fuerza crítica por  $P_{cr}$  como:

$$P_{cr} = \frac{K}{L}$$

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	47/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Es significativo observar que en sistemas reales las grandes deformaciones asociadas a fuerzas del mismo orden de magnitud que  $P_{cr}$ , por lo general causan esfuerzos tan intensos que hacen inservible el sistema. Por otra parte, el análisis no lineal de sistemas estructurales, debido al cambio de configuración geométrica y al comportamiento inelástico de los materiales, es demasiado complejo. Por consiguiente, en el análisis de pandeo de miembros a compresión, desempeña el papel más importante la determinación de la  $P_{cr}$  con una base simplificada, siguiendo las líneas del método anteriormente mencionado.

## PANDEO ELASTICO DE COLUMNAS CON DIFERENTES RESTRICCIONES EN SUS EXTREMOS.

Las soluciones de tales problemas son muy sensibles a las restricciones del extremo. Por ejemplo, la carga crítica de pandeo para una columna empotrada como la Fig. 3.2 (b) con una carga vertical en su extremo libre superior es.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(4L^2)} \quad ; \quad K = 2 \quad K = \text{Factor de longitud efectiva}$$

$KL =$  Longitud efectiva de pandeo

$$Le = 2L$$

NOTA: La  $K$  no es la misma de rigidez


En este caso extremo la carga crítica es sólo  $\frac{1}{4}$  de la correspondiente al caso fundamental

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Para una columna empotrada por un extremo y articulada en el otro, Fig. 3.2 (c).

$$P_{cr} = \frac{2.05\pi^2 EI}{L^2}$$

En tanto que para una columna empotrada en ambos extremos, Fig. 3.2 (d)

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	48/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

Las dos últimas ecuaciones indican que mediante las restricciones de los extremos las cargas de pandeo críticas van aumentando notablemente por encima de la del caso fundamental. Fig. 3.2.

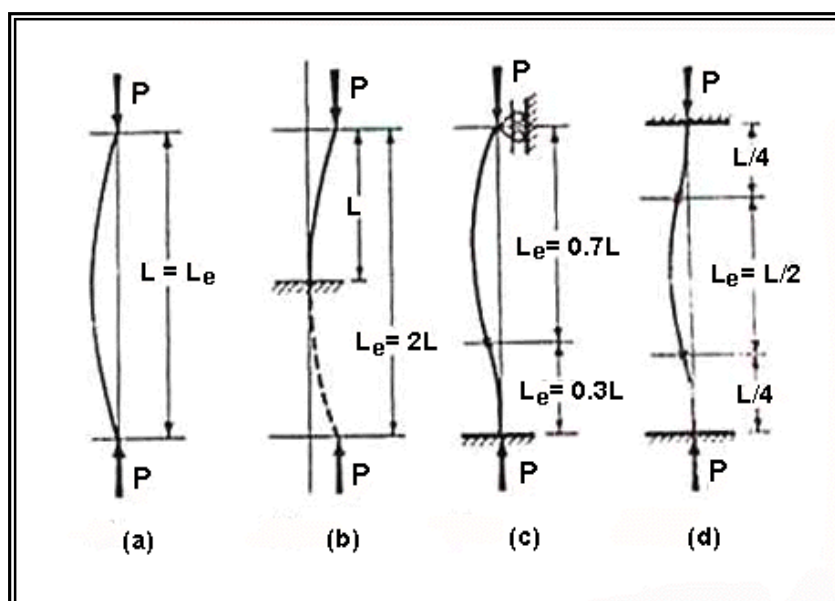


Fig. 3.2


Fig. 3.2 Longitudes efectivas en barras rectas con diferentes tipos de apoyos en sus extremos.

### Pandeo lateral.

Considérese una armadura sometida a flexión pura bajo la acción de pares iguales en magnitud y sentidos contrarios, aplicados en sus extremos (cada uno de los pares puede sustituirse por dos fuerzas  $P$ , que obran a lo largo de las cuerdas superior e inferior), apoyada de manera que sus secciones extremas puedan girar libremente alrededor de sus ejes centroidales y principales  $x$  y  $y$ , pero están impedidas de hacerlo alrededor del eje longitudinal  $Z$ .

Una de las cuerdas, la superior en el caso de la Fig. 3.3, que trabaja a compresión se encuentra en condiciones parecidas a las de una columna cargada axialmente; al mismo tiempo, la otra cuerda está en tensión.




	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	49/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Si los momentos, y por consiguiente las cargas  $P$ , crecen, llega un instante en que el equilibrio de la cuerda comprimida se vuelve inestable, y se pandea lateralmente; la otra cuerda, sometida a tensión, trata de conservarse recta, lo que retrasa, pero no impide, el pandeo de la primera; su influencia es directamente proporcional a la rigidez de los elementos del alma de la armadura, que ligan las dos cuerdas entre si, luego aumenta con la escuadría de esa pieza y disminuye si crece el peralte de la armadura. (Un fenómeno análogo se presenta en todos los casos de piezas en flexión, complicando, cuando se trata de elementos de alma llena, por la mayor liga que hay entre los dos patines, que hace que aumente la influencia de cada uno de ellos sobre el comportamiento del otro).

La cuerda comprimida de una armadura, o el patín que trabaja en compresión en una viga laminada o en una trabe hecha con placas, tratan de pandearse, lo mismo que cualquier elemento comprimido, alrededor del eje de menor momento de inercia, que en el caso en estudio suele ser el horizontal, pero esta forma de pandeo está impedida por las diagonales y montantes de la armadura o por el alma de la viga, por lo que eventualmente se presenta el pandeo alrededor del eje vertical, cuando la fuerza de compresión alcanza el valor crítico correspondiente.

Cualquier viga apoyada en los extremos y cargada en el plano del alma puede pandearse lateralmente, excepto cuando ese fenómeno esté impedido por elementos exteriores. Si el momento de inercia de sus secciones transversales respecto al eje centroidal normal al plano del alma es considerablemente mayor que el que corresponde al otro eje centroidal y principal, el pandeo lateral y el colapso pueden presentarse mucho antes de que los esfuerzos normales debidos a la flexión alcancen el límite de fluencia.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	50/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

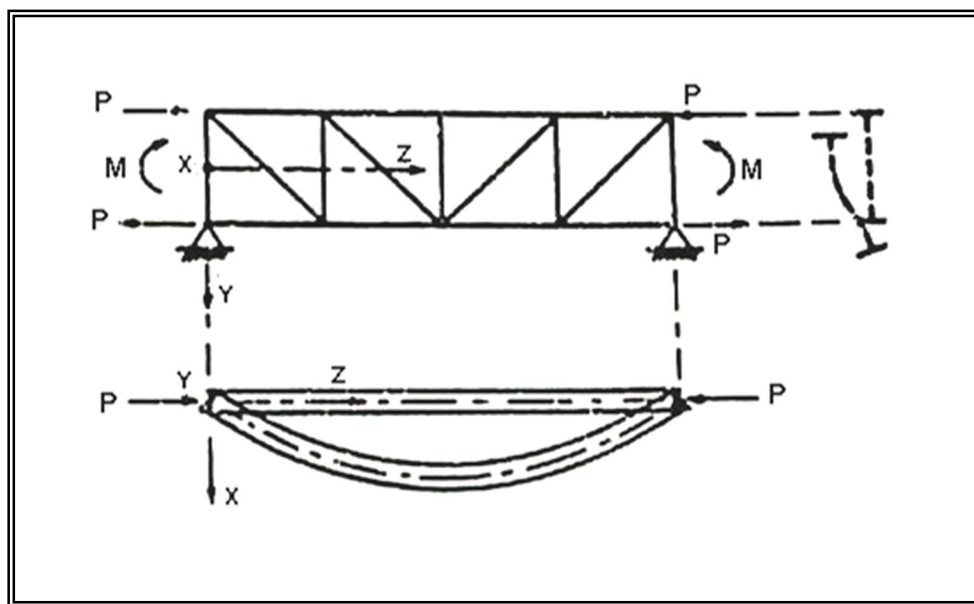



Fig. 3.3  
Fig. 3.3 Sistema de armadura para estudiar el pandeo lateral.

Mientras las cargas que actúan en el plano del alma permanecen por debajo de una cierta intensidad, la viga se deforma únicamente en ese plano y su equilibrio es estable, de manera que si se obliga a adoptar una configuración ligeramente flexionada lateralmente, por medio de la aplicación de un agente externo, recupera la configuración plana al desaparecer éste. Sin embargo al aumentar la intensidad de las sollicitaciones llega un momento en que se hace posible una forma de equilibrio deformada lateralmente y retorcida, además de la plana; la carga menor para la que puede presentarse esta segunda forma de equilibrio es la crítica de pandeo de la viga.

Con objeto de obtener secciones económicas, la mayor parte de los elementos de acero utilizados para trabajar a flexión se fabrican con momentos de inercia grandes respecto a uno de sus ejes principales, alrededor del que se presenta la flexión, y pequeños respecto al otro, de manera que por sí solos ofrecen poca resistencia al pandeo lateral.

**Vigas de sección transversal rectangular, maciza o hueca.**

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	51/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

El momento crítico de pandeo elástico de vigas de sección transversal rectangular se obtiene empleando la siguiente fórmula:

$$M_{cr} = \frac{n\pi}{L} \sqrt{EI_y GK_T} \quad (1)$$

Donde:

$M_{cr}$  = Momento crítico de pandeo

$EI_y$  = Producto de la rigidez a la flexión

$GK_T$  = Producto de la rigidez a la torsión

$n\pi$  = Coeficiente de pandeo que depende de las condiciones de carga y apoyo


$L$  = Longitud de la viga

Esta ecuación es la misma que se utiliza para vigas tipo I, en la que se han hecho  $Eca = 0$ .

La tabla 1 contiene los coeficientes  $n\pi$  para diversas condiciones de carga y apoyo; puesto que el valor mínimo de esos coeficientes es  $\pi$ , se obtienen resultados conservadores si se aplica la ecuación 1 con  $n = 1$ , en todos los casos la constante  $K_T$  de secciones rectangulares macizas puede calcularse, con precisión suficiente para fines prácticos, con la ecuación:

$$K_T = \frac{dt^3}{3} - 0.21t^4$$

En la que  $d$  es el lado largo del rectángulo y  $t$  el lado corto.







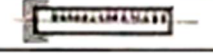

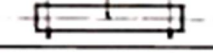

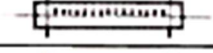

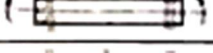



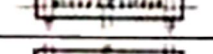

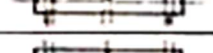

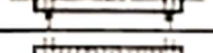

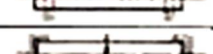

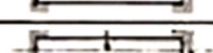

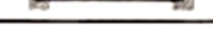
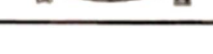
	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	52/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			


La expresión anterior conduce a errores máximos (del orden del 12%, del lado de la seguridad) cuando se aplica a secciones cuadradas, en las que no es necesario investigar la posibilidad de pandeo lateral; para un rectángulo con relación  $d/t = 1.5$  el error es de sólo 1.5 %, y tiende rápidamente a cero cuando la relación  $d/t$  aumenta. En secciones muy angostas puede tomarse  $K_T = dt^3/3$ .

Tabla 3.1 Efecto de la carga y la condiciones de apoyo en la estabilidad lateral de vigas de sección transversal rectangular angosta.

$$M_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E I_y G J}$$

$l$  = claro total, en todos los casos

Caso	Vista lateral	Vista por el patin superior	m
1			3.14
2			6.28
3			4.01
4			6.43
5			4.23
6			3.54
7			9.22
8			11.12
9			8.24
10			13.1
11			6.5
12			5.4
13			5.29
14			5.88

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	53/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

La ecuación 3.1 puede utilizarse también para determinar el momento crítico de pandeo lateral elástico de trabes en cajón formadas por cuatro placas, cuyas secciones transversales son rectángulos huecos. Cuando el espesor de las paredes es pequeño comparado con las dimensiones de la sección, lo que sucede casi siempre en estructuras de acero, la constante de torsión  $K_T$  se calcula con la fórmula siguiente, que proporciona precisión suficiente para fines prácticos:

$$K_T = \frac{4A_1^2}{\int_s \frac{ds}{t}} = \frac{2b^2d^2}{\frac{b}{t} + \frac{d}{c}}$$

A es el área total encerrada entre los ejes de las placas que forman la sección y las demás cantidades se definen en la Fig. 3.4.

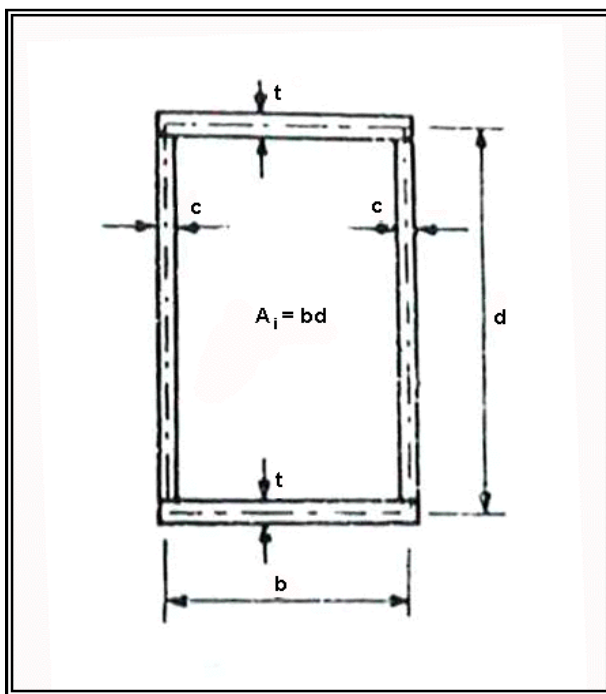



Fig. 3.4 Sección transversal tipo cajón, formada por placas.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	54/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			


El esfuerzo crítico de pandeo se obtiene, lo mismo que para secciones transversales de cualquier forma, dividiendo el momento crítico entre  $S_x$ ; si además se toma  $n = 1$  en la ecuación 1 se llega a:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi}{S_x L} \sqrt{EI_y G K_T}$$

En la Fig. 3.5 se presenta una viga  $I$ , laminada o formada por tres placas soldadas, de eje recto, flexionada en el plano de mayor resistencia por la acción de dos pares iguales y de sentidos contrarios aplicados en sus extremos.

Al iniciarse el pandeo lateral, una sección transversal cualquiera situada a una distancia  $x$  del extremo se desplaza lateralmente y gira, como se indica en las Figs. 3.5 b, c y d. Antes de que iniciar el pandeo, la sección transversal considerada ya se ha desplazado, conservándose dentro del plano de la flexión; los desplazamientos  $v$ , Fig. 3.5 c, inician en cuanto se empiezan a aplicar los pares, pero los desplazamientos laterales  $u$  y las rotaciones  $\phi$  no se presentan hasta que los momentos alcanzan ciertos valores críticos; el vector  $M_z$ , que representa el momento flexionante en la sección considerada, estaba alojado sobre el eje  $x$  de la misma antes de la deformación lateral y permanece paralelo a su dirección original, de manera que al cambiar la orientación de los ejes principales de la sección deja de coincidir con uno de ellos, lo que ocasiona la aparición de momentos alrededor de los tres nuevos ejes de referencia,  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$ .

Por consiguiente, cuando el par flexionante alrededor del eje de momento de inercia máximo alcanza un valor crítico y la viga se deforma lateralmente, el equilibrio exige que haya también flexión alrededor del eje de momento de inercia mínimo y torsión, es decir, el pandeo está asociado siempre con flexión lateral y torsión.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	55/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

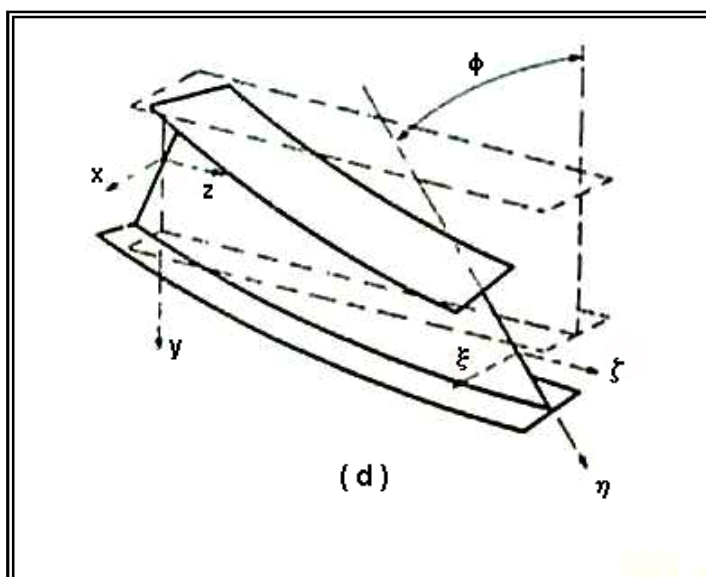
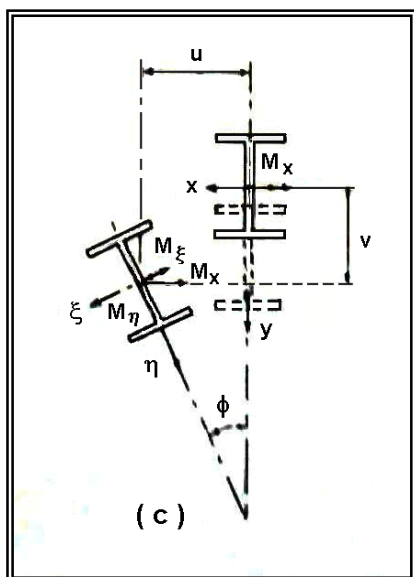
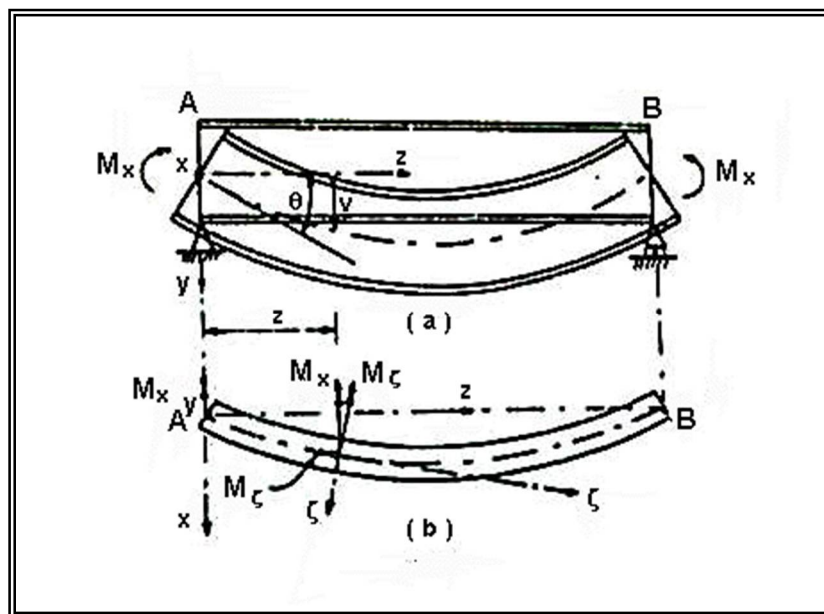

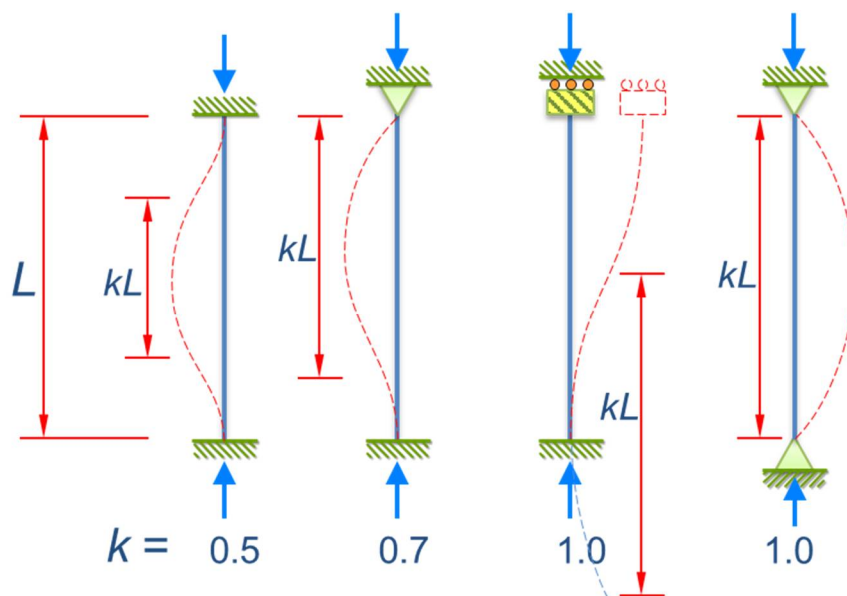


Fig. 3.5 Fenómeno de pandeo lateral en viga tipo I.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	56/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			


### Factor de longitud efectiva de pandeo, $k$

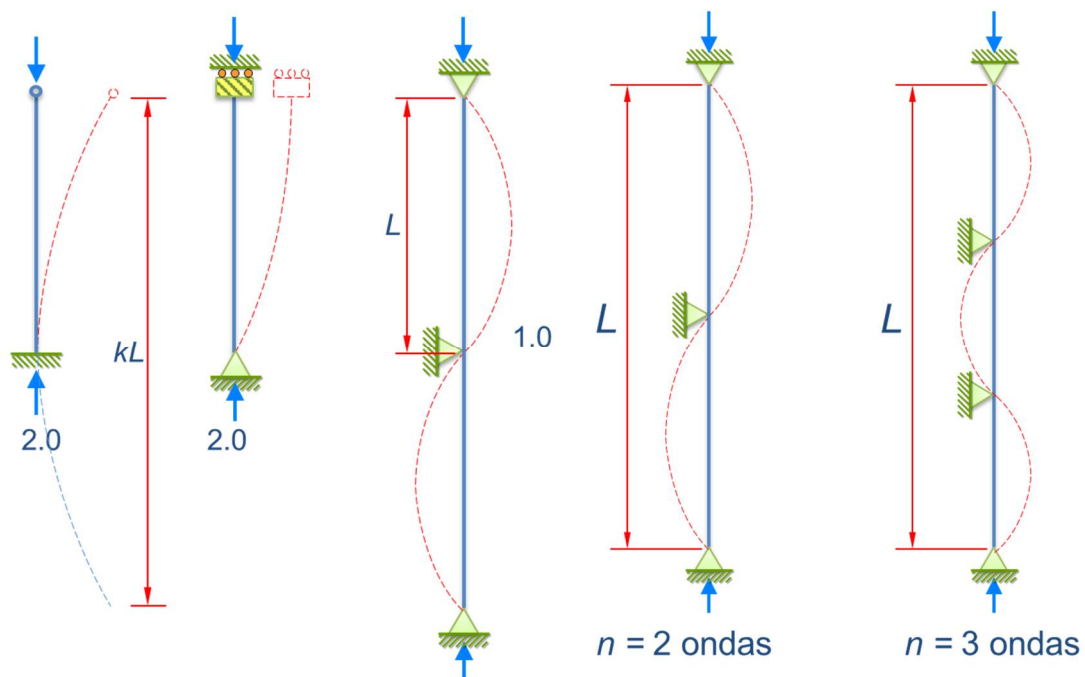


3.6. Valores de  $k$  para columnas aisladas con diferentes condiciones teóricas de apoyo


$$\frac{1}{(\frac{1}{2}L)^2} = \frac{4}{L^2}$$

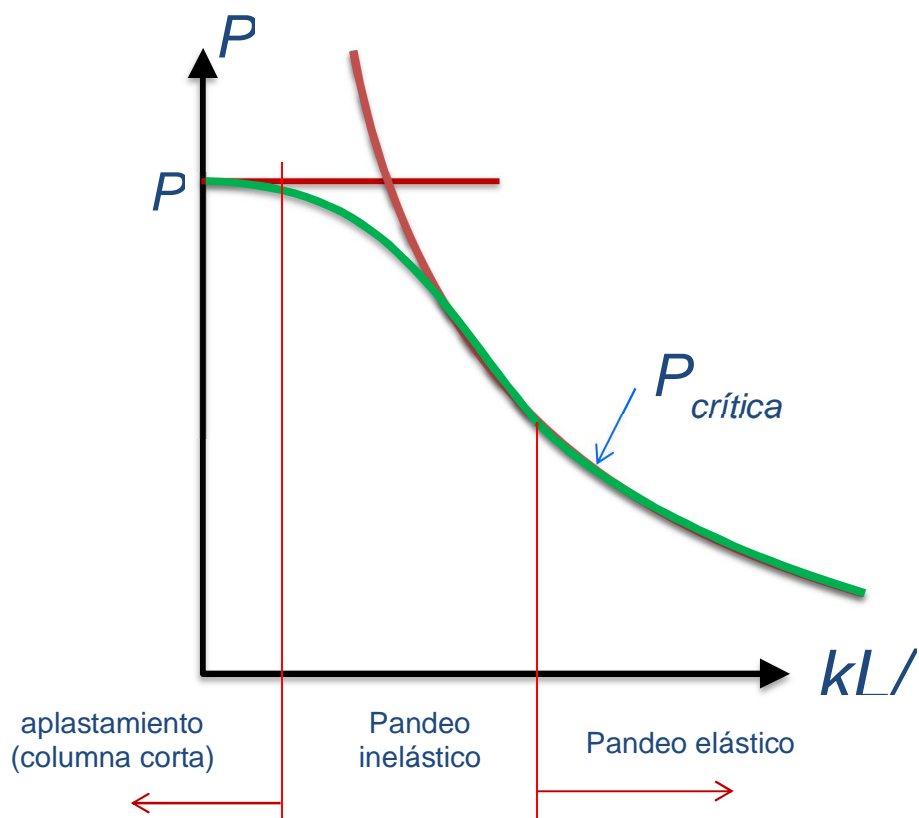


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	57/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			




3.7. Otros valores de  $k$  para columnas aisladas con diferentes condiciones  
teóricas de apoyo y de soporte lateral.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	58/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



3.8. Diagrama Carga vs. Relación de esbeltez.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	59/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

### 5.3 Materiales y equipo.

- Modelo cualitativo para pandeo con y sin soporte lateral
- Báscula electrónica y barra de lexán.
- Modelo de seguetas y dinamómetros.
- Armadura metálica formada con barras de 3/8".
- Pesas de 1, 2 y 4 kg.

### 5.4 Desarrollo de la práctica:

Se presenta una breve introducción de la fórmula de Euler para pandeo general y sus respectivos parámetros.


$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$$

usando el radio de giro:

$$r = \sqrt{I/A}, \quad I = Ar^2$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA/r^2}{(kL)^2} = \frac{\pi^2 EA}{(kL/r)^2} < P_y$$

Se mostrará y explicará el modelo cualitativo para pandeo con y sin soporte lateral.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	60/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

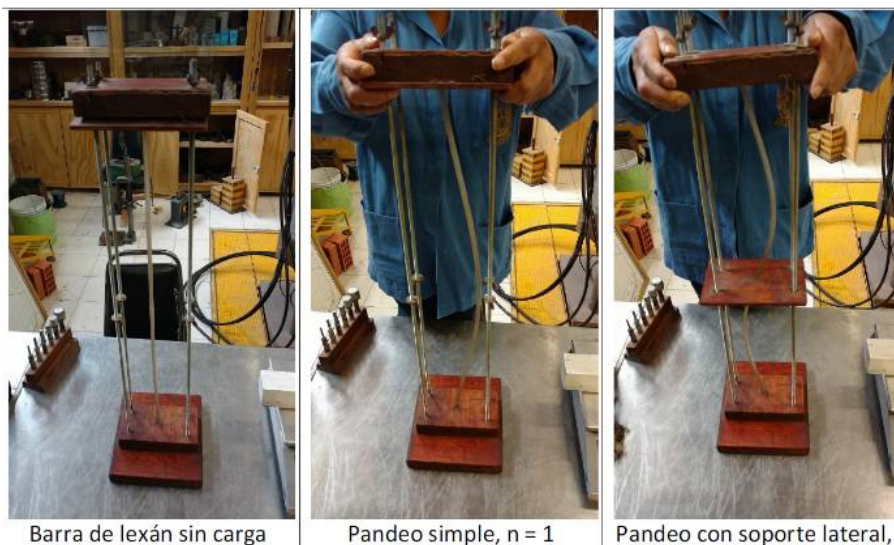


Fig. 3.9 Modelo cualitativo para pandeo con y sin soporte lateral.

Se mostrará el modelo cualitativo con seguetas y dinamómetros, que representan columnas con diferentes tipos de apoyos en los extremos, empotrado-empotrado, empotrado-articulado, articulado-articulado y una viga con pandeo lateral, ver Fig. 3.10.


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	61/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Fig. 3.10 Modelo de seguetas con distintas condiciones de apoyo en los extremos.

Se realizará un sencillo ejemplo con una barra de lexán sobre la báscula electrónica para mostrar, de una forma razonablemente aproximada, que la carga de pandeo se incrementa 4 veces cuando se tiene un soporte lateral al centro de la columna, ver Fig. 3.11a y 3.11b.





	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	62/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			



Fig. 3.11 a) Pandeo simple,  $n = 1$ ,  
carga en báscula  $\approx 0.7$  kg



b) Pandeo con un soporte lateral,  $n = 2$ ,  
carga en báscula  $\approx 3$  kg

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	63/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Se realizará el primer ejercicio con la armadura metálica, calculando  $P_{cr}$  en la barra superior:

a) Con la cuerda como columna aislada:

Se tiene el caso de una barra doblemente articulada,  $k=1$ ; a la cual se aplicará carga gradualmente en su extremo, hasta que se presente el pandeo y se comparan los resultados obtenidos (Ver Fig. 3.10)

Barra de 3/8"

$$I = \frac{\pi D^4}{64}$$

$$I = \frac{\pi \times 0.95^4}{64} = 0.04 \text{ cm}^4$$


$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$L = 210 \text{ cm}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 2 \times 10^6 \times 0.04}{(210)^2} = 17.9 \text{ kg}$$



Fig 3.12. Cuerda de armadura como columna aislada

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	64/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

b) Pandeo lateral de armadura:

Se calculará la  $P_{max}$  que se puede aplicar en el centro hasta que ocurra el pandeo de la cuerda en compresión (Ver Fig. 3.11)

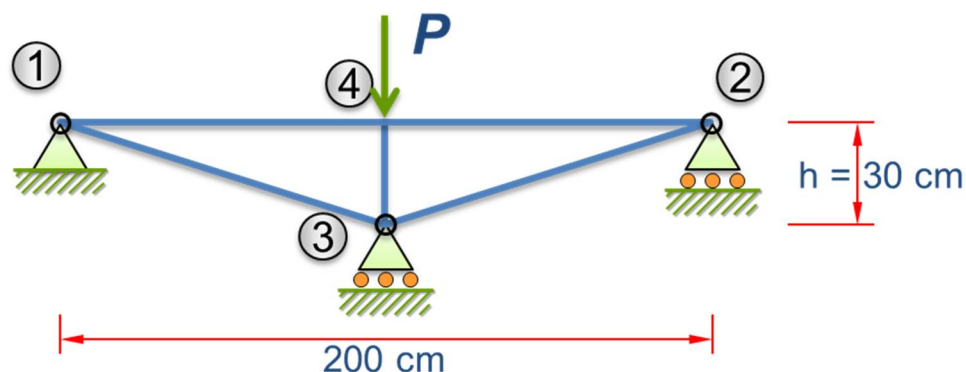
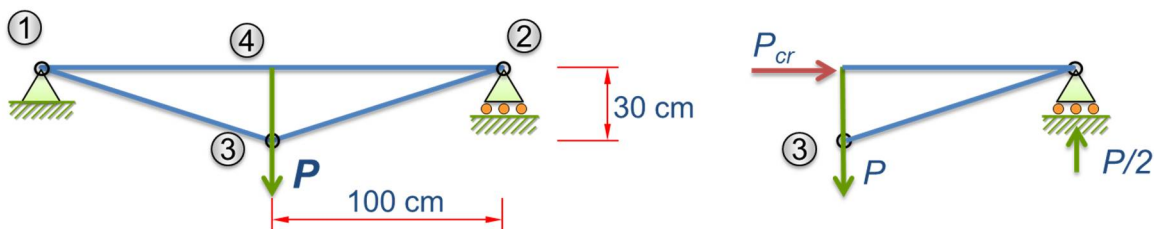


Fig. 3.13 Armadura

De las siguientes figuras calcular:



3.14 Aplicación del método de secciones para calcular la fuerza en la cuerda superior.

Por el método de secciones calcular momentos respecto al nudo 3

$$\Sigma M_3 = P_{cr} \times 30 - (P/2) \times 100 = 0$$


Conociendo  $P_{cr}$  se despeja  $P$

$$P = 30 \times 2 P_{cr} / 100 = 0.6 P_{cr}$$

Aplicar gradualmente carga hasta que ocurra el pandeo en la cuerda superior

como:  $P_{cr} = 17.9 \text{ kg}$



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	65/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Comparar resultados

entonces:  $P = 10.74 \text{ kg}$

Se genera una fuerza lateral “ $F$ ” que desplaza al nudo 4 con su correspondiente reacción  $R_x$  que la equilibra, Fig. 3.13.

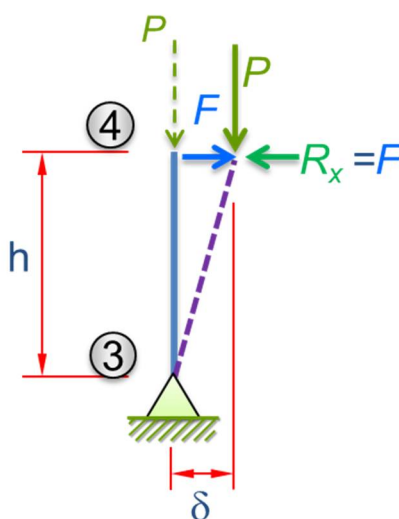


Fig. 3.15 Vista en elevación lateral de la armadura y las fuerzas actuantes.

Vista en planta:

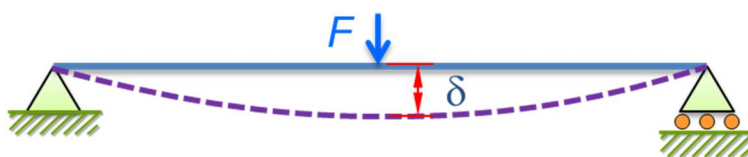



Fig. 3.16 Vista en planta de la armadura y la fuerza F.

Del análisis:

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	66/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

$$\delta = \frac{FL^3}{48EI}$$

Tomando momentos respecto al nudo 3:

$$\Sigma M_3 = P \delta - Fh = 0; \quad P = Fh / \delta$$

$$P = \frac{Fh}{\frac{FL^3}{48EI}} = \frac{48EIfh}{L^3}; \quad P = 14.4 \text{ kg}$$

Verificar experimentalmente al colocar carga gradualmente hasta que ocurra el pandeo lateral.  
Comparar los resultados obtenidos.

## 5.5 Bibliografía:

TITULO: “INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS”

AUTOR: Egor P. Popov

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “MECANICA DE MATERIALES”

AUTOR: Robert W. Fitzgerald

EDITORIAL: Fondo Educativo Interamericano S.A. de C.V.


EDICION: Primera

TITULO: “RESISTENCIA DE MATERIALES”

AUTOR: Ferdinard L. Singer y Andrew Heredia


EDITORIAL: Harla

EDICION: Tercera

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	67/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

# Práctica 4

## Cortante en vigas

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	68/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

## PRÁCTICA No. 4 CORTANTE EN VIGAS.

### 4.1 Objetivo:

Al concluir esta práctica, el alumno será capaz de comprender la relación entre la fuerza cortante y el momento flexionante, identificará el flujo de cortante en vigas y el centro de cortante de una sección transversal.

### 4.2 Consideraciones teóricas.

#### ESFUERZO CORTANTE EN VIGAS


**Consideraciones preliminares:** Debido a que el procedimiento que se requiere para determinar los esfuerzos cortantes en vigas es diferente a otros, para iniciar se dará una descripción general del método a utilizar.

Primero es necesario recordar que en las vigas existe una relación entre la fuerza cortante  $V$ , en una sección transversal y un cambio en el momento flexionante  $M$ , por lo tanto de acuerdo con la ecuación

$$dM = -Vdx \quad \text{o} \quad \frac{dM}{dx} = -V \quad (4.1)$$

De modo que si una fuerza cortante actúa en una sección recta de una viga, habrá un momento flexionante distinto en una sección consecutiva. Cuando está presente la fuerza cortante, la diferencia entre los momentos flexionantes en secciones consecutivas es igual a  $-Vdx$ ; si no hay tal fuerza en secciones inmediatas de una viga, no ocurrirá ningún cambio de momento flexionante. En forma recíproca, la intensidad de variación del momento flexionante a lo largo de la viga es numéricamente igual a la fuerza cortante. Por lo tanto, aunque en este tema dicha fuerza se trata como una sección independiente sobre una viga, está ligada inseparablemente a un cambio en el momento flexionante sobre la longitud de la misma.

Para destacar más el significado de la ecuación 4.1, los diagramas de cortante y de momento flexionante son mostrados en la Fig. 4.1. En dos secciones cualesquiera de la viga, como A y B, localizadas entre las dos fuerzas aplicadas, el momento flexionante es constante y no hay fuerza cortante. Por otra parte, en dos secciones cerca del apoyo, tales como C y D, ocurre un cambio en el

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	69/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

momento flexionante y fuerzas cortantes actúan en estas secciones, como se indica en la Fig. 4.1d. En el estudio siguiente se advierte la posibilidad de que haya momentos flexionantes iguales, así como diferentes, en dos secciones consecutivas de una viga.

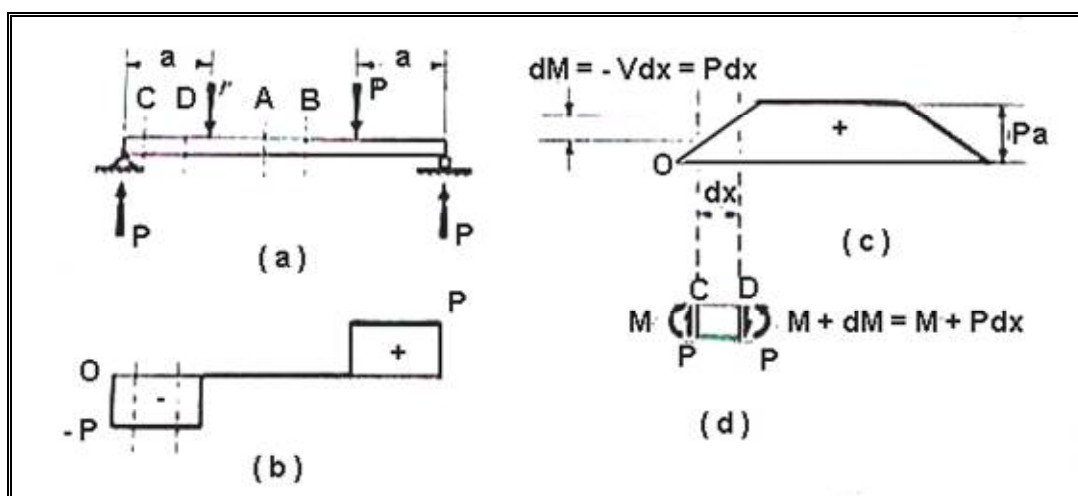



Fig. 4.1 Relación entre la fuerza cortante y momento flexionante.

Ahora puede resultar útil el estudio de una serie de fotografías de un modelo (Fig. 4.2), el modelo representa un segmento de una viga I, además de la propia viga, en la Fig. 4.2a se pueden ver los bloques que simulan la distribución de los esfuerzos causados por momentos flexionantes. El


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	70/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

momento flexionante de la derecha se supone mayor que el de la izquierda. Este sistema de fuerzas estará en equilibrio siempre que las fuerzas cortantes verticales  $V$  (no indicadas en esta vista), también actúen sobre el segmento de la viga. Separando por un corte el modelo a lo largo de la superficie neutra, se obtienen dos partes del segmento de viga, como se ve en la Fig. 4.2b. Una u otra de ellas deben estar también en equilibrio.

Si en una viga real los segmentos superior e inferior de la Fig. 4.2b están unidos por medio de una espiga o perno, a las fuerzas normales de la parte superior o de la inferior, debidas a los esfuerzos por flexión, las debe mantener en equilibrio una fuerza en la espiga o pasador. La fuerza horizontal que transmite la espiga es la fuerza necesaria para equilibrar la fuerza neta debido a los esfuerzos por flexión que actúan en las dos secciones consecutivas. Alternamente se pueden obtener los mismos resultados, restando los esfuerzos por flexión en ambos extremos del segmento. Esto se muestra esquemáticamente en la Fig. 4.2c, donde suponiendo un momento flexionante cero a la izquierda, sólo necesitan indicarse actuando a la derecha de los esfuerzos normales debidos al incremento de momento dentro del segmento.

Si inicialmente la viga I se considera en una pieza que no requiere pernos o espigas, se puede utilizar un plano de sección para separar el segmento de viga en dos partes, como se muestra en la Fig. 4.2d. Como antes, se puede determinar la fuerza neta que debe desarrollar en el área de corte para mantener el equilibrio. Dividiendo esta fuerza por el área del corte horizontal será posible determinar el esfuerzo cortante medio que existe en dicho plano. En el análisis es mejor trabajar de nuevo con el cambio de momento flexionante que con los momentos totales en las secciones de los extremos.

Al hallar los esfuerzos cortantes en uno de los planos (plano horizontal, Fig. 4.2d) se encuentran también los esfuerzos cortantes en planos mutuamente perpendiculares de un elemento infinitesimal,

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	71/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

puesto que  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ , Este enfoque establece los esfuerzos cortantes en la sección de la viga tomada normalmente a su eje.

Este proceso es completamente general; dos ilustraciones adicionales de la separación del segmento de viga se ven en las Fig. 4.2e y f. En el primer caso, el plano horizontal corta a la viga justamente debajo del patín. Se puede utilizar tanto la parte superior como la inferior de esta viga justamente para calcular los esfuerzos cortantes en la sección. En la Fig. 4.2f, el plano vertical corta una parte del patín, esto permite calcular los esfuerzos cortantes que actúan en un plano vertical en la figura.

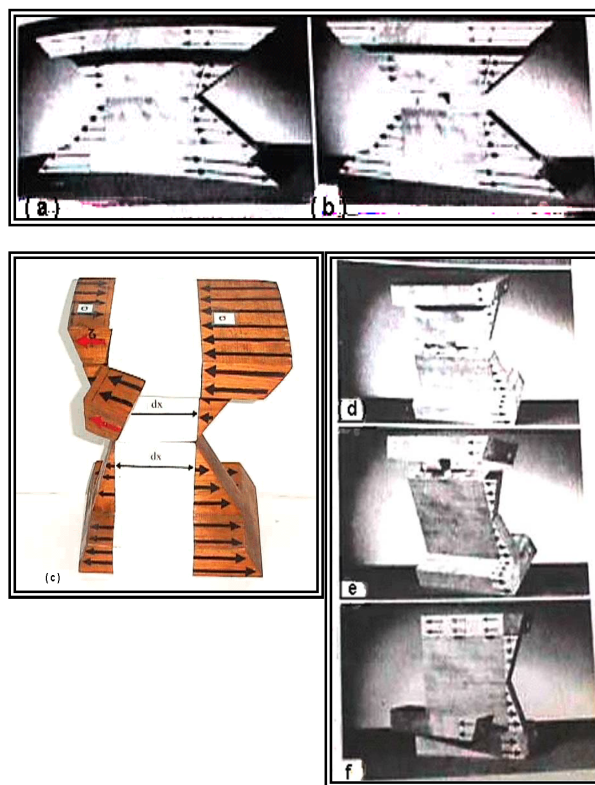



Fig. 4.2 Modelo que ilustra la dirección de los esfuerzos.

Es de interés mencionar un ejemplo intuitivamente evidente, considérese una tabla colocada encima de otra como se ve en la Fig. 4.3a, si dichas tablas funcionan como una viga y no están unidas entre sí, se producirá deslizamiento entre sus superficies de contacto. Es posible visualizar la tendencia a tal desplazamiento si se consideran las dos tablas cargadas que se muestran en la Fig. 4.3b; se requiere

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	72/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

la unión o conexión de estas tablas con pernos, clavos o pegamento para que actúen como una viga entera o de una pieza.

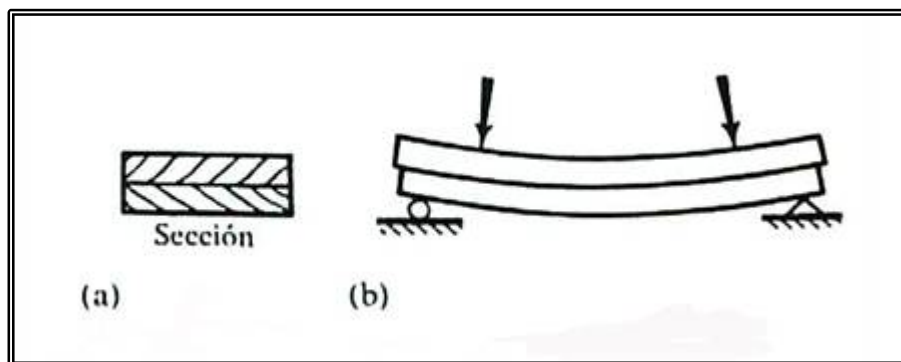



Fig. 4.3 Viga formada por dos tablones que, al cargarla, se deslizan por no estar conectados entre sí.

## CENTRO DE CORTANTE

Considérese una viga de sección transversal en C o sección canal Fig. 4.4a. Las paredes de ésta se suponen tan delgadas que todos los cálculos se pueden basar en las dimensiones de la línea central de las mismas. La flexión de este canal ocurre alrededor del eje horizontal y aunque su sección transversal no tiene un eje vertical de simetría, se considera que los esfuerzos por flexión están dados por la fórmula usual de flexión. Suponiendo además que tal canal resiste una fuerza cortante vertical, se sabe que los momentos flexionantes varían desde una a otra sección transversal de la viga.

Tomando una sección arbitraria como la C-C de la Fig. 4.4a,  $q$  y  $\tau$  se pueden hallar en la forma usual a lo largo de los patines horizontales del canal, dichas cantidades varían linealmente desde el borde libre, exactamente como en el caso de un lado del patín de una viga I. La variación de  $q$  y  $\tau$  es parabólica a lo largo del alma, como se indica en la Fig. 4.4b, cuyas gráficas corresponden a la línea central de la sección en canal.



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	73/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

El esfuerzo cortante medio  $\tau_a/2$  multiplicado por el área transversal del patín da una fuerza  $F_1 = (\tau_a/2)bt$ , y la suma de los esfuerzos cortantes verticales sobre el área del alma es la fuerza cortante.

$$V = \int_{-h/2}^{+h/2} (\tau) t dy$$

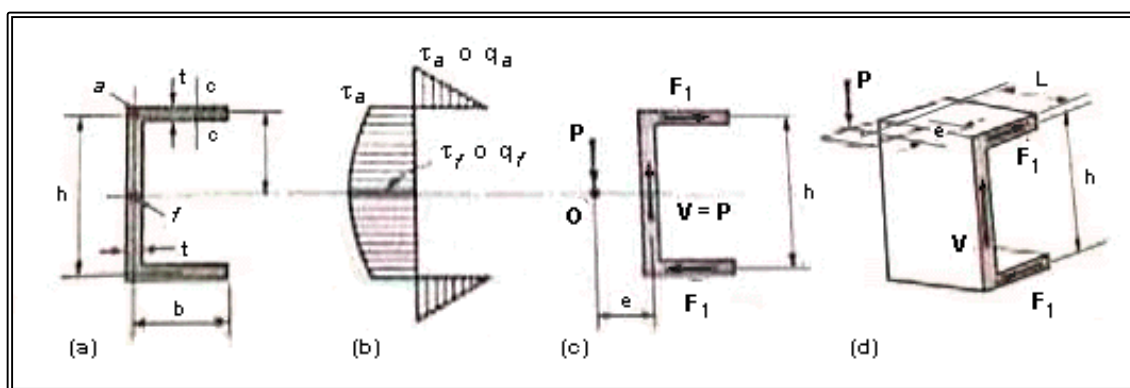



Fig. 4.4. Análisis para localizar el centro de cortante de un perfil tipo canal.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	74/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

### 4.3 Materiales y equipo.

Para la realización de esta práctica se requiere de:

#### Material:

Viga de madera unida longitudinalmente por medio de papel y pegamento según especificaciones de prueba de laboratorio.

Probeta de 5 x 5 x 76 cm (dos piezas).

Pieza de madera sin unión (maciza).

Probeta de 5 x 5 x 5 con entresaque de 2 cm.

Probeta de madera unida en el entresaque con papel y pegamento según especificación de la prueba de laboratorio.

#### Equipo:


Dispositivo para probar en cortante directo la madera.

Aditamentos para flexión en madera.

Prensa universal (Equipo INSTRON).

Modelo para localizar centro de cortante montado sobre una viga tipo C Perfil monten.

Deformímetros mecánicos.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	75/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

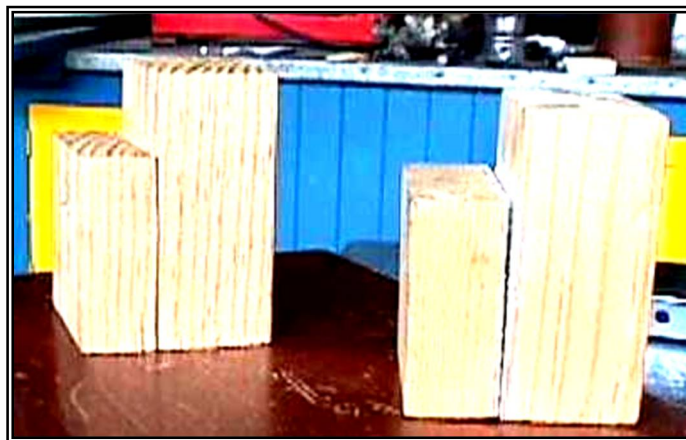


Fig. 4.5. Probetas de madera para ensayarse por cortante.

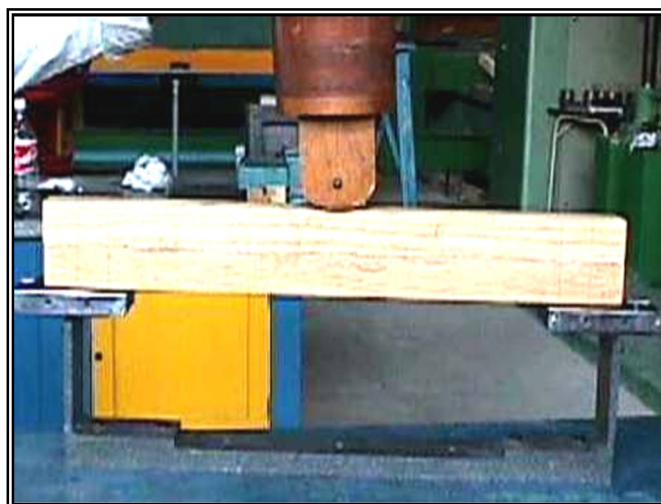



Fig. 4.6. Dispositivo para prueba de flexión en madera.

#### 4.4 Desarrollo de la práctica:


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	76/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

En el inicio de la práctica se lleva a cabo un ensaye de cortante directo sobre un elemento de madera, donde el procedimiento y la probeta estarán de acuerdo con la norma ASTM D143 - 14, en la que es posible mostrar a los alumnos el tipo de falla que se presenta para este tipo de ensayes.



Fig.4.7. Dispositivo que sirve para ensayar las probetas de madera en cortante directo (diseñado por la A.S.T.M.)

Posteriormente a los comentarios que resulten de la prueba anterior, se ensayará una probeta de las mismas características propuestas por ASTM, excepto que en este ensaye la probeta estará formada por dos cuerpos unidos por medio de una película de papel, utilizando pegamento, la información que se obtenga corresponde a la falla del papel utilizado como dispositivo de unión.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	77/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

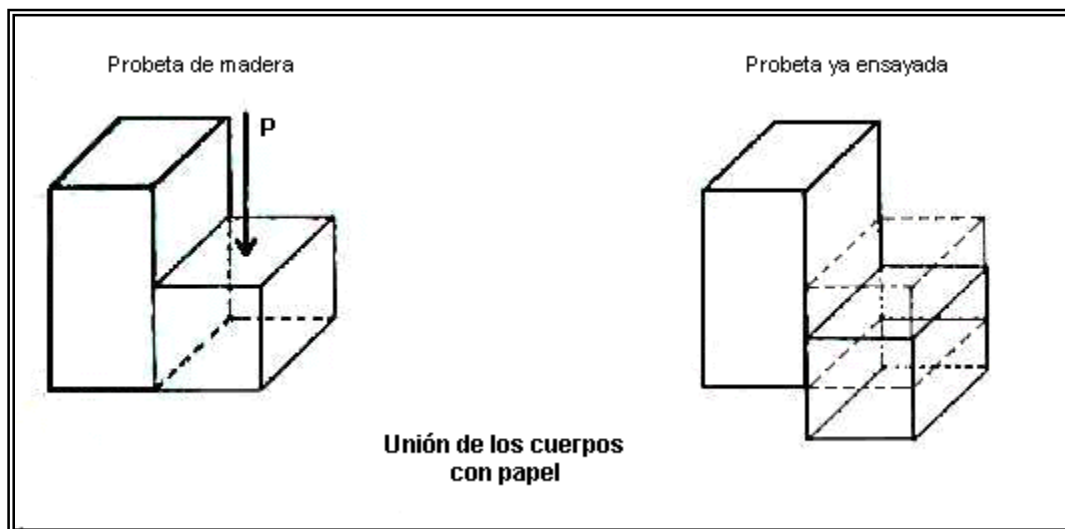


Fig. 4.8. Probeta de madera formada por dos cuerpos unidos con papel y pegamento.

El dato de falla correspondiente, en términos de esfuerzo, servirá para predecir la falla por cortante en una viga igualmente laminada, utilizando papel, como se muestra en la figura 4.8.

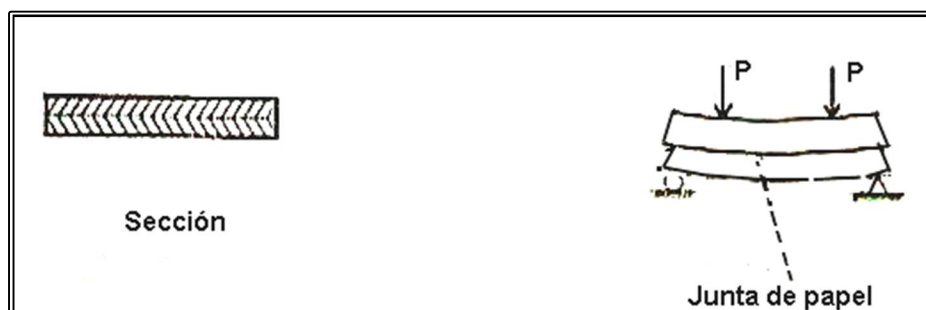



Fig. 4.8. Ensayo de viga formada por dos tabloncillos unidos con papel y pegamento.


	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	78/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

Utilizando la fórmula  $\tau = \frac{VQ}{Ib}$ , si el papel, el pegamento y la elaboración de las probetas se dieron bajo las mismas circunstancias, aumenta considerablemente la posibilidad de que la predicción del esfuerzo (o fuerza) sea correcta.

Con un modelo ideado en el laboratorio de materiales es posible establecer de manera tangible el centro de cortante o también llamado centro de torsión, ya que se han colocado dispositivos de medición a tal distancia de la sección, que es posible hacer lecturas magnificadas de los giros que se presentan. Moviendo la aplicación de la carga es posible llegar a un punto donde con la ayuda de los micrómetros sólo se detecte flexión, anulando el fenómeno de giro inducido por la torsión.



Fig. 4.9. Modelo para observar las deformaciones generadas por una fuerza aplicada fuera y en el centro de cortante.

	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	79/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería	Área/Departamento: Laboratorio de Materiales		
La impresión de este documento es una copia no controlada			

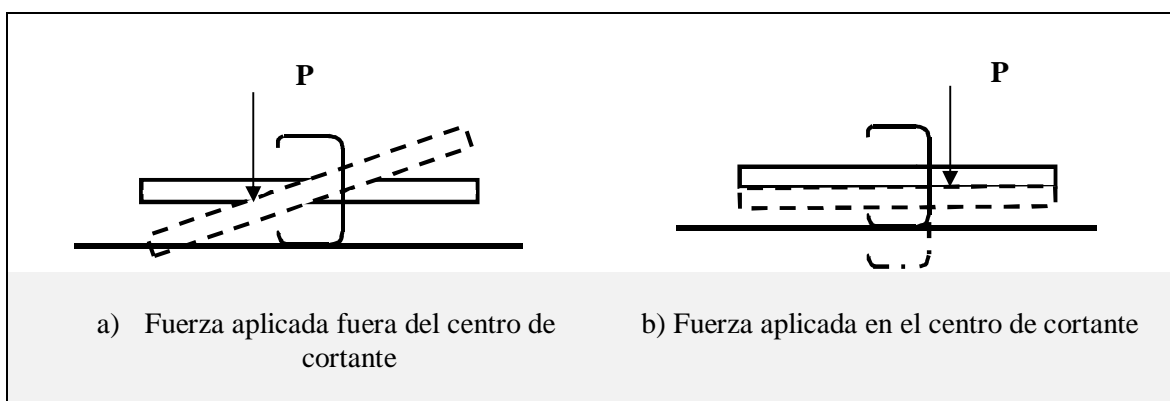


Fig. 4.10. Modelo para comprender el concepto de centro de cortante.


Estas fuerzas cortantes que actúan en el plano de la sección transversal se muestran en la Fig. 4.4c, e indican que la fuerza  $V$  y un par  $Fh$  se desarrolla en la sección canal. Físicamente hay una tendencia del perfil C a torcerse alrededor de su eje longitudinal. Para impedir la torsión y mantener así la aplicabilidad de la distribución de esfuerzos por flexión inicialmente supuesta, las fuerzas externas se deben aplicar de tal forma que equilibren el par interno  $Fh$ . Por ejemplo, considérese el segmento de la viga voladiza de peso despreciable que se muestra en la Fig. 4.4d, a la cual se aplica una fuerza vertical  $P$  paralela al alma, a una distancia  $e$  de la línea central de la misma. Para mantener esta fuerza en equilibrio, se debe desarrollar en el alma una fuerza cortante igual y opuesta,  $V$ . Así mismo para eliminar la torsión de la viga canal, el par  $Pe$  debe ser igual al  $Fh$ . En la misma sección transversal del perfil C, el momento flexionante  $PL$  es resistido por los esfuerzos por flexión usuales (que no se indican en la figura). Ahora es posible obtener una expresión para la distancia  $e$ , si se localiza el plano en que se debe aplicar la fuerza  $P$  para eliminar la torsión de la viga canal.

Por lo tanto, recordando que

$$F_1 h = Pe \quad \text{y} \quad P = V \quad \text{tenemos que}$$

$$e = \frac{F_1 h}{P} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \tau_a b t h}{P} = \frac{b t h V Q}{2 P I_t} = \frac{b t h}{2 P} \frac{V b t \left(\frac{h}{2}\right)}{I_t} = \frac{b^2 h^2 t}{4 I}$$



	<b>Manual de Prácticas de Laboratorio de Mecánica de Materiales I</b>	Código:	MADO-44
		Versión:	01
		Página	80/80
		Sección ISO	8.3
		Fecha de emisión	28 de julio de 2017
Facultad de Ingeniería		Área/Departamento: Laboratorio de Materiales	
La impresión de este documento es una copia no controlada			

#### 4.5 Bibliografía:

TITULO: “INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS”

AUTOR: Egor P. Popov

EDITORIAL: Limusa

EDICION: Primera

TITULO: “MECANICA DE MATERIALES”

AUTOR: Robert W. Fitzgerald

EDITORIAL: Fondo Educativo Interamericano S.A. de C.V.

EDICION Primera

TITULO: “RESISTENCIA DE MATERIALES”

AUTOR: Ferdinard L. Singer y Andrew Heredia

EDITORIAL: Harla

EDICION: Tercera

TITULO: “PRIMERA REUNION NACIONAL DE PROFESORES DE INGENIERIA  
ESTRUCTURAL.

AUTOR: “Memorias” (varios)

EDITORIAL: Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural.

EDICION: Abril 30, 1986